

LES JETS DANS $e^+ e^-$ EN CHROMODYNAMIQUE QUANTIQUE

A. MOREL

Service de Physique Théorique
Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay

1. JETS DE QUARK-PARTONS ET JETS EN QCD. INTRODUCTION

Dans un modèle de quark-partons (voir cours de F. Hayot), l'annihilation $e^+e^- \rightarrow$ hadrons procède via la création par un photon virtuel d'énergie E dans le c.m. d'une paire $q\bar{q}$ de quarks, suivie de leur fragmentation en hadrons. La création de paire se calcule comme l'annihilation $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, et la section efficace différentielle de production dans une direction θ par rapport au faisceau est donnée à la limite des faibles masses m_q par

$$\frac{d\sigma_0}{d\cos\theta} = \frac{3\alpha^2 e_q^2 \pi}{2E^2} (1+\cos^2\theta). \quad (1)$$

La section efficace totale, que l'on identifie à la section efficace totale d'annihilation en hadrons est

$$\sigma_0 = \frac{4\pi\alpha^2 e_q^2}{E^2}. \quad (2)$$

Dans ces formules, α est la constante de structure fine et e_q la charge du quark en unités de charge électronique. La somme sur les différentes saveurs des quarks est sous entendue.

La fragmentation des quarks en hadrons est supposée suivre indépendamment leur création et en particulier ne pas dépendre de E^2 . La distribution des hadrons transversalement à la direction θ des quarks est supposée gouvernée par un cut-off plus ou moins universel, conduisant à une valeur moyenne de p_\perp (relativement au quark) de l'ordre de 300 MeV, alors que la distribution longitudinale vérifie une loi d'échelle, c'est à dire ne dépend que de $z=2p_{||}/E$. Tel est le contenu de la représentation du processus de fragmentation par une fonction $D_q^H(z, p_\perp)$ dans le modèle des quarks partons. Les propriétés générales de ces fonctions sont discutées dans le cours de F. Hayot; notons surtout ici l'indépendance par rapport à E^2 .

D'après une telle image, les hadrons produits dans une annihilation e^+e^- doivent être essentiellement contenus dans un jet cylindrique (Fig. 1) de $1/2$ longueur $Q=E/2$, de rayon $\langle p_\perp \rangle \sim 300\text{MeV}$, et d'axe vérifiant une distribution angulaire en $(1+\cos^2\theta)$. C'est bien ce que l'on observe dans la région actuellement explorée entre 4 et 8 GeV [1]. En dessous de 4 GeV, les impulsions longitudinales et transverses des hadrons sont du même ordre de grandeur. Une façon utile de résumer ces informations consiste à remarquer que l'angle η d'un hadron de z fixé avec l'axe d'un jet de

parton est en moyenne

$$\langle \eta \rangle = \frac{2\langle p_L \rangle}{zE} \quad (3)$$

c'est à dire qu'il décroît comme l'inverse de l'énergie. Pour $z=1/2$, $E=8$ GeV, on trouve $\langle \eta \rangle \approx 9^\circ$.

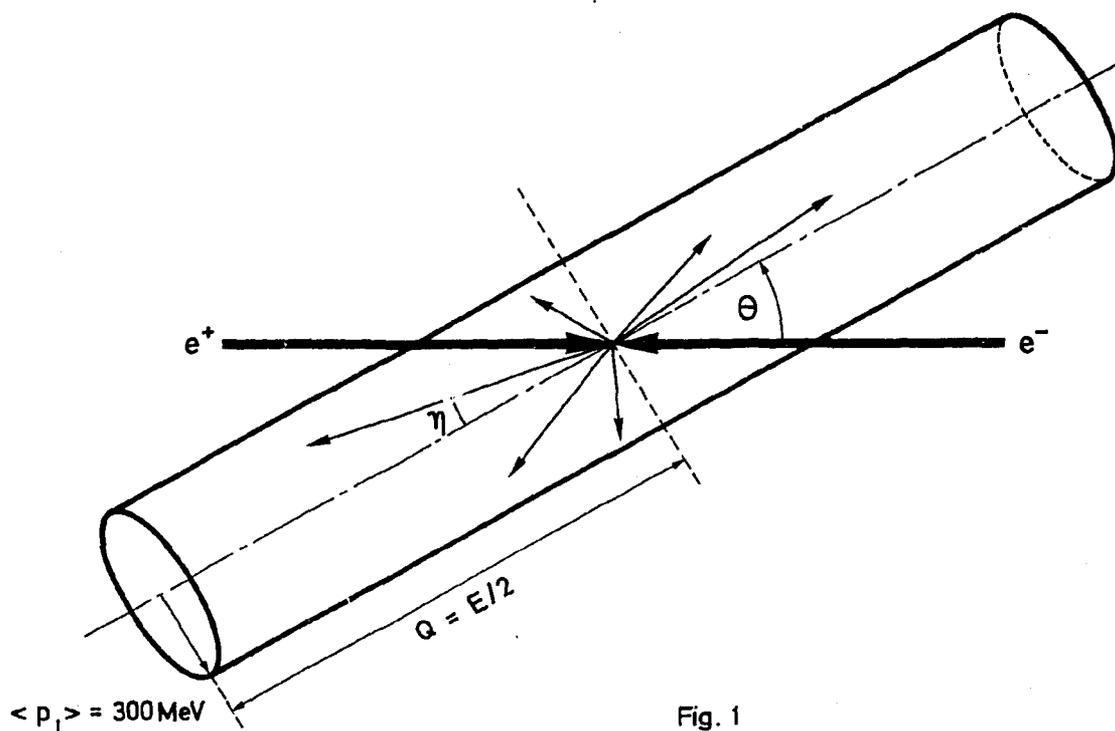


Fig. 1

Le jet cylindrique caractéristique du modèle des partons avec un cut-off transverse des hadrons indépendant de l'énergie.

Nous allons voir, et c'est l'objet de ce cours, que la chromodynamique quantique (QCD) prédit également la collimation en jets des hadrons produits, mais il s'agit de *jets coniques*, c'est à dire que les hadrons sont émis dans leur grande majorité à l'intérieur d'un cône de demi-angle au sommet δ qui décroît *lentement* en fonction de l'énergie (comparer à (3)). L'origine d'un tel phénomène est qualitativement liée à la possibilité pour les quarks créés par le γ virtuel de rayonner des gluons (bremsstrahlung). Un jet QCD est constitué par l'ensemble du quark et des gluons émis avec un moment transverse ou un angle faibles par rapport au quark émetteur. Cette possibilité d'émission de gluon est typique de QCD et "élargit" le jet partonique. Ceci est une première conséquence directe de QCD. Une deuxième est que, bien qu'avec une probabilité faible, des gluons "durs" (c'est à dire avec des moments transverses au quark du même ordre que leur moments longitudinaux) doivent aussi être émis. Il donnent naissance à de nouveaux types d'états finaux, perturbativement décrits comme des états $q\bar{q}g$ (2 quarks et 1 gluon), et donc en principe à des jets de gluon.

Ce cours est essentiellement consacré à la description du sens à donner aux jets dans le contexte de la chromodynamique quantique. L'idée est évidemment de travailler en perturbation en faisant usage de la liberté asymptotique. Il y a cependant deux difficultés majeures à franchir. L'une a trait aux singularités logarithmiques dites "de masse" à la limite $m_q/E \rightarrow 0$. La manière de franchir cet obstacle a été indiquée par Sterman et Weinberg^[2] et conduit précisément à la notion de sections efficaces de production de jets coniques. La deuxième difficulté a à faire avec les aspects non-perturbatifs de la théorie, liés au confinement des quarks et des gluons. Non résolue, elle interdit pour l'instant de donner une réponse à des questions plus précises concernant les nombres quantiques (la charge par exemple) ou la multiplicité contenue dans un cône donné. En conséquence, et dans l'état actuel de la théorie, QCD est prédictif pour des expériences de type calorimétrique où des flux d'énergie dans certains angles solides sont mesurés. Les aspects phénoménologiques de la chasse aux jets, en particulier en vue de la mise en évidence de jets de gluons sont rapidement parcourus en fin de cours.

