

**Thomas Thümmler**

**Präzisionsüberwachung und Kalibration  
der Hochspannung für das  
KATRIN-Experiment**

**- 2007 -**



Experimentelle Physik

Dissertationsthema  
Präzisionsüberwachung und Kalibration  
der Hochspannung für das  
KATRIN-Experiment

Inaugural-Dissertation  
zur Erlangung des Doktorgrades  
der Naturwissenschaften im Fachbereich Physik  
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster

vorgelegt von  
Thomas Thümmler  
aus Wiesbaden

- 2007 -

---

Dekan:	Prof. Dr. J. P. Wessels
Erster Gutachter:	Prof. Dr. Chr. Weinheimer
Zweiter Gutachter:	Prof. Dr. J. P. Wessels
Tag der mündlichen Prüfung:	12.11.2007
Tag der Promotion:	12.11.2007

# Zusammenfassung

Seitdem Neutrinooszillationsexperimente zeigen konnten, dass Neutrinos eine endliche Ruhemasse tragen, ist klar, dass ihre Rolle u. a. in Teilchenphysik, Astrophysik und Kosmologie nicht mehr vernachlässigt werden darf. Da bislang jedoch nur Obergrenzen oder modellabhängige Vorhersagen ermittelt werden konnten, ist es das Ziel des KATRIN(KARlsruhe TRItium Neutrino)-Experiments, die Neutrinomasse auf direktem Weg aus der Kinematik des Tritium- $\beta$ -Zerfalls zu bestimmen. KATRIN nutzt die hohe Auflösung und Luminosität eines Spektrometers nach dem MAC-E-Filter-Prinzip und die mit den Erfahrungen aus den erfolgreichen Vorgängerexperimenten in Mainz und Troitsk weiterentwickelte experimentelle Technologie, um eine Sensitivität auf die Neutrinomasse von  $0,2 \text{ eV}/c^2$  (90% C.L.) zu erreichen. Dazu muss u. a. die systematische Unsicherheit bei der Messung und der Überwachung des elektrostatischen Filterpotenzials des MAC-E-Filters reduziert werden, denn zur präzisen Energiebestimmung der  $\beta$ -Zerfallselektronen ist eine genaue Kenntnis der Potenzialdifferenz zwischen Quelle und Spektrometer erforderlich. Eine unbekannte Fluktuation  $\sigma$  der Hochspannungsüberwachung ist direkt mit einer Verschiebung der Messgröße des Neutrinomassenquadrats  $\Delta m_\nu^2 c^4 = -2 \sigma^2$  verknüpft. Im Tritium-Messbetrieb müssen Spannungen von  $U_0 = -18,6 \text{ kV}$  permanent mit einer maximalen Unsicherheit von  $3,3 \text{ ppm}$  ( $\approx 61 \text{ mV}$  bei  $U_0$ ) überwacht werden, um nicht mehr als  $\Delta m_\nu^2 c^4 \leq 0,0075 \text{ eV}^2$  zur systematischen Unsicherheit beizutragen.

Da für den genannten Hochspannungs- und Präzisionsbereich keine kommerziellen Produkte existieren, war es das Ziel dieser Arbeit, in Kooperation mit der PTB Braunschweig (Dr.-Ing. K. Schon, Dipl.-Ing. R. Marx) einen neuen Präzisionshochspannungsteiler aufzubauen, der Unsicherheiten von etwa  $1 \text{ ppm}$  bei Spannungen bis  $35 \text{ kV}$  erreicht. Im Spannungsteiler wird ein neuer Typ von Präzisionswiderständen eingesetzt, für welche das Aufwärmverhalten und die Temperaturkoeffizienten im ppm-Bereich bestimmt wurden. Durch Kombination von 100 der besten Exemplare mit etwa paarweise entgegengesetztem Verhalten konnte das gemeinsame Aufwärmverhalten auf rechnerisch  $< 0,02 \text{ ppm}$  reduziert werden. Die Präzisionswiderstände werden in einem abgeschirmten, temperaturstabilisierten Behälter unter  $\text{N}_2$ -Atmosphäre betrieben. Die Eigenschaften der beiden Abgriffe in den Maßstabfaktoren 1972:1 und 3944:1 wurden im Gleichspannungslabor der PTB (Abteilung 2.31) im Abstand von etwa einem Jahr wiederholt bestimmt. Es zeigt sich, dass der neue Spannungsteiler erfolgreich eine Stabilität und Reproduzierbarkeit im sub-ppm-Bereich erzielt. Die im Abstand von etwa einem Jahr gemessenen PTB-Werte zeigen eine Langzeitstabilität von etwa  $0,60 \text{ ppm/Monat}$  (1972:1) und  $0,56 \text{ ppm/Monat}$  (3944:1). Damit erfüllt der neue Spannungsteiler die Anforderungen des KATRIN-Experiments und es ist gelungen, neben dem PTB-Referenzspannungsteiler (bis  $100 \text{ kV}$ ), einen der stabilsten Spannungsteiler der Welt für Spannungen bis  $35 \text{ kV}$  aufzubauen.

Die Praxistauglichkeit des Spannungsteilers wurde bei Testmessungen mit dem Prototypaufbau der kondensierten  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Kalibrationsquelle (CKrS) [Ost08] am Mainzer Spektrometer überprüft. Letzteres soll später als KATRIN-Monitorspektrometer eingesetzt werden und wurde daher für die Testmessungen zum ersten Mal bei etwa  $1 \text{ eV}$  Auflösung betrieben, was sehr starke Korrekturfelder in den Luftspulen erfordert. Die Magnetfeldkonfigurationen wurden nach den Maßstäben des elektromagnetischen Designs des KATRIN-Hauptspektrometers optimiert. Das Transmissionsverhalten des Mainzer Spektrometers bei solch hohen Auflösungen wurde in Zusammenarbeit mit Dr. F. Glück (Forschungszentrum Karlsruhe) durch mikroskopische Teilchenbahnverfolgungsrechnungen überprüft und mit den Messungen erfolgreich verglichen. Damit ist der prinzipielle Nachweis erbracht, dass das Mainzer Spektrometer als hochauflösendes KATRIN-Monitorspektrometer eingesetzt werden kann. Die im Zuge der Testmessungen durchgeführten ausgedehnten Stabilitätsmessungen der Energie der  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ - $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronen zeigen, dass es mit Serienmessungen möglich ist, die Linienenergie mit einer relativen Stabilität von etwa  $1 \text{ ppm}$  ( $\approx 18 \text{ meV}$ ) zu bestimmen. Obwohl die Messungen aufgrund des Prototypenstadiums der CKrS nur eine eingeschränkte Aussage zur Langzeitstabilität zulassen, bestätigen sie, dass die gemeinsame Stabilität des Spannungsteilers, der gesamten Messkette und des Quellpräparates im niedrigen ppm-Bereich liegt, wie es für KATRIN erforderlich ist.

*Whenever you invent a method  
ten or a hundred times better than the existing ones,  
you can be sure that this will lead to new science.*

Heinz Maier-Leibnitz



# Abstract

Since neutrino oscillation experiments showed that neutrinos have a non-vanishing rest mass, their role in particle physics, astrophysics, or cosmology must not be neglected anymore. Until now only limits or model dependent estimates for the neutrino mass exist. The goal of the KATRIN (Karlsruhe TRitium Neutrino) Experiment is to directly determine the neutrino rest mass from the kinematics of the tritium- $\beta$ -decay. KATRIN uses the high resolution and luminosity of a spectrometer following the MAC-E filter principle. Based on the experience of the successful predecessor experiments in Mainz and Troisk and the improved experimental technology, KATRIN aims to reach a sensitivity on the neutrino mass of  $0.2 \text{ eV}/c^2$  (90 % C.L.). One of the few systematic uncertainties that have to be reduced to meet this goal is the uncertainty of measuring and monitoring the potential of the electrostatic filter of the spectrometer. In order to precisely measure the energy of the  $\beta$ -decay electrons, the potential difference between source and spectrometer has to be known accurately. Any unknown fluctuation  $\sigma$  of the high voltage monitoring directly leads to a shift  $\Delta m_{\nu_e}^2 c^4 = -2\sigma^2$  of the observable, the squared mass of the neutrino. In tritium measurement mode voltages of about  $U_0 = -18.6 \text{ kV}$  have to be permanently monitored with a maximum uncertainty of 3.3 ppm ( $\approx 61 \text{ mV}$  at  $U_0$ ), in order not to add more than  $\Delta m_{\nu_e}^2 c^4 \leq 0.0075 \text{ eV}^2$  to the total systematic uncertainty.

Since measuring equipment for high voltages in the given precision range is not commercially available, the goal of this work is to build a new precision high voltage divider in cooperation with PTB Braunschweig (Dr.-Ing. K. Schon, Dipl.-Ing. R. Marx) that reaches an uncertainty of about 1 ppm at voltages up to 35 kV. The divider is based on a new type of precision resistors, which have been screened with respect to their warm up drift and their temperature coefficient at the ppm level. By combining 100 of the best matching samples, the mutual warm up effect could be reduced to a computed value of  $< 0.02$  ppm. The precision resistors are mounted in a shielded and temperature stabilized vessel under  $\text{N}_2$  gas. The properties of both installed low voltage outputs with the ratios 1972:1 and 3944:1 have been repeatedly calibrated with about one year time difference at the DC high voltage laboratory (division 2.31) of PTB. The measurements show that the new divider successfully reaches a stability and reproducibility at the sub-ppm level. The values measured at PTB with about one year time difference show a long-term stability of the absolute divider ratio of about 0.60 ppm/month (1972:1), 0.56 ppm/month (3944:1) respectively. As a conclusion, the new divider meets the requirements of the KATRIN Experiment and we successfully built one of the most precise high voltage dividers in the world for up to 35 kV besides the PTB reference divider (up to 100 kV).

The performance of the new divider in real measurements has been tested with the prototype of the new condensed  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  calibration source (CKrS) [Ost08] at the Mainz spectrometer. In the future the latter will be used as the KATRIN monitor spectrometer, hence it has been operated for the first time at a resolution of about 1 eV, which means strong correction fields are needed by the air-coil system. The magnetic field configuration has been optimized following the recommendations of the electromagnetic design of the KATRIN main spectrometer. In cooperation with Dr. F. Glück (Karlsruhe research center, FZK) the transmission properties of the Mainz spectrometer at such high resolutions has been investigated by microscopic particle tracking. The simulation data has been successfully compared with real measurements, proving that the Mainz spectrometer is able to work as the high resolution KATRIN monitor spectrometer. Detailed stability investigations of the energy of the  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ - $\text{K}_{32}$  conversion electrons show that it is possible to determine the line position in serial measurements with a relative stability of 1 ppm ( $\approx 18 \text{ meV}$ ). Although the measurements suffered from the prototype state of the CKrS and deriving a value for the long-term stability of the new divider or verifying the PTB results is not possible, the measurements prove that the combination of the new divider, the CKrS, and the whole measurement chain successfully reaches the ppm level, as required by KATRIN.

*Whenever you invent a method  
ten or a hundred times better than the existing ones,  
you can be sure that this will lead to new science.*

Heinz Maier-Leibnitz



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Der Beginn der Neutrinophysik . . . . .	1
1.2	Entdeckung der Neutrinos . . . . .	3
1.3	Neutrinoquellen . . . . .	6
1.3.1	Natürliche Neutrinoquellen . . . . .	7
1.3.2	Künstliche Neutrinoquellen . . . . .	9
1.4	Massive Neutrinos und Oszillationsexperimente . . . . .	10
1.5	Relevanz der Neutrinomasse in Teilchenphysik und Kosmologie . . . . .	17
1.6	Bestimmung der Neutrinomasse . . . . .	19
<b>2</b>	<b>Das KATRIN-Experiment</b>	<b>23</b>
2.1	Der Tritium- $\beta$ -Zerfall . . . . .	23
2.2	Das Prinzip des MAC-E-Filters . . . . .	27
2.3	Überblick über das KATRIN-Experiment . . . . .	33
2.3.1	Die Tritiumquelle . . . . .	34
2.3.2	Die Transportstrecke . . . . .	36
2.3.3	Die Spektrometer . . . . .	37
2.3.4	Der Detektor . . . . .	40
2.3.5	Das Monitorspektrometer . . . . .	42
2.4	Zusammenfassung der technischen Herausforderungen . . . . .	43
<b>3</b>	<b>Stabilität und Energiekalibration</b>	<b>45</b>
3.1	Statistische und systematische Unsicherheiten . . . . .	45
3.1.1	Einfluss von Störungen der Retardierungsspannung . . . . .	49
3.2	Kalibrationsquellen . . . . .	53
3.2.1	Konversionselektronenquelle $^{83m}\text{Kr}$ . . . . .	54
3.2.2	$^{241}\text{Am}/\text{Co}$ -Photoelektronenquelle. . . . .	58
3.3	Anforderungen an den Spannungsteiler . . . . .	59

<b>4</b>	<b>Der Präzisionsspannungsteiler</b>	<b>61</b>
4.1	Konstruktion des Präzisionsspannungsteilers . . . . .	61
4.1.1	Die Präzisionswiderstände . . . . .	62
4.1.2	Der mechanische Aufbau . . . . .	65
4.1.3	Primäre Widerstandskette . . . . .	66
4.1.4	Sekundäre Widerstandskette . . . . .	67
4.1.5	Kapazitive Teilerkette . . . . .	68
4.1.6	Messabgriff . . . . .	69
4.1.7	Wärmetauscher und Temperaturstabilisierung . . . . .	70
4.1.8	Überwachung der Betriebsparameter und Entkopplung . . . . .	72
4.2	Selektion der Widerstände . . . . .	72
4.2.1	Präzisionsmessung des Aufwärmverhaltens . . . . .	73
4.2.2	Aufwärmverhalten und Temperaturkoeffizient . . . . .	75
4.2.3	Aufwärmverhalten und gegenseitige Kompensation . . . . .	77
4.2.4	Selektierte Widerstände . . . . .	79
4.3	Inbetriebnahme und Testmessungen . . . . .	80
4.3.1	Ergebnis der Testmessungen . . . . .	88
<b>5</b>	<b>Kalibration am PTB - Referenzspannungsteiler</b>	<b>89</b>
5.1	Messaufbau am PTB-Referenzspannungsteiler . . . . .	89
5.1.1	Präzisionsmessungen und Kalibration der Messgeräte . . . . .	92
5.2	Durchführung der Kalibrationsmessungen . . . . .	93
5.2.1	Prinzip der Kalibrationsmessungen . . . . .	93
5.2.2	Kalibrationsphase 2005 . . . . .	94
5.2.3	Kalibrationsphase 2006 . . . . .	103
5.3	Zusammenfassung und Interpretation der Ergebnisse . . . . .	116
<b>6</b>	<b>Messungen mit der <math>^{83m}\text{Kr}</math>-Kalibrationsquelle am Mainzer Spektrometer</b>	<b>119</b>
6.1	Experimenteller Aufbau in Mainz . . . . .	119
6.1.1	Das Spektrometer . . . . .	119
6.1.2	Die Kalibrationsquelle . . . . .	120
6.1.3	Der Detektor . . . . .	125
6.1.4	Das HV-System . . . . .	126
6.1.5	Das Steuerungs- und Datenaufnahmesystem . . . . .	130
6.1.6	Durchführung der Messreihen . . . . .	132
6.1.7	Datenanalyse . . . . .	132

---

6.2	Das Mainzer Spektrometer als Monitorspektrometer für KATRIN . . . . .	137
6.2.1	Modifikation zum Monitorspektrometer . . . . .	137
6.2.2	Magnetfeld- und Spulenkonfigurationen . . . . .	138
6.2.3	Messung der Transmissionseigenschaften . . . . .	144
6.2.4	Auswertung bei verschiedenen Auflösungen . . . . .	152
6.3	Simulationsrechnungen zur Transmissionsfunktion . . . . .	155
6.3.1	Simulationen mit perfekter Axialsymmetrie . . . . .	157
6.3.2	Simulationen mit leicht gebrochener Axialsymmetrie . . . . .	162
6.3.3	Fazit der Messungen und Simulationen zum Transmissionsverlauf . . .	163
6.4	Stabilitätsmessungen mit der $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Kalibrationsquelle . . . . .	164
6.4.1	Langzeit- und Serienmessungen der $\text{K}_{32}$ -Linie ohne Preplating . . . .	164
6.5	Betrachtung weiterer Konversionselektronenlinien. . . . .	172
6.5.1	Vergleich der $\text{M1-}\gamma$ -, $\text{K-}\gamma_{32}$ - und $\text{L3-}\gamma_{32}$ -Energien . . . . .	173
6.6	Zusammenfassung der Messungen in Mainz . . . . .	178
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>181</b>
<b>A</b>	<b>Mathematischer Anhang</b>	<b>185</b>
A.1	Einschaltverhalten in Laplacedarstellung . . . . .	185
<b>B</b>	<b>Ergebnisse der Widerstandsselektion</b>	<b>189</b>
B.1	Übersicht aller Widerstände . . . . .	189
B.2	Zum Einbau ausgewählte Widerstände . . . . .	194
<b>C</b>	<b>Technische Zeichnungen</b>	<b>197</b>
C.1	Spannungsteilergehäuse . . . . .	197
C.2	Zusammenbauskizze . . . . .	201
C.3	Elektroden . . . . .	202
C.4	Gasverteilerrohr . . . . .	202
C.5	Befestigung der Widerstände . . . . .	204
C.6	Elektrodendurchführung . . . . .	207
C.7	Steuerteileranschluss . . . . .	208
<b>D</b>	<b>Bedienungs- und Arbeitsanweisungen</b>	<b>209</b>
D.1	Befüllen des Innenvolumens mit $\text{N}_2$ -Gas . . . . .	210
D.2	Inbetriebnahme des Spannungsteilers . . . . .	211
D.3	Abschalten des Spannungsteilers . . . . .	213

D.4	Wartung des Spannungsteilers . . . . .	213
D.5	Überwachung der Betriebsparameter . . . . .	214
D.6	Voltmeter Kalibrationsanleitung . . . . .	215
D.7	Eigenkalibration eines HV-Teilers . . . . .	217
D.7.1	100:1-Kalibration bei 1000 V . . . . .	218
D.7.2	100:1-Kalibration bei HV . . . . .	219
D.7.3	2000:1 (4000:1) -Kalibration bei HV . . . . .	220
D.7.4	Bemerkung zur Unsicherheit der Eigenkalibration . . . . .	220
<b>Abbildungsverzeichnis</b>		<b>221</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>		<b>225</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>227</b>
<b>Danksagung</b>		<b>233</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

In der Neutrinophysik wurden in den letzten Jahren revolutionäre Fortschritte gemacht. Neutrinooszillationsexperimente konnten zeigen, dass Neutrinos nicht masselos sind; in diesem Zusammenhang wurde auch das solare Neutrinoproblem gelöst. Des Weiteren konnte die Obergrenze für die Neutrinomasse durch  $\beta$ -Zerfalls-Experimente und Doppel- $\beta$ -Zerfalls-Experimente<sup>1</sup> um mehr als eine Größenordnung verbessert werden.

Zurzeit wird das Karlsruhe Tritium Neutrinoexperiment (KATRIN) aufgebaut, dessen Ziel es ist, die Masse des Elektronantineutrinos mit einer Sensitivität von 0,2 eV zu bestimmen, bzw. die Massengrenze um eine weitere Größenordnung zu verbessern.

Ziel dieser Arbeit ist es, zu gewährleisten, dass das Analysierpotenzial von etwa -18,6 kV im Hauptspektrometer des KATRIN-Experiments auf ppm-Niveau ( $10^{-6}$  relative Unsicherheit) stabil gemessen und mit einer ausreichenden Langzeitstabilität kontinuierlich überwacht werden kann, um die hohe Sensitivität auf die Neutrinomasse zu ermöglichen.

Zu Beginn soll hier zunächst erläutert werden, was Neutrinos sind, woher man weiß, dass sie eine Masse tragen und wie mit KATRIN ihre Masse bestimmt werden kann. Auch die übrigen in diesem Zusammenhang wichtigen Experimente werden kurz erläutert.

### 1.1 Der Beginn der Neutrinophysik

Neutrinos waren von Anfang an außergewöhnlich; im Gegensatz zur Entdeckung anderer Teilchen durch Experimente, waren sie die ersten, die theoretisch vorhergesagt wurden.

Es begann mit der Untersuchung der Radioaktivität Ende des 19. Jahrhunderts<sup>2</sup>. Die beobachteten Strahlungsarten wurden mit  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  bezeichnet. E. Rutherford und H. Geiger fanden heraus, dass es sich bei  $\alpha$ -Strahlung um Heliumkerne handelt [Rut08]. Auf Basis der Arbeiten von P. und M. Curie, H. Becquerel und W. Kaufmann konnte die  $\beta$ -Strahlung als Strom von Elektronen identifiziert werden [Kau02]. Einige Jahre später konnte Rutherford zeigen, dass es sich bei  $\gamma$ -Strahlung um hochenergetische elektromagnetische Strahlung mit Energien von einigen MeV handelt [Rut14].

---

<sup>1</sup>Es handelt sich dabei um Untersuchungen zum neutrinolosen doppelten  $\beta$ -Zerfall.

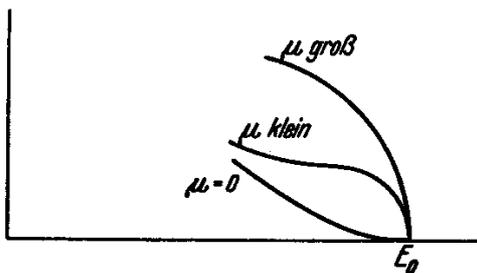
<sup>2</sup>E. Rutherford stellte bei der Untersuchung der Absorption radioaktiver Strahlung in Materie fest, dass es mehrere Komponenten gibt, die Materie verschieden stark durchdringen können. Die am leichtesten absorbierte Strahlung wurde mit „ $\alpha$ “ und die etwas durchdringendere mit „ $\beta$ “ bezeichnet. P. Villard fand eine noch durchdringendere Strahlungsart, die als „ $\gamma$ -Strahlung“ bezeichnet wurde.

Bei  $\alpha$ - und  $\gamma$ -Zerfällen wurden diskrete Linien im Energiespektrum gemessen, was aufgrund der Kinematik der beteiligten Teilchen – es handelt sich um Zwei-Körper-Zerfälle – erklärt werden konnte.

James Chadwick untersuchte 1914 das Energiespektrum des  $\beta$ -Zerfalls und erwartete dort ebenfalls einen Zwei-Körper-Zerfall und diskrete Linien. Im Gegensatz zu dieser Erwartung beobachtete er allerdings ein kontinuierliches Energiespektrum [Cha14]. Dieses überraschende Ergebnis bedeutete, dass der  $\beta$ -Zerfall im Widerspruch zu den Erhaltungssätzen für Energie, Drehimpuls und der quantenmechanischen Spinstatistik steht.

In seinem berühmten Brief vom 4. Dezember 1930 postulierte W. Pauli [Pau30] ein hypothetisches neutrales Teilchen mit Spin  $\frac{1}{2}$ , das er Neutron nannte. Dieses Teilchen sollte gemeinsam mit dem Elektron entstehen und eine ihm vergleichbare Masse haben, aber bei den Messungen nicht detektiert werden. Damit ließ sich der  $\beta$ -Zerfall als Drei-Körper-Zerfall beschreiben und das kontinuierliche Energiespektrum konnte erklärt werden, die Widersprüche waren damit entkräftet.

Das heute Neutron genannte neutrale Nukleon wurde von Chadwick 1932 entdeckt. Durch die im Vergleich zum Elektron sehr viel größere Masse war klar, dass es sich nicht um das von Pauli postulierte Teilchen handeln konnte. Zwei Jahre später wurde der Name „Neutrino“ (kleines Neutron) gebräuchlich, den E. Fermi einführte, als ihm 1934 die theoretische Beschreibung des  $\beta$ -Zerfalls gelang [Fer34]. Er beschrieb den  $\beta$ -Zerfall analog zur elektromagnetischen Wechselwirkung von Dirac mithilfe der relativistischen Quantenfeldtheorie. Der Zerfallsprozess wurde als eine Strom-Strom-Wechselwirkung beschrieben. Im Gegensatz zur elektromagnetischen Wechselwirkung setzte er die Reichweite der neuen Wechselwirkung auf Null, was zu einer punktförmigen, sogenannten Vierpunktwechselwirkung führt. Das Neutrino wird dabei als masseloses Teilchen betrachtet. In seinem Modell werden Elektron und Neutrino erst zum Zeitpunkt der Emission erzeugt, sind also kein Bestandteil des ursprünglichen Atomkerns. Fermis Theorie lieferte damit eine erfolgreiche Beschreibung der Lebensdauer  $\beta$ -instabiler Kerne, der Form ihres kontinuierlichen  $\beta$ -Spektrums und gilt mit dem untenstehenden Zusatz bis heute als Niederenergienäherung der Theorie der *schwachen Wechselwirkung*. Seit C. S. Wu 1957 die maximale Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung zeigen



**Abbildung 1.1:** Von Fermi berechneter Einfluss der Neutrinoruhemasse auf die Form des  $\beta$ -Spektrums (Quelle: [Fer34], S. 171). Die drei Kurven beschreiben den jeweiligen Verlauf für eine große, eine kleine bzw. eine verschwindende Neutrinomasse  $\mu$ .

konnte, weiß man, dass neben dem von Fermi postulierten Vektorstrom (V) auch ein Axialstrom (A) berücksichtigt werden muss [Wu57, Wu59]. Im Experiment von Goldhaber [Gol58] konnte 1958 mit der direkten Messung der Helizität die Linkshändigkeit der Neutrinos nachgewiesen werden. Die maximale Paritätsverletzung hat zur Konsequenz, dass die schwache Wechselwirkung ausschließlich auf linkshändige Teilchen<sup>3</sup> bzw. rechtshändige Antiteilchen wirkt. M. Gell-Mann und R. P. Feynman gelang es 1958 eine Beschreibung der schwachen Wechselwirkung als (V-A)-Theorie zu formulieren [Fey58].

Fermi war es schon damals möglich, auf Basis seiner Beschreibung des Verlaufs des Energiespektrums der Elektronen, eine Methode anzugeben, mit der man auf die Ruhemasse des Neutrinos schließen kann.

<sup>3</sup>Streng gilt dies nur für den geladenen schwachen Strom. An den neutralen schwachen Strom ( $Z^0$ ) koppeln auch rechtshändige Teilchen.

Das Prinzip dieses Verfahrens wird auch heute noch in den aktuellen Experimenten zur Bestimmung der Neutrinoruhemasse verwendet (s. Kap. 2.1).

Fermi leitete einen Ausdruck für eine „Energieverteilungskurve“ der Elektronen aus dem  $\beta$ -Zerfall her, deren Form insbesondere nahe ihres kinematischen Endpunkts  $E_0$  (s. Abb. 1.1) stark von der Ruhemasse  $\mu$  des Neutrinos abhängt. Basierend auf den damals verfügbaren experimentellen Daten schloss Fermi, dass „die Ruhemasse des Neutrinos entweder Null oder jedenfalls sehr klein in Bezug auf die Masse des Elektrons ist“ [Fer34]. Eine ganze Reihe von Experimenten wurde durchgeführt, um die Neutrinomasse aus dem  $\beta$ -Zerfall zu bestimmen, jedoch konnten bis jetzt nur Obergrenzen angegeben werden. Erst das KATRIN-Experiment hat das Potenzial und die Sensitivität um die Frage nach der Neutrinomasse zu beantworten.

## 1.2 Entdeckung der Neutrinos

Erst weitere 22 Jahre nach Fermis theoretischer Beschreibung des  $\beta$ -Zerfalls und 26 Jahre nach Paulis Postulat, konnten F. Reines (Nobelpreis 1995) und C. L. Cowan 1956 das Neutrino experimentell nachweisen. Mit der Entwicklung von Kernreaktoren Anfang der 1950er Jahre standen nun starke Neutrinoquellen zur Verfügung<sup>4</sup>. Wegen des Neutronenüberschusses sind die Spaltprodukte in einem Reaktorkern starke  $\beta^-$ -Strahler und senden Elektronantineutrinos  $\bar{\nu}_e$  mit Energien von einigen MeV aus. Cowan und Reines untersuchten den inversen  $\beta^-$ -Zerfall

$$\bar{\nu}_e + p \longrightarrow n + e^+ \quad (1.1)$$

am Savannah River Reaktor (USA) mithilfe eines von Szintillationsdetektoren umgebenen Behälters, gefüllt mit wässriger Kadmiumchloridlösung. Das Prinzip beruht auf der gleichzeitigen Messung der 511 keV-Photonen, die bei der Positronenvernichtung auftreten, und der um einige  $\mu\text{s}$  verzögerten Photonen der Neutroneneinfangsreaktion  $^{113}\text{Cd}(n, \gamma)^{114}\text{Cd}$ . Das Experiment wurde in verschiedenen Konfiguration und an verschiedenen Reaktoren wiederholt und endete schließlich mit dem Beweis der Existenz von Elektronantineutrinos. Reines und Cowan konnten einen Wirkungsquerschnitt für die Antineutrino-Einfangsreaktion (Gl. (1.1)) von

$$\sigma = (11 \pm 2.6) \cdot 10^{-44} \text{ cm}^2 \quad (1.2)$$

bestimmen, welcher mit der um V-A erweiterten Fermitheorie für Neutrinoenergien von  $E_\nu \leq 8 \text{ MeV}$  verträglich ist [Rei59].

Da Neutrinos keine elektrische Ladung tragen, durch deren Vorzeichen sich Teilchen und Antiteilchen voneinander unterscheiden, können Neutrinos  $\nu$  prinzipiell identisch mit ihren Antiteilchen  $\bar{\nu}$  sein. Um diese Frage zu beantworten, wurde von R. Davis ein Experiment durchgeführt, bei dem am Brookhaven-Reaktor (USA) in einem Tank mit 39001 flüssigem  $\text{CCl}_4$  nach der Reaktion

$$\bar{\nu}_e + {}^{37}\text{Cl} \longrightarrow e^- + {}^{37}\text{Ar} \quad (1.3)$$

gesucht wurde. Das produzierte Ar wurde mit Heliumgas ausgespült und analysiert. Da der Prozess aus Gl. (1.3) nicht beobachtet werden konnte, d. h. die Obergrenze des Wirkungsquerschnitts um den Faktor drei kleiner war als die theoretische Vorhersage, wurde angenommen, dass Neutrinos und Antineutrinos unterschiedliche Teilchen sind<sup>5</sup> [Dav55].

<sup>4</sup>Mit der *Atombombe* existierte schon Mitte der 1940er Jahre eine künstliche Neutrinoquelle, die jedoch nicht erfolgreich in Neutrinoexperimenten eingesetzt werden konnte.

<sup>5</sup>Ob der beobachtete Unterschied wirklich im Unterschied von Teilchen zu Antiteilchen besteht oder ob Neutrinos Majoranateilchen (Teilchen = Antiteilchen) sind und der Unterschied in der Händigkeit begründet liegt, ist nach wie vor offen.

Die Suche nach dem Myon-Neutrino wurde 1962 von Lederman, Schwartz und Steinberger erfolgreich beendet und 1988 mit dem Nobelpreis gewürdigt. Sie untersuchten Neutrinos aus dem Pion-Zerfall<sup>6</sup>

$$\pi^\pm \longrightarrow \mu^\pm + \nu_\mu/\bar{\nu}_\mu \quad (1.4)$$

am Brookhaven AGS (engl. „Alternating Gradient Synchrotron“) Beschleuniger. Die Neutrinos wurden über die Umwandlung in geladene Leptonen nachgewiesen, welche in einer 21 m vom Target entfernten Funkenkammer aus 10 t Aluminium detektiert wurden. Man fand keine Hinweise für Elektronenschauer, d. h. es wurden durch die Myonneutrinos nur Myonen und keine Elektronen erzeugt. Dies bedeutet, dass Elektronenneutrino  $\nu_e$  und Myonneutrino  $\nu_\mu$  nicht identisch sind ( $\nu_\mu \neq \nu_e$ ). Da der myonische Prozess jedoch stattfand, bedeutet dies, dass in diesem Experiment das Myonneutrino  $\nu_\mu$  entdeckt wurde.

Seit den 1960er Jahren wurde schrittweise das sogenannte *Standardmodell* der Elementarteilchenphysik etabliert. Die fundamentalen Bausteine der bekannten Materie werden darin in Gruppen zu Quarks und Leptonen eingeteilt, welche noch durch die Austauschteilchen der

Familie	1	2	3
Leptonen	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$
Quarks	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$

**Abbildung 1.2: Übersicht der 12 fundamentalen Fermionen des Standardmodells.** Dargestellt sind alle Fermionenfamilien aufsteigend nach Masse von links nach rechts sortiert. Nicht dargestellt sind die entsprechenden Antiteilchen und die Austauschteilchen der Wechselwirkung.

Wechselwirkung ergänzt werden. Die Elementarteilchen werden in drei sogenannte Familien oder Generationen von Fermionen (Spin  $\frac{1}{2}$ -Teilchen) entsprechend ihrer Masse gruppiert. Es existieren sechs Arten (*flavours*) von Quarks (u, d, c, s, t und b)<sup>7</sup>, die in je drei Farbzuständen (*colours*) auftreten und eine elektrische Ladung von  $+\frac{2}{3}e$  (für u, c und t) bzw.  $-\frac{1}{3}e$  (für d, s und b) tragen. Die Leptonen werden in Familien zu  $(\nu_e, e)$  und  $(\nu_\mu, \mu)$  zusammengefasst, wobei die Neutrinos keine Ladung tragen und ihre Partner mit je  $-1e$  geladen sind. Die Übersichtsdarstellung in Abbildung 1.2 zeigt noch eine dritte, bis jetzt nicht erwähnte Familie von Leptonen. Bei der Untersuchung von  $e^+e^-$ -Kollisionen am Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) wurde von M. L. Perl et al. 1975 das Tauon ( $\tau$ -Lepton) entdeckt (Nobelpreis 1995) [Per75]. Bei der  $e^+e^-$ -Annihilation wurden anomale  $e\mu$ -Ereignisse der Form

$$e^+ + e^- \longrightarrow \begin{cases} e^- + \mu^+ + (\text{fehlende Energie}) \\ e^+ + \mu^- + (\text{fehlende Energie}) \end{cases} \quad (1.5)$$

beobachtet, die nur mit der Existenz eines Paares schwerer Leptonen  $\tau^+$  und  $\tau^-$  erklärt werden konnten. Das Tauneutrino  $\nu_\tau$  wurde schließlich im Jahr 2000 durch das DONUT-Experiment am Fermilab nachgewiesen [Don00, Kod01]. Hierbei wurde mithilfe eines 800 GeV-Protonenstrahls, der in einen Strahlvernichter (*Beamdump*) mit Eisenschild geleitet wurde, ein intensiver Teilchenschauer erzeugt. Nur Neutrinos können den Strahlvernichter durchdringen und verlassen. Sie wurden durch das geladene Tauon und seine Zerfälle in einem fotografischen Emulsionstarget detektiert. Bevor das Tauneutrino endgültig nachgewiesen wurde, wurden noch weitere wichtige Eigenschaften von Neutrinos entdeckt, die seine Existenz vorhersagten.

<sup>6</sup>Die Pionen wurden von einem 15 GeV Protonenstrahl erzeugt, der auf ein Beryllium-Target trifft.

<sup>7</sup>Die entsprechenden Antiteilchen  $\bar{u}$ ,  $\bar{d}$ ,  $\bar{c}$ ,  $\bar{s}$ ,  $\bar{t}$  und  $\bar{b}$  sind natürlich auch enthalten und entgegengesetzt geladen.

Die vereinheitlichte Theorie der schwachen und elektromagnetischen Wechselwirkung wurde 1967/68 von Glashow, Weinberg und Salam aufgestellt. Diese sogenannte GWS-Theorie [Gla61, Sal68, Wei67] (Nobelpreis 1979) der elektroschwachen Wechselwirkung sagt die Existenz von Vektorbosonen voraus, die die Austauscheteilchen ( $W^\pm$ -,  $Z^0$ -Bosonen) der schwachen Wechselwirkung darstellen.

Die Existenz des  $Z^0$ -Bosons, d. h. der neutralen schwachen Ströme (NC = *neutral current*), bei denen keine Umwandlung zwischen den Leptonenarten auftritt, wurde 1973 am CERN mit der Blasenkammer Gargamelle gezeigt [Has73]. Die geladenen  $W^\pm$ -Bosonen wurden 1983 am CERN mittels des als Antiproton-Proton-Collider umgebauten Super-Proton-Synchrotron (SPS) entdeckt. Das neutrale  $Z^0$ -Boson wurde dabei ebenfalls nachgewiesen. Die UA1- und UA2-Kollaborationen [Arn83, Ban83] entdeckten relativ zeitgleich einige Kandidaten der Zerfallskanäle  $W^\pm \rightarrow \ell^\pm + \nu_\ell/\bar{\nu}_\ell$  und  $Z^0 \rightarrow \ell^+ + \ell^-$ . C. Rubbia und S. van der Meer erhielten 1984 den Nobelpreis für diese Entdeckung.

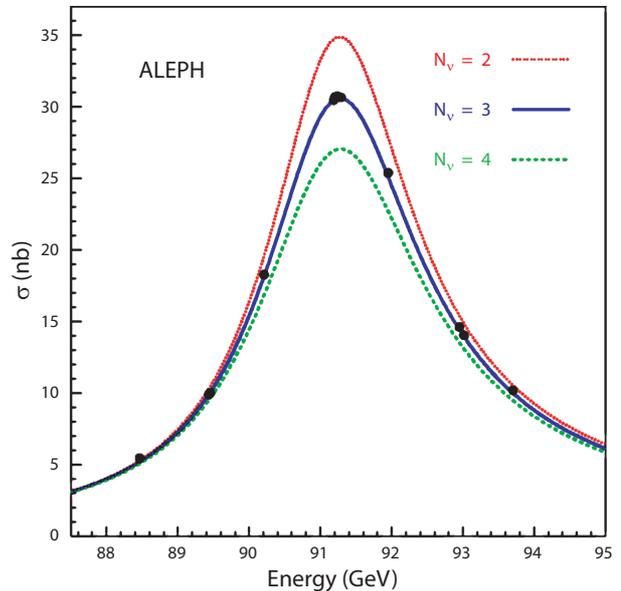
Der Frage nach der Anzahl der leichten Neutrinosorten (mit  $m_\nu \leq \frac{1}{2}m_Z$ ), wurde seit 1990 am CERN nachgegangen. Die vier LEP-Experimente ALEPH, DELPHI, L3 und OPAL untersuchten die totale Zerfallsbreite  $\Gamma_Z$  des  $Z^0$ -Bosons und seine partiellen Zerfallsbreiten in Hadronen und geladene Leptonen. Die Zerfallsbreite  $\Gamma_\nu$  in Neutrinos kann nicht gemessen werden, lässt sich aber aus der Differenz der totalen Breite und der Breite aller beobachteten Zerfälle ableiten. Abbildung 1.3 zeigt Ergebnisse des ALEPH-Experiments [Bus93, Ale07] und den theoretischen Verlauf für verschiedene Anzahlen von leichten Neutrinos. Die Messdaten stimmen sehr gut mit einer Anzahl von drei leichten Neutrinos überein. Durch eine kombinierte Auswertung aller LEP-Daten ermittelte die Particle Data Group [PDG06] einen Wert von

$$N_\nu = 2,994 \pm 0,012 \quad (1.6)$$

für die Anzahl der leichten Neutrinosorten. Damit war schon vor der Entdeckung des Tauneutrinos  $\nu_\tau$  klar, dass eine dritte Neutrinoart existiert.

Neben der Vermessung der  $Z^0$ -Breite ist es auch möglich die Anzahl von Neutrinoarten aus der Supernova SN1987A, der primordialen Nukleosynthese oder kosmologischen Rechnungen auf Basis der WMAP-Daten zu bestimmen. Allerdings sind diese Methoden mit sehr viel größeren Unsicherheiten behaftet.

Im Standardmodell der Teilchenphysik werden die Neutrinos als ungeladene Teilchen ohne elektrisches und magnetisches Dipolmoment betrachtet, sie nehmen daher nur an der schwachen Wechselwirkung teil. Durch sogenannte Yukawa-Kopplungen zwischen links- und rechtshändigen Spinorkomponenten wird den Fermionen im Standardmodell eine Masse zugewiesen. Die Theorie selbst macht keine Aussage zu den Massen, diese müssen daher experimentell bestimmt und der Theorie als freie Parameter hinzugefügt werden. Durch die maximale Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung existiert jedoch keine rechtshändige



**Abbildung 1.3: Vermessung der Breite des  $Z^0$ -Zerfalls (aus [Ale07]).** Dargestellt sind die Datenpunkte des ALEPH-Experiments zur Bestimmung der  $Z^0$ -Breite [Bus93]. Es sind Anpassungen für unterschiedliche Anzahlen von Neutrinos eingezeichnet. Die Daten zeigen sehr deutlich, dass  $N_\nu \approx 3$  die richtige Lösung ist.

Komponente für Neutrinos, bzw. linkshändige Komponente für Antineutrinos. Massenterme analog zu den übrigen Fermionen existieren nicht für Neutrinos, d. h. sie müssen im Standardmodell als masselos betrachtet werden.

Massive Neutrinos können nur durch Theorien jenseits des Standardmodells erklärt werden. In sogenannten *Grand Unified Theories* (kurz: GUT) werden die elektroschwache Wechselwirkung und die starke Wechselwirkung in einer einheitlichen mathematischen Form beschrieben, dabei werden i. Allg. massive Neutrinos vorausgesetzt.

In der Eichfeldtheorie der schwachen Wechselwirkung werden die Neutrinomassen durch eine Kombination von Diracmassentermen ( $\bar{\Psi}_R\Psi_L$ ,  $\bar{\Psi}_L\Psi_R$ ) und Majoranamassentermen ( $\bar{\Psi}_L\Psi_L$ ,  $\bar{\Psi}_R\Psi_R$ ) beschrieben. Die sehr kleinen Massen der Neutrinos können auf Basis des See-Saw-Mechanismus (engl. „seesaw“ = Wippe) erklärt werden. Hierbei wird die Existenz eines vierten superschweren rechtshändigen Neutrinos  $\nu_R$  (Majorana-Neutrino<sup>8</sup>) vorausgesetzt. Durch den See-Saw-Mechanismus werden sehr leichte linkshändige Neutrinos erzeugt, falls das hypothetische rechtshändige Neutrino sehr schwer ist. Analog zu den Quarks wird so ein hierarchisches Massenmodell ( $m_1 \ll m_2 \ll m_3$ ) erzeugt. In anderen theoretischen Modellen wird ein Higgstriplet<sup>9</sup> verwendet, um die Masse der Neutrinos zu generieren. In diesen Modellen ist auch eine degenerierte Massenhierarchie ( $m_1 \approx m_2 \approx m_3$ ) möglich.

Die Vorhersagen für die Neutrinomassen aus den verschiedenen Theorien jenseits des Standardmodells sind jedoch immer modellabhängig, weshalb im nun folgenden Teil der Einleitung mehr auf die experimentellen Möglichkeiten und Ergebnisse bezüglich der Neutrinomasse eingegangen wird.

### 1.3 Neutrinoquellen

Neutrinos kommen in der Natur sehr häufig vor, auch wenn sie kaum eine Wechselwirkung mit der übrigen Materie eingehen. Eine sehr verblüffende Neutrinoquelle stellt der menschliche Körper dar, durch die  $\beta$ -Zerfälle der natürlichen Radioaktivität sendet ein durchschnittlicher menschlicher Körper etwa 340 Millionen Neutrinos am Tag aus. Da es sich bei diesen Neutrinos um sehr niederenergetische Exemplare handelt, kommen sie für physikalische Untersuchungen nicht in Frage. Im Folgenden wird auf Neutrinos aus der natürlichen Radioaktivität nicht weiter eingegangen.

Neutrinoquellen werden grob in natürliche und künstliche Quellen unterteilt. Die künstlichen Quellen dienen primär zur Erzeugung von möglichst intensiven und zum Teil gerichteten Neutrinoflüssen, um Neutrinoreaktionen zu studieren und mehr über die Neutrinoeigenschaften zu lernen. Neutrinos aus natürlichen Quellen werden neben der Untersuchung der Neutrinoeigenschaften auch als Sonden für die in der Quelle ablaufenden Entstehungsprozesse verwendet. In den folgenden Abschnitten werden die natürlichen und künstlichen Quellen kurz vorgestellt.

---

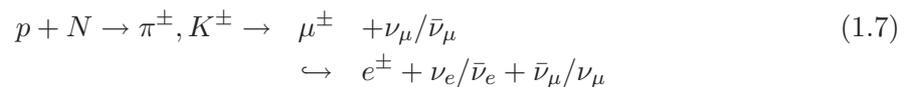
<sup>8</sup>Bei Majorananeutrinos unterscheiden sich Teilchen und Antiteilchen nicht, sie sind invariant unter Ladungskonjugation und die Erhaltung der Leptonenzahl wird verletzt.

<sup>9</sup>Ähnlich dem Higgsdublett zur Erzeugung der Massen der geladenen Fermionen im Standardmodell.

### 1.3.1 Natürliche Neutrinoquellen

#### Atmosphärische Neutrinos

Wenn ein Teilchen der kosmischen Strahlung<sup>10</sup> mit einem Atomkern (N, O) der oberen Erdatmosphäre zusammenstößt, entstehen in einer Kaskade von Sekundärreaktionen hochenergetische Teilchen, die genug Energie haben, um weitere Teilchen zu erzeugen, es entsteht ein sogenannter „Luftschauer“ (atmosphärische Kaskade). Der Luftschauer besteht vor allem aus geladenen Pionen  $\pi^\pm$  und Kaonen  $K^\pm$ , die, falls ihre Energie nicht ausreicht, um weitere Sekundärteilchen zu erzeugen, zu Myonen  $\mu^\pm$  und Elektronen (bzw. Positronen)  $e^\pm$  zerfallen. In dieser Zerfallskette werden in jedem Schritt auch Neutrinos nach



erzeugt, welche die Erdoberfläche als *atmosphärische Neutrinos* erreichen. Diese haben ein sehr breites Energiespektrum von einigen MeV bis zu  $10^6$  GeV, wobei der stärkste Fluss bei etwa 100 MeV beobachtet wird. Wie Gleichung (1.7) zeigt, ist das Verhältnis von Myonneutrinos zu Elektronneutrinos etwa 2:1. Ursache dafür ist die Flugstrecke und die Zerfallswahrscheinlichkeit der Myonen im zweiten Schritt. Tauneutrinos spielen bei atmosphärischen Neutrinos keine Rolle.

#### Solare Neutrinos

Solare Neutrinos entstehen in der Sonne bei der exothermen thermonuklearen Fusion von Wasserstoff zu Helium. Die Summenreaktion der pp-Fusionskette lautet:



Im einzelnen werden die Neutrinos in der pp-Kette durch unterschiedliche Reaktionen mit diskreten und kontinuierlichen Energiespektren erzeugt, die pp-Kette ist in [Sch97] erläutert. Das Flussspektrum der solaren Neutrinos ist in Abbildung 1.4 dargestellt. In der Sonne entstehen ausschließlich Elektronneutrinos  $\nu_e$  und verlassen sie aufgrund des extrem kleinen Wirkungsquerschnitts ungehindert<sup>11</sup>. Die solaren Neutrinos lassen daher direkte und zeitgleiche Einblicke in die Zustände tief in der Sonne zu, wogegen Photonen nur Informationen über die Sonnenoberfläche liefern können. Durch die lange Wegstrecke zwischen Sonne und Erde ( $\approx 1,5 \cdot 10^8$  km) und die niedrige Energie der solaren Neutrinos ( $\langle E_\nu \rangle \approx 0,3$  MeV), sind sie hervorragend zur Untersuchung von Neutrinooszillationen im Vakuum geeignet<sup>12</sup>.

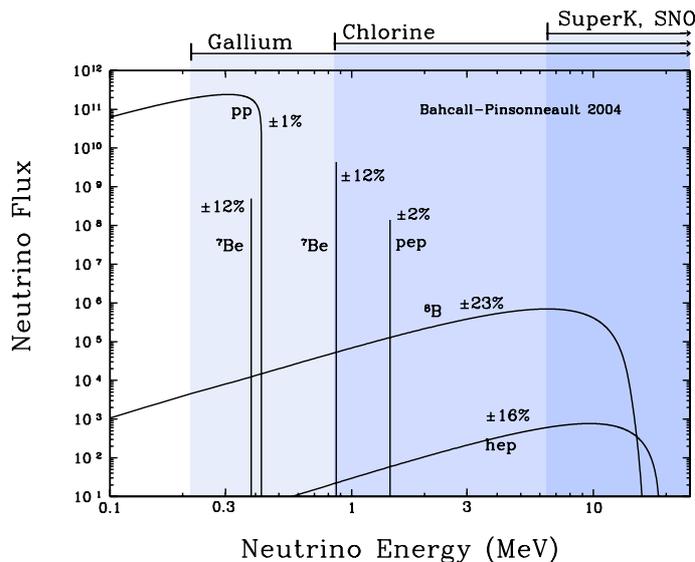
#### Neutrinos aus Supernovae

Eine Supernova steht am Ende der Lebensdauer eines Sterns, es werden zwei Haupttypen unterschieden: Supernovae vom Typ I treten bei Sternen mit einer Masse  $M < M_c \approx 8M_\odot$  (Sonnenmasse  $M_\odot = 1,99 \cdot 10^{30}$  kg) auf. Am Ende ihrer Lebenszeit ( $\approx 10^{10}$  J) werden sie zu

<sup>10</sup>Die kosmische Strahlung besteht zu  $\approx 99\%$  aus Hadronen (überwiegend Protonen), zu  $\approx 1\%$  aus Elektronen und nur zu  $\approx 0,01\%$  aus Photonen.

<sup>11</sup>Neutrinooszillationen in Materie (MSW-Effekt) werden in dieser Aussage vernachlässigt, spielen in der Realität natürlich eine Rolle.

<sup>12</sup>Beim Durchqueren von Sonnenmaterie mit hoher Elektronendichte spielt auch der MSW-Effekt eine Rolle.



**Abbildung 1.4: Energieabhängiger Fluss der solaren Neutrinos nach SSM.** Dargestellt ist der Fluss der solaren Neutrinos als Funktion der Neutrinoenergie für die verschiedenen Produktionsprozesse der pp-Kette in der Sonne nach Standard-Sonnen-Modell (SSM). Das SSM wurde im wesentlichen von J. N. Bahcall entwickelt, die Grafik ist auf seiner Homepage [Bah07] zu finden. Farblich abgesetzt sind die Sensitivitätsbereiche bzw. Energieschwellen einzelner solarer Neutrinoexperimente dargestellt.

weißen Zwergen, die u. U. in Form einer Supernova vom Typ I (keine sichtbaren Wasserstofflinien im Spektrum) explodieren können. Bei dieser Art von Supernova wird keine signifikante Menge Neutrinos emittiert und sie ist daher für die Neutrinophysik relativ uninteressant. Supernovae vom Typ II sind selten und treten nur bei sehr massereichen Sternen ( $M > M_c$ ) auf. Das Leben dieser Sterne endet mit einem plötzlichen, dramatischen Gravitationskollaps (Implosion) des inneren Kerns, der eine Stoßwelle verursacht, die die äußeren Sternschichten explosionsartig wegsprengt. Dem Gravitationskollaps wirkt der Entartungsdruck der Elektronen (Pauli-Prinzip) entgegen, bis der Gravitationsdruck so groß wird, dass letztere durch die Netto-Einfangreaktion<sup>13</sup>

$$e^- + p \rightarrow n + \nu_e \quad (1.9)$$

innerhalb von etwa 100 ms weggefangen werden. Dieser Prozess wird auch *Neutronisation* oder *Deleptonisierung* genannt. Es werden dabei etwa  $10^{57}$  Elektroneneutrinos mit einer mittleren Energie von  $\approx 10$  MeV erzeugt<sup>14</sup> und es bleibt ein sehr heißer ( $T \approx 10^{11}$  K) Neutronenstern zurück. Der größte Teil der Supernovaneutrinos ( $\approx 90\%$ ) entsteht jedoch erst durch die anschließende Abkühlung des Neutronensterns. Da die mittlere freie Weglänge der Photonen extrem kurz ist, kann eine Kühlung nur über die thermische Neutrinopaarbildung

$$e^+ + e^- \rightarrow \nu_\alpha + \bar{\nu}_\alpha \quad \text{mit} \quad \alpha = e, \mu, \tau \quad (1.10)$$

stattfinden. Hierbei entstehen alle drei Neutrinoarten mit typischen mittleren Energien zwischen  $\approx 9$  MeV und  $\approx 19$  MeV. Auf die Reabsorptionsprozesse in der dichten Sternmaterie und Oszillationseffekte in Materie wird hier nicht weiter eingegangen, dies ist in [Sch97] zu finden.

## Kosmologische Neutrinos

Diese Neutrinos stammen aus dem thermodynamischen Gleichgewicht in dem sich das Universum kurz nach dem Urknall befand. Das ursprünglich heiße Neutrinogas, das alle Neutrinosorten enthält, hat sich allerdings entsprechend der Hubble-Expansion des Universums

<sup>13</sup>Aufgrund des Entartungsdrucks ist es energetisch günstiger, die Protonen in Neutronen umzuwandeln, und damit die Anzahl der Elektronen zu reduzieren.

<sup>14</sup>Durch die hohe Dichte der kollabierten Sternmaterie ( $\approx 10^{14}$  g/cm<sup>3</sup>) können diese aufgrund der Umkehrreaktion von Gl. (1.9) zum Teil wieder reabsorbiert werden.

abgekühlt. Die sogenannten *relic*-Neutrinos entkoppelten etwa 1 s nach dem Urknall, ihre heutige Temperatur beträgt  $T_{\nu 0} \approx 1,95 \text{ K}$  ( $\langle E_{\nu} \rangle_0 \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$ ) [Rin05]. Laut Urknalltheorie ist das Anzahlverhältnis von Neutrinos zu Baryonen mit  $N_{\nu}/N_b \approx 10^9$  sehr groß. Daher sind sie, analog zur kosmischen Mikrowellenhintergrundstrahlung ( $411 \text{ } \gamma/\text{cm}^3$ ), heute mit etwa 336 Neutrinos pro  $\text{cm}^3$  über das gesamte Universum verteilt und spielen eine wichtige Rolle bei der primordialen Nukleosynthese der leichten Elemente D,  $\text{He}^3$ ,  $\text{He}^4$  und  $\text{Li}^7$ . Aufgrund ihrer großen Zahl spielen sie auch bei der Strukturbildung des Universums eine Rolle und bilden die nicht-baryonische heiße Dunkle Materie im Universum, falls sie eine Masse haben. Wegen ihrer sehr geringen Energie ist ihr Wirkungsquerschnitt<sup>15</sup> ( $\sigma \approx 10^{-54} \text{ cm}^2$ ) so klein, dass noch keine Experimente absehbar sind, die sie nachweisen könnten.