2. PROBLEME DES SINGULARITES DE MASSE. EXEMPLE

L'application à QCD des équations du groupe de renormalisation (voir cours de E. de Rafael) entraîne la propriété de liberté asymptotique : le carré g^2 de la constante de couplage quark-gluon, définie en un point de renormalisation correspondant à des quadrimoments d'ordre E décroît comme $K/\log(E^2)$, quand $E \rightarrow \infty$. La constante K est fixée par le groupe $SU(3)$ de couleur et le nombre N de saveurs

$$\frac{K}{4\pi} = \frac{12\pi}{(33-2N)} \quad (4)$$

Pour E suffisamment grand, on peut donc envisager un calcul en perturbation de l'annihilation $e^+e^- \rightarrow$ quarks et gluons. On pourra donner un sens au résultat du calcul si, ordre par ordre, les quantités calculées sont finies. Une section efficace peut s'écrire, pour des raisons dimensionnelles

$$\sigma = E^{-2} f\left(\frac{m}{E}, g^2(E), x\right) \quad (5)$$

où m représente l'ensemble des masses, $g(E)$ la constante de couplage quark-gluon définie ci-dessus, et x l'ensemble des variables sans dimension caractérisant l'état final. En général, une telle section efficace ne peut être calculée en perturbation pour E grand. Quand $m/E \rightarrow 0$, on se trouve dans une situation analogue à celle d'une théorie avec masses (fermioniques) nulles. Il existe des termes en $\log(m/E)$ [dits "singularités de masse"]^[*] et le produit $g^2(E) \log(m/E)$

[*] Ces singularités constituent l'un des aspects des singularités infrarouges. L'autre aspect classique du problème infrarouge est lié à la masse nulle des *gluons* (ou des photons en QED); la question traitée ici a trait à la masse faible devant l'énergie (ou tendant vers 0, voir cours de E. de Rafael) des *quarks*.

a une limite finie quand $E \rightarrow \infty$: on perd le bénéfice de la liberté asymptotique.

Examinons d'abord comment de telles singularités apparaissent dans un exemple explicite. Supposons que nous souhaitons calculer la contribution à la section efficace $e^+e^- \rightarrow$ hadrons du processus

$$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g \quad (6)$$

Les graphes à retenir à l'ordre 2 (pour la section efficace) sont ceux de la Fig. 2, où le gluon g est émis soit par le quark q , soit par l'anti-quark \bar{q} . Dans le premier graphe, le propagateur du quark donne un facteur $1/(m^2 - (q-k)^2)$ dans l'amplitude; q est l'impulsion du quark, k celle du gluon, m la masse du quark. Le dénominateur peut se réécrire, (x est le cosinus de l'angle quark-gluon)

$$\begin{cases} D = 2q \cdot k = 2|\vec{k}|(E_q - |\vec{q}|x) \\ E_q = \sqrt{\vec{q}^2 + m^2} \end{cases} \quad (7)$$

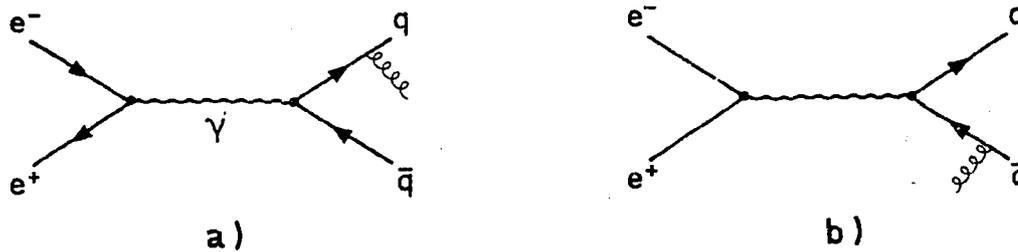


Fig. 2

Graphes contribuant à l'émission d'un gluon à l'ordre g^2 .

A la limite $m \rightarrow 0$, $E_q - |\vec{q}|x \approx |\vec{q}| \left\{ \frac{m^2}{2q^2} + 1 - x \right\}$, si bien qu'une singularité apparaît à la limite $m=0$ (ou $q \rightarrow \infty$), pour $x=1$, c'est à dire lorsque le quark et le gluon deviennent *colinéaires*. En fonction de l'angle relatif θ quark-gluon, pour θ petit, $D \sim |\vec{q}| |\vec{k}| \left(\frac{m^2}{2q^2} + \theta^2 \right)$. On pourrait donc s'attendre à une divergence très forte (carré de l'amplitude en $1/\theta^4$ quand $m \rightarrow 0$). Elle est seulement logarithmique pour deux raisons :

i) L'espace de phase est $d \cos \theta \sim \theta d\theta$ pour θ petit,

ii) le couplage γ_{μ} quark-gluon introduit une puissance de θ dans l'amplitude. On se rappelle en effet que ce couplage induit un retournement d'hélicité du fermion ($|\Delta\lambda|=1$), d'où une annulation

linéaire $(d^{1/2}(\theta) = \sin\theta/2)$.
 $-1/2, 1/2$

Au total donc la σ_{eff} se comporte comme

$$\int \frac{d\Theta^2}{\Theta^2 + \frac{m^2}{q^2}} \sim \log \frac{q^2}{m^2} \quad (8)$$

et l'intégration sur les énergies transforme ce logarithme en $\log E^2/m^2$.

3. CONFIGURATIONS PHYSIQUES CONDUISANT AUX SINGULARITES DE MASSES.

La singularité en $\log E/m$ trouvée plus haut dans une tentative pour calculer une section efficace "*exclusive*" (ici $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$), est un cas particulier d'une situation physique générale, analysée en détail par Lee et Nauenberg^[3]. On peut trouver des singularités dans des amplitudes de transition calculées en perturbation lorsqu'il existe des états dégénérés en énergie. Par contre on peut en général définir des probabilités de transition finies à chaque ordre à condition de sommer sur un ensemble suffisant d'états dégénérés.

Une situation typique de dégénérescence est celle d'un ensemble de n particules de masses nulles dans la même direction. La masse invariante carrée W^2 d'un tel système

$$W^2 = (p_1 + p_2 + \dots + p_n)^2 \quad (9)$$

est en effet *nulle quel que soit n*. On ne peut donc distinguer par leurs énergies des états différents par leur nombre de particules.

A l'opposé, une section efficace totale, par exemple, où l'on ne cherche pas à distinguer des états dégénérés en énergie, est une "bonne" quantité sans singularités de masse à tous les ordres. La situation particulière de l'électrodynamique avec des masses fermioniques nulles a été considérée en particulier par Kinoshita^[4]. C'est une situation analogue que nous avons à considérer ici où, aux ordres les plus bas en QCD, quarks et gluons jouent le même rôle (aux matrices de couleur près) qu'électrons et photons. (A l'ordre suivant, les couplages à 3 et 4 gluons, typiques d'une théorie de jauge non abélienne, engendrent des complications supplémentaires. Rien n'indique cependant que la réponse doit être différente^[5]).