### Hochenergetische kosmische Neutrinos

Hochenergetische kosmische Neutrinos können in mehreren astrophysikalischen Prozessen als Sekundärteilchen mit hohen (VHE = *very high energy*,  $E_{\nu} > 50 \text{ GeV}$ ) und höchsten Energien (UHE = *ultra high energy*,  $E_{\nu} > 10^6 \text{ GeV}$ ) erzeugt werden. Sie können analog zu atmosphärischen Neutrinos entstehen, wenn hochenergetische Protonen der kosmischen Strahlung mit Targetprotonen (VHE) oder -photonen (UHE) im interstellaren Raum wechselwirken und dabei Kaonen und Pionen erzeugen, die in Neutrinos zerfallen. Die höchsten Energien entstehen durch  $p\gamma$ -Reaktionen mit der Mikrowellenhintergrundstrahlung (z. B. über  $p\gamma \rightarrow \Delta^+ \rightarrow \pi^+ n$  gefolgt von  $\pi^+ \rightarrow \nu_{\mu} \mu^+$ ), da hierbei eine Energieschwelle von  $5 \cdot 10^{10} \text{ GeV}$  (GZK-Cutoff) überwunden werden muss. Da die Neutrinos nicht elektromagnetisch wechselwirken, deutet ihre Flugrichtung unabgelenkt auf ihren Ursprungsort, d. h. ihre Quelle, hin und ermöglicht so die Ortung und Untersuchung der Quelle. Als Quellen der hochenergetischen Protonen kommen junge Supernovaresten in Frage, in deren Schockfronten diese, z. B. durch stochastische Beschleunigung, ihre hohe Energie erhalten. Auch aktive Galaxienkerne (AGN), die nach aktuellen Modellvorstellungen hochenergetische Plasma-Jets emittieren, kommen in Frage. Es gibt auch Hypothesen von superschweren, schwach wechselwirkenden Teilchen, sogenannten WIMPs (*weakly interacting massive particle*), wie z. B. aus dem Urknall stammende Neutralinos  $\chi$ . Diese können sich in Himmelskörpern (Sonne, Erde) oder anderen Massenzentren (z. B. in Zentrum von Galaxienhaufen) sammeln und annihilieren, wobei Neutrinos aus W-Zerfällen entstehen. Falls Neutralinos existieren, sind sie Kandidaten für nicht baryonische kalte Dunkle Materie im Universum.

### 1.3.2 Künstliche Neutrinoquellen

#### Reaktorneutrinos

Bei Reaktorneutrinos handelt es sich um Elektronantineutrinos  $\bar{\nu}_e$ , die beim  $\beta^-$ -Prozess des Neutronenzerfalls  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$  der neutronenreichen Spaltprodukte in Reaktorkernen entstehen, ihre Energie liegt bei  $E_{\nu} < 10 \text{ MeV}$ . Bei jeder Spaltreaktion werden im Mittel sechs Neutrinos emittiert. Ein 2,8 GW-Reaktor erzeugt so einen Neutrinofluss von etwa  $5 \cdot 10^{20} \bar{\nu}_e$  pro Sekunde.

<sup>15</sup>Für den inversen  $\beta^-$ -Zerfall  $\nu_e n \rightarrow p e^-$  oder die elastische Streuung  $\nu_e e \rightarrow \nu_e e$  ergibt sich jeweils ein Wert von  $\sigma \approx 10^{-54} \text{ cm}^2$  [Sch97].

## Beschleunigerneutrinos

Um mit einem Teilchenbeschleuniger Neutrinos zu erzeugen, wird ein Protonenstrahl auf ein Targetmaterial mit leichten Kernen (z. B. Be) geleitet. Durch eine geeignete Größe des Targets können sehr effektiv Pionen und Kaonen erzeugt werden, welche relativ gut um die Protonenrichtung gebündelt (Lorentz-Boost) aus dem Target austreten. Es gibt nun mehrere Möglichkeiten einen Neutrinostrahl zu erzeugen: Zum einen können die Teilchen positiver und negativer Ladung magnetisch getrennt und energieselektiert in einen evakuierten Zerfallstunnel geleitet werden. Nach ihrem Zerfall ergibt sich dann ein schmalbandiger Strahl bei konstantem Strom mit Neutrinoenergien zwischen einigen GeV und 200 GeV. Zum anderen kann direkt im Anschluss an das Target ein magnetisches Horn (Van der Meer-Horn) benutzt werden, um die Mesonen nach Ladung zu selektieren und zu parallelisieren, bevor sie zerfallen. Auch hierbei entsteht ein fokussierter Neutrinostrahl und es werden um bis zu einen Faktor 100 höhere Neutrinoströme erreicht. Die möglichen Neutrinoenergien reichen bis 300 GeV, wobei der maximale Strom bei einer Energie von etwa 20 GeV liegt und bei höheren Energien rapide abfällt. In modernen Experimenten möchte man von den Vorzügen beider Methoden profitieren. Als Alternative zur erstgenannten Methode werden daher sogenannte *off-axis*-Strahlen verwendet. Auch hierbei wird der Strahl mit einem magnetischem Horn fokussiert und man erhält sehr hohe Neutrinoströme. Unter einem Winkel  $\theta$  außerhalb der Strahlachse ergibt sich hierbei ein quasi-monoenergetischer Neutrinostrahl. Bei *off-axis*-Experimenten steht der Detektor daher unter dem Winkel  $\theta$  außerhalb der Strahlachse. Für alle genannten Methoden gilt, dass zwischen Neutrinoerzeugung und -detektor ausreichend abschirmendes Material liegen muss, um den Neutrinostrahl vom ebenfalls erzeugten Myonenuntergrund zu trennen.

## 1.4 Massive Neutrinos und Oszillationsexperimente

In den vergangenen Jahren haben zahlreiche Experimente bei der Vermessung von atmosphärischen und solaren Neutrinos, sowie von Reaktor- und Beschleunigerneutrinos gezeigt, dass es zu sogenannten Neutrinooszillationen kommt. Da diese Oszillationen nur auftreten können, falls eines der Neutrinos eine endliche Masse besitzt, haben diese Experimente gezeigt, dass Neutrino nicht masselos sind.

Wie Neutrinooszillationen zu verstehen sind, soll mit der folgenden Betrachtung für ein Neutrino mit Flavour-Eigenzustand  $|\nu_\alpha\rangle$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ) verdeutlicht werden.  $|\nu_\alpha\rangle$  wird in einem Prozess der schwachen Wechselwirkung gemeinsam mit einem geladenen Lepton  $\ell_\alpha$  erzeugt, ist aber nicht gleichzeitig Eigenzustand des Massenoperators  $M$ . Erst durch eine unitäre Mischungsmatrix  $U$  können die Massen-Eigenzustände  $|\nu_i\rangle$  mit den Eigenwerten  $m_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) als lineare Superposition der Flavour-Eigenzustände dargestellt werden (siehe z.B. [Sch97]). Es gilt:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle \quad \text{mit der Umgekehrung} \quad |\nu_i\rangle = \sum_\alpha U_{i\alpha}^\dagger |\nu_\alpha\rangle = \sum_\alpha U_{\alpha i}^* |\nu_\alpha\rangle \quad (1.11)$$

Eine unitäre  $(n \times n)$ -Matrix mit  $(n - 1)^2$  unabhängigen Parametern kann durch eine  $n$ -dimensionale Rotationsmatrix mit  $\frac{1}{2}n(n - 1)$  *Mischungswinkeln* und  $\frac{1}{2}(n - 1)(n - 2)$  *Phasen* ausgedrückt werden. Für  $n = 3$  sind es drei Mischungswinkel und eine Phase<sup>16</sup>, analog zur CKM-Matrix für die Quark-Mischung.

<sup>16</sup>Die Phasenwinkel können zu CP-Verletzung führen, d. h. die Oszillation von  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$  ist nicht zwingend identisch mit dem Umkehrprozess  $\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha$ .

Durch Anwenden der Schrödingergleichung ( $\hbar = 1, c = 1$ ) ergibt sich die zeitliche Entwicklung des Masseneigenzustandes:

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle \quad (1.12)$$

$$\text{mit } E_i = \sqrt{p_i^2 + m_i^2} \approx p + \frac{m_i^2}{2p} \approx E + \frac{m_i^2}{2E} \text{ falls } p \gg m_i \quad (1.13)$$

Dies bedeutet, dass sich unterschiedliche Masseneigenzustände mit verschiedenen Phasenfaktoren fortbewegen, falls  $m_i \neq m_j$  für  $i \neq j$  ist. Für einen ursprünglich reinen Flavour-Zustand ergibt sich nach der Zeit  $t$ :

$$|\nu(t)\rangle = \sum_i U_{\alpha i} e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle \stackrel{(1.11)}{=} \sum_{i,\beta} U_{\alpha i} U_{\beta i}^* e^{-iE_i t} |\nu_\beta\rangle. \quad (1.14)$$

Nach einer Flugstrecke  $L$  (bzw. Flugzeit  $t$ ) wird das Neutrino nun durch einen weiteren Prozess der schwachen Wechselwirkung und das dabei erzeugte Lepton  $\ell_\beta$  nachgewiesen. Durch die Neutrino-Flavour-Umwandlungen ist es möglich, dass die Leptonen  $\ell_\alpha$  und  $\ell_\beta$  nicht von gleicher Art sind. Die entsprechende Übergangswahrscheinlichkeit  $P(\alpha \rightarrow \beta; t) \equiv |\langle \nu_\beta | \nu(t) \rangle|^2$  berechnet sich nach:

$$P(\alpha \rightarrow \beta; t) = \left| \sum_i U_{\alpha i} U_{\beta i}^* e^{-iE_i t} \right|^2 \quad (1.15)$$

$$= \sum_i |U_{\alpha i} U_{\beta i}^*|^2 + 2 \operatorname{Re} \sum_{j>i} U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* U_{\beta i}^* U_{\beta j} e^{-i(E_i - E_j)t} \quad (1.16)$$

Betrachtet man ein ultrarelativistisches Neutrino, so ist die Zeit  $t$  äquivalent zu einer Strecke  $L \approx ct = t$ , wenn  $c = 1$  gesetzt wird. Mit Gleichung (1.13) ergibt sich daher für die Phasendifferenz des zweiten Terms in Gleichung (1.16):

$$(E_i - E_j)t \approx \frac{m_i^2 - m_j^2}{2} \cdot \frac{L}{E} \equiv \frac{\Delta m_{ij}^2}{2} \cdot \frac{L}{E} \quad (1.17)$$

Der erste Term in Gleichung (1.16) stellt eine mittlere Übergangswahrscheinlichkeit dar, wenn man über die Zeit  $t$ , bzw. die Flugstrecke  $L$  oder über die Energie  $E$  mittelt. Es ergibt sich:

$$\langle P(\alpha \rightarrow \beta) \rangle = \sum_i |U_{\alpha i} U_{\beta i}^*|^2 = \sum_i |U_{\alpha i}^* U_{\beta i}|^2 = \langle P(\beta \rightarrow \alpha) \rangle \quad (1.18)$$

Die Auswertung von mittleren Übergangswahrscheinlichkeiten gibt Auskunft über die Parameter der Mischungsmatrix, nicht aber über die Massendifferenzen  $\Delta m_{ij}^2$ . An Gleichung (1.17) zeigt sich, dass die Übergangswahrscheinlichkeit periodisch mit  $L/E$  variiert, d. h. der zweite Term in Gleichung (1.16) beschreibt den Prozess der Neutrinooszillation. Dies ist aber nur möglich, wenn mindestens eine der Neutrinomassen  $m_i \neq 0$  ist, da sonst alle  $\Delta m_{ij}^2$  verschwinden und damit auch der oszillatorische Term. Da zur Herleitung von Gleichung (1.16) die Neutrinomischung vorausgesetzt wurde, sind die Leptonflavourzahlen  $L_\alpha$  nicht mehr streng erhalten, wenn Neutrinososzillationen auftreten.

Zur Veranschaulichung soll hier kurz die Oszillation für den Fall von  $n = 2$  Neutrinoarten (z. B.  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ , *Zwei-Flavour-Formalismus*) erläutert werden. In diesem Fall gibt es nur einen Mischungswinkel  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ), keine CP-verletzende Phase  $\delta$  (d.h. CP ist erhalten) und nur eine Massendifferenz  $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$ . Die unitäre Transformation (Gl. (1.11)) lautet dann:

$$\begin{pmatrix} \nu_a \\ \nu_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

Für die Übergangswahrscheinlichkeiten ergibt sich<sup>17</sup>:

$$P(\nu_a \rightarrow \nu_b) = \sin^2 2\theta \cdot \sin^2 \left( \frac{\Delta m^2}{4} \cdot \frac{L}{E} \right) \quad (1.20)$$

Dies bestätigt, dass Oszillationen nur auftreten, falls der Mischungswinkel  $\theta \neq 0$  und die Massendifferenz  $\Delta m^2 \neq 0$  ist<sup>18</sup>. Der Mischungswinkel bestimmt die Amplitude, die Massendifferenz die Frequenz der Oszillation. Die maximale Amplitude ergibt sich für  $\theta = 45^\circ$ , d. h.  $\sin^2 2\theta = 1$ , was maximale Mischung bedeutet. Mittelt man über viele Oszillationen (s. Gl. (1.18)), so ergibt sich

$$\langle P(\nu_a \rightarrow \nu_b) \rangle = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta, \quad (1.21)$$

woraus der Mischungswinkel bestimmt werden kann.

Die Beobachtung von Neutrinooszillationen stellt daher eine sehr starke Evidenz für endliche Neutrinomassen dar. Allerdings sind Experimente zur Neutrinooszillation nur auf Massendifferenzen  $\Delta m_{ij}^2$  sensitiv, wie die Gleichungen (1.17) und (1.20) gezeigt haben. Aus der Massendifferenz kann jedoch eine Massenuntergrenze für eine der beteiligten Neutrinomassen abgeleitet werden. Die Frage nach dem Absolutbetrag der Neutrinomasse  $m_i$  kann durch diese Experimente nicht beantwortet werden.

Bei dem gerade erläuterten Oszillationsprozess handelt es sich um Neutrinooszillation im Vakuum. Durchqueren die Neutrinos Materie, so spielt auch der sogenannte MSW-Effekt<sup>19</sup> eine Rolle. Hierbei kann die Wahrscheinlichkeit für einen Flavourübergang aufgrund des auftretenden Resonanzeffektes maximal verstärkt werden, selbst wenn die Übergangswahrscheinlichkeiten für Vakuumoszillationen sehr klein sind. Durchfliegen die Neutrinos Materiegebiete, so kann es zu elastischer Neutrino-Elektron-Streuung ( $\nu e \rightarrow \nu e$ ) kommen. Für alle Neutrinoarten ist hier eine neutrale Stromreaktion ( $Z^0$ -Austausch) möglich, nur die Elektronneutrinos haben zusätzlich die Möglichkeit eine geladene Stromreaktion ( $W$ -Austausch) zu machen. Variiert die Elektronendichte, so kommt es zur resonanten Verstärkung der Oszillation, was äquivalent zu einem maximal werdenden Mischungswinkel ist. Die für Neutrinooszillationen in Materie notwendigen variablen Elektronendichten werden im Zentrum der Sonne oder in Supernovae erreicht. Für Details zum MSW-Effekt wird an dieser Stelle auf die Literatur (z. B. [Sch97]) verwiesen. Im Folgenden sollen die Ergebnisse der wichtigsten Neutrinooszillationsexperimente vorgestellt werden.

**Entdeckung der Flavour-Oszillationen bei atmosphärischen Neutrinos:** Die Super-Kamiokande-Kollaboration (SK) konnte 1998 zeigen, dass in der Atmosphäre entstandene Neutrinos (s. Kap. 1.3.1) Flavour-Oszillationen zeigen. Beim SK-Detektor handelt es sich um einen Wasser-Tscherenkow-Detektor, der aus einem mit 50 kt ultrareinem Wasser gefüllten zylindrischen Tank ( $\varnothing$  39 m,  $h$  = 41 m)<sup>20</sup> besteht, welcher von 11 200 Sekundärelektronenvervielfacher-Röhren (engl. *Photomultiplier*, abgekürzt PM) beobachtet wird. Das gesamte Experiment befindet sich in der Kamioka-Mine (Japan) in etwa 1 km Tiefe, um die langreichweitige atmosphärische Myonenstrahlung abzuschirmen. Wechselwirken Neutrinos im Tankvolumen, so erzeugen sie durch eine geladene Stromreaktion ( $\nu_\alpha + N \rightarrow \ell_\alpha^- + X$  bzw.  $\bar{\nu}_\alpha + N \rightarrow \ell_\alpha^+ + X$ ) geladene Leptonen  $\ell_\alpha^\pm$ , die aufgrund ihrer hohen Geschwindigkeit Tscherenkow-Strahlung erzeugen, welche von den PM-Röhren detektiert werden kann. Von Myonneutrinos oder Elektronneutrinos erzeugte Ereignisse können aufgrund der charakteristischen

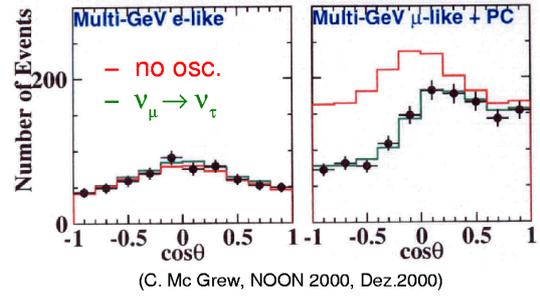
<sup>17</sup>Entsprechendes gilt für den Übergang  $\nu_b \rightarrow \nu_a$  und für Übergänge der Antiteilchen.

<sup>18</sup>Experimente zu Neutrinooszillationen werden häufig auf Basis des *Zwei-Flavour-Formalismus* analysiert.

<sup>19</sup>Der resonante Einfluss von Materie auf die Wahrscheinlichkeit für Flavourübergänge ist wegen seiner Entdecker Mikheyev, Smirnov und Wolfenstein als MSW-Effekt bekannt.

<sup>20</sup>Das effektive Volumen, d. h. der Innendetektor, enthält 32 kt H<sub>2</sub>O ( $\varnothing$  34 m,  $h$  = 36 m).

Schärfe der ringförmigen Abbildung des Tscherenkow-Lichtkegels unterschieden werden<sup>21</sup>. In SK wurde im Vergleich zur Erwartung aus MC-Simulationen ein zenitwinkelabhängiges Defizit von Myonenneutrinos gegenüber Elektronenneutrinos beobachtet [Fuk98]. Es handelt sich um eine signifikante Abweichung, die nicht durch eine mangelnde Genauigkeit der MC-Simulationen erklärt werden kann. Die Daten sind konsistent mit einem Neutrino-Oszillations-Szenario, bei dem der Zwei-Komponenten-Beitrag  $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$  dominiert (siehe Abb. 1.5). Die beobachtete Abhängigkeit vom Zenitwinkel ( $\cos\vartheta$ ) wird dadurch erklärt, dass das Neutrino je nach Einfallswinkel von seinem Entstehungsort in der Atmosphäre bis zum Detektor eine unterschiedlich lange Wegstrecke  $L$  zurücklegt ( $L_{\min} \approx 20$  km gegenüber  $L_{\max} \approx 13000$  km), was zu unterschiedlichen Übergangswahrscheinlichkeiten  $P$  führt. Als *best fit*-Oszillationsparameter werden die Werte  $1.9 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2 < \Delta m_{\text{atm}}^2 < 3.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$  und  $\sin^2(2\theta_{\text{atm}}) > 0.9$  (90 % C. L.) angegeben [Ash04], was mit „maximaler Mischung“  $\sin^2(2\theta_{\text{atm}}) = 1$  verträglich ist.

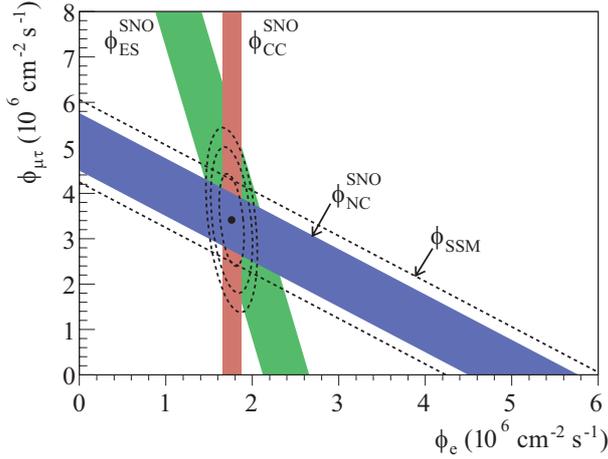


**Abbildung 1.5: Evidenz für Zwei-Flavour-Oszillationen aus dem Superkamiokande-Experiment.** Dargestellt ist die Anzahl der  $e^\pm$ - und  $\mu^\pm$ -Ereignisse im Multi-GeV-Bereich als Funktion des Zenitwinkels  $\cos\vartheta$  im Vergleich mit den für nicht vorhandene Oszillationen bzw. für  $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ -Oszillationen erwarteten Werten.

**Entdeckung der Flavour-Oszillationen bei solaren Neutrinos:** Mit dem  $^{37}\text{Cl}$ -Experiment von R. Davis *et al.* [Dav94, Cle95, Dav96] begann etwa 1970 die Untersuchung der solaren Neutrinos (s. Kap. 1.3.1). In einem mit flüssigem Perchloräthylen ( $\text{C}_2\text{Cl}_4$ ) gefüllten,  $380 \text{ m}^2$  (615 t) großen Detektortank, der in 1480 m Tiefe ( $\approx 4100$  m WÄ) in der Homestake Goldmine in South Dakota (USA) aufgebaut wurde, findet die  $\nu_e$ -Einfangsreaktion  $\nu_e + ^{37}\text{Cl} \rightarrow ^{37}\text{Ar} + e^-$  mit einer Energieschwelle von  $E_S = 814 \text{ keV}$  statt (vgl. Abb. 1.4). Das so entstandene radioaktive  $^{37}\text{Ar}$  wird ausgespült und kann anhand des Rückzerfalls nach Chlor ( $T_H = 35$  d) nachgewiesen werden. Die  $^{37}\text{Ar}$ -Extraktionseffizienz liegt im Mittel bei 95 % und es ist möglich, während einer Messphase (Expositionszeit) von etwa 60 - 70 Tagen die mittlere Produktion von etwa  $\frac{1}{2}$ - $^{37}\text{Ar}$ -Atom pro Tag nachzuweisen. Es wurde allerdings nur etwa  $\frac{1}{3}$  des vom Standard-Sonnen-Modell (SSM) vorhergesagten Neutrinoflusses beobachtet. Auch spätere Experimente, wie GALLEX, SAGE, Kamiokande und Super-Kamiokande, beobachteten zu niedrige Neutrinoflüsse von der Sonne. Damit war das sogenannte *Solare Neutrino* geboren, das die Fragen aufwarf, ob sämtliche hierzu durchgeführten Experimente falsch liegen, die Sonne auf Basis des bislang erfolgreichen Sonnenmodells nicht richtig verstanden wird oder ob zwischen Erzeugung und Nachweis der Neutrinos etwas mit ihnen passiert.

Erst 2001 konnte die SNO-Kollaboration mit einem neuen Experiment zeigen, dass die Ursache des beobachteten Defizits tatsächlich Neutrino-Flavour-Oszillationen sind [Ahm01, Aha06]. Beim SNO-Experiment („Sudbury Neutrino Observatory“) [SNO07] handelt es sich, wie bei Super-Kamiokande, um einen Wasser-Tscherenkow-Detektor, der jedoch nicht mit  $\text{H}_2\text{O}$ , sondern mit schwerem Wasser  $\text{D}_2\text{O}$  betrieben wird. Der Detektor des SNO-Experiments besteht aus einem kugelförmigen Behälter mit 1000 t  $\text{D}_2\text{O}$ , das von 9456 Sekundärelektronenverviel-

<sup>21</sup>Elektronartige Ereignisse werden als unscharfer Ring abgebildet, wogegen myonische Ereignisse einen scharfen Ring ergeben.



**Abbildung 1.6: Zusammenfassung aller Neutrino Flüsse der Phase I des SNO-Experiments (aus [Aha06]).** Dargestellt ist der gemeinsame Fluss von  $\nu_{\mu,\tau}$  in Relation zum Fluss der  $\nu_e$ . Das blaue diagonale Band zeigt  $\Phi_{NC}^{SNO}$  der NC-Reaktionen ( $1\sigma$ -Schnitt mit den Achsen) in Übereinstimmung mit der Vorhersage des SSM  $\Phi_{SSM}$  (gestrichelt). Der Schnittbereich mit den  $\Phi_{ES}^{SNO}$ - und  $\Phi_{CC}^{SNO}$ -Bändern zeigt das kombinierte Fit-Ergebnis (68%, 95% und 99% C.L.) und bestätigt, dass eine Flavour-Transformation stattfindet (hierbei wurde ein ungestörtes  $^8\text{B}$ -Neutrinospektrum angenommen).

fachern beobachtet wird. Das Experiment befindet sich in der Creighton Mine bei Sudbury (Ontario, Kanada) in einer Tiefe von 6010 m WÄ. Das Besondere an SNO ist die Möglichkeit, aufgrund der im Deuterium vorhandenen Neutronen drei Reaktionstypen mit unterschiedlicher Sensitivität auf die Neutrinoarten  $\nu_\alpha$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ) zu beobachten:

$$\begin{aligned} \nu_e + d &\rightarrow p + p + e^- & (\text{CC, charged current}), & \Phi_{\text{CC}} = \Phi_e, \\ \nu_\alpha + d &\rightarrow p + n + \nu_\alpha & (\text{NC, neutral current}), & \Phi_{\text{NC}} = \Phi_e + \Phi_{\mu\tau}, \\ \nu_\alpha + e^- &\rightarrow \nu_\alpha + e^- & (\text{ES, elastic scattering}), & \Phi_{\text{ES}} = \Phi_e + 0.16 \Phi_{\mu\tau}. \end{aligned}$$

Auch bei SNO wurde ein zu geringer Fluss von Elektronenneutrinos  $\Phi_e$  beobachtet. Gleichzeitig wurde jedoch ein Fluss von aus der Sonne kommenden  $\nu_\mu$  und  $\nu_\tau$  beobachtet, welche dort allerdings nicht entstehen (vgl. Kap. 1.3.1). Die gemessenen Flüsse  $\Phi_e$  und  $\Phi_{\mu,\tau}$  addieren sich gerade zu dem erwarteten Fluss aus dem SSM, wie Abbildung 1.6 für die erste Phase des SNO-Experiments zeigt. Das SNO-Ergebnis der zweiten Phase [Ahm03] von 2003 lautet

$$\Phi_{\nu, ^8\text{B}}^{\text{SNO}} = 5.21 \pm 0.27 (\text{stat}) \pm 0.38 (\text{syst.}) \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}, \quad (1.22)$$

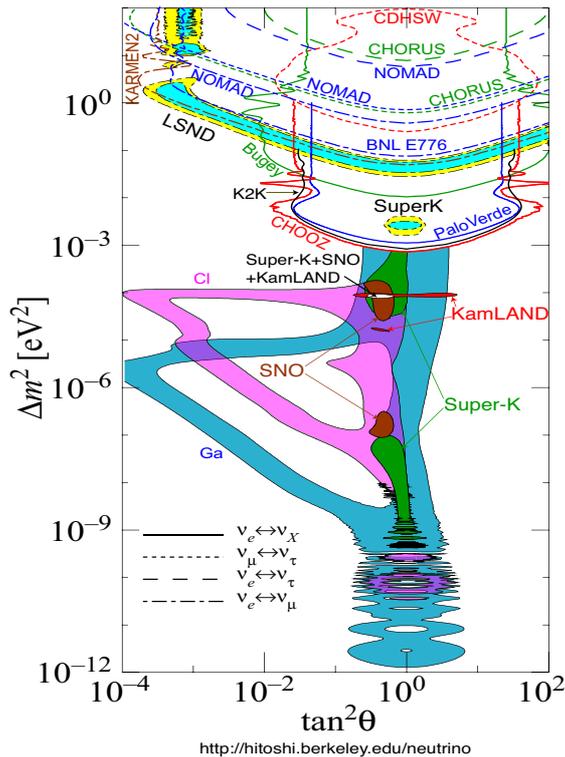
was sehr gut mit der Vorhersage

$$\Phi_{\nu, ^8\text{B}}^{\text{SSM}} = 5.05_{-0.81}^{+1.01} \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \quad (1.23)$$

des SSM übereinstimmt [Bah01, Ahm02] und das Ergebnis der ersten Phase bestätigt. Der gemessene Fluss von  $\nu_{\mu,\tau}$  schließt die Annahme, dass keine Flavour-Umwandlung stattfindet, mit  $5,3\sigma$  aus<sup>22</sup>. Das Solare Neutrino Problem wurde also mit dem Beweis von Neutrino-Flavour-Umwandlungen bei solaren Neutrinos gelöst. Die SNO-Daten ergeben *best fit*-Mixing-Parameter von  $\Delta m_{\text{solar}}^2 = 7.1_{-0.6}^{+1.2} \times 10^{-5} \text{ eV}^2$  und  $\theta_{\text{solar}} = 32.5_{-2.3}^{+2.4}$  Grad [Ahm03], d. h. bei solaren Neutrinos ist im Gegensatz zu atmosphärischen Neutrinos die Mischung nicht maximal.

**Flavour-Oszillationen bei künstlichen Neutrinoquellen:** Auch bei künstlich erzeugten Neutrinos konnten in den letzten Jahren Hinweise auf Flavour-Oszillationen gefunden werden.

<sup>22</sup>In Kombination mit Daten des Super Kamiokande-Experiments ergibt sich sogar ein Wert von  $5,5\sigma$  [Ahm03].



**Abbildung 1.7: Übersicht der Oszillationsparameter bisheriger Experimente.** Der Graph zeigt den Status der Ausschlusskurven bzw. Evidenzen bezüglich der Parameter  $\Delta m^2$  und  $\tan^2 \theta$  wie in [PDG06] veröffentlicht. Die Konturen (Ausschlusskurven) schließen den oberhalb liegenden Parameterbereich aus. Die farbige gefüllten Flächen stellen die Parameterbereiche der Evidenzen dar. Es zeichnen sich zwei Überlappbereiche für die Evidenzen der solaren und atmosphärischen Neutrinooszillationen ab. Die Bildquelle ist unter dem Diagramm angegeben, dort sind auch die zur Erstellung des Graphen verwendeten Datensätze referenziert.

In Beschleunigern erzeugte Neutrinos (s. Kap. 1.3.2) wurden z. B. im K2K-Experiment in Japan untersucht. Für das K2K-Experiment wurde im KEK-Beschleuniger ein Myoneneutrinostrahl mit einer mittleren Energie von  $E_\nu = 1,3 \text{ GeV}$  auf den 250 km entfernten Super-Kamiokande(SK)-Detektor gerichtet. Der erzeugte  $\nu_\mu$ -Fluss wurde zunächst mit einem Detektor in der Nähe des Strahlursprungs bestimmt und dann mit dem gemessenen Fluss im SK-Detektor (Flugstrecke  $L$ ) verglichen. Nimmt der Fluss stärker als mit  $1/L^2$  ab, so erwartet man aufgrund des  $L/E$ -Verhältnisses eine Zwei-Flavour-Umwandlung, ähnlich dem Ergebnis bei atmosphärischen Neutrinos. Bei dieser Art von Experimenten spricht man von sogenannten *disappearance*-Experimenten, denn sie versuchen das Verschwinden von ursprünglich vorhandenen Neutrinos nachzuweisen. Im SK-Detektor wurde tatsächlich ein zu geringer  $\nu_\mu$ -Fluss gemessen, was sich durch Flavour-Umwandlungen mit Parametern ( $\Delta m^2$ ,  $\sin^2(2\theta)$ ) beschreiben lässt, die konsistent sind mit dem Ergebnis bei atmosphärischen Neutrinos [Ahn03].

Aus dem Bereich der Reaktor-neutrinos ( $\bar{\nu}_e$ , s. Kap. 1.3.2) sind die KamLAND-Ergebnisse (Kamioka Liquid-scintillator Anti-Neutrino Detector) sehr wichtig. Das Experiment befindet sich in der gleichen Mine wie SK, benutzt aber kein Wasser, sondern 1000 t organischen Flüssigszintillator als Neutrinonachweismedium. Im Umkreis von im Mittel etwa 180 km um den Detektor liegen ca. 70 japanische und südkoreanische Kernreaktoren, die einen starken  $\bar{\nu}_e$ -Fluss erzeugen. Bei KamLAND handelt es sich ebenfalls um ein *disappearance*-Experiment, man sucht nach dem Verschwinden von Elektronantineutrinos durch  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_{x \neq e}$  Flavour-Umwandlungen. Unter der Annahme, dass keine Flavour-Umwandlung stattfindet, werden 365 Ereignisse für eine Messphase von 515 Tagen erwartet. Es konnten jedoch nur etwa 71 % der erwarteten Ereignisse beobachtet werden. Durch Flavour-Oszillationen zwischen zwei Neutrinoarten wird dieses Ergebnis sehr gut beschrieben. Im Jahr 2003 kam es zu deutlichen Schwankungen der Energieproduktion der japanischen Kernreaktoren. Da KamLAND die Energie  $E$  der Neutrinos misst, konnte unter der Annahme einer konstanten Flugstrecke  $L_0 =$

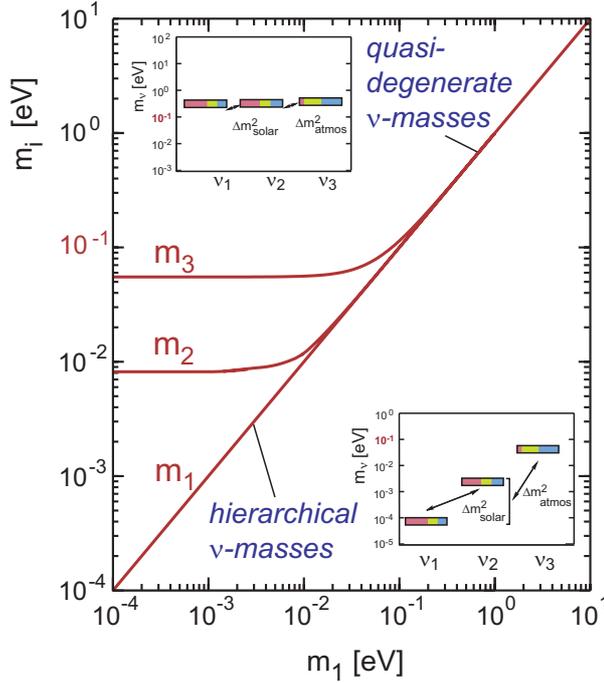
180 km eine Variation des Neutrinoflusses als Funktion von  $L_0/E$  nachgewiesen werden. Dieses gestörte  $\bar{\nu}_e$ -Spektrum ist ein direkter Hinweis auf Neutrinooszillationen. Das KamLAND-Ergebnis kann durch Flavour-Oszillationen mit den Parametern der solaren Neutrinooszillationsexperimente beschrieben werden (vgl. Abb. 1.7). Eine globale Zwei-Flavour-Analyse von KamLAND- und solaren Daten ergab die Werte  $\Delta m^2 = 7.9_{-0.5}^{+0.6} \times 10^{-5} \text{ eV}^2$  und  $\tan^2 \theta = 0.40_{-0.07}^{+0.10}$  [Ara04].

Ein Experiment mit niederenergetischen (MeV-Bereich) Beschleunigerneutrinos war LSND (Los Alamos, USA) [Ath96]. Am LAMPF-Beschleuniger (Los Alamos Meson Physics Facility) wurde ein  $\pi^\pm$ -Strahl in einem Kupferblock gestoppt. Die  $\pi^+$  zerfallen<sup>23</sup> in Ruhe über  $\pi_{\text{Ruhe}}^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  gefolgt von  $\mu_{\text{Ruhe}}^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ . Es werden  $\nu_\mu$ ,  $\bar{\nu}_\mu$  und  $\nu_e$  in gleicher Zahl isotrop emittiert, jedoch keine Elektronantineutrinos  $\bar{\nu}_e$ . In einem Flüssigszintillationsdetektor wurde aber nach dem Auftreten von  $\bar{\nu}_e$  gesucht, d. h. bei LSND handelt es sich um ein *appearance*-Experiment, da die  $\bar{\nu}_e$  nicht aus dem Myonen- oder Pionenzerfall stammen können. Aus den Messungen von LSND ergeben sich allerdings Massenquadratdifferenzen im Bereich von  $\Delta m^2 \approx 1 \text{ eV}^2$ , die nicht mit den Ergebnissen der anderen Oszillationsexperimente verträglich sind, wenn man von drei leichten Neutrinoarten ausgeht. Einige Erklärungsversuche gehen von einer weiteren Spezies von leichten Neutrinos aus, sogenannten sterilen Neutrinos, die sich in den anderen Experimenten nicht zeigen und über die Erweiterung des Standardmodells mit Neutrinooszillationen hinausgehen. Das etwa gleichzeitig durchgeführte KARMEN(KARlsruhe Rutherford Mittel-Energie Neutrino)-Experiment am ISIS-Beschleuniger (800 MeV) des Rutherford Appleton Laboratory (England) konnte bei der Untersuchung des gleichen Oszillationskanals die LSND-Ergebnisse nicht bestätigen<sup>24</sup>. Schließlich wurde das MiniBooNE-Experiment am Fermilab (USA) aufgebaut, um das LSND-Ergebnis erneut zu überprüfen. Aus einem 800 GeV-Protonenstrahl wurde in einem Be-Target ein Pionen- und Kaonenstrahl erzeugt, von welchem durch ein magnetisches Horn nur die positiv geladenen Teilchen in den Zerfallstunnel gelangen können. In 541 m Entfernung zum Be-Target ist der Detektortank mit 800 t reinstem Mineralöl ( $\text{CH}_2$ ) als Nachweismedium aufgebaut, welcher von 1280 Sekundärelektronenvervielfachern beobachtet wird. Die 2007 veröffentlichten MiniBooNE-Ergebnisse schließen den Parameterbereich ( $\Delta m^2$ ,  $\sin^2(2\theta)$ ) der LSND-Ergebnisse mit 90 % C.L. aus [Agu07]. Eine kombinierte Analyse der MiniBooNE- und LSND-Daten widerspricht mit 98 % C.L. dem ursprünglichen LSND-Ergebnis [Agu07].

Aus den bisher vorgestellten Experimenten sind nur zwei Massendifferenzen ( $\Delta m_{12}^2$ ,  $\Delta m_{23}^2$ ) und zwei Mischungswinkel ( $\theta_{12}$ ,  $\theta_{23}$ ) bekannt. Für den dritten Mischungswinkel  $\theta_{13}$  gibt es zurzeit nur eine Obergrenze des Reaktor-neutrinoexperimentes Chooz, die bei etwa  $\sin^2(2\theta_{13}) < 0,2$  (90 % C.L.) liegt [Apo03]. Zukünftige Reaktor- und Long-Baseline-Experimente versuchen  $\theta_{13}$  mit gesteigerter Sensitivität zu bestimmen, z. B. wird für das Double-Chooz-Reaktorexperiment eine Sensitivität von  $0,19 > \sin^2(2\theta_{13}) > 0,03$  angegeben [Ard06]. Abhängig von der Größe des Mischungswinkels  $\theta_{13}$  kann es zu CP-Verletzung im leptonen Sektor kommen. Diese Tatsache könnte zur Erklärung der Materie-Antimaterie-Asymmetrie beitragen, die im gängigen Urknallmodell während der Leptogenese eine Rolle spielt. Da  $\theta_{13}$  sehr klein ist, können die Daten der Oszillationsexperimente unter der Annahme von Zwei-Flavour-Mischung analysiert werden.

<sup>23</sup>Die  $\pi^-$  werden vor dem Zerfall von Kernen eingefangen ( $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ ) und tragen nicht zur Neutrinoerzeugung bei.

<sup>24</sup>Das KARMEN-Experiment benutzte einen mit 7000 t Stahl abgeschirmten Detektor mit 56 t Mineralöl als Nachweismedium.



**Abbildung 1.8:** Neutrino-Masseneigenwerte  $m_1$ ,  $m_2$  und  $m_3$  als Funktion des kleinsten Wertes  $m_1$ . Dargestellt sind zwei mögliche Massenhierarchieszenarien für den Fall einer „Normalordnung“ mit  $m_1 < m_2 < m_3$ : quasi-entartete (oben) bzw. hierarchisch geordnete (unten) Neutrino-Masseneigenzustände. Sind die Massendifferenzen  $\Delta m_{ij}^2$  im Vergleich zu den Massenquadraten  $m_i^2$  vernachlässigbar klein, erhält man ein quasi-entartetes Massenspektrum. Im Fall von  $m_1 \lesssim 0,1 \text{ eV}$  ergibt sich ein Aufspaltungsbild, welches hier für den Fall  $\Delta m_{21}^2 = \Delta m_{\text{solar}}^2 \ll \Delta m_{\text{atm}}^2 = \Delta m_{32}^2$  dargestellt ist. Die mehrfarbigen Balken indizieren den Flavour-Gehalt der drei Masseneigenzustände gemäß derzeitiger Werte der Mischungsparameter ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ).

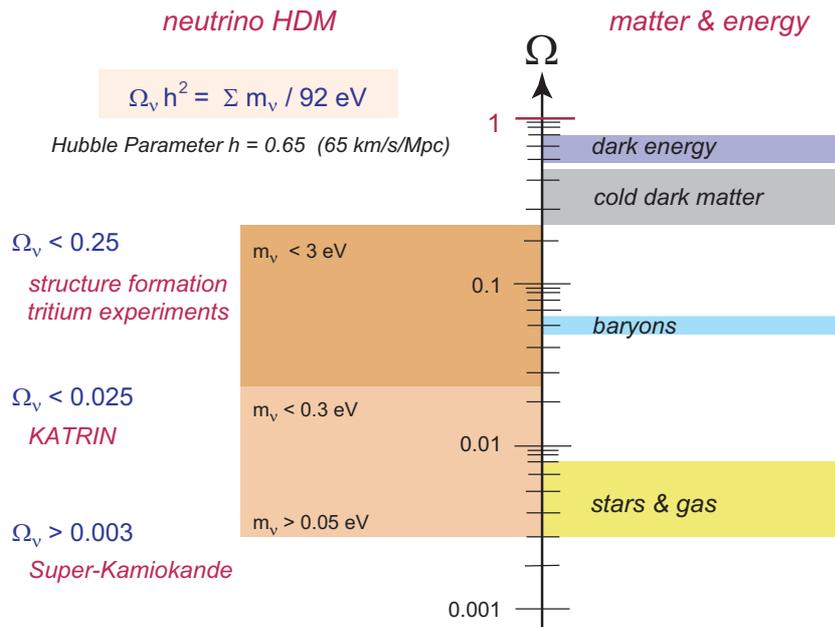
## 1.5 Relevanz der Neutrinomasse in Teilchenphysik und Kosmologie

Wie in Kapitel 1.4 erläutert, konnte mittlerweile eine ganze Reihe von Experimenten überzeugend zeigen, dass Neutrinos eine endliche Ruhemasse besitzen. Da diese Experimente Neutrinooszillationen untersucht haben, ergeben sich nur Massendifferenzen zwischen den Neutrino-Masseneigenzuständen bzw. eine Massenuntergrenze für eine der Neutrinomassen. Aus Neutrinooszillationen bei atmosphärischen und solaren Neutrinos ergeben sich zwei Massenquadratdifferenzen unterschiedlicher Größenordnung:

$$\begin{aligned} \Delta m_{32}^2 &= \Delta m_{\text{atm}}^2 \lesssim 3 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2 \\ \Delta m_{21}^2 &= \Delta m_{\text{solar}}^2 \approx 7 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2 \end{aligned} \quad (1.24)$$

Es kann jedoch keine Aussage über die Absolutmasse, deren Größenordnung und die Reihenfolge (Massenhierarchie) der Neutrino-Masseneigenzustände gemacht werden. In Abbildung 1.8 sind zwei mögliche Massenhierarchieszenarien dargestellt, welche im „normalgeordneten“ Fall  $m_1 < m_2 < m_3$  je nach Festsetzung des Skalennullpunktes in Form des kleinsten Masseigenwertes  $m_1$ , auftreten können. Mit den Werten aus Gl. (1.24) ist auch eine invertierte Hierarchie  $m_3 < m_1 < m_2$  denkbar<sup>25</sup>. Von den verschiedenen über das Standardmodell hinausgehenden theoretischen Modellen zur Erklärung der Neutrinomassen bevorzugen einige die normale hierarchische Anordnung oder die invertierte Hierarchie und andere den quasi-entarteten Fall. Erst die experimentelle Bestimmung des Absolutwertes der Neutrinomasse kann zwischen den verschiedenen Modellvarianten entscheiden. Falls es mit dem KATRIN-Experiment und seiner Sensitivität auf die Neutrinomasse im sub-eV-Bereich (s. Kap. 2) gelingt, die Masse des Elektronneutrinos zu bestimmen, so kann dies zur Unterscheidung der Modellvarianten und zur Bestimmung des Skalennullpunktes beitragen.

<sup>25</sup>Das solare Neutrinodublett ist geordnet. Das Vorzeichen von  $\Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2$  ist positiv, da der MSW-Effekt, der bei Oszillationen der solaren Neutrinos beiträgt,  $m_2^2 > m_1^2$  voraussetzt.



**Abbildung 1.9: Beitrag der Neutrinos zur Materiedichte im Universum.** Diese Gegenüberstellung verdeutlicht den möglichen Beitrag der Neutrinomasse zur relativen Dichte des Universums im Vergleich zu den übrigen Materie- bzw. Energiebeiträgen.  $\Omega$  bezeichnet dabei die Dichte in Einheiten der kritischen Dichte  $\Omega_c = 1$  für ein flaches Universum. Der Beitrag von Neutrinos als heiße Dunkle Materie kann über zwei Größenordnungen variieren. Die obere Grenze wird durch die Untersuchungen des Tritium- $\beta$ -Zerfalls definiert, die untere aus der Analyse der Oszillationsdaten atmosphärischer Neutrinos. Eine Neutrinomasse im Sensitivitätsbereich des KATRIN-Experiments bedeutet, dass Neutrinos deutlich mehr zur Dichte des Universums beitragen als sämtliche sichtbare Materie.

Da Neutrinos eine Masse besitzen, ist ihr Einfluss bei kosmologischen und astrophysikalischen Prozessen nicht mehr zu vernachlässigen. Angefangen beim Urknall und der primordialen Nukleosynthese der leichten Elemente, über die Strukturbildung und die Entwicklung des Universums, bis zu den physikalischen Abläufen bei Supernova-Explosionen, sind Neutrinos von entscheidender Bedeutung in allen Zeitaltern des Universums.

Kosmologische Neutrinos (vgl. Kap. 1.3.1) spielen aufgrund ihrer großen Anzahl im Universum eine wichtige Rolle. Wie Abbildung 1.9 zeigt, können diese Neutrinos, auch wenn sie nur eine geringe Masse besitzen, in vergleichbarer Weise zur Dichte des Universums beitragen, wie sämtliche sichtbare Materie (z. B. Sterne u. Gas). Haben Neutrinos eine Masse im Sensitivitätsbereich des KATRIN-Experiments, so ist ihr Einfluss auf die Dichte des Universums deutlich stärker. Durch die Expansion des Universums sind diese sogenannten *relic*-Neutrinos (kosm. Hintergrundneutrinos) bis auf etwa 1,95 K abgekühlt. Ihre Energie ist nun so gering, dass sie in absehbarer Zeit kein Experiment wird nachweisen können, daher tragen sie zur Dunklen Materie bei, die sich nur durch ihre gravitative Wechselwirkung bemerkbar macht. Der deutlichste, wenn auch indirekte, Hinweis auf Dunkle Materie stammt aus der Analyse der radialen Abhängigkeit der Rotationsgeschwindigkeiten von Galaxien, die sich nur mit der Existenz von zusätzlicher, nicht sichtbarer Materie erklären lässt. Die kosmischen Hintergrundneutrinos können zwar gegenwärtig nicht beobachtet werden, stammen aber aus dem gleichen thermodynamischen Gleichgewichtszustand, aus dem auch die kosmische Mikrowellenhintergrundstrahlung (CMBR) hervorging. Die zurzeit detaillierteste Vermessung der CMBR lieferte das WMAP-Satellitenexperiment<sup>26</sup>. Aus den WMAP-Daten kann für  $m_\nu$  nur eine grobe

<sup>26</sup>WMAP: *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*, <http://map.gsfc.nasa.gov/>

Obergrenze von  $\sum_i m_i < 2.0 \text{ eV}$  [Fuk06] abgeleitet werden, aber kombiniert mit zusätzlichen Modellannahmen sowie Informationen aus anderen Experimenten, z. B. Strukturuntersuchungen des Universums, sind genauere Angaben möglich. Je nachdem, welche Zusatzannahmen gemacht und welche ergänzenden Datensätze verwendet werden, kann so für die Summe aller Neutrinomassen eine Obergrenze im Bereich von  $\sum_i m_i \lesssim (0.7 - 2) \text{ eV}$  bestimmt werden [Spe03, Han03]. In einer aktuelleren Analyse konnte unter Zuhilfenahme von u. a. Supernova Typ Ia-Daten und LSS-Daten (LSS: *large-scale structure*) und unter Vernachlässigung der Lyman- $\alpha$ -Daten eine Obergrenze von  $\sum_i m_i < 0,62 \text{ eV}$  (95 % C.L.) ermittelt werden [Han06].

## 1.6 Bestimmung der Neutrinomasse

In den vorhergehenden Abschnitten wurde erläutert, dass Neutrinos eine endliche Ruhemasse besitzen und diese u. a. in Kosmologie und Teilchenphysik relevant ist. Die bisher dargestellten Experimente sind jedoch nur in der Lage Massendifferenzen zu bestimmen, bzw. erfordern zusätzliche Modellannahmen, um die Neutrinomasse einzugrenzen. Eine direkte Messung der Masse mindestens einer Neutrinoart ist daher für die genannten Bereiche besonders wichtig, um z. B. zwischen verschiedenen theoretischen Modellen unterscheiden zu können.

Ein relativ direkter Weg die Neutrinomasse zu bestimmen, ist die Suche nach dem neutrinolosen doppelten  $\beta$ -Zerfall ( $0\nu\beta\beta$ ). Beim doppelten  $\beta$ -Zerfall handelt es sich um zwei gleichzeitig stattfindende  $\beta$ -Zerfälle in einem Kern, für welchen der einfache  $\beta$ -Zerfall energetisch verboten<sup>27</sup> ist. Der neutrinobehaftete doppelte  $\beta$ -Zerfall ( $2\nu\beta\beta$ ) findet unter der Emission von zwei Neutrinos statt, enthält aber keine Information über die Neutrinomasse. Der  $2\nu\beta\beta$ -Prozess konnte schon 1967 indirekt nachgewiesen werden, wurde aber erst 1987 bei <sup>82</sup>Se direkt beobachtet [Ell87]. Es sind etwa 30 Isotope bekannt, bei denen dieser Prozess stattfindet.

Damit ein neutrinoloser doppelter  $\beta$ -Zerfall stattfinden kann, muss das am Zerfallsvertex des ersten  $\beta$ -Zerfalls emittierte Neutrino am Zerfallsvertex des zweiten  $\beta$ -Zerfalls absorbiert werden (Austausch eines virtuellen Neutrinos). Dies ist nur möglich, wenn das Neutrino ein Majoranateilchen ist, d. h. Teilchen und Antiteilchen sind identisch<sup>28</sup>. Das Neutrino wird als linkshändiges Teilchen emittiert, was identisch ist mit der Absorption eines linkshändigen Antiteilchens. Am zweiten Zerfallsvertex muss jedoch laut Standardmodell der schwachen Wechselwirkung ein rechtshändiges Antiteilchen absorbiert werden. Dies ist nur möglich, wenn sich die Helizität des Antineutrinos ändert, d. h. wenn durch eine geeignete Lorentztransformation ein Bezugssystem gefunden werden kann, das sich schneller bewegt, als das Antineutrino. Tragen Neutrinos eine Masse, so ist ihre Geschwindigkeit geringer als die Lichtgeschwindigkeit und ein solches Bezugssystem existiert.

$0\nu\beta\beta$ -Experimente sind auf eine effektive, sogenannte Majorana-Masse  $m_{ee}$  sensitiv, die sich aus einer Summe der, aufgrund der Mischungsmatrix  $U_{ei}$  zu einem Elektronneutrino  $\nu_e$  beitragenden, Neutrinomasseneigenzustände  $|\nu_i\rangle$  mit den Eigenwerten  $m_{\nu_i}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) ergibt:

$$m_{ee} = \left| \sum_i U_{ei}^2 \cdot m_{\nu_i} \right| \quad (1.25)$$

Es handelt sich hierbei um eine kohärente Summe und da die Matricelemente  $U_{ei}$  im Allgemeinen komplex sind, kann es dabei zu einer teilweisen Auslöschung kommen.

Im Gegensatz zum kontinuierlichen Energiespektrum des  $2\nu\beta\beta$ -Prozesses ist die Signatur für

<sup>27</sup>Dies ist bei gg-Kernen mit gerader Nukleonenzahl  $A$  möglich.