Revenant maintenant à notre problème de définir des "sections efficaces" du genre $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$, nous voyons que la configuration qui a conduit au terme en $\log E/m$ est effectivement la configuration où deux particules, le gluon de masse nulle, et le quark de masse négligeable devant l'énergie, s'alignent. C'est une situation qui, à énergie très grande, rend les deux états à 1 quark et à 1 quark plus un gluon colinéaire, dégénérés en énergie. Nous avons vu que la réponse à apporter à ce type de situation consiste à *ajouter les contributions* à la probabilité de transition *des états dégénérés*^[3,4]. Avant de décrire l'application concrète de cette procédure à la production de jets de quarks et de gluons dans e^+e^- , nous voulons ici ajouter quelques commentaires sur le problème de la discrimination physique d'états dégénérés, ou quasi-dégénérés (c'est à dire dégénérés à la résolution expérimentale concevable). Nous prendrons l'exemple en électrodynamique, identique à QCD pour notre propos.

La question est : est il concevable de distinguer un état à un électron $|e\rangle$, d'un état $|e'\gamma\rangle$ de même quadri impulsion à 1 électron plus 1 photon colinéaire lorsque l'énergie est très grande devant m_e ? Considérons un graphe de Feynman du type de la Fig. 3, où nous nous intéressons à la partie concernant l'état $|e'\gamma\rangle$.

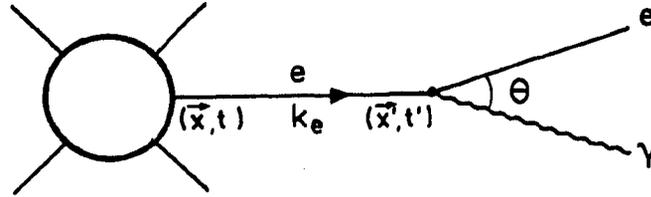


Fig. 3

Un diagramme de Feynman quelconque où un électron e émet un photon γ . Pour $m_e=0$, la conservation de l'énergie impulsion est réalisée pour $\theta=0$ avec e sur sa couche de masse.

Ce graphe fait intervenir un propagateur de Feynman d'électron $\frac{1}{k_e^2 - m_e^2 + i\epsilon}$. L'interprétation physique d'un tel propagateur dans l'espace temps s'obtient par une analyse délicate^[6] de la transformée de Fourier d'une telle distribution, dont le résultat essentiel est le suivant : la probabilité pour un électron émis au point $x=(\vec{x}, t)$, de se trouver au point \vec{x}' au temps t' , x et x' étant éloignés macroscopiquement, ne reçoit de contribution appréciable que de la partie imaginaire $\delta(k_e^2 - m_e^2)$ du propagateur et non de sa partie réelle (partie principale). En conséquence, si les points $k_e^2 = m_e^2$ ne correspondent pas à des situations physiques possibles, l'électron ne se propage pas sur une distance mesurable (mais seulement sur une distance de l'ordre de l'inverse de la distance à la couche de masse). C'est bien le cas pour $m_e \neq 0$. Pour $m_e = 0$ au contraire la transition $|e\rangle \rightarrow |e'\gamma\rangle$ est cinématiquement possible, les points $k_e^2 = 0$ appartiennent à la région physique et la partie $\delta(k_e^2)$ contribue de façon substantielle à la probabilité que e se propage réellement de x à x' . Un éventuel processus de mesure discriminant $|e\rangle$ de $|e'\gamma\rangle$, à supposer qu'il soit réalisable, conduirait donc à un résultat dépendant de la distance du détecteur à la source (\vec{x}, t) considérée. Pour distinguer $|e\rangle$ il faut se rapprocher indéfiniment de la source. C'est là qu'intervient l'effet du processus de mesure lui-même : dans un champ électromagnétique l'électron émet des photons de bremsstrahlung qu'il faut séparer du photon d'un éventuel état $|e'\gamma\rangle$. Bien entendu la discussion doit être étendue aux états avec un nombre quelconque de photons colinéaires.

Retenons en conséquence qu'il faut calculer, et qu'on peut mesurer, des quantités physiques où des états dégénérés ne sont pas distingués (ici $|e\rangle$ et $|e'\gamma\rangle$). Bien entendu, dans la pratique, on sommerait sur un voisinage des états dégénérés, c'est à dire, dans notre exemple, sur un ensemble $|e'\gamma\rangle$, $\theta \leq \delta$ où δ est de l'ordre de la résolution angulaire expérimentale. Cette procédure est similaire à celle nécessaire à l'inclusion des photons mous (quel que soit θ),

d'énergie inférieure à la résolution en énergie ; elle permet l'élimination des singularités infrarouges habituelles en QED, c'est à dire les singularités liées à la masse nulle du γ , présentes même si $\alpha \log E/m$ est petit.

4. SECTIONS EFFICACES ASSOCIEES AUX JETS

Sterman et Weinberg^[2] définissent pour l'annihilation $e^+e^- \rightarrow$ hadrons une section $\sigma(E, \Theta, \epsilon, \delta)$ ayant la signification suivante. E est l'énergie totale dans le c.m., Θ la direction dans laquelle on souhaite détecter un jet, δ le 1/2 angle au sommet d'un cône d'axe Θ , et ϵ la fraction de l'énergie totale emportée par les hadrons *en dehors du cône*. Si on trouve que

$$\int d \cos \Theta \sigma(E, \Theta, \epsilon, \delta) \approx \sigma_{TOT}(E) \quad (10)$$

pour ϵ et δ petit devant 1, on aura prouvé la structure en jets de l'état final, la plus grande partie de l'énergie, $(1-\epsilon)E$, étant contenue dans un cône représenté dans la Fig. 4.

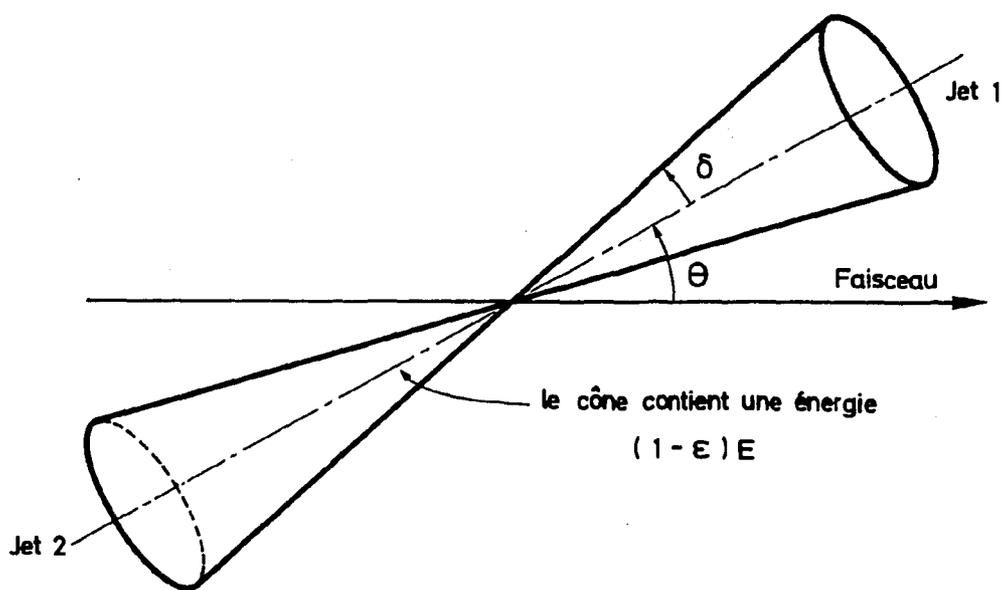


Fig. 4

Cônes opposés d'angle au sommet 2δ , d'axe selon Θ par rapport au faisceau, servant à la définition de la section efficace de production de jets (énergie ϵE , $\epsilon \ll 1$ en dehors du cône).

La discussion des paragraphes précédents nous invite à inclure dans la définition des jets les contributions suivantes, à l'ordre $g^2(E)$.

a) le jet 1 est constitué par un quark q (ou par \bar{q}), le jet 2 par 1 antiquark \bar{q} (ou par q) plus un gluon dur dans le cône

b) le jet 1 est constitué par q (ou \bar{q}), le jet 2 par \bar{q} (ou q) plus un gluon *mou dans ou hors du cône*

c) le jet 1 est constitué par q (ou \bar{q}), le jet 2 par \bar{q} (ou q), sans gluon externe.