<sup>28</sup>Hierbei wird die Erhaltung der Leptonenzahl mit  $\Delta L = 2$  verletzt.

einen  $0\nu\beta\beta$ -Prozess die Emission von zwei Elektronen (bzw. Positronen) mit in der Summe maximaler Zerfallsenergie (Q-Wert). Die Observable bei  $0\nu\beta\beta$ -Experimenten ist die Halbwertszeit dieses Zerfallsprozesses. Unter Berücksichtigung des Phasenraums und der Kenntnis des Kernmatrixelements  $M_{nucl.}$  kann daraus die effektive Masse bestimmt werden:

$$\left(T_{1/2}^{0\nu\beta\beta}\right)^{-1} = G^{0\nu} \cdot |M_{nucl.}|^2 \cdot m_{ee}^2 \quad (1.26)$$

Je sensitiver ein Experiment ist, desto größer wird die messbare Halbwertszeit. Das bislang sensitivste Experiment war das Heidelberg-Moskau-Experiment, das den Zerfall von  $^{76}\text{Ge}$  untersuchte, aber nur eine Obergrenze für die effektive Neutrinomasse von  $m_{ee} < 0,35 \text{ eV}/c^2$  [Kla01] ermitteln konnte. Ein Teil der Heidelberg-Moskau-Kollaboration hat später von einer Evidenz für den  $0\nu\beta\beta$ -Prozess mit  $4,2\sigma$  berichtet [Kla04], welche aber umstritten ist. Es wurde eine Halbwertszeit im Bereich von  $T_{1/2, Ge}^{0\nu\beta\beta} = (0,34 - 2,03) \cdot 10^{25}$  Jahren ermittelt, was zu einem *best fit*-Wert von  $m_{ee} = 0,44 \text{ eV}/c^2$  für die effektive Neutrinomasse führt. Die Bestimmung des benötigten Kernmatrixelementes  $M_{nucl.}$  ist dabei mit großen Unsicherheiten behaftet, was die Ursache für den großen erlaubten Bereich der Halbwertszeit ist. Um die umstrittene Evidenz des Heidelberg-Moskau-Experiments zu prüfen, sind mehrere Experimente (z. B. GERDA, Majorana und EXO) geplant oder befinden sich im Aufbau.

Den direkten Zugang zur Neutrinomasse erhält man durch die Untersuchung der Kinematik schwacher Zerfälle. Dabei können aus der Energie-Impuls-Erhaltung Werte für die Massen der beteiligten Teilchen abgeleitet werden. Um die Masse des Myonneutrinos zu bestimmen, wird der Zweikörperzerfall von Pionen in Ruhe untersucht.

$$\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu/\bar{\nu}_\mu \quad (1.27)$$

Wird der Impuls der Myonen sehr genau bestimmt, so kann die Masse des  $\nu_\mu$  abgeleitet werden. Es gilt:

$$m_{\nu_\mu}^2 = m_\pi^2 + m_\mu^2 - 2 m_\pi \sqrt{m_\mu^2 + p_\mu^2} \quad (1.28)$$

Die somit erhaltene Masse  $m_{\nu_\mu}^2$  ist wiederum als Summe über alle Masseneigenzustände zu verstehen:

$$m_{\nu_\mu}^2 = \sum_i |U_{\mu i}|^2 \cdot m_{\nu_i}^2 \quad (1.29)$$

Um die Masse von  $m_{\nu_\mu}^2$  zu bestimmen, ist eine genaue Kenntnis der Pionenmasse, der Myonenmasse und des Myonenimpulses notwendig. Die aktuelle Obergrenze liegt bei [PDG06]:

$$m_{\nu_\mu} \leq 190 \text{ keV}/c^2 \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad (1.30)$$

Die sensitivste Methode zur Bestimmung der Masse des Tau-Neutrinos ist die Untersuchung von  $\tau$ -Paarproduktion an Elektron-Position-Beschleunigern mittels des Zerfallskanals:

$$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^- \pi^- \pi^+ \pi^+ (\pi^0) + \nu_\tau \quad (1.31)$$

Für die Masse des  $\nu_\tau$  wird in [PDG06] eine Obergrenze von

$$m_{\nu_\tau} \leq 18,2 \text{ MeV}/c^2 \quad (95\% \text{ C.L.}) \quad (1.32)$$

angegeben. Auch hierbei ergibt sich  $m_{\nu_\tau}$  aus den Masseneigenzuständen  $m_{\nu_i}$  unter Verwendung von  $U_{\tau i}$  in analoger Form zu Gl. (1.29) für  $m_{\nu_\mu}$ .

Die Masse des Elektronneutrinos kann relativ einfach aus der Kinematik des  $\beta$ -Zerfalls bestimmt werden, wie in Kapitel 2 erläutert wird. Es werden  $\beta$ -Strahler mit einer möglichst niedrigen Energie des kinematischen Endpunktes des  $\beta$ -Spektrums untersucht, um eine möglichst starke Signatur der Neutrinomasse zu erhalten.

Das Element mit dem niedrigsten  $\beta$ -Endpunkt ist  $^{187}\text{Re}$  ( $E_0 = 2,46 \text{ keV}$ ), allerdings ist seine Kernstruktur relativ kompliziert und es bietet aufgrund seiner langen Halbwertszeit von  $4,35 \cdot 10^{10}$  Jahren nur eine sehr geringe Zählrate.  $^{187}\text{Re}$ -Experimente setzten daher kryogene Bolometer zur Messung ein, da hierbei das Quellmaterial (Re-Kristall) auch gleichzeitig als Detektor fungiert. Durch eine präzise Messung der Erwärmung des Re-Kristalls mittels Mikrokalorimetern<sup>29</sup>, kann die Zerfallsenergie mit einer Energieauflösung von etwa 30 eV bestimmt werden. Die erreichbare Sensitivität auf die Masse des Elektronneutrinos liegt bei  $m_{\nu_e} \leq 15 \text{ eV}/c^2$ .

Die sensitivste Bestimmung von  $m_{\nu_e}$  wird durch die Untersuchung des Tritium- $\beta$ -Zerfalls mit Spektrometern erreicht, die nach dem Prinzip des MAC-E-Filters arbeiten. Wie in Kapitel 2.2 detailliert erläutert wird, handelt es sich um eine Kombination eines elektrostatischen Spektrometers mit einer magnetisch-adiabatischen Kollimation der Signalelektronen. Bei der Bestimmung der Masse des Elektronneutrinos aus der Form des Tritium- $\beta$ -Spektrums sind neben der Energie- und Impulserhaltung keine weiteren theoretischen Annahmen erforderlich. Die hierbei ermittelte Masse ist als inkohärente Summe über alle Masseneigenzustände zu betrachten:

$$m_{\nu_e}^2 = \sum_i |U_{ei}|^2 \cdot m_{\nu_i}^2 \quad (1.33)$$

Eine teilweise Auslöschung wie in  $0\nu\beta\beta$ -Experimenten ist in diesem Fall nicht möglich. Die zurzeit sensitivsten Messungen wurden von den Experimenten in Mainz und Troitsk durchgeführt, es konnten aber nur Obergrenzen angegeben werden:

$$\text{Mainz: } m_{\nu_e}^2 = -0,6 \pm 2,2 \pm 2,1 \text{ eV}^2/c^4 \quad m_{\nu_e} \leq 2,3 \text{ eV}/c^2 \quad [\text{Kra05}]$$

$$\text{Troitsk: } m_{\nu_e}^2 = -2,3 \pm 2,5 \pm 2,0 \text{ eV}^2/c^4 \quad m_{\nu_e} \leq 2,1 \text{ eV}/c^2 \quad [\text{Lob04}]$$

Das Resultat des Troitsk-Experiments ist jedoch nicht direkt mit dem Mainz-Ergebnis zu vergleichen, da zur Auswertung der Troitsk-Daten eine Stufenanomalie<sup>30</sup> nahe des  $\beta$ -Endpunktes miteinbezogen werden muss, um  $m_{\nu_e}^2$ -Werte zu erhalten, die im physikalisch erlaubten Bereich liegen. Die systematische Unsicherheit dieser Stufe wird jedoch nicht berücksichtigt.

Aufgrund der Tatsache, dass die Masse des Elektronneutrinos nun auf den eV-Bereich eingeschränkt ist und mit Kenntnis der Massenquadratdifferenzen aus den Oszillationsexperimenten (1.24) ist klar, dass die genannten Obergrenzen aus der kinematischen Bestimmung von  $m_{\nu_\mu}$  (1.30) und  $m_{\nu_\tau}$  (1.32) zu grob und überholt sind.

Die Experimente in Mainz und Troitsk haben ihre Sensitivitätsgrenze erreicht und sind abgeschlossen. Aus den kosmologischen Untersuchungen (WMAP etc.) und der  $0\nu\beta\beta$ -Evidenz (Heidelberg-Moskau) geht hervor, dass für die nächste Generation der Tritium- $\beta$ -Experimente eine Sensitivität im sub-eV-Bereich erforderlich ist. Das KATRIN-Experiment (s. Kap. 2) kann eine Sensitivität von  $0,2 \text{ eV}/c^2$  auf die Masse des Elektronneutrinos erreichen und befindet sich am Forschungszentrum Karlsruhe im Aufbau.

<sup>29</sup>Die modernsten Mikrokalorimeter erreichen Energieauflösungen von etwa 3 - 5 eV. Bei Re-Experimenten liegt die Auflösung jedoch im Bereich von 30 eV.

<sup>30</sup>Es handelt sich um einen Zählratenüberschuss unterhalb des kinematischen Endpunktes, der zu einer Stufe im integralen Spektrum führt.

## Gliederung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit ist wie folgt gegliedert:

- Im nun folgenden zweiten Kapitel wird die Methode der Neutrinomassenbestimmung aus dem Tritium- $\beta$ -Zerfall erläutert. Es schließt sich eine Einführung in das Prinzip und die Grundlagen des MAC-E-Filters an, bevor die einzelnen Komponenten des KATRIN-Experiments und ihre technischen Herausforderungen vorgestellt werden.
- Kapitel drei behandelt die statistischen und systematischen Unsicherheiten, die bei KATRIN auftreten können und geht insbesondere auf den Einfluss von Störungen der Retardierungsspannung ein. Anschließend wird eine Reihe von Kalibrationsquellen vorgestellt, die zur Energiekalibration in Betracht gezogen werden, bevor das Kapitel mit der Definition der Anforderungen an den neuen Präzisionsspannungsteiler schließt.
- Im Zentrum des vierten Kapitels steht die Konstruktion und der Aufbau des neuen Präzisionsspannungsteilers. Der wesentliche Punkt ist die Auswahl der Präzisionswiderstände, ihre Charakterisierung auf ppm-Niveau und die Selektion der besten Exemplare für eine optimale gegenseitige Kompensation. Das Kapitel schließt mit der Inbetriebnahme und den ersten Testmessungen des neuen Spannungsteilers bei Hochspannung.
- Das fünfte Kapitel behandelt die beiden Kalibrationsphasen, die im Gleichspannungslabor der PTB Braunschweig durchgeführt wurden. Die Kalibrationsmessungen und die Bestimmung der grundlegenden Eigenschaften des Spannungsteilers werden im Detail erläutert. Neben den Maßstabfaktoren des neuen Spannungsteilers konnten Reproduzierbarkeit, Spannungs- und Temperaturabhängigkeit und die Langzeitstabilität ermittelt werden.
- Im sechsten Kapitel werden Testmessungen mit der kondensierten  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Kalibrationsquelle am Mainzer Spektrometer vorgestellt. Der experimentelle Aufbau in Mainz und die während dieser Arbeit vorgenommenen Modifikationen in Hinblick auf die Funktion als KATRIN-Monitorspektrometer werden erläutert. Schließlich werden neben den Stabilitätsmessungen der  $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronenlinie auch die Ergebnisse der Messungen zu weiteren Konversionsübergängen vorgestellt.
- Das abschließende siebte Kapitel enthält eine Zusammenfassung dieser Arbeit und gibt einen Ausblick auf zukünftige Aktivitäten im Bereich der Präzisionshochspannung, ihrer Überwachung und Kalibration.
- Der Anhang enthält u. a. die technischen Zeichnungen der Konstruktion des Spannungsteilers und die komplette Liste aller vermessenen Präzisionswiderstände. Zur Inbetriebnahme, Stilllegung und Wartung des Spannungsteilers schließen sich kurze Anleitungen der wichtigsten Arbeitsschritte an.

## Kapitel 2

# Das KATRIN-Experiment

In diesem Kapitel sollen der physikalische Hintergrund und die Kernkomponenten des Experiments KATRIN<sup>1</sup> erläutert werden. Ferner wird auf die einzelnen Komponenten des experimentellen Aufbaus, ihren Zweck und ihre Funktion eingegangen. Grundlage dieser Übersicht ist der „KATRIN Design Report 2004“ [Ang04], jedoch wird an einigen Stellen auch auf aktuelle Entwicklungen und Modifikationen seit seiner Veröffentlichung eingegangen.

### 2.1 Der Tritium- $\beta$ -Zerfall

Als Elektronenquelle im KATRIN-Experiment wird das neutronenreiche Wasserstoffisotop Tritium<sup>2</sup> verwendet. Tritium ist  $\beta$ -instabil und zerfällt durch einen übererlaubten Übergang in seinen Spiegelkern Helium-3 ( ${}^3_2\text{He}^+$ ).



Beim Tritium- $\beta$ -Zerfall handelt es sich um einen  $\beta^-$ -Zerfall, bei dem sich ein Neutron unter Emmission eines Elektrons und eines Elektronantineutrinos in ein Proton umwandelt. Für den Atomkern bedeutet dies, dass sich die Kernladung  $Z$  um eins erhöht, während die Massenzahl  $A$  konstant bleibt.

$$(Z, A) \longrightarrow (Z + 1, A) + e^- + \bar{\nu}_e \quad (2.2)$$

Bei einem solchen Dreikörperzerfall verteilt sich die Zerfallsenergie auf das Elektron, das Antineutrino und den Tochterkern. Aufgrund der im Vergleich zu den Ejektilen großen Masse des Tochterkerns und der relativ geringen freigesetzten Zerfallsenergie  $Q$  kann der Energieverlust durch den Rückstoßimpuls vernachlässigt werden<sup>3</sup>. Für diese einführende Betrachtung reicht daher die Annahme aus, dass sich nahezu die gesamte Zerfallsenergie auf Elektron und Antineutrino verteilt. In jedem Fall ergibt sich dabei ein kontinuierliches Energiespektrum der emittierten Elektronen. Wie man aus der Form des Energiespektrums die Masse des Elektronantineutrinos ableiten kann, soll im Folgenden erläutert werden.

Die Form des Energiespektrums kann mit Hilfe von Fermis Goldener Regel abgeleitet werden. Unter Verwendung der Phasenraumdichte  $\rho(E)$  der möglichen Endzustände von Elektron und

<sup>1</sup>KATRIN steht für **K**arlsruhe **T**ritium **N**eutrinoexperiment

<sup>2</sup>Das Tritiumatom  ${}^3_1\text{H}$  wird in der Kurzform auch häufig einfach mit T bezeichnet.

<sup>3</sup> $E_{kin} = \frac{|\vec{p}|^2}{2m}$ , mit dem Rückstoßimpuls  $\vec{p}$  und der Masse  $m$  des Tochterkerns. Der Rückstoßimpuls führt zu einer kleinen Erniedrigung des kinematischen Endpunktes, ändert jedoch kaum die spektrale Form und kann daher vernachlässigt werden, solange nicht die absolute Endpunktenergie bestimmt werden soll [Mas07].

Antineutrino und des Kernmatrixelements  $\mathcal{M}$  liefert sie die theoretische Beschreibung des Spektrums. Die Rate der emittierten Elektronen  $dN/dt$  im Energieintervall  $E$  bis  $E + dE$  ergibt sich damit zu:

$$\frac{d\dot{N}}{dE} = \frac{d^2N}{dt dE} = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{M}|^2 \rho(E) \quad (2.3)$$

Für die Form des  $\beta$ -Spektrums erhält man [Alt03]:

$$\frac{d\dot{N}}{dE} = R(E) \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_{\nu_e}^2 c^4} \Theta(E_0 - E - m_{\nu_e} c^2), \quad (2.4)$$

mit

$$R(E) = \frac{G_F^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^5} \cos^2(\theta_C) |\mathcal{M}|^2 F(Z+1, E) \cdot p \cdot (E + m_e c^2) \cdot (E_0 - E). \quad (2.5)$$

Darin ist

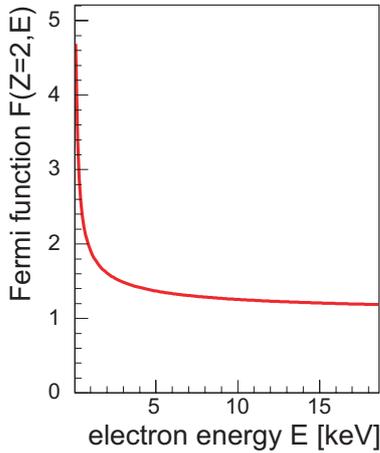
$G_F$	die Fermi-Kopplungskonstante,
$\theta_C$	der Cabibbo-Winkel,
$\mathcal{M}$	das Kernmatrixelement des Übergangs,
$F$	die Fermifunktion mit Kernladungszahl des Tochterkerns ( $Z+1$ ),
$p$	der Impuls des Elektrons und
$E$	seine kinetische Energie,
$E_0$	der Endpunkt des $\beta$ -Spektrums,
$m_e c^2, m_{\nu_e} c^2$	die Ruheenergie des Elektrons bzw. des Elektronantineutrinos.

Mit der Stufenfunktion  $\Theta(E_0 - E - m_{\nu_e} c^2)$  wird berücksichtigt, dass ein Neutrino nur erzeugt werden kann, wenn die verfügbare Energie größer ist als seine Ruheenergie.

Aus Gleichung (2.4) soll nun die Masse des Elektronantineutrinos abgeleitet werden: Das Kernmatrixelement  $\mathcal{M}$  und die Fermifunktion  $F(Z+1, E)$  sind unabhängig von der Neutrinomasse  $m_{\nu_e}$ . Aufgrund der einfachen Struktur des Tritiumkerns und des Übergangs in den Spiegelkern ist das Kernmatrixelement berechenbar, energieunabhängig und relativ groß [Rob88]:

$$|\mathcal{M}|^2 = 5,55$$

Die Fermifunktion beschreibt die Coulomb-Wechselwirkung des emittierten Elektrons mit dem Tochterkern. Für Tritium mit  $Z = 1$  wird ihre Berechnung relativ einfach und es ergibt sich für den Tochterkern  $F(Z+1, E = E_0) = 1,1875$  (s. Abb. 2.1) über den untersuchten Energiebereich (vgl. Abb. 2.2). Die Neutrinomasse wirkt sich nur über den im Phasenraumfaktor enthaltenen Impuls des Neutrinos

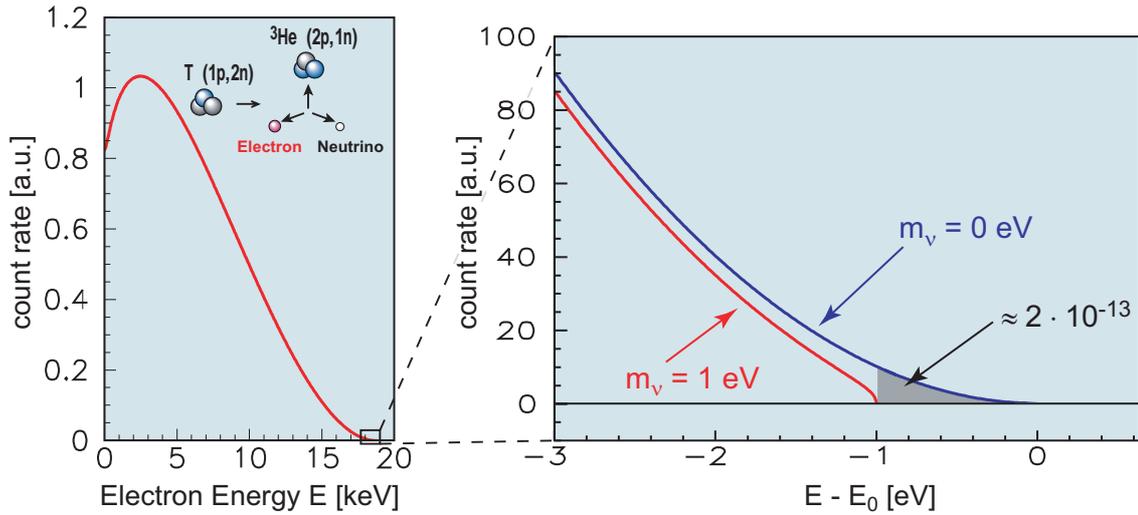


**Abbildung 2.1: Fermi-Funktion.**

(aus [Ang04]) Dargestellt ist der Verlauf der Fermifunktion des Tochterkerns ( ${}^3\text{He}$ ) des Tritium-Zerfalls. Im Bereich des Tritiumendpunktes bei  $E_0 = 18,6 \text{ keV}$  ist  $F(Z = 2, E = E_0) = 1,1875$  und relativ konstant.

$$p_\nu = \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_{\nu_e}^2 c^4}$$

auf das Spektrum aus. Dieser Einfluss auf das Spektrum wird größer, je näher man dem kinematischen Endpunkt kommt und führt zu einer Verschiebung desselben. Die genaue Vermessung des Endpunktbereichs des  $\beta$ -Spektrums mit der Observablen  $m_{\nu_e}^2 c^4$  liefert so eine Aussage über die Masse des Elektronantineutrinos und dadurch über die absolute Neutrinomassenskala (s. Kap. 1.5).



**Abbildung 2.2: Signatur einer endlichen Neutrinomasse im Energiespektrum des Elektrons beim Tritium- $\beta$ -Zerfall.** Die Zerfallsenergie teilt sich zwischen Elektron und Neutrino auf. Links zu sehen ist das gesamte kontinuierliche Spektrum der Elektronen, rechts ist ein Ausschnitt um den Endpunkt  $E_0 = 18,6$  keV vergrößert dargestellt. Um den Effekt einer nicht verschwindenden Neutrinomasse darzustellen, sind im Vergleich zwei Kurven für  $m_{\nu_e} = 0$  eV/ $c^2$  und  $m_{\nu_e} = 1$  eV/ $c^2$  mit  $c = 1$  aufgetragen. Man erkennt den Einfluss der Neutrinomasse auf das gesamte Spektrum und die Verschiebung des Endpunktes.

Man muss jedoch beachten, dass die theoretische Beschreibung (Gl. (2.4)) von einem nackten Atomkern ausgeht. In Realität besteht die Quelle aus molekularem Tritium, d. h. das Spektrum muss modifiziert werden, um den Einfluss der Hüllenelektronen und des zweiten Moleküllerns zu berücksichtigen. Nach einem Zerfall kann das Tochteratom/-molekül in einem angeregten Zustand verbleiben, was zu einem Energieverlust führt.

Um die Besetzungswahrscheinlichkeit dieser Zustände zu berechnen, verwendet man die „sudden approximation“-Methode. Man nimmt dabei an, dass der Zerfallsprozess im Kern sehr viel schneller abläuft als die Prozesse in der Elektronenhülle. Für die Hüllenelektronen ändert sich die Kernladung plötzlich („suddenly“). Die Übergangswahrscheinlichkeit von  $i \rightarrow f_n$  wird durch das Überlappintegral der Wellenfunktion des Anfangszustandes  $\phi_i$  und der möglichen Endzustände  $\phi_{f_n}$  angegeben.

$$W_{i \rightarrow f_n} = |\langle \phi_{f_n} | \phi_i \rangle|^2 \quad (2.6)$$

Hiermit ergibt sich das Energiespektrum der Zerfallselektronen des Tritiummoleküls aus der Summe der mit  $W_{i \rightarrow f_n}$  gewichteten Einzelspektren der Zerfälle, welche um die Anregungsenergien der Elektronenhülle  $V_n$  verschoben sind. Für das modifizierte  $\beta$ -Spektrum ergibt sich dann mit  $\epsilon_n = E_0 - V_n - E$ :

$$\frac{d\dot{N}}{dE} = const \cdot |\mathcal{M}|^2 F(Z+1, E) p(E + m_e c^2) \sum_n W_{i \rightarrow f_n} \epsilon_n \sqrt{\epsilon_n^2 - m_{\nu_e}^2 c^4} \Theta(\epsilon_n - m_{\nu_e} c^2) \quad (2.7)$$

Im Fall von masselosen Neutrinos sollte das gemessene  $\beta$ -Spektrum bei der Endpunktenergie  $E_0$  enden. Ist jedoch  $m_{\nu_e} \neq 0$ , so steht dem Elektron nur noch eine um die Ruheenergie des

Neutrinos  $m_{\nu_e} c^2$  reduzierte Menge an Energie zur Verfügung, als Folge endet das  $\beta$ -Spektrum bei einer niedrigeren Energie. Zusätzlich zur Verschiebung des Endpunktes tritt eine Änderung der Form des Spektrums auf, was zu einer anderen Krümmung nahe der maximalen Elektronenenergie und zu einem konstanten negativen Offset  $\propto m_{\nu_e}^2$  im niederenergetischeren Teil des Spektrums führt. Die Signatur einer endlichen Neutrinomasse ist in Abbildung 2.2 am Beispiel des Tritium- $\beta$ -Spektrums und einer Neutrinomasse von  $1 \text{ eV}/c^2$  dargestellt.

Möchte man das  $\beta$ -Spektrum nahe des Endpunktes noch genauer untersuchen, so muss man beachten, dass bei ausreichender Auflösung auch die Masseneigenzustände der Neutrinos sichtbar werden. Geht man von Drei-Flavour-Mischung und drei nicht entarteten<sup>4</sup> Neutrinomasseneigenzuständen aus, so sollte sich die Zählrate im Endpunktbereich des Energiespektrums in drei Stufen verringern. Eine Stufe tritt genau dann auf, wenn die Elektronenenergie so hoch wird, dass die restliche Energie nicht mehr ausreicht, um den nächst schwereren Neutrinomassenzustand zu erzeugen. Gleichung (2.7) muss daher durch eine Summation der Zerfallskomponenten in die verschiedenen Masseneigenzustände erweitert werden:

$$\frac{d\dot{N}}{dE} = \text{const} \cdot |\mathcal{M}|^2 F(Z+1, E) p(E + m_e c^2) \sum_i \sum_n |U_{ei}|^2 W_{i \rightarrow f_n} \epsilon_n \sqrt{\epsilon_n^2 - m_{\nu_i}^2 c^4} \Theta(\epsilon_n - m_{\nu_i} c^2) \quad (2.8)$$

Da die Auflösung der bisherigen Experimente und auch des KATRIN-Hauptspektrometers<sup>5</sup> nicht ausreicht, um diesen Effekt sichtbar zu machen, genügt es, das Spektrum (2.4) durch eine gewichtete quadratische Neutrinomasse als Observable zu ergänzen (siehe z.B. [Far02], [Alt03]).

$$m_{\nu_e}^2 := \sum_{i=1}^3 |U_{ei}|^2 m_{\nu_i}^2 \quad (2.9)$$

Im Prinzip könnte man die Neutrinomasse aus der Verschiebung des Endpunktes des  $\beta$ -Spektrums bestimmen. Das Problem hierbei ist die Bestimmung der genauen Position des Endpunktes aus den Messdaten, da er immer vom Untergrund überdeckt werden wird.

Andererseits ist die Zerfallsenergie  $E_0$  des Tritium- $\beta$ -Übergangs nicht genau genug bekannt<sup>6</sup>. Die Alternative ist die Analyse der Form des Spektrums nahe am Endpunkt. Die Fitfunktion für eine solche Analyse enthält dann sowohl das Neutrinomassenquadrat  $m_{\nu_e}^2$ , als auch die Position des Endpunktes  $E_0$  als freie Parameter.

Die Wahl von Tritium als  $\beta$ -Emitter beruht auf den folgenden Eigenschaften, die das Experiment, die Auswertung der Messdaten und damit die Bestimmung der Neutrinomasse begünstigen:

- Seine Endpunktsenergie liegt mit  $E_0 = 18,575 \text{ keV}$  sehr niedrig, d. h. der relative Anteil des auf die Neutrinomasse sensitiven Bereichs ist hier groß.
- Der  $\beta$ -Zerfall von Tritium ist ein übererlaubter Übergang in den Spiegelkern, dies führt zu einem sehr großen, energieunabhängigen Kernmatrixelement  $|\mathcal{M}|^2 = 5,55$ .

<sup>4</sup>Bei nicht entarteten Masseneigenzuständen besitzt jeder Zustand einen anderen Masseneigenwert.

<sup>5</sup>Die Auflösungsfunktion des Hauptspektrometers ist um mehrere Größenordnungen breiter als die Differenz der Masseneigenzustände der Neutrinos.

<sup>6</sup>Die genauesten Werte für  $E_0$  erhält man aus Messungen von  $\Delta m(^3\text{He} - ^3\text{H}) = 18,5898(12) \text{ keV}/c^2$  mit Penning-Fallen [Nag06]. Die aktuellen Werte sind nur auf  $1,2 \text{ eV}$  genau, was für KATRIN nicht ausreicht (s. Kap. 3.2). Erst zukünftige Messungen mit höherer Genauigkeit werden für KATRIN von Nutzen sein.

- Für Tritium mit  $Z = 1$  wird die Fermi-Funktion<sup>7</sup> und damit die Berechnung des Spektrums relativ einfach. Wie Abbildung 2.1 zeigt, ist  $F(Z + 1, E)$  über einen weiten Energiebereich annähernd konstant und um den Tritium-Endpunkt gilt  $F(Z + 1, E = E_0) = 1,1875$ .
- Das Tritiummolekül  $T_2$  besitzt eine einfach aufgebaute Elektronenhülle. Die Endzustände  $(V_n, W_{i \rightarrow f_n})$  lassen sich daher berechnen, was für das theoretische Modell des Spektrums (Gl. (2.7)) unverzichtbar ist.
- Tritium hat eine relativ kurze Halbwertszeit von 12,3 Jahren, d. h. auch bei geringen Quelldichten können hohe Zählraten erreicht werden. Dies ist wichtig, um Verluste durch inelastische Streuung in der Quelle gering zu halten, die die Form des Spektrums verändern würden.
- In Verbindung mit letzterem Punkt sind auch die geringen Energieverluste und Rückstreuungseffekte in der Quelle beim Einsatz von Tritium mit  $Z = 1$  zu nennen.

Für ein Experiment, das den Bereich um den kinematischen Endpunkt des Tritium- $\beta$ -Spektrums vermessen soll, um die Ruhemasse des beteiligten Neutrinos zu bestimmen, kann man folgende Anforderungen definieren:

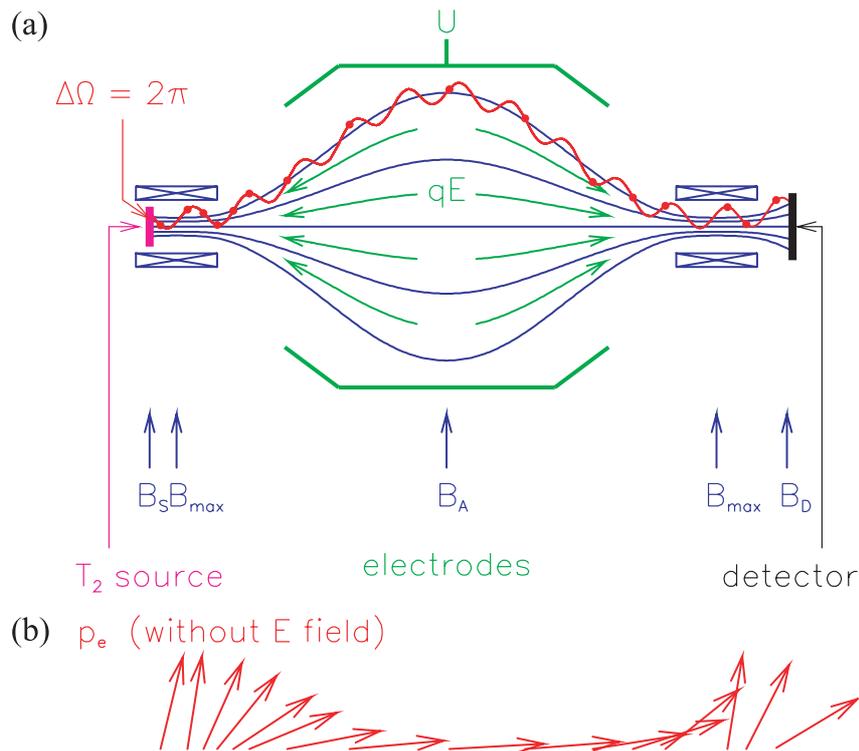
- Der akzeptierte Raumwinkel sollte aufgrund der niedrigen Zählraten nahe am Endpunkt des Spektrums möglichst groß sein.
- Die Energieauflösung sollte im Bereich der statistischen Empfindlichkeitsgrenze für die erwartete Neutrinomasse liegen. Eine Empfindlichkeit auf  $m_{\bar{\nu}_e} = 0,2 \text{ eV}/c^2$  erfordert in etwa eine relative Auflösung von  $\frac{\Delta E}{E}$  von 1:20 000.
- Eine niedrige Untergrundzählrate, d. h. ein gutes Signal-zu-Untergrund-Verhältnis im Endpunktbereich ist wichtig. Ein zu hoher Untergrund würde die sehr niedrige Zählrate im Endpunktbereich überdecken und damit die Sensitivität auf die Neutrinomasse beeinträchtigen.

Im folgenden Abschnitt soll nun das Prinzip des MAC-E-Filters beschrieben werden. Der MAC-E-Filter erfüllt die hohen Anforderungen an Luminosität, Auflösung und Untergrund, die erforderlich sind, um die Neutrinomasse bestimmen zu können.

## 2.2 Das Prinzip des MAC-E-Filters

Wie im letzten Abschnitt beschrieben, ist es für die Bestimmung der Neutrinomasse aus dem Tritium- $\beta$ -Spektrum notwendig, das Spektrum um den Endpunkt sehr genau zu vermessen. Betrachtet man die Zählrate in diesem Bereich (siehe Abb. 2.2), so erkennt man, dass im letzten eV nur ein außerordentlich geringer Anteil von  $2 \cdot 10^{-13}$  der Gesamtaktivität zur Verfügung steht. Man benötigt daher ein Spektrometer mit hoher Luminosität, d. h. möglichst viele der Signalelektronen im Endpunktbereich des Spektrums müssen analysiert werden können. In diesem Zusammenhang wird auch klar, wie gefährlich eine zu hohe Untergrundzählrate ist, die den Endpunktbereich komplett überdecken würde. Schließlich muss

<sup>7</sup>Die Fermifunktion beschreibt die Coulomb-Wechselwirkung des emittierten Elektrons mit dem Tochterkern ( $Z + 1$ ).



**Abbildung 2.3: Prinzip des MAC-E-Filters.** (a) Experimenteller Aufbau mit Quelle (links), magnetischem Führungsfeld (blau), elektrostatischem Retardierungsfeld (grün) und Detektor (rechts). Ein Zerfallselektron (rot) wird von der Quelle zum Detektor geführt, seine Energie wird in der Mittelebene bei maximaler Retardierung analysiert. (b) Magnetische Kollimation: Transformation des Impulses parallel zum Magnetfeld aufgrund der magnetischen Gradientenkraft.

das Spektrometer auch eine ausreichend hohe Energieauflösung haben, um die Form des Spektrums nahe des Endpunktes genau vermessen zu können.

Alle diese Anforderungen erfüllt ein Spektrometer, das nach dem Prinzip des MAC-E-Filters aufgebaut ist. MAC-E-Filter steht für „magnetic adiabatic collimation with electrostatic filter“ und wurde zuerst in [Bea80] beschrieben. Später kamen Spektrometer nach diesem Prinzip unabhängig voneinander in den erfolgreichen Experimenten in Mainz [Pi92a] und Troitsk [Lob85] zum Einsatz. Dank der magnetischen adiabatischen Kollimation gelang es, gleichzeitig eine sehr gute Energieauflösung und eine hohe Raumwinkelakzeptanz zu erreichen.

Das Prinzip des MAC-E-Filters soll nun anhand von Abbildung 2.3(a) erläutert werden. Zwei supraleitende Solenoiden erzeugen im Spektrometer ein inhomogenes Magnetfeld, das symmetrisch zur Mittelebene, der sogenannten Analysierebene, als Führungsfeld dient. Im Spektrometer zwischen den Solenoiden wird der magnetische Fluss Schlauch von einer ein- oder mehrteiligen zylindersymmetrischen Elektrodenkonstruktion umschlossen. Diese Elektroden erzeugen das ebenfalls zur Mittelebene symmetrische elektrostatische Gegenfeld. In der Mittelebene entsteht somit das maximale elektrische Potenzial – daher die Bezeichnung Analysierebene.

Die Quelle der  $\beta$ -Elektronen befindet sich im linken Solenoiden, hier herrscht das Magnetfeld  $B_S$ . Alle von der Quelle in den vorderen Halbraum emittierten Elektronen bewegen sich im starken Magnetfeld auf Zyklotronbahnen um die Magnetfeldlinien. Aufgrund dieser Ei-

genschaft erhält man einen akzeptierten Raumwinkel von bis zu  $2\pi$ . Die gesamte kinetische Energie der Elektronen kann man nun in zwei Komponenten zerlegt betrachten, eine longitudinale Komponente  $E_{\parallel}$  (Gl. (2.10)) entlang der Führungsfeldlinie und eine transversale Komponente  $E_{\perp}$  (Gl. (2.11)) in der Zyklotronbewegung.

$$E_{\parallel} = E_{\text{kin}} \left( \frac{\vec{B} \cdot \vec{v}}{|\vec{B}| |\vec{v}|} \right)^2 = E_{\text{kin}} \cdot \cos^2 \theta \quad (2.10)$$

$$E_{\perp} = E_{\text{kin}} - E_{\parallel} = E_{\text{kin}} \cdot \sin^2 \theta \quad (2.11)$$

Durch die Spiralbewegung besitzen die Elektronen ein magnetisches Bahnmoment, welches eine Konstante der Bewegung darstellt, solange sich das Magnetfeld nur langsam, d. h. adiabatisch, ändert. Es gilt<sup>8</sup>:

$$\mu = |\vec{\mu}| = \frac{e}{2m_e} |\vec{l}| = \frac{E_{\perp}}{B} = \text{const.} \quad (2.12)$$

Während die Elektronen nun den Magnetfeldlinien in Richtung Analysierebene folgen, sinkt das Magnetfeld  $B$  um mehrere Größenordnungen ab. Um Gleichung (2.12) zu erfüllen, muss  $E_{\perp}$  nun im gleichen Verhältnis sinken. Da die kinetische Gesamtenergie

$$E_{\text{ges}}^{\text{kin}} = E_{\perp} + E_{\parallel}$$

im statischen Magnetfeld erhalten ist, findet dabei eine Transformation von Transversalenergie  $E_{\perp}$  zu Longitudinalenergie  $E_{\parallel}$  statt. Dieses Verhalten kann man andererseits auch über die Gradientenkraft

$$\vec{F}_{\nabla} = \nabla \left( \vec{\mu} \cdot \vec{B} \right) \quad (2.13)$$

ausdrücken, die zu einer Beschleunigung in longitudinaler Richtung führt. In Abb. 2.3(b) ist diese Transformation anhand des Impulsvektors dargestellt. Das Elektron am Ort  $i$  im Magnetfeld  $B_i$  mit transversaler Energie  $E_{\perp i}$  wird am Ort  $f$  im Magnetfeld  $B_f$  die Energie

$$E_{\perp f} = E_{\perp i} \cdot \frac{B_f}{B_i} \quad (2.14)$$

haben.<sup>9</sup> Im Feldmaximum  $B_{\text{max}}$  startende Elektronen werden in der Analysierebene, wo das Magnetfeld minimal ist ( $B_A = B_{\text{min}} \approx B_{\text{max}}/20\,000$ ), fast ihre gesamte transversale kinetische Energie in die Longitudinalbewegung transferiert haben. Bei Abwesenheit eines elektrostatischen Feldes erhält man auf diese Weise einen quasi parallelen Strahl von Elektronen in der Analysierebene.

Bei einem MAC-E-Filter wirkt jedoch immer auch ein elektrostatisches Feld auf die Elektronen. Letztere werden dadurch natürlich abgelenkt, wobei die transversale Komponente der Elektronenbewegung über einen Zyklotronumlauf effektiv keine Änderung erfährt, solange die elektrischen und magnetischen Feldlinien parallel sind. Erst wenn  $\vec{B} \nparallel \vec{E}$  ist, kompensieren sich die Ablenkungen über einen Zyklotronumlauf nicht mehr und es kommt zu einer transversalen Driftbewegung, wie z. B. der  $\vec{E} \times \vec{B}$ -Drift [Thü02]. Effektiv wirkt das elektrostatische Feld daher nur auf die longitudinale Komponente der Elektronenbewegung. Nur

<sup>8</sup>Gleichung (2.12) gilt nur in nicht-relativistischer Näherung. Für relativistische Teilchen ist  $(\gamma + 1) \cdot E_{\perp}/B$  eine Konstante der Bewegung.

<sup>9</sup>Dies ist der umgekehrte Fall eines magnetischen Spiegels, bei dem ein Teilchen in das höhere Magnetfeld fliegt. Nach (2.14) nimmt dann die Transversalenergie zu und die Longitudinalenergie nimmt bis zum Erreichen des Reflektionspunktes ab.

Elektronen, deren longitudinale Energie in der Analysierebene  $E_{\parallel,A}$  größer als die Energieschwelle der Analysierebene ( $-eU_0$ ) ist, können diese überwinden und werden weiter zum Detektor geführt. Es gilt die Transmissionsbedingung:

$$E_{\parallel,A} = E_S - E_{\perp,A} > -e \cdot U_0 \quad (2.15)$$

Bei einem MAC-E-Filter handelt es sich also um einen integrierenden Hochpassfilter. Aus Gleichung (2.14) folgt nun, dass die relative Auflösung nur durch das Magnetfeldverhältnis definiert ist:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{B_{\min}}{B_{\max}} = \frac{B_A}{B_{\max}} \quad (2.16)$$

Unter Auflösung versteht man in diesem Zusammenhang das Energieintervall  $\Delta E$ , in welchem die Transmission von 0% auf 100% ansteigt. Wenn man von der maximal möglichen Energie in der Zyklotronbewegung ausgeht ( $E_{\perp,\max} = E_S = 18,575 \text{ keV}$ ), ergibt sich:

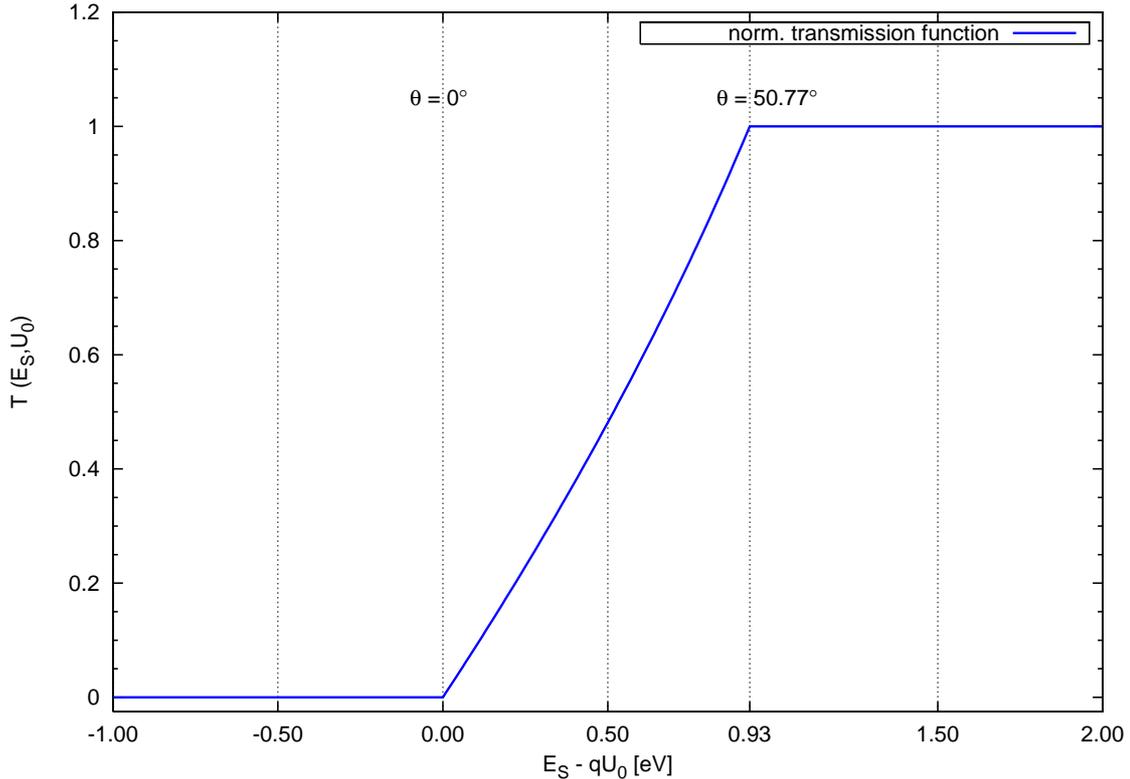
$$\Delta E = E_{\perp,\max} \cdot \frac{B_A}{B_{\max}} = E_S \cdot \frac{B_A}{B_{\max}} \approx 0,93 \text{ eV} \quad (2.17)$$

Nicht alle Elektronen, die die Quelle isotrop in den vorderen Halbraum emittiert, können die Energieschwelle der Analysierebene ( $-eU_0$ ) überwinden. Es gilt, dass das Überwinden des Potenzialbergs der Analysierebene nur dann möglich ist, wenn zwischen Quelle und Analysierebene die longitudinale kinetische Energie  $E_{\parallel}$  nicht verschwindet. Die Transformation von transversaler kinetischer Energie zu longitudinaler kinetischer Energie und die gleichzeitige Retardierung der Elektronen, d. h. Umwandlung von longitudinaler kinetischer Energie in potenzielle Energie, stellt ein sehr sensibles Gleichgewicht dar:

- Werden die Elektronen stärker abgebremst, als ihre Transversalenergie adiabatisch transformiert werden kann, werden sie zu früh reflektiert und können nicht analysiert werden, es treten Transmissionsverluste auf.
- Werden die Elektronen zu schwach abgebremst, so dass ihre Longitudinalenergie durch die adiabatische Transformation stark zunimmt, kann dies im schwächer werdenden Magnetfeld zu einer nicht mehr adiabatischen Bewegung führen. In diesem Fall kommt es zu Verlusten in der analysierbaren Longitudinalenergie, d. h. die Transmissionsfunktion wird verbreitert und damit die Auflösung verschlechtert. Im schlimmsten Fall kann es zu einem Verlust des Elektrons kommen, d. h. das Signalelektron wird nicht mehr transmittiert.

Adiabatisch bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Energietransformation gemäß Gleichung (2.14) stattfindet, was durch eine über eine Zyklotronschrittlänge hinreichend kleine relative Magnetfeldänderung  $\frac{\Delta B}{B}$  erreicht werden kann. Die hier geltenden Zusammenhänge wurden ausführlich in [Val04] erläutert und zur Spezifikation der elektromagnetischen Eigenschaften des KATRIN-Hauptspektrometers angewandt. Alle diese Kriterien fließen in die sogenannte Transmissionsfunktion ein, die weiter unten beschrieben wird.

Ein weiterer limitierender Faktor für die Transmission ist die Position der Tritiumquelle. Sie sitzt nicht genau im Magnetfeldmaximum  $B_{\max}$  des Solenoiden, sondern weiter links in Abbildung 2.3 im niedrigeren Feld  $B_S$ . Dies führt dazu, dass der maximal akzeptierte Raumwinkel kleiner als  $90^\circ$  ist und alle Elektronen, die mit einem Winkel größer als  $\theta_{\max}$  starten, vor dem Feldmaximum magnetisch reflektiert werden. Der maximal akzeptierte Startwinkel  $\theta_{\max}$



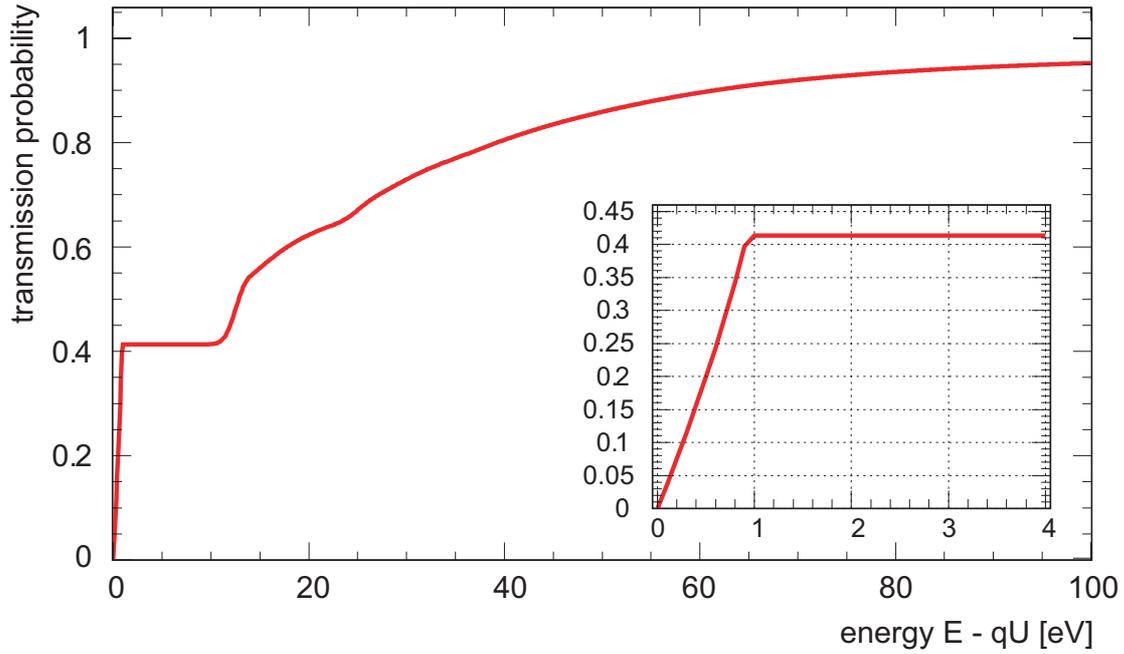
**Abbildung 2.4: Die Transmissionsfunktion des MAC-E-Filters.** Dargestellt ist der Verlauf der normierten Transmissionsfunktion des KATRIN-Hauptspektrometers für Elektronen mit fester Startenergie  $E_S$  als Funktion der Filterenergie  $qU_0$ . Die Magnetfeldparameter sind  $B_S = 3,6$  T,  $B_A = 3 \cdot 10^{-4}$  T und  $B_{\max} = 6$  T. Die hohe Energieauflösung von  $\Delta E = 0,93$  eV ergibt sich aus dem Verhältnis von  $B_{\max}$  zu  $B_A$  für eine Energie von  $E_S = 18,6$  keV. Elektronen mit niedrigem Startwinkel  $\theta = 0^\circ$  werden schon bei der geringsten Überschussenergie transmittiert. Der maximale Startwinkel wird nach Gl. (2.18) durch das Quellmagnetfeld  $B_S$  und das maximale Magnetfeld  $B_{\max}$  definiert. Elektronen mit maximalem Startwinkel  $\theta = 50,77^\circ$  werden erst bei einer Überschussenergie, die der Auflösungsbreite von  $\Delta E = 0,93$  eV entspricht, die Filterschwelle überwinden. Bei  $\theta > 50,77^\circ$  erreichen die Elektronen nicht mehr den Detektor, sie werden durch  $B_{\max}$  magnetisch reflektiert.

ergibt sich aus dem Verhältnis der Magnetfelder am Startort  $B_S$  und im Feldmaximum  $B_{\max}$  zu

$$\theta_{\max} = \arcsin \left( \sqrt{\frac{B_S}{B_{\max}}} \right). \quad (2.18)$$

Die Quelle wird bewusst in einem schwächeren Magnetfeld  $B_S < B_{\max}$  positioniert, um Elektronen mit hohem Startwinkel daran zu hindern, in das Spektrometer zu gelangen. Auf diese Weise kann man die im Quellmaterial zurückgelegte Wegstrecke der transmittierten Elektronen und damit die Wahrscheinlichkeit für Energieverluste durch inelastische Stöße mit Tritiummolekülen reduzieren. Die nutzbare Quellfläche steigt durch das geringere Magnetfeld an, d. h. bei gleicher Säulendichte ergibt sich eine gesteigerte Quellaktivität bei gleicher Streuwahrscheinlichkeit, was jedoch nicht ausreicht, um den Zählratenverlust aufgrund des Grenzwinkels (2.18) zu kompensieren.

Aus den Gleichungen (2.12), (2.16) und (2.18) ergibt sich damit die analytische Transmissi-



**Abbildung 2.5: KATRIN-Ansprechfunktion** (aus [Ang04]). Dieses Diagramm zeigt die Ansprechfunktion des KATRIN-Hauptspektrometers für isotrop emittierte Elektronen mit fester Energie  $E$  als Funktion des Energieüberschusses zur Filterenergie  $E - qU$ . Hierfür wurde die Transmissionsfunktion mit dem Energieverlustspektrum gefaltet, das sich für eine Quellsäulendichte von  $\varrho d = 5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-2}$  ergibt. Der Startwinkel ist wie in Abb. 2.4 auf  $\theta_{max} = 50,77^\circ$  begrenzt. Im eingezeichneten Ausschnitt ist die Transmissionswahrscheinlichkeit der ungestreuten Elektronen bis zum Plateau bei  $P = 41,33\%$  dargestellt.

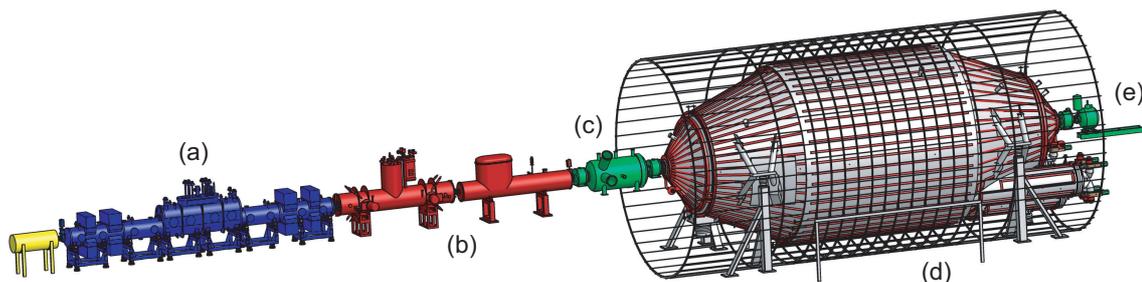
onsfunktion für den MAC-E-Filter zu [Pi92b]:

$$T(E_S, U_0) = \begin{cases} 0 & \text{für } E_S < qU_0 \\ \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{(E_S - qU_0) B_S}{E_S B_A}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{B_S}{B_{max}}}} & \text{für } qU_0 \leq E_S \leq qU_0 \frac{B_{max}}{B_{max} - B_A} \\ 1 & \text{für } E_S > qU_0 \frac{B_{max}}{B_{max} - B_A}. \end{cases} \quad (2.19)$$

Dabei ist  $U_0$  das Retardierungspotenzial und  $E_S$  die Startenergie der isotrop emittierten Elektronen mit Ladung  $q = -e$ . Die Transmissionsfunktion lässt nur Winkel bis  $\theta_{max}$  zu und hängt ab von der Startenergie der Elektronen  $E_S$ , dem Verhältnis der Magnetfelder von Quellort zu Analysierebene  $\frac{B_S}{B_A}$ , dem Retardierungspotenzial  $U_0$  und der Spektrometerauflösung  $\Delta E$  (s. Gl. (2.16)).