Les graphes contribuant sont ceux de la Fig. 2 pour a) et b) (dans des configurations cinématiques différentes), et de la Fig. 5a (ordre 0 en $g^2(E)$) et 5b (ordre 1 en g^2) pour c). Chacune de ces contributions contient une singularité infrarouge : a) contient la singularité de masse discutée en 2 (quark et gluon alignés), b) et c) contiennent les singularités dues à la masse nulle du gluon (gluons mous dans b), corrections radiatives au vertex $\gamma q\bar{q}$ et aux propagateurs dans c)).

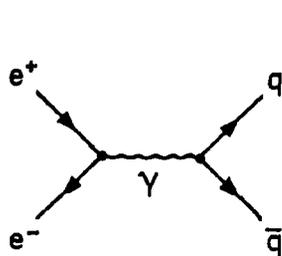


Fig. 5a

Graphe $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ à l'ordre 0 en g

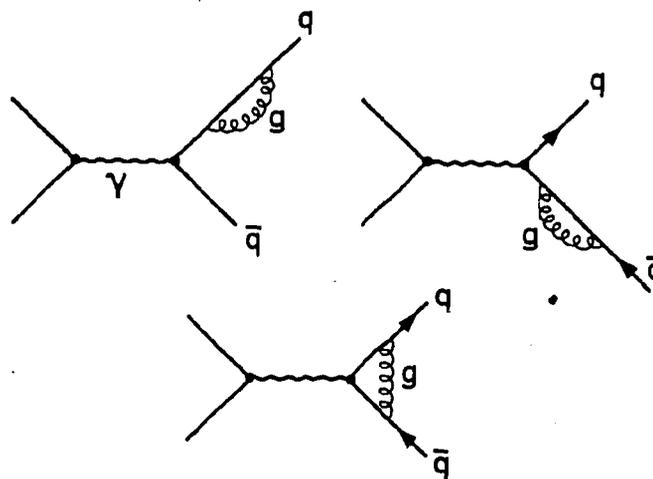


Fig. 5b

Graphes à une boucle contribuant à l'ordre g^2 à $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ par leurs interférences avec le graphe 4a.

La section efficace s'obtient en prenant le module au carré de la somme des graphes de la Fig. (2) plus le module au carré de la somme des graphes de la Fig. (5), en ne gardant dans le résultat que les termes d'ordre inférieur ou égal à g^2 . En conséquence les graphes 5b) n'interviennent que par leur interférence avec 5a). En termes de contributions à la σ_{eff} totale e^+e^- , ou, pour simplifier, à la discontinuité du propagateur du photon (on enlève les courants d'électrons factorisés dans tous les graphes), cette section efficace est aussi représentée par la somme des discontinuités de la Fig. 6. Les lignes pointillées verticales indiquent comment sont prises les discontinuités : les particules dont les lignes sont coupées sont sur leur couche de masse.

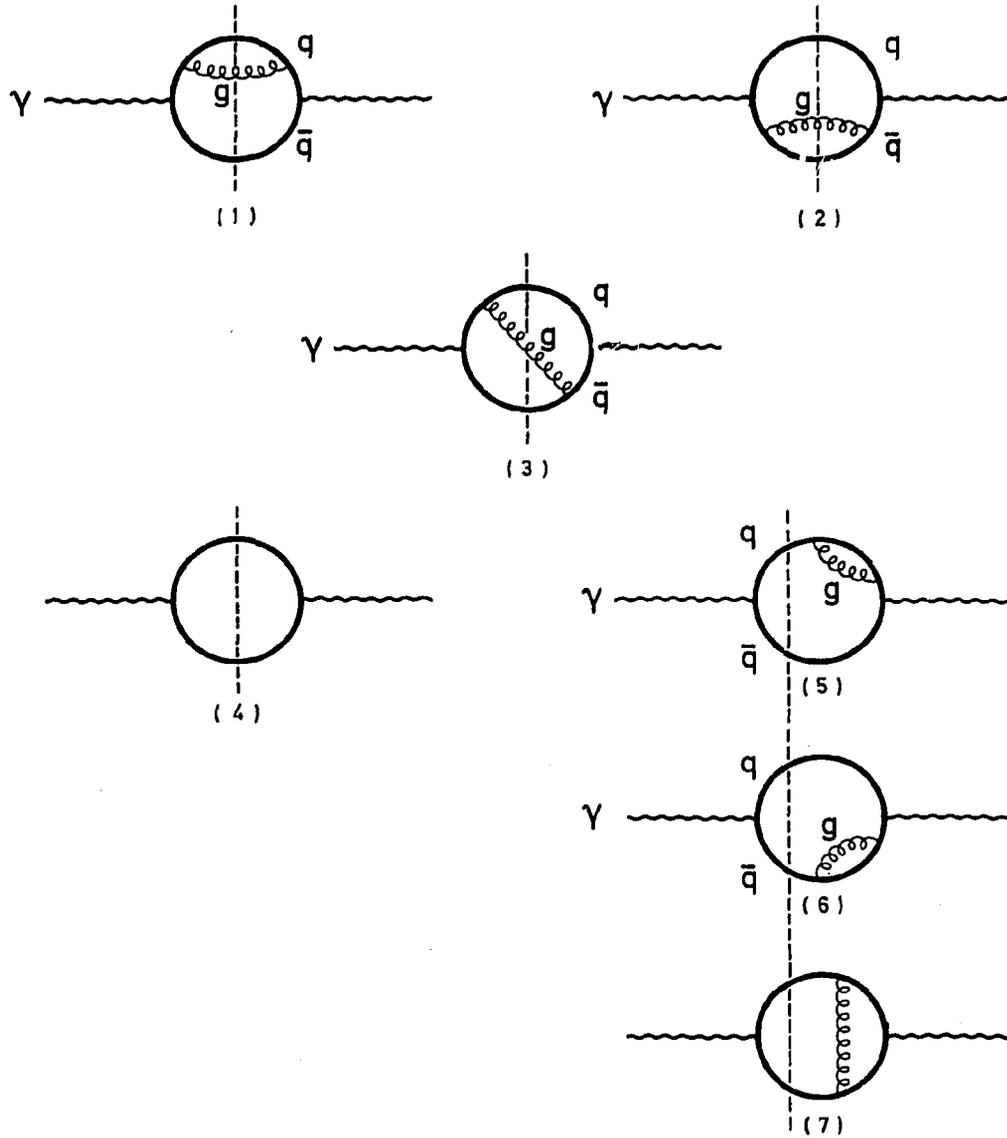


Fig. 6

Contributions à la section efficace à l'ordre g^2 des graphes des Figs. 2) et 5) en termes de contributions à la discontinuité du propagateur du photon.

On peut alors faire la correspondance suivante :

$$\begin{aligned}
 |\text{graphe 2a})|^2 & \quad \text{---} & \text{Fig. } 6_1 \\
 |\text{graphe 2b})|^2 & \quad \text{---} & \text{Fig. } 6_2 \\
 \text{Interférences 2a, 2b} & \quad \text{---} & \text{Fig. } 6_3 \\
 |\text{graphe 5a})|^2 & \quad \text{---} & \text{Fig. } 6_4 \\
 \text{Interférences 5a, 5b} & \quad \text{---} & \text{Fig. } 6_{5,6,7}
 \end{aligned} \tag{11}$$

L'absence des singularités infrarouges dans le résultat est reliée au fait que la somme des contributions 6_1 à 6_7 est la section efficace totale à l'ordre g^2 , qui ne distingue pas les états dégénérés. Mais la plupart des contributions de la Fig. 6 sont individuellement divergentes, les compensations intervenant grâce aux termes d'interférence qui ne sont pas nécessairement positifs.