Die Transmissionsfunktion  $T(E_S, U_0)$  wurde hier auf eins normiert, ihr Verlauf für die Magnetfeldparameter des KATRIN-Hauptspektrometers ist in Abb. 2.4 dargestellt. Ein großer Vorteil des MAC-E-Filters ist seine analytisch berechenbare Transmissionsfunktion, die insbesondere keine Ausläufer zu höheren oder niedrigeren Energien zeigt.

Das Feld  $B_{max}$ , welches nach Gleichung (2.16) die Energieauflösung  $\Delta E$  definiert, wird durch einen sogenannten *Pinch*-Magneten erzeugt. Die Auflösung des KATRIN-Hauptspektrometers ist aus der Breite des Anstiegs der Transmissionswahrscheinlichkeit in Abb. 2.4 ablesbar.



**Abbildung 2.6: Referenzaufbau des KATRIN-Experiments.** Dargestellt ist der 70 m lange Referenz-Aufbau des KATRIN-Experiments (nach 2006) mit der fensterlosen gasförmigen Tritiumquelle (WGTS) (a), dem Transportsystem mit differentieller (DPS) und kryogener (CPS) Pumpstrecke (b), dem Vor- (c) und Hauptspektrometer (d) und dem Elektronen-Detektor (e). Das Hauptspektrometer ist umgeben von seiner Luftspulenkonstruktion dargestellt. Nicht gezeigt ist hier der Aufbau des Monitorspektrometers.

Für Elektronen aus dem Tritium-Zerfall mit 18 575 eV ergibt sich eine Energieauflösung von  $\Delta E = 0,93$  eV.

Bei der Bestimmung der Transmissionsfunktion wurden bislang keine Wechselwirkungsprozesse der Elektronen mit  $T_2$ -Molekülen in der Tritiumquelle berücksichtigt. Inelastische Streuprozesse führen nur zu kleinen Winkeländerungen der Elektronen und können nachträglich durch eine Faltung einer entsprechenden Energieverlustverteilung mit der Transmissionsfunktion (2.19) miteinbezogen werden [Osi01]. Es ergibt sich daraus die sogenannte *Ansprechfunktion*, die in Abbildung 2.5 dargestellt ist.

Es besteht auch die Möglichkeit, den integrierenden MAC-E-Filter in ein differentielles Spektrometer zu verwandeln, indem man ihn im Flugzeitmodus (TOF) betreibt. Dieses Verfahren wird ausführlich in [Bon99] beschrieben, es wird hier nur der Vollständigkeit halber erwähnt.

## 2.3 Überblick über das KATRIN-Experiment

Das KATRIN-Experiment befindet sich am Forschungszentrum Karlsruhe (FZK) im Aufbau. Hier bietet sich die Möglichkeit, auf der Erfahrung und der Infrastruktur des existierenden Tritium-Labors (TLK) aufzubauen. Das TLK ist das einzige zivile Labor, das einen geschlossenen Tritium-Kreislauf und die Lizenz zur Handhabung der für KATRIN erforderlichen Tritium-Menge (Lizenz: 40 g Tritium  $\approx 1,5 \cdot 10^{16}$  Bq) besitzt.

Alle mit Tritium in Verbindung stehenden Teile des Experiments, insbesondere die Tritium-Quelle, werden im Sicherheitsbereich des TLK-Gebäudes aufgebaut, dieser muss dazu auf einen Teil der neuen KATRIN-Gebäude ausgedehnt werden. Die übrigen Komponenten von KATRIN, z. B. die Spektrometer und der Detektor, werden in einem direkt im Anschluss an das TLK errichteten Neubau aufgebaut.

Im Folgenden soll der Referenzaufbau des KATRIN-Experiments in Anlehnung an den KATRIN Design Report [Ang04] erläutert werden. Im Herbst 2006 wurde der Referenzaufbau aus Zeit- und Kostengründen vereinfacht. An den entsprechenden Stellen im Text wird durch Fußnoten darauf hingewiesen.

Der aktuelle Referenzaufbau der Hauptstrahlführung des KATRIN-Experiments ist in Abb. 2.6 dargestellt und gliedert sich in Tritiumquelle, Transportstrecke, Vorspektrometer, Hauptspektrometer und Detektor. Das Monitorspektrometer mit Kalibrationsquelle ist hier nicht

gezeigt, es wird parallel in einem separaten Gebäude aufgebaut.

Angefangen bei der Tritiumquelle, über die Transportstrecke und Vor- und Hauptspektrometer, soll hier der Weg der Elektronen bis zum Detektor beschrieben werden. Schließlich wird das für die Kalibration sehr wichtige Monitorspektrometer beschrieben und das Kapitel mit einer Zusammenfassung der technologischen Herausforderungen abgeschlossen.

### 2.3.1 Die Tritiumquelle

Als Standardtritiumquelle wird bei KATRIN eine festerlose gasförmige Quelle („windowless gaseous tritium source“, WGTS) mit molekularem Tritium verwendet. Diese Art von Quelle wird aufgrund ihrer hohen Luminosität und der geringen systematischen Unsicherheiten bevorzugt. Eine solche Quelle wurde zuerst in Los Alamos [Rob91] entwickelt, wird aber auch am Experiment in Troitsk eingesetzt.

Die KATRIN-Quelle besteht aus einem 10 m langen Rohr mit 90 mm Durchmesser. Im gesamten Quellbereich herrscht ein axiales magnetisches Führungsfeld von  $B_S = 3,6$  T. Dieses definiert in Kombination mit dem ausgenutzten Quelldurchmesser von 82 mm den magnetischen Flussschlauch von  $191 \text{ T} \cdot \text{cm}^2$ , der für alle Komponenten gilt.

Im Zentrum des Quellrohres wird ultrakaltes Tritiumgas ( $T = 27$  K) mit einer hohen Isotopenreinheit von über 95 % durch eine Kapillare eingelassen, siehe Abb. 2.8. Die Quellsäulendichte  $\varrho d$  ist einer der Parameter, die die Signalarate  $S$  definieren und wird über den Einlassdruck  $p_{in}$  eingestellt. Begrenzt wird die Signalarate  $S$  in diesem Zusammenhang durch die inelastische Streuung der Elektronen in der Quelle. Es ergibt sich eine effektive Säulendichte  $(\varrho d)_{\text{eff}}$ , die vom maximalen Startwinkel  $\theta_{\text{max}}$  abhängt und proportional zur gemittelten Wahrscheinlichkeit<sup>10</sup>  $P_0(\varrho d, \theta_{\text{max}})$  eines Elektrons für ein ungestreutes Durchqueren der Quelle ist. Analog zu einer mittleren freien Weglänge kann die mittlere freie Säulendichte

$$(\varrho d)_{\text{frei}} = \frac{1}{\sigma_{\text{inel}}} = 2,94(6) \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-2} \quad (2.20)$$

aus dem totalen inelastischen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{inel}}$  für Elektronen mit 18,6 keV Energie definiert werden. Für sehr große Säulendichten  $d \rightarrow \infty$  erreicht die effektive Säulendichte ein asymptotisches Maximum, das gerade der Hälfte der mittleren freien Säulendichte entspricht<sup>11</sup>:

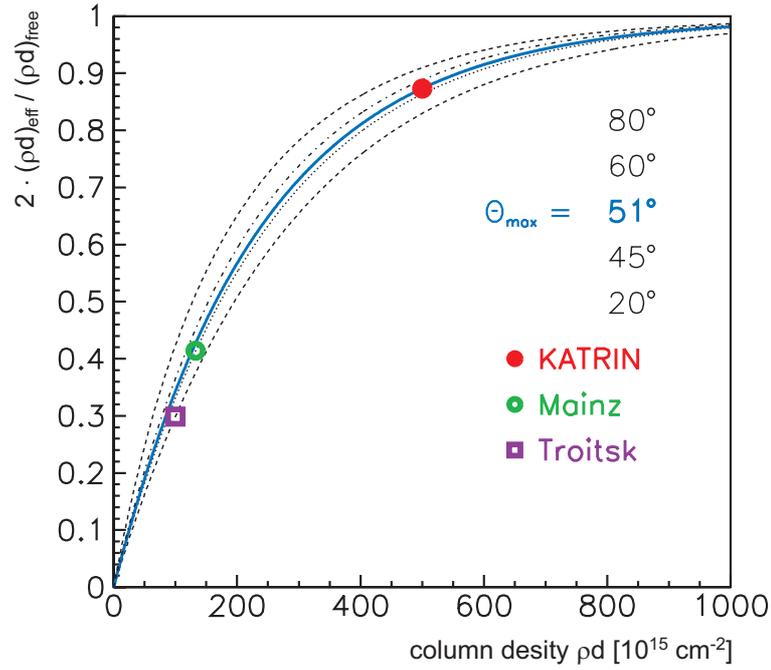
$$(\varrho d)_{\text{eff}} \longrightarrow \frac{(\varrho d)_{\text{frei}}}{2} = \frac{1}{2 \cdot \sigma_{\text{inel}}} \quad (2.21)$$

Die Säulendichte sollte daher so eingestellt werden, dass sie der Hälfte der mittleren freien Säulendichte relativ nahe kommt. Eine Erhöhung darüber hinaus würde keinen deutlichen Gewinn in der Signalarate  $S$  bringen, jedoch würden die systematischen Unsicherheiten verstärkt. Wie Abbildung 2.7 zeigt, ist ein guter Kompromiss, die Säulendichte auf  $\varrho d = 5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-2}$  einzustellen, wodurch etwa 90 % der halben mittleren freien Säulendichte erreicht werden. Für die KATRIN-Quelle wird dieser Wert als Referenzsäulendichte verwendet. Um den Referenzwert einzustellen, ist ein Einlassdruck von  $p_{in} = 3,4 \cdot 10^{-3}$  mbar bei  $T = 27$  K erforderlich, was einer Injektionsrate von  $5 \cdot 10^{19}$  Molekülen/sec entspricht.

Nach der Injektion diffundieren die  $\text{T}_2$ -Moleküle zu beiden Enden des Quellrohres, dabei verringert sich die Teilchenzahldichte nicht-linear bis zum ersten Pumpstutzen um den Faktor 20. Für die Diffusion durch die Quelle benötigen die Moleküle etwa eine Sekunde, dadurch

<sup>10</sup> $P_0(\varrho d, \theta_{\text{max}})$  wird über alle Elektronenbahnen gemittelt, d. h. alle Startwinkel bis  $\theta_{\text{max}}$  und alle möglichen Startorte in der Quelle bei einer Säulendichte von  $\varrho d$ .

<sup>11</sup>Für eine detaillierte Herleitung dieses Zusammenhangs wird auf [Ang04] Abschnitt 2.3.2 verwiesen.



**Abbildung 2.7: Quellsäulendichte bei KATRIN aus [Ang04].** Dieses Diagramm zeigt das Verhältnis zwischen effektiver und freier Säulendichte  $(\rho d)_{\text{eff}}/\frac{1}{2}(\rho d)_{\text{free}}$  als Funktion der Quellsäulendichte  $\rho d$  für verschiedene maximale Startwinkel  $\theta_{\text{max}}$ . Die Tritiumquelle von KATRIN wird bei  $\rho d = 5 \cdot 10^{17}$  Molekülen/cm<sup>2</sup> und  $\theta_{\text{max}} \approx 51^\circ$  betrieben werden, was dem rot eingezeichneten Punkt entspricht. In grün und violett sind die entsprechenden Bedingungen der Experimente in Mainz und Troitsk eingezeichnet.

ergibt sich eine Zerfallswahrscheinlichkeit für ein einzelnes Molekül innerhalb der WGTS von etwa  $3,6 \cdot 10^{-9}$ . Die Zerfallselektronen werden vom magnetischen Führungsfeld zu beiden Enden des Quellrohres transportiert. Die Signalrate der WGTS ist proportional zum Quellquerschnitt  $A_S$ . Für das Referenzdesign, d. h. für einen Durchmesser des Quellflussschlauchs von  $d_S = 82$  mm, die oben angegebene Injektionsrate und Zerfallswahrscheinlichkeit, ergibt sich eine Gesamtquellstärke<sup>12</sup> von etwa  $1,8 \cdot 10^{11}$  Zerfällen pro Sekunde im analysierten Flusschlauch von  $191 \text{ T} \cdot \text{cm}^2$ . Dabei ist zu beachten, dass nur Elektronen, die in Richtung der Spektrometer, d. h. in den vorderen Halbraum emittiert werden, analysiert werden.

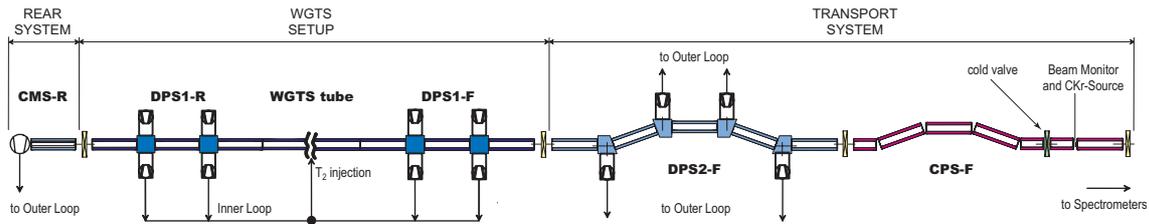
Die Realisierbarkeit des geschlossenen Tritium-Kreislaufs wurde durch das Testexperiment TiLo (engl. „Test of inner Loop“) erfolgreich gezeigt. Die hohe Tritium-Reinheit von  $> 95\%$  wurde dabei durch Laser-Raman-Spektroskopie [Lew07] überwacht, wie es auch bei der WGTS der Fall sein wird.

Der Hauptbeitrag der systematischen Unsicherheit der WGTS stammt von der Quellsäulendichte, welche auf 0,1% bekannt sein muss. Eine Betrachtung des idealen Gasgesetzes inklusive seiner relativen Unsicherheiten (s. Gl. (2.22)), die von Druck  $p$  und Temperatur  $T$  abhängen, führt zu einer Abschätzung der Anforderungen an die Unsicherheit dieser beiden Parameter.

$$pV = nRT \Rightarrow \rho = \frac{n}{V} = \frac{p}{RT}, \quad \frac{\Delta \rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2} = 0,001 \quad (2.22)$$

Es ergibt sich, dass die Regelschwankung der Rohrtemperatur 30 mK nicht überschreiten darf,

<sup>12</sup>Die Gesamtquellstärke beinhaltet alle Elektronen, die in den vorderen und hinteren Halbraum emittiert werden.



**Abbildung 2.8: Die Tritium führenden Teile von KATRIN.** Die Zeichnung zeigt die fensterlose gasförmige Tritiumquelle WGTS inklusive der differentiellen Pumpstrecken DPS1-R und -F. Rechts geht diese in das Transportsystem mit der DPS2-F und der kryogenen Pumpsektion CPS-F über. Links schließt sich das Kalibrations- und Monitorsystem CMS-R an die WGTS an.

während der Injektionsdruck auf  $1 \cdot 10^{-6}$  mbar bekannt sein muss, um  $\frac{\Delta\varrho}{\varrho} = 0,001$  zu erreichen. Diese Abschätzung zeigt sehr gute Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen aus [Ang04]. Die Stabilität der Rohrtemperatur soll durch ein hochentwickeltes Zwei-Phasen-Neon-Kühlsystem erreicht werden. Zur Stabilisierung des Injektionsdrucks wird ein geregelter Tritium-Zwischenspeicher eingesetzt werden.

Wie in Abb. 2.8 dargestellt, schließt sich links des Quellrohres das Kalibrations- und Monitorsystem CMS-R (engl. „Calibration and Monitoring Section“) an<sup>13</sup>. Mit den hier angebrachten Instrumenten soll die Quellaktivität überwacht werden, eine Elektronenkanone dient zum Vermessen der Ansprechfunktion des gesamten KATRIN-Aufbaus, sowie der Kontrolle der Quellsäulendichte. Die abschließende Rückwand dient zur Definition des Potentials der WGTS und bietet die Möglichkeit, Plasmaeffekte innerhalb des Quellgases zu untersuchen. Für weitere Details zum Quellaufbau muss an dieser Stelle auf [Ang04] verwiesen werden.

### 2.3.2 Die Transportstrecke

Die Signalelektronen aus der WGTS werden von der Transportstrecke zu den Spektrometern geführt. Sollten allerdings Tritiummoleküle aus der Quelle in das Hauptspektrometer gelangen und dort zerfallen, würden sie aufgrund der zu erwartenden Untergrunderhöhung die Sensitivität auf die Neutrinomasse dramatisch verschlechtern. Aufgabe der Transportstrecke ist es nun, den Fluss von  $T_2$ -Molekülen ins Hauptspektrometer so stark zu reduzieren, dass die Erhöhung der Untergrundrate auf maximal  $10^{-3}$  Ereignisse/s begrenzt wird. Dazu ist es notwendig, einen Restfluss von  $10^{-14}$  mbar l/s zu erreichen. Bei einem aus der WGTS in das Transportsystem eintretenden Fluss von 2 mbar l/s bedeutet dies, dass eine Reduktion um den Faktor  $10^{14}$  stattfinden muss. Um dieses Ziel zu erreichen, werden differentielle Pumpstrecken (DPS) und eine kryogene Pumpsektion (CPS) eingesetzt.

Wie in Abbildung 2.8 zu erkennen ist, schließen sich die mit starken Turbomolekularpumpen (TMP) ausgestatteten differentiellen Pumpstrecken (DPS1-R, DPS1-F und DPS2-F) direkt an die WGTS an. Eine der DPS1-Sektionen erreicht einen Reduktionsfaktor von 100. In Richtung der Spektrometer schließt sich die DPS2-F an, die mit ihren vier Pumpstutzen eine weitere Reduktion um den Faktor  $10^5$  erreicht. In Vorwärtsrichtung erreichen die DPS1-F und die DPS2-F zusammen schon eine Reduktion um  $10^7$ . Im Bereich der DPS1 ist zu beachten, dass  $T_2$ -Moleküle hier noch immer zur Gesamtsäulendichte der WGTS beitragen, d. h. auch

<sup>13</sup>In [Ang04] befand sich zwischen WGTS und CMS noch eine zusätzliche Pumpstation (DPS2-R), die mittlerweile wegoptimiert wurde.

hier gelten hohe Stabilitätsanforderungen, welche jedoch im Vergleich zu den Anforderungen innerhalb der WGTS leicht reduziert sind.

Im weiteren Verlauf des Transportsystems befindet sich die kryogene Pumpstrecke CPS-F<sup>14</sup>, deren Innenwände führen mit einer Temperatur von 4,5 K zu starker Adsorption von T<sub>2</sub>-Molekülen. Dieser Effekt wird zusätzlich durch die Belegung der Oberflächen mit Argonschnee verstärkt. Das Konzept dieser Methode wurde im Testexperiment TRAP (engl. „Tritium Argon frost Pump“) erfolgreich getestet [Eic08].

Um den Restfluss aus den differentiellen Pumpstrecken von etwa  $0,4 \cdot 10^{-7}$  mbar l/s so weit zu reduzieren, dass die Spektrometeranforderungen erfüllt werden, muss hier eine weitere Reduktion um den Faktor  $10^7$  stattfinden. Dadurch werden in der CPS-F etwa  $10^{17}$  T<sub>2</sub>-Moleküle/Tag deponiert, d. h. während eines KATRIN-Messzyklus von 60 Tagen sammelt sich in der CPS-F eine Aktivität von maximal 1 Ci an<sup>15</sup>.

In Abbildung 2.8 ist auch zu sehen, dass das Transportsystem nicht gerade aufgebaut ist, sondern die einzelnen Module der Transportmagnete gekippt zueinander stehen. Auf diese Weise soll der sogenannte „Beaming“-Effekt vermieden werden, durch den ungeladene und sich axial bewegende Moleküle ungehindert in den Spektrometerbereich vordringen können. Am Ende der CPS-F kann in einen geteilten Magneten ein Monitordetektor zur Aktivitätsüberwachung eingebracht werden. An dieser Stelle ist es auch möglich, die kondensierte <sup>83m</sup>Kr-Quelle zu betreiben. Ein Kaltventil trennt in diesem Fall die WGTS vom Spektrometersystem ab.

Wie anfangs schon erwähnt, hat die Transportstrecke neben der Reduktion der T<sub>2</sub>-Moleküle die Aufgabe, alle Zerfallselektronen adiabatisch, d. h. ohne Energieverlust bis zum Spektrometer zu transportieren. Das maximale Magnetfeld innerhalb des Transportsystems beträgt 5,6 T. Es darf im Bereich der Pumpstützen einen minimalen Wert von 0,3 T nicht unterschreiten, damit die nicht-adiabatische Energieänderung vernachlässigbar klein bleibt [Thü03].

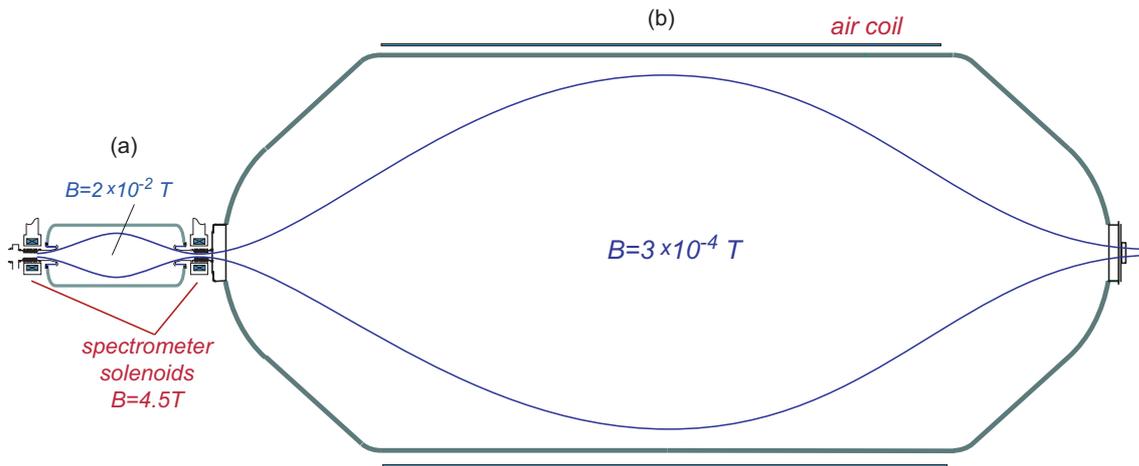
### 2.3.3 Die Spektrometer

Im Anschluss an die Transportstrecke befindet sich das System aus Vor- und Hauptspektrometer. Es handelt sich dabei um ein Paar von Spektrometern nach MAC-E-Filter Prinzip, wie schon in Kapitel 2.2 beschrieben.

Bei diesen beiden Spektrometern wird ein neues elektromagnetisches Konzept umgesetzt: Zum einen liegt das Retardierungspotenzial jetzt direkt am Vakuumtank an, zum anderen wird eine quasi masselose innere Drahtelektrode verwendet. Die Drahtelektrode kann zur Feinjustage des Retardierungspotenzials und der Transmissionseigenschaften verwendet werden. Mit dem im Vergleich zum Vakuumtank etwa 100 V negativeren Potenzial liegt ihre Hauptaufgabe jedoch in der Abschirmung von niederenergetischen Elektronen aus den Edelstahlwänden des Vakuumtanks, die aufgrund der Umgebungsradioaktivität oder durch kosmische Strahlung ausgelöst werden.

<sup>14</sup>In [Ang04] wird noch der zweigeteilte Aufbau mit CPS1-F und CPS2-F beschrieben, die mittlerweile in der CPS-F vereint wurden, wobei der geteilte Magnet für das Einbringen der kondensierten Tritiumquelle entfernt werden musste. In der aktuellen CPS-F existiert jedoch die Möglichkeit einen Monitordetektor oder die kondensierte Kryptonquelle zu betreiben.

<sup>15</sup>In 60 Tagen werden  $6 \cdot 10^{18}$  T<sub>2</sub>-Moleküle deponiert. Mit der Zerfallskonstante von  $\lambda = 3,6 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$  für ein Molekül ergibt sich eine Aktivität von 21,6 GBq, was weniger als  $37 \text{ GBq} = 1 \text{ Ci}$  ist.



**Abbildung 2.9: Vor- und Hauptspektrometer im KATRIN-Aufbau.** Elektronen aus der Tritium-Quelle müssen zuerst das grob filternde Vorspektrometer (a) passieren, um das hochauflösende Hauptspektrometer (b) zu erreichen. Das Vorspektrometer lässt nur den hochenergetischen Teil des Spektrums, welcher die Information über die Neutrinomasse trägt, ins Hauptspektrometer gelangen. Dort findet schließlich die genaue Energieanalyse statt.

## Das Vorspektrometer

Elektronen aus der Quelle (WGTS) und der Elektronenkanone müssen auf dem Weg zum Detektor zuerst das Vorspektrometer passieren, siehe Abb. 2.9. Letzteres hat mit einer Länge von 3,38 m und einem Durchmesser von 1,7 m in etwa die Dimension der Spektrometer in Troitsk und Mainz. Im KATRIN-Aufbau arbeitet es, aufgrund seiner Hochpasseigenschaften, jedoch als Vorfilter mit der Aufgabe den niederenergetischen Teil des Tritiumspektrums unterhalb von 18,3 keV abzuschneiden und nur etwa die letzten 300 eV unterhalb des Endpunktes zur genauen Energieanalyse ins Hauptspektrometer gelangen zu lassen. Die Information über die Neutrinomasse tragen nur die hochenergetischen Elektronen nahe der Endpunktenergie, siehe Kapitel 2.1.

Das Vorspektrometer reduziert den Fluss von etwa  $10^{10}$  Elektronen/s aus der Quelle auf einen Fluss von etwa  $10^3$  Elektronen/s, die in das Hauptspektrometer gelangen. Seine Magnete erzeugen ein 4,5 T starkes magnetisches Führungsfeld, das in der Analysierebene auf etwa 20 mT absinkt. Die Energieauflösung des Vorspektrometers ist mit etwa 100 eV für 18,6 keV Elektronen zwar relativ grob, reicht aber für die Funktion als Vorfilter vollkommen aus. Durch das relative hohe minimale Magnetfeld und die grobe Energieauflösung ist es nicht notwendig, eine Erdfeldkompensation oder korrigierende Luftspulen einzusetzen.

Durch ein Pumpsystem aus Turbomolekularpumpen (TMP) und Gettermaterial (NEG, engl. „non evaporable getter“), wird ein Druck von  $10^{-11}$  mbar erreicht.

Bis das Vorspektrometer im KATRIN-Aufbau eingesetzt wird, d. h. bis das Experiment fertig aufgebaut wurde und in Betrieb geht, dient es als Testanlage und Prototyp für das Hauptspektrometer. Die Einhaltung der extremen Ultrahochvakuumanforderungen wurde bereits erfolgreich geprüft, ebenso wie die Funktion der Heiz- und Kühlanlage. Viel wichtiger ist allerdings, das neue Konzept des elektromagnetischen Designs zu untersuchen, wobei auch das neue Hochspannungssystem und die ppm-genaue Spannungsüberwachung des Hauptspektrometers getestet werden sollen. Dabei wird vor allem das Prinzip der aktiven Entfernung von gespeichertem Teilchen durch ein oder mehrere elektrische Dipolfelder untersucht werden.