Le calcul se fait en appliquant les règles de Feynman. Il est commode d'introduire une masse μ non nulle au gluon et de faire $m_q=0$ dès le début. C'est techniquement plus simple et cela lève toutes les divergences d'un coup : les gluons ne peuvent plus avoir une énergie nulle et la configuration $q \rightarrow qg||$ n'est plus réalisée dans l'espace de phase. On trouve pour les 3 contributions a), b), c) décrites ci-dessus des résultats effectivement divergents à la limite $\mu=0$:

$$\begin{aligned}
 \sigma_a &= \frac{d\sigma_0}{d \cos \Theta} \frac{g^2(E)}{3\pi^2} \left\{ -3 \log(E\delta/\mu) - 2 \log^2(2\varepsilon) - 4 \log(E\delta/\mu) \log(2\varepsilon) + 17/4 - \pi^2/3 \right\} \\
 \sigma_b &= \frac{d\sigma_0}{d \cos \Theta} \frac{g^2(E)}{3\pi^2} \left\{ 2 \log^2(2\varepsilon E/\mu) - \pi^2/6 \right\} \\
 \sigma_c &= \frac{d\sigma_0}{d \cos \Theta} \left(1 + g^2(E)/3\pi^2 \right) \left\{ -2 \log^2(E/\mu) + 3 \log(E/\mu) - 7/4 + \pi^2/6 \right\}
 \end{aligned} \tag{12}$$

On vérifie la disparition de tous les termes en $\log(\mu)$ dans la somme $\sigma = \sigma_a + \sigma_b + \sigma_c$ et on obtient le résultat suivant

$$\sigma(E, \Theta, \varepsilon, \delta) = \frac{d\sigma_0}{d \cos \Theta} \left\{ 1 - \frac{g^2(E)}{3\pi^2} (3 \log \delta + 4 \log(\delta) \log(2\varepsilon) + \pi^2/3 - 5/2) \right\} \tag{13}$$

En intégrant sur $\cos \Theta$ et en comparant à la section efficace totale à l'ordre g^2

$$\sigma_1 = \sigma_0 \left(1 + \frac{g^2(E)}{4\pi^2} \right), \tag{14}$$

avec σ_0 donné par l'équation (2), on peut calculer quelle est la fraction f des événements qui ont toute l'énergie à εE près dans un cône d'axe arbitraire et d'angle au sommet 2δ . On trouve

$$f = 1 - \frac{g^2(E)}{3\pi^2} \left\{ 3 \log \delta + 4 \log \delta \log 2\varepsilon + \frac{\pi^2}{3} - 7/4 \right\} \tag{15}$$

On voit que, à la limite $E \rightarrow \infty$, $g^2 \rightarrow 0$ comme $1/\log E$ et $f \rightarrow 1$: à haute énergie la quasi-totalité des événements sont du type 2-jets opposés.

L'utilisation de la formule (15) doit être faite avec quelques précautions dans le choix de ϵ et δ . Certaines sont discutées par Stevenson^[7]. Il faut noter en particulier que le coefficient de $\log \delta$ dans (15) s'annule pour $\epsilon = 1/2 e^{-3/4} = .236$. Au voisinage de cette valeur ϵ_{crit} de ϵ , la valeur de δ correspondant à une fraction f donnée est donc instable.

La formule (15) permet également d'estimer la variation en énergie de l'angle au sommet du cône pour des fractions ϵ et f données de l'énergie et du nombre total d'évènements.

On a, en utilisant $\frac{g^2(E)}{3\pi^2} = \frac{8}{25 \log(E/\Lambda)}$,

$$\delta(f, \epsilon, E) = \exp\left[-\frac{(\pi^2/3-7/4)}{3+4 \log 2\epsilon}\right] (E/\Lambda)^N \quad (16)$$

$$N = \frac{25(1-f)}{8(3+4 \log 2\epsilon)}$$

Ces équations ont un sens pour ϵ et δ suffisamment petits. Il faut donc $\epsilon < \epsilon_{crit}$, ce qui rend N négatif : l'angle dans lequel se trouve l'énergie $(1-\epsilon)E$ décroît comme une puissance inverse de l'énergie. C'est le moment de se rappeler que l'estimation du modèle des partons est que les particules de $p_{//} = z E/2$ font en moyenne avec l'axe des jets de quark un angle

$$\langle \eta \rangle \approx \frac{2 \langle p_{\perp} \rangle}{z E} \quad (17)$$

On peut donc espérer voir émerger un jet *conique* se distinguant du cylindre (non perturbatif) de fragmentation des quarks, pour E assez grand, si N (eq.16) est plus grand que -1 soit,

$$\epsilon < \frac{1}{2} \exp\left[-\left[\frac{3}{4} + \frac{25}{32} (1-f)\right]\right] \quad (18)$$

Pour $f = .7$, on trouve $\epsilon < .19$

5. LA SPHEROCITE

Une conséquence possible de ce qui précède et de sa généralisation aux situations à plus de 2 jets (jets de gluons) est qu'une catégorie d'expériences pour lesquelles QCD perturbatif est prédictif est celle des expériences de *calorimétrie*. On peut calculer des sections efficaces et distributions angulaires pour des flux d'énergie émis dans de petits angles solides. Cependant, tous les détecteurs ne sont pas, heureusement, des calorimètres et il est utile de définir des procédures permettant de remonter des propriétés mesurées des (ou d'une partie des) particules finales à celle d'un jet éventuel.

Le premier problème est celui de la mise en évidence expérimentale d'un jet. Pour cela il faut détecter l'existence d'une (ou de plusieurs) direction privilégiée le long de laquelle les particules ont tendance à s'aligner. La *sphéricité*

$$S = \frac{3}{2} \min \frac{\sum p_{\perp}^2}{\sum p^2} \quad (19)$$

est, de ce point de vue, efficace. On cherche l'axe suivant lequel, dans chaque évènement, la somme des moments transverses au carré des particules sont minimaux. Pour des évènements idéaux exactement sphériques (distribution isotrope avec tous les moments égaux), $S=1$. Pour des évènements de type jets de quark idéaux sans fluctuation transverse dans la fragmentation du quark, $S=0$. Un histogramme du nombre d'évènements en fonction de S piqué vers les petits S est donc révélateur de l'existence de jets. Nous ne donnerons pas ici les résultats correspondants à ce type d'analyse de l'annihilation e^+e^- . Ils figurent dans de nombreuses revues^[1],

Efficace pour la détection d'axes privilégiés, la sphéricité ne répond cependant pas à un second critère utile, celui d'être calculable en perturbation en QCD. Dépendant des carrés des moments des particules, ce n'est en effet pas une quantité intrinsèque pour un candidat jet : 2 jets contenant une particule de moment \vec{p} , et 2 particules de moment $\vec{p}/2$ (à des fluctuations transverses près) n'ont pas la même sphéricité. Autrement dit, ce n'est pas une quantité suffisamment inclusive. Une "bonne" variable doit dépendre essentiellement de l'énergie totale du jet, énergie qui, en perturbation, sera soit celle d'un quanta (quark ou gluon), soit celle d'un état dégénéré avec lui (addition de gluons mous ou alignés).

Georgi et Machacek^[8] ont proposé une nouvelle variable, la *sphéricité*

$$S' = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \min \left\{ \frac{\sum |p_{\perp}|}{\sum |p|} \right\}^2, \quad (20)$$

qui peut être calculée en perturbation pour les raisons discutées ci-dessus. Le coefficient $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2$ assure que $S'=1$ pour un évènement sphérique idéal. Elle dépend de la somme *linéaire* des moments. Pour un modèle de partons, on obtient une valeur $S'_{\text{Non Pert.}}$ donnée par

$$S'_{\text{N P}} \approx \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \left(\frac{300 \text{ MeV}}{E}\right)^2 \langle n \rangle^2, \quad (21)$$

où $\langle n \rangle$ est la multiplicité moyenne de particules, les 300 MeV représentant la valeur moyenne de moment transverse d'une particule dans la fragmentation d'un parton. $S'_{\text{N P}}$ décroît avec l'énergie comme $1/E^2$.

Pour calculer S' en perturbation à l'ordre $g^2(E)$, on considère la contribution d'"évènements" $e^+e^- \rightarrow qqg$ (Fig. 2), celle de $q\bar{q}$ étant nulle. La section efficace, en négligeant les masses et en posant $x = 2|\vec{q}|/E$, $\bar{x} = 2|\vec{\bar{q}}|/E$, est donnée par

$$\frac{1}{\sigma_0} \frac{d\sigma}{dx d\bar{x}} = \frac{2}{3} \frac{g^2(E)}{4\pi^2} \frac{x^2 + \bar{x}^2}{(1-x)(1-\bar{x})} \quad (22)$$

On notera la singularité de "gluon aligné", à $x=1$ ou $\bar{x}=1$. La sphéricité d'un tel évènement est

$$S'(x, \bar{x}) = 4(4/\pi)^2 (1-x)(1-\bar{x})(x+\bar{x}-1) \text{ Min} \left[x^{-2}, \bar{x}^{-2}, (2-x-\bar{x})^{-2} \right], \quad (23)$$

le quantum le plus énergétique définissant l'axe du jet [Exercice : retrouver (23)]. La sphéricité moyenne s'obtient en pondérant $S'(x, \bar{x})$ par la section efficace (22) et en intégrant sur x et \bar{x} .

Noter la disparition de la singularité à $x=1$ ou $\bar{x}=1$: si le gluon s'aligne la σ_{eff} diverge, mais la sphéricité de l'évènement devient nulle !. Le résultat de l'intégration est

$$S'_P = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \times \frac{g^2(E)}{4\pi^2} \times \frac{4}{3} \left(64 \log \frac{3}{2} - \frac{229}{9}\right) \quad (24)$$

Cette quantité $\rightarrow 0$ très lentement (en $1/\log(E/\Lambda)$), et pour une énergie suffisamment haute, elle est supérieure à S'_{NP} , décroissant en $1/E^2$. Georgi et Machacek^[1] évaluent l'énergie de transition vers $E=20$ GeV (domaine de Petra et Pepp). La détection d'un tel changement de régime de la sphéricité en fonction de l'énergie serait un test très convaincant de QCD.

6. LES SOURCES DE JETS DE GLUON

Nous avons vu déjà que l'annihilation e^+e^- en hadrons dans le continuum est une source possible de gluons. La fraction $1-f$ des évènements donnée au paragraphe 4 correspond précisément à des gluons en principe séparables des quarks (l'angle quark-gluon est supérieur à δ et l'énergie du gluon supérieure à ϵE).

Il y a d'autres façons de "produire" des gluons dans l'annihilation e^+e^- . Elles reposent sur l'utilisation des familles d'états liés de type charmonium. A part les J/ψ , Ψ' etc..., on dispose probablement d'au moins une autre famille, celle du $\Upsilon(9.5)$. Les désintégrations de ces états liés de quarks lourds dans les canaux hadroniques ou semi-hadroniques ($\gamma + \text{hadrons}$) impliquent une transition entre états contenant des quarks de saveurs différentes (transition violant la règle de Iizuka-Okubo-Zweig (OZI)). En QCD, seuls les gluons, universellement couplés aux différentes saveurs, peuvent induire de telles transitions. Un taux total de désintégration est donc interprété comme un taux total de désintégration d'un état lié de quarks lourds $Q\bar{Q}$ en gluons et quarks légers (Fig. 7), de façon tout à fait analogue à la désintégration du positronium en photons.

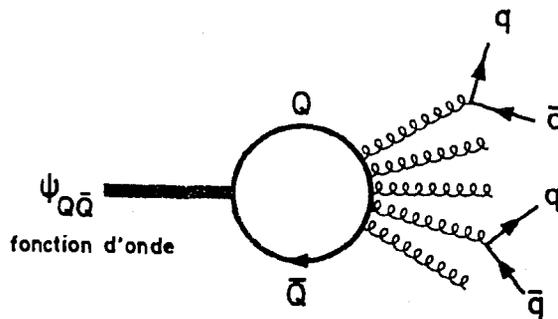


Fig. 7

Désintégrations d'un état lié $\psi(Q\bar{Q})$ en gluons et quarks $q\bar{q}$ plus légers.

La possibilité de traiter le problème en perturbation relève des arguments suivants. Si les résultats de Kinoshita^[4] en QED s'appliquent à QCD, on s'attend à ce qu'une largeur totale (reliée pour les mesons vecteurs V à la discontinuité totale du propagateur du photon à la masse d'une résonance) soit finie à chaque ordre (compensations des diverses singularités infrarouges). D'autre part, l'annihilation $Q\bar{Q}$ dans l'état lié est un processus à relativement courte portée puisque les quarks se trouvent confinés dans une région de l'ordre de $1/m_Q$ pour m_Q suffisamment grand. On peut donc faire un calcul en perturbation en utilisant comme échelle de masse pour le choix du point de renormalisation la masse m_Q . $g^2(m_Q^2)$ est alors petit (liberté asymptotique). A l'ordre le plus bas l'annihilation $Q\bar{Q}$ est décrite par

$$Q\bar{Q} \rightarrow n \text{ gluons} \quad (25)$$

et l'annihilation radiative inclusive par

$$Q\bar{Q} \rightarrow m \text{ gluons} + \gamma. \quad (26)$$

m, n sont les nombres minimaux de gluons compatibles avec les nombres quantiques des états liés.

Les désintégrations utiles sont les suivantes :

$${}^3S_1(J/\psi, \psi'; \gamma, \dots) \rightarrow 3 \text{ gluons} \quad (27a)$$

$${}^1S_0(\eta_c, \eta_c'; \dots) \rightarrow 2 \text{ gluons} \quad (27b)$$

$${}^3P_J(\chi_{J=0,2}; \dots) \rightarrow 2 \text{ gluons} \quad (27c)$$

$${}^3S_1(J/\psi, \psi'; \gamma, \dots) \rightarrow \gamma + 2 \text{ gluons} \quad (27d)$$

Le processus 27b) est pour l'instant académique. Les pseudoscalaires du charmonium (on ne sait rien encore du upsilonium) posent un certain nombre de problèmes non résolus (taux de branchement $J/\psi \rightarrow \eta_c + \gamma$, $\psi' \rightarrow \eta_c' + \gamma$, largeur hadronique ...). De toutes façons, leur production en e^+e^- en partant des états V est faible et ils constituent une source trop peu intense de gluons. Par contre les "réactions" 27c) et 27d) sont intéressantes car les états impliqués sont bien établis, relativement bien compris et le modèle utilisé semble fiable. Ils conduisent de plus à des états à 2 gluons, plus faciles à analyser que les états à 3 (les plus faciles à produire néanmoins en e^+e^-). Les expériences à faire sont donc du type

$$\begin{aligned} e^+e^- \rightarrow V \rightarrow 3 \text{ gluons} & \quad \text{a)} \\ \rightarrow V \rightarrow \gamma_{\text{mono}} + \chi & \quad \text{b)} \\ \rightarrow V \rightarrow \gamma_{\text{énergique}} + 2 \text{ gluons} & \quad \text{c)} \end{aligned} \quad (28)$$

où V est un vecteur de masse la plus élevée possible sur laquelle on cale l'énergie de la collision (Fig. 8)

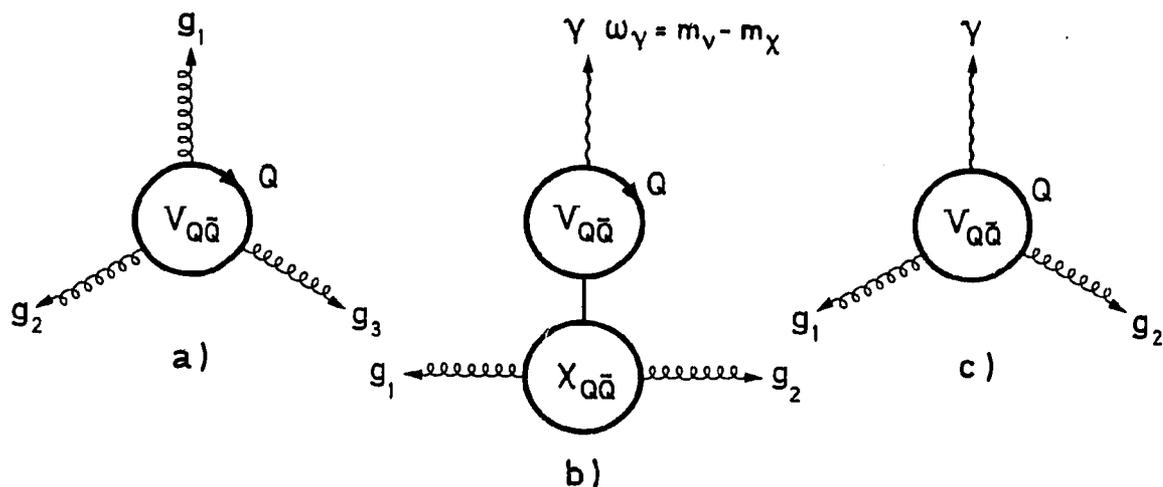


Fig. 8

Désintégrations à l'ordre le plus bas en QCD de quelques états liés $Q\bar{Q}$. a) Vecteur $1^{--} \rightarrow 3g$. b) Vecteur $1^{--} \rightarrow \gamma$ mono chromatique + état χ (onde P, $J=0,2$), $\chi \rightarrow 2g$. c) Vecteur $1^{--} \rightarrow \gamma + 2g$.

Une littérature abondante couvre la phénoménologie de ces désintégrations du point de vue QCD. Pour les formules correspondant aux réactions 28 a), b), on peut consulter la Ref. [9] et la bibliographie qui y est contenue. Pour 28 c), voir les Refs. 10).

Ayant identifié les sources possibles de gluons, nous pouvons maintenant examiner les méthodes de détection des éventuels jets associés. Il s'agira essentiellement de critères *cinématiques*, peu de choses étant connues sur les caractéristiques comparées (multiplicités, fonctions de fragmentation) des jets de quarks et des gluons.. Il est fréquemment fait allusion à une multiplicité des jets de gluons qui serait 9/4 fois plus grande que celle des jets de quarks. Ceci repose sur le modèle naïf que le nombre de hadrons de fragmentation d'un parton est proportionnel au nombre de gluons de bremsstrahlung qu'il émet^[11] (Fig. 9).

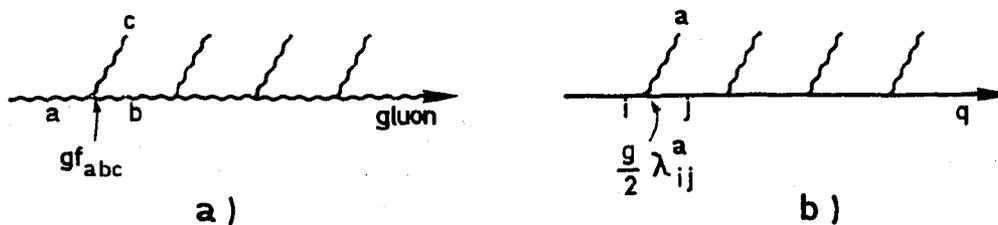


Fig. 9

Bremsstrahlung par un gluon (a) et par un quark (b). Les couplages à $3g$ et $q\bar{q}g$ sont donnés par la même constante de couplage g fois une matrice explicitant les contenus en couleur.

L'amplitude A_g pour un gluon (Fig. 9a) est engendrée par le couplage à 3 gluons $g f_{abc}$, et l'amplitude A_q pour un quark (Fig. 9b) par le couplage $g/2 \lambda_{ij}^a$. f_{abc} est la constante de structure de $SU(3)_{\text{couleur}}$, abc sont les indices de couleur des gluons, λ_{ij}^a est l'élément ij de la $a^{\text{ème}}$ matrice 3×3 de $SU(3)$ (représentation adjointe). Les quantités intervenant dans les modules au carré de ces amplitudes sont

$$\frac{1}{8} \times g^2 \sum_{a,b,c=1,8} f_{abc}^2 = 3 g^2 \text{ pour l'émission par un gluon ,}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{g^2}{4} \sum_{\substack{a=1,8 \\ i,j=1,3}} (\lambda_{ij}^a)^2 = \frac{4}{3} g^2 \text{ pour l'émission par un quark ;}$$

les facteurs $1/8$ ou $1/3$ dans ces formules correspondent à la moyenne sur la couleur initiale du gluon ou du quark, le résultat étant évidemment indépendant de la couleur initiale. Les couplages effectifs intervenant dans le bremsstrahlung d'un gluon ou d'un quark sont donc dans le rapport $9/4$.

La valeur de ces arguments est très problématique. En particulier elle repose sur l'hypothèse que les hadrons sont produits proportionnellement au nombre de gluons émis. En QED les paires e^+e^- sont émises proportionnellement au nombre de photons radiés (à l'ordre le plus bas). Rien n'indique qu'il en est de même en QCD : le gluon porte une charge de couleur qui doit s'annihiler avec par exemple celle de gluons voisins en rapidité (alors que le photon est neutre).

La multiplicité associée à chaque gluon peut donc dépendre de l'intervalle en rapidité qui le sépare du voisin. Si g^2 est petit, il y a moins de gluons émis, mais l'intervalle en rapidité augmente et il faut (peut-être) davantage de hadrons dans cet intervalle pour annihiler la charge de couleur [12]. Pour fixer les idées, supposons que le nombre moyen de hadrons par gluon émis est proportionnel à l'intervalle moyen $\log S / \langle n_g \rangle$ séparant deux gluons voisins quel que soit l'émetteur des gluons (quark ou gluon), le nombre de hadrons reste

$$\langle n_h \rangle \approx \langle n_g \rangle \times \left(k \times \frac{\log S}{\langle n_g \rangle} \right) = k \log S \quad (29)$$

indépendant de $\langle n_g \rangle$. On voit que l'argument conduit à une multiplicité hadronique identique pour quarks et gluons, contrairement à l'argument précédent. On peut penser qu'aucun des 2 arguments n'est très convaincant, mais cela signifie en tout cas que la multiplicité n'est sûrement pas un bon identificateur de gluon.

7. METHODES DE DETECTION DES JETS DE GLUON.

Nous avons exposé aux paragraphes 4 et 5 comment on peut construire une quantité attachée aux j qui, comme la sphérocité, soit sans singularités de masse à chaque ordre des perturbations. D'autres quantités ont été proposées avec des propriétés similaires, et nous n'en ferons pas une présentation et une discussion exhaustives. Remarquons que dans les cas 28 a) et c) de désintégration d'un méson vecteur, la réaction se passe perturbativement dans un plan. Il est donc utile

de définir une méthode de détection d'un plan privilégié. Les effets non perturbatifs (fragmentation des gluons) créeront bien entendu une dispersion par rapport à ce plan.

L'Acoplanarité.

L'acoplanarité est définie par

$$A = 4 \min \left\{ \frac{\sum_i |p_{out}^i|}{\sum_i |p^i|} \right\} \quad (30)$$

C'est une généralisation évidente de la sphéricité, \vec{p}_{out} étant l'impulsion des particules normale à un plan arbitraire, le minimum étant pris par rapport à toutes les orientations possibles de ce plan. $A=0$ à l'ordre le plus bas en QCD pour tous les systèmes à 2 ou 3 jets. Une déviation par rapport à 0 commencera à l'ordre suivant (contributions de 4 jets).

Lorsqu'un plan a été éventuellement détecté, on procède à l'intérieur de ce plan à la recherche d'axes privilégiés. Une autre méthode de recherche de plan est proposée dans la Réf. [13].

La Poussée [Thrust]

A part la sphéricité, déjà décrite, Fahri a proposé la Poussée^[14] pour la recherche d'axes de jets. La définition est

$$T = 2 \max \frac{\sum p_{//}}{\sum |p|} \quad (31)$$

Cette variable a de "bonnes" propriétés en QCD. $T=1$ pour les jets $q\bar{q}$. $1-T$ mesure donc l'écart à la structure en 2 jets. Les résultats expérimentaux obtenus à Doris sur et au voisinage du Υ (9.5)

montrent une augmentation brutale de $1-T$ sur la résonance, indiquant une topologie très différente (il est difficile d'y voir dès maintenant une topologie à 3 gluons) de la topologie habituelle dans l'annihilation. Frautschi et Krzywicki^[15] ont proposé une méthode ayant en

principe un meilleur "pouvoir séparateur" consistant à maximiser

$$\sum |p_{//}^i| e^{-ap_{\perp}^i}$$

par rapport à une direction arbitraire selon laquelle la particule i a les impulsions longitudinale et transverse $p_{//}^i$ et p_{\perp}^i respectivement.

L'indicatrice de jet et la recherche d'évènements "3 jets"

Des évènements à trois jets ayant une poussée moins forte que ceux à deux jets, on peut "enrichir" les données en évènements trois jets ($q\bar{q}g$ dans le continuum, $3g$ ou $2g + 1\gamma$ sur une résonance par exemple) en fixant T à une valeur un peu plus grande que la valeur moyenne. Nous renvoyons à la réf. [13] pour un exposé détaillé et un ensemble de calculs et de prédictions QCD pour les principaux cas intéressants. Nous ne donnons ici que le principe de la méthode.

Supposons trouvé un plan privilégié au voisinage duquel se trouvent les particules. Dans ce plan, on prend comme origine des angles $\Theta=0$, la direction suivant laquelle la poussée

est maximum. On oriente ensuite le plan, en définissant comme quadrant $180^\circ > \Theta > 90^\circ$ celui des deux opposés à la direction $\Theta = 0$ qui contient le plus de moment. Si un événement est effectivement "3 jets", $\Theta = 0$ est l'axe du plus énergétique, les deux autres, par ordre d'énergie décroissante, étant dans les 2^{ème} et 3^{ème} quadrants. Tous les événements correspondant à une certaine valeur de la poussée sont maintenant surimposés en faisant coïncider leur axe $\Theta = 0$ et l'orientation dans le plan.

A partir des événements expérimentaux, on construit la quantité

$$P(T, \Theta) = p \frac{d\sigma}{dT d\cos^2\Theta} \quad (32)$$

associée à une particule d'impulsion p dans la direction Θ et on porte dans la direction Θ un vecteur de longueur P (le "pointing vector"). La courbe lieu des extrémités des vecteurs est l'indicatrice de jet. Si le poids des événements 3 jets est suffisamment grand, et les jets constitués de particules bien alignés suivant leurs axes respectifs, l'histogramme obtenu en fonction de Θ à T fixé prendra l'aspect d'un grand pic, relativement étroit, à $\Theta = 0$, et de deux pics secondaires dans les 2^{ème} et 3^{ème} quadrants. Cette structure devrait être d'autant plus apparente que T est plus loin de 1, avec bien entendu comme conséquence des statistiques très faibles.

En perturbation, les événements 3 jets sont particulièrement simples à l'ordre le plus bas ($q\bar{q}g$ ou 3 gluons ou $\gamma + 2$ gluons), chaque jet se réduisant à un seul quantum. La section efficace est facile à calculer, et on peut toujours l'exprimer en fonction de T et $\cos\Theta$ comme variables indépendantes. L'indicatrice de jet est ainsi très facile à obtenir à l'ordre minimum. La Ref.[13] contient des exemples d'applications tenant compte des fluctuations non perturbatives transverses aux directions des jets, en vue d'une comparaison plus réaliste avec d'éventuels événements expérimentaux.

On peut espérer que les énergies atteintes par Petra et Pep permettront la détection de tels événements et l'examen des propriétés des jets attendus de gluons. La masse du γ est probablement trop faible pour une mise en évidence claire. La baisse de T à la résonance va dans le bon sens, mais il paraît difficile dans l'état actuel des données expérimentales de trouver par exemple nettement un plan de réaction. La situation est de ce point de vue analogue à celle de l'annihilation e^+e^- en dessous de 4 à 5 GeV, qui ne permettait pas la détection d'axes de quarks. Il est évident qu'une résonance ($t\bar{t}$?) vers 30 GeV serait une source de gluons de bien meilleure qualité.

REFERENCES

1. G. Hanson et al. *Phys. Rev. Lett.* 35, (1975) 1609; SLAC Report N°SLAC-PUB-1814 (Sept. 76).
2. G. Sterman et S. Weinberg; *Phys. Rev. Lett.* 39 (1977) 1436.
3. T. D. Lee et M. Nauenberg, *Phys. Rev.* 133 (1964) 1549.
4. T. Kinoshita, *Journal of Math. Phys.* 3 (1962) 650.
5. Y. P. Yao, *Phys. Rev. Lett.* 36 (1976) 653; T. Applequist, J. Carazzone, H. Kluberg-Stern et M. Roth, *Phys. Rev. Lett.* 37 (1976) 319; G. Sterman, *Phys. Rev.* D14, (1976) 2123.
6. D. Iagolnitzer; *Thèse d'Etat (Paris 1967)*.
7. P. M. Stevenson : comments on the Sterman-Weinberg formula; *preprint ICTP/77-78/25* (July 1978).
8. H. Georgi et M. Machacek, *Phys. Rev. Lett.* 39 (1977) 1237
9. J.D. Jackson, *Lectures on the new particles* - LBL - preprint 5500 (August 1976); proceedings of the Summer Institute on particle Physics, SLAC - Standford CA, August 2-13 (1976).
10. a) S. Brodsky, T. A. de Grand, R. R. Horgan and D. G. Coyne, *Phys. Lett.* 73B (1978), 203; H. Fritzsch and K. H. Streng, *Phys. Lett.* 74B (1978), 90; K. Koller and T. Walsh, *Desy preprint 78/16* (Mars 1978).
b) A. Billoire, R. Lacaze, A. Morel, H. Navelet, *preprint Saclay* - DPh-T/78/71 (Août 1978).
11. S. J. Brodsky and J. F. Gunion, *Phys. Rev. Lett.* 37 (1976), 402; S. J. Brodsky, *Proceedings of the 12th rencontre de Moriond*. T. T. Van Ed. March 6-18 (1977).
12. S. Nussinov, *Communication privée*.
13. A. de Rujula, J. Ellis, E. G. Floratos, M. K. Gaillard, *Nucl. Phys.* B 138 (1978) 387.
14. E. Fahri, *Phys. Rev. Lett.* 39 (1977) 1587.
15. S. Frautschi et A. Krzywicki - LPTPE 78/19 (June 1978). A paraître dans Zeitschrift für Physik C : Particles and Fields.