**Abbildung 2.10: Hauptspektrometer Vakuumtank während des Transports.** Dieses Foto zeigt den unverkleideten Vakuumtank des KATRIN-Hauptspektrometers während des Transports auf dem Gelände des Forschungszentrums Karlsruhe.

Neben seiner Aufgabe, den Elektronenfluss ins Hauptspektrometer zu begrenzen, kann das Retardierungspotenzial des Vorspektrometers auch als Modulator verwendet werden, um das Hauptspektrometer im nicht-integrierenden Flugzeitmodus (MAC-E-TOF) zu betreiben [Ang04].

### Das Hauptspektrometer

Das Hauptspektrometer folgt in direktem Anschluss an den zweiten Vorspektrometersolenoiden, der auch gleichzeitig die Funktion des ersten Hauptspektrometersolenoiden übernimmt<sup>16</sup>. Das Magnetfeld des zweiten Hauptspektrometersolenoiden wird vom Magneten des Detektoraufbaus unterstützt.

Die Aufgabe des Hauptspektrometers ist es nun, die Energie der hochenergetischen Elektronen genau zu analysieren. Wie beim Vorspektrometer beträgt das maximale Magnetfeld 4,5 T, allerdings fällt es bis zur Analysierebene auf nur 0,3 mT ab. Mit einem Pinch-Magnetfeld von 6 T in einem der Transportsystemmagnete führt dies zu der sehr hohen Auflösung von 0,93 eV für 18,6 keV-Elektronen. Da aber der Flusschlauch von  $191 \text{ T} \cdot \text{cm}^2$  erhalten bleiben muss, wird die Fläche der Analysierebene sehr groß. Dies und die Anforderungen an Adiabasie und Transmissionsvermögen führen zu den Abmessungen des Hauptspektrometers: Seine Länge

<sup>16</sup>Im ursprünglichen Design von [Ang04] waren zwei Transportsystemelemente zwischen den Spektrometern eingeplant. Durch Optimierungen der Magnetfeldparameter konnte der Aufbau vereinfacht werden, was zu einer deutlichen Kostenreduktion führte.

beträgt 23,3 m und sein Durchmesser 10 m. Damit ist das Hauptspektrometer (siehe Fotografie in Abb. 2.10) die größte Komponente des KATRIN-Experiments und gleichzeitig auch eine seiner Kernkomponenten.

Um eine Untergrunderhöhung durch Stöße der Elektronen mit Restgasmolekülen zu verhindern, wird extremes Ultrahochvakuum mit einem Enddruck von  $10^{-11}$  mbar angestrebt. Dazu wird ein Vakuumsystem aus TMP's und NEG-Material eingesetzt, das eine Pumpleistung von  $\geq 250\,000$  l/s erreicht.

Die gesamte innere Oberfläche wird mit einer modularen Drahtelektrode bedeckt sein, in deren Konzept alle Erfahrungen und Erkenntnisse aus den Vorspektrometer-Tests einfließen. Anders als die Drahtelektrode des Vorspektrometers, besteht die Elektrode im Hauptspektrometer aus einer zweilagigen Drahtkonstruktion, mit jeweils etwa 100 V Potenzialdifferenz zwischen den Elektrodenlagen. Die Drahtelektrode wird an der Universität Münster entwickelt und gebaut, ihr Konzept wird in [Val04] ausführlich beschrieben.

Bedingt durch das niedrige Magnetfeld in der Analysierebene ist es erforderlich, das Erdmagnetfeld mit einem Luftspulensystem in Kosinusspulen-Anordnung aktiv zu kompensieren. Störungen in der Magnetfeldsymmetrie, die durch die ungleichen Spektrometersolenoiden verursacht werden, müssen durch eine Reihe axial ausgerichteter Luftspulen um den zentralen Bereich des Spektrometers kompensiert werden. Diese Luftspulen (s. Abb. 2.6) dienen gleichzeitig zur Feineinstellung des Magnetfeldes der Analysierebene und seiner Homogenität.

### Anforderungen an die Hochspannungsversorgung des Hauptspektrometers

Das Hochspannungssystem des Hauptspektrometers, d. h. die Erzeugung, die Stabilisierung und die Überwachung des Retardierungsfeldes, müssen sehr hohen Anforderungen genügen: Zum einen muss der gesamte Vakuumtank mit Potenzial versorgt werden, zum anderen liegt die Drahtelektrode auf einem dazu negativeren Potenzial, wobei jede Drahtlage ein eigenes Potenzial bekommt. Das Elektrodensystem ist zusätzlich in mehrere Bereiche eingeteilt, die ein jeweils leicht unterschiedliches Potenzial erhalten sollen. Durch das neue elektromagnetische Design liegen viele Oberflächen des KATRIN-Aufbaus und die daran angeschlossenen Pumpen und Messgeräte auf Hochspannung. In Kombination mit dem geerdeten Transportsystem wirkt der gesamte Aufbau wie eine Antenne für jegliche hochfrequente Störung, falls dies nicht durch entsprechende Gegenmaßnahmen verhindert wird. Das Retardierungspotenzial, genauer die Potenzialdifferenz zwischen Quelle und Analysierebene, muss trotz aller Störungen im ppm-Bereich stabil sein und überwacht werden. Die Anforderungen an Präzision und Stabilität des Retardierungsfeldes und seiner Überwachung werden in Kapitel 3 erläutert. Auch für das Hauptspektrometer ist geplant, die Elektrode in verschiedenen Dipolmodi zu betreiben, wobei nach Deaktivierung des Dipolfeldes und Reaktivierung des Messpotenzials die ppm-Stabilität reproduziert werden muss.

#### 2.3.4 Der Detektor

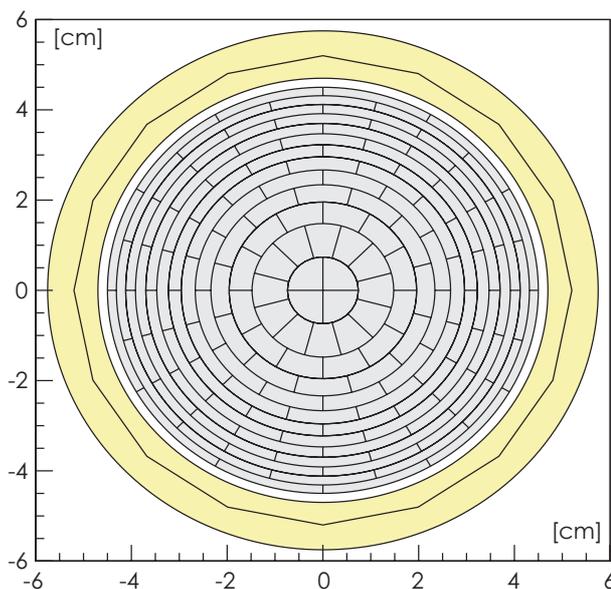
Elektronen, die die Analysierebene des Hauptspektrometers überwinden, werden wieder auf ihre ursprüngliche kinetische Energie beschleunigt und magnetisch zum Hauptdetektor (FPD, engl. „Final Plane Detector“) geführt. Der Detektor befindet sich im Zentrum, d. h. im Magnetfeldmaximum, eines Solenoiden, der ein Feld von  $B_{\text{det}} = 3$  T (bzw. 6 T im Nachbeschleunigungsmodus) erzeugt und das Magnetfeld des zweiten Solenoiden des Hauptspektrometers

unterstützt<sup>17</sup>. Der Referenzdruck im Detektorbereich ist  $p < 10^{-10}$  mbar. Folgende Anforderungen muss der Detektor erfüllen:

- Hohe Effizienz, um Tritium- $\beta$ -Elektronen bei 18,6 keV nachweisen zu können.
- Eine hohe Energieauflösung und dünne Totschicht wegen der Untergrundrate.
- Der Detektoruntergrund im vermessenen Energiefenster um 18,6 keV sollte deutlich geringer sein als der Spektrometeruntergrund.
- Zur Kalibration müssen Konversionselektronen von  $^{83m}\text{Kr}$  bei 17,8 keV und 32 keV detektiert werden.
- Die hohe Rate der Elektronen aus der Elektronenkanone ( $\approx 10^5 \text{ s}^{-1}$ ) oder der  $^{83m}\text{Kr}$ -Konversionselektronenquelle darf den Detektor nicht überfordern.

Als Detektortechnologien für diese niedrigen Energien kommen Silizium-Halbleiterdetektoren oder Bolometer in Frage. Letztere sind aufgrund des offenen KATRIN-Aufbaus technisch sehr anspruchsvoll, daher wird im KATRIN-Referenzaufbau ein als PIN-Diode aufgebauter Multipixel-Silizium-Halbleiterdetektor eingesetzt. Im 3 T starken Magnetfeld wird der KATRIN-Flussschlauch auf eine Detektorfläche von  $63 \text{ cm}^2$  abgebildet, d. h. der Detektor hat bei kreisförmiger Grundfläche einen Durchmesser von etwa 9 cm. Die Energieauflösung des Detektors ist wichtig für die Diskriminierung von Untergrundbeiträgen und um ein möglichst schmales Energieintervall für die Signalelektronen zu gewährleisten. Monte-Carlo (MC)-Simulationen haben gezeigt, dass für KATRIN eine Auflösung von  $\Delta E < 1 \text{ keV}$  (FWHM) ausreichend ist.

Es ist eine 12-fache radiale Segmentierung der Detektorfläche geplant, wobei ein vierfach unterteiltes Detektorzentrum vorgesehen ist. Dies führt zu dem in Abbildung 2.11 dargestellten sogenannten „Dartboard“-Design mit  $30^\circ$  azimuthaler Aufteilung und 148 Segmenten. Die Segmentierung reduziert die Kapazitäten und damit das elektronische Detektorrauschen pro Pixel und ermöglicht die Untersuchung der Inhomogenitäten der Felder in der Analysierebene, die Überwachung der Homogenität des Quell-Potenzials und der Quellsäulendichte und hilft bei der Identifikation von Untergrundquellen, die von außen in den Flussschlauch eindringen. Der Detektor ist von einem aktiven Myonen-Veto-Schild in Form von Plastikszintillatoren umgeben, das wiederum von einer



**Abbildung 2.11: Vorläufiges Detektor Layout.** Dargestellt ist ein Entwurf für ein  $30^\circ$  azimuthal aufgeteilten Detektor mit insgesamt 148 Segmenten.

<sup>17</sup>In [Ang04] schließt sich an den zweiten Spektrometersolenoiden eine Transportstrecke an, bevor die Elektronen den Detektor erreichen. Im aktuellen Design wurde die Transportstrecke und der zweite Spektrometersolenoid entfernt. Die Kombination eines einzelnen modifizierten Transportsolenoiden und des Detektorsolenoiden übernimmt nun die Funktion des zweiten Spektrometersolenoiden.



**Abbildung 2.12: Mainzer Spektrometer in Konfiguration V.** Dargestellt ist der Querschnitt des Mainzer Spektrometers entlang der Strahlachse. In Konfiguration V liegen der Vakuumtank und die konischen Eingangselektroden auf Erdpotential (schwarz), die massive Innenelektrode (rot) und zwei Drahtelektroden liegen auf Hochspannung. Die äußere Drahtelektrode (violett) ist mit der massiven Elektrode kurzgeschlossen. Das von der inneren Drahtelektrode (blau) erzeugte Feld ist relevant, sie deckt die massive Elektrode vollständig ab.

mehrlagigen passiven Abschirmung aus Cu, Be und Pb ummantelt ist. Der maximale Einfallswinkel der Elektronen liegt in dieser Konfiguration bei  $\theta_{\text{det,max}} = 45^\circ$ , was zu einer Rückstreuwahrscheinlichkeit von  $P_{\text{back}} = 0,33$  für 20 keV Elektronen führt [Ang04]. Um den Energiebereich und die Detektor-Sensitivität optimal auszunutzen, ist eine Nachbeschleunigung der Signalelektronen mit etwa 30 kV geplant. Hierbei reduzieren sich der maximale Einfallswinkel der Elektronen und die Rückstreuwahrscheinlichkeit. Gleichzeitig wird das Detektormagnetfeld auf 6 T erhöht, wodurch der Flusschlauch komprimiert wird und nur noch eine reduzierte Detektorfläche ausgeleuchtet wird, was zu einer Reduzierung des elektronischen Detektorrauschens ( $\propto$  Detektorkapazität) führt. Die Nachbeschleunigung ermöglicht auch die Unterscheidung zwischen Signalelektronen und  $\beta$ - oder  $\gamma$ -Untergrund aus der Umgebung des Detektors, da man die Energie der Signalelektronen in einen Energiebereich verschiebt, der eine besonders niedrige Untergrundrate aufweist.

Das endgültige Layout des Detektors ist noch nicht festgelegt, momentan wird die Detektor-Technologie mit einer  $8 \times 8$  Pin-Diode am KATRIN-Vorspektrometer getestet.

### 2.3.5 Das Monitorspektrometer

Die 70 m lange Hauptstrahlführung des KATRIN-Aufbaus wird durch eine zweite unabhängige Strahlführung ergänzt. Dieser 5 - 6 m lange Aufbau wird zur Überwachung und Kalibration des Retardierungspotenzials im Hauptspektrometer benötigt und trägt daher den Namen Monitorspektrometer.

Als Monitorspektrometer wird der Aufbau des Mainzer Neutrinomassenexperimentes verwendet. Das Mainzer Spektrometer wird in Ausbaustufe V (s. Abb. 2.12) eingesetzt, d. h. der Vakuumtank verbleibt auf Erdpotential und die solide Elektrode und die Drahtelektrode liegen auf Hochspannung. Auch hier besteht die Möglichkeit die Drahtelektrode, wie in Vor- und Hauptspektrometer, zur Untergrundabschirmung einzusetzen, was aber bei den hohen zu erwartenden Zählraten der Kalibrationsquellen nicht unbedingt erforderlich ist.

Im Mainzer Experiment wurde das Spektrometer mit 4,8 eV Auflösung bei 18,6 kV betrieben. Für die HV-Überwachung bei KATRIN wird eine höhere Auflösung benötigt, d. h. mit den vorhandenen Luftspulen wird das Magnetfeld in der Analysierebene auf 0,3 mT korrigiert, während in den Solenoiden ein Feld von 6 T herrscht. Man erhält so 1 eV Auflösung bei 20 kV Retardierungsfeld, jedoch verliert man durch die hohe Auflösung deutlich an Luminosität, was für die Kalibrationsquellen aber eine untergeordnete Rolle spielt.

Als Elektronendetektor für das Monitorspektrometer ist der Testdetektor des Vorspektrometers vorgesehen, es handelt sich dabei um eine segmentierte Silizium-Pin-Diode mit  $8 \times 8$  Pixeln.

Um die gegenseitige Beeinflussung der KATRIN-Spektrometer durch ihre magnetischen Streufelder zu minimieren, wird das Monitorspektrometer in 15 m Abstand zum Hauptspektrometer in einem eigens dafür errichteten separaten Gebäude aufgebaut.

Durch das Monitorspektrometer wird eine Überwachung der Stabilität und der Reproduzierbarkeit des Potentials im Hauptspektrometer im laufenden Betrieb möglich. Dazu wird das Monitorspektrometer mit derselben Retardierungsspannung versorgt, die auch an der Innelektrode des Hauptspektrometers anliegt und es wird eine monoenergetische Kalibrationsquelle vermessen. Zusätzlich wird das aktuelle Analysierpotential permanent von einem neuen Typ von Präzisionsspannungsteiler (s. Kap. 4) überwacht.

Um eine monoenergetische Elektronenquelle bei konstantem Retardierungsfeld im Hauptspektrometer zu vermessen, muss das Potential der Kalibrationsquelle im Bereich bis 1 000 V variiert werden, was mit modernen Präzisionsgeräten im ppm-Bereich möglich ist.

Die Austrittsarbeit von Monitorspektrometer und Hauptspektrometer sind praktisch identisch, da beide aus XHV-tauglichem Edelstahl gefertigt wurden. Das Mainzer Spektrometer erreicht unter Normalbedingungen regelmäßig ein Vakuum mit  $p \approx 10^{-10}$  mbar.

Zur Kalibration werden Quellen benötigt, die monoenergetische Elektronen im Endpunktbereich des Tritiumspektrums emittieren und dabei stabil und reproduzierbar sind. Es stehen mehrere Kalibrationsquellen für das Monitorspektrometer zur Verfügung, die dies erfüllen. Die Eigenschaften der einzelnen Quellen werden in Abschnitt 3.2 erläutert. Allen gemeinsam ist die Emission von monoenergetischen Elektronen zwischen 7 keV und 32 keV. Eine auf Am und Co basierende Photoelektronenquelle emittiert Elektronen mit 18,6 keV Energie. Die sogenannte Rb-Kr-Konversionselektronenquelle und die kondensierte Krypton-Konversionselektronenquelle (CKrS) emittieren u. a. Elektronen bei 17,8 keV ( $K_{32}$ -Konversion) und 30,5 keV ( $L_{332}$ -Konversion). Die CKrS ist dabei die einzige Quelle, die auch in die Hauptstrahlführung im Bereich der CPS-F eingebracht und daher am Hauptspektrometer betrieben werden kann, weil im Gegensatz zu den anderen Quellen nicht die Gefahr der Kontamination des Hauptspektrometers besteht<sup>18</sup>.

Alle Testmessungen für das Monitorspektrometer finden noch im Labor an der Universität Mainz statt, bis das Monitorspektrometer Mitte 2008 seinen neuen Platz am Forschungszentrum Karlsruhe einnehmen wird.

## 2.4 Zusammenfassung der technischen Herausforderungen

Zur Suche nach der Neutrinomasse und für den Aufbau und Betrieb von KATRIN ist es erforderlich, bei allen Kernkomponenten an die Grenzen der gegenwärtigen Technologie zu gehen. An vielen Stellen ist es sogar notwendig, bestehende Technologien weiter zu entwickeln, um die Anforderungen des KATRIN-Experimentes zu erfüllen. Zur Verdeutlichung sollen hier nochmals einige der Anforderungen genannt werden:

- Für den Betrieb der fensterlosen gasförmigen Tritiumquelle (WGTS) muss eine Isotopenreinheit von 95 % erreicht und dabei die Tritium-Zirkulation und -reinigung für eine Aktivität im kCi-Bereich über den Experimentierzeitraum gewährleistet werden.

<sup>18</sup>Es besteht keine Kontaminationsgefahr, da in der CKrS nur reines  $^{83m}\text{Kr}$ -Gas mit  $T_{1/2} = 1,83$  h zum Einsatz kommt und keine langlebigen radioaktiven Elemente ins Hauptspektrometer eindringen können, was bei den übrigen Quellen u. U. passieren kann.

- Sämtliche Parameter, von denen die Quellsäulendichte  $\rho d$  abhängt, müssen im  $10^{-3}$ -Bereich bekannt sein. Für die WGTS-Temperatur von 27 K bedeutet dies, dass sie auf 30 mK stabilisiert werden muss.
- Zwischen Quelle und Spektrometer muss eine Reduktion des Tritium-Flusses um einen Faktor  $10^{14}$  erreicht werden, um die Spektrometer nicht zu kontaminieren.
- Extremes Ultrahochvakuum ( $p < 10^{-11}$  mbar) muss in sehr großen Volumina ( $\approx 1400 \text{ m}^3$ ) erreicht werden.
- Für das Führungsfeld müssen etwa 30 supraleitende Magneten permanent betrieben werden.
- Eine ganze Reihe von elektromagnetischen Simulationen und MC-Studien sind erforderlich, um alle möglichen Effekte und Eigenschaften des Experiments auf meV-Ebene zu verstehen.
- Die Retardierungsspannung des Hauptspektrometers und deren Überwachung muss eine Stabilität und Reproduzierbarkeit im ppm-Bereich bei Spannungen von 20 kV erreichen.

Der zuletzt genannte Punkt ist auch zugleich der Schwerpunkt dieser Arbeit. Dabei ist das Ziel, eine langzeitstabile Überwachung des Retardierungspotenzials durch einen Präzisionsspannungsteiler zu ermöglichen. Der Präzisionsspannungsteiler wird parallel zum Monitor-spektrometer permanent die Spannung auf der Drahtelektrode des Hauptspektrometers überwachen und in regelmäßigen Abständen kalibriert werden. Ist die Spannungsüberwachung erfolgreich, kann sogar versucht werden, eine Absolutkalibration auf ppm-Niveau durchzuführen.

Im folgenden Kapitel werden nun die statistischen und systematischen Effekte erläutert, die schließlich zu den strengen Anforderungen an die Stabilität und die Reproduzierbarkeit der Spannungsüberwachung und des Präzisionsspannungsteilers führen.

## Kapitel 3

# Stabilität und Energiekalibration

Dieses Kapitel behandelt den Zusammenhang zwischen den statistischen und systematischen Unsicherheiten, die bei KATRIN auftreten, ihren Auswirkung auf die Bestimmung der Neutrinomasse und die sich daraus ergebenden Anforderungen an die Kalibrationsquellen, die Spannungüberwachung und den Spannungsteiler.

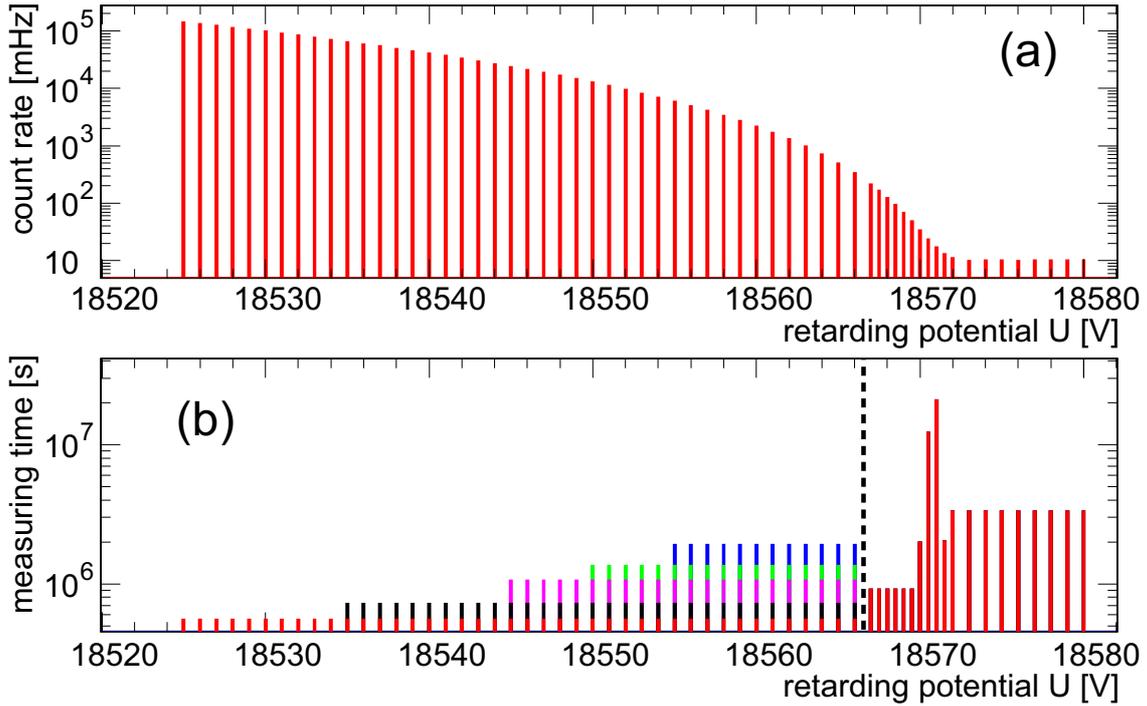
### 3.1 Statistische und systematische Unsicherheiten

Die zu erwartenden statistischen Unsicherheiten des KATRIN-Experiments werden ausführlich im KATRIN Design Report [Ang04] diskutiert und durch MC-Simulationen abgeschätzt. In diesem Abschnitt sollen die wesentlichen Zusammenhänge zusammengefasst und erläutert werden.

Da ein MAC-E-Filter als integrierendes Spektrometer arbeitet, wird durch die Variation der Retardierungsspannung ein integrales  $\beta$ -Spektrum aufgezeichnet. Für ein solches Spektrum sind Parameter wie Anzahl von Tritiumkernen in der Quelle, Messzeit während einer Spannungseinstellung, Transmissionsfunktion und Untergrundzählrate maßgeblich. Bei KATRIN ist die Signatur einer endlichen Neutrinomasse etwa 3 eV unterhalb des kinematischen Endpunktes bei einem optimalen Signal-zu-Untergrund-Verhältnis von 2:1 maximal [Ott06]. Abbildung 3.1 zeigt die aufgrund dieser Tatsache optimierte Messpunkt- und Messzeitverteilung, die zu den KATRIN Referenzwerten geführt hat.

Die statistische Unsicherheit hängt von der Länge des ausgewerteten Energieintervalls um den kinematischen Endpunkt ab. Wie erwähnt, ist die Signatur der Neutrinomasse in der Nähe des Endpunktes maximal, sinkt aber weiter im  $\beta$ -Spektrum deutlich ab, d. h. ein kurzes Auswertintervall scheint optimal zu sein. In der Analyse ist jedoch die Kenntnis der Endpunktsenergie des  $\beta$ -Spektrums besonders wichtig, welche umso genauer bestimmt werden kann, je Länger das Auswertintervall gewählt wird. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 3.2(c) für das KATRIN Referenzdesign in Abhängigkeit der unteren Auswertintervallgrenze dargestellt, die obere Intervallgrenze liegt hierbei immer bei  $E_0 + 5$  eV. Ein Intervall, das weiter als  $E_0 - 25$  eV ins Spektrum reicht, bringt dabei keine deutliche Verbesserung mehr. Nicht dargestellt ist die Tatsache, dass eine Absenkung der unteren Grenze des Auswertintervalls zu einer Verstärkung der systematischen Unsicherheiten führt. Dabei spielen z. B. Energieverluste der  $\beta$ -Elektronen durch Streuung eine Rolle, da diese mit der Tiefe im Spektrum ( $E_0 - qU_{\min}$ ) ansteigen (s. Abb. 2.5).

Die statistische Unsicherheit sinkt bei einem größeren Auswertintervall, die systematischen



**Abbildung 3.1: Optimierte Messpunktverteilung aus [Ang04].** Darstellung (a) zeigt die simulierte Zählrate für verschiedene Einstellungen des Retardierungsfeldes bei einer Untergrundrate von  $\Gamma = 0,01 \text{ s}^{-1}$ . Der Tritium-Endpunkt entspricht einer Retardierungsspannung von  $U = 18575 \text{ V}$ . In (b) ist die optimierte Messpunktverteilung dargestellt, d. h. Messzeit je eingestellter Stufe des Retardierungsfeldes. Links der gestrichelten Linie ( $U = 18566 \text{ V}$ ) wird farblich abgesetzt die Verteilung für verschiedene untere Auswertintervallgrenzen von 20 eV (blau) bis 50 eV (rot) unterhalb des Tritium-Endpunktes verdeutlicht. Für  $U > 18566 \text{ V}$  hängt die Messzeit nicht mehr vom Auswertintervall ab. Für die Zeitskala wurde eine Gesamtmesszeit von drei Jahren angenommen.

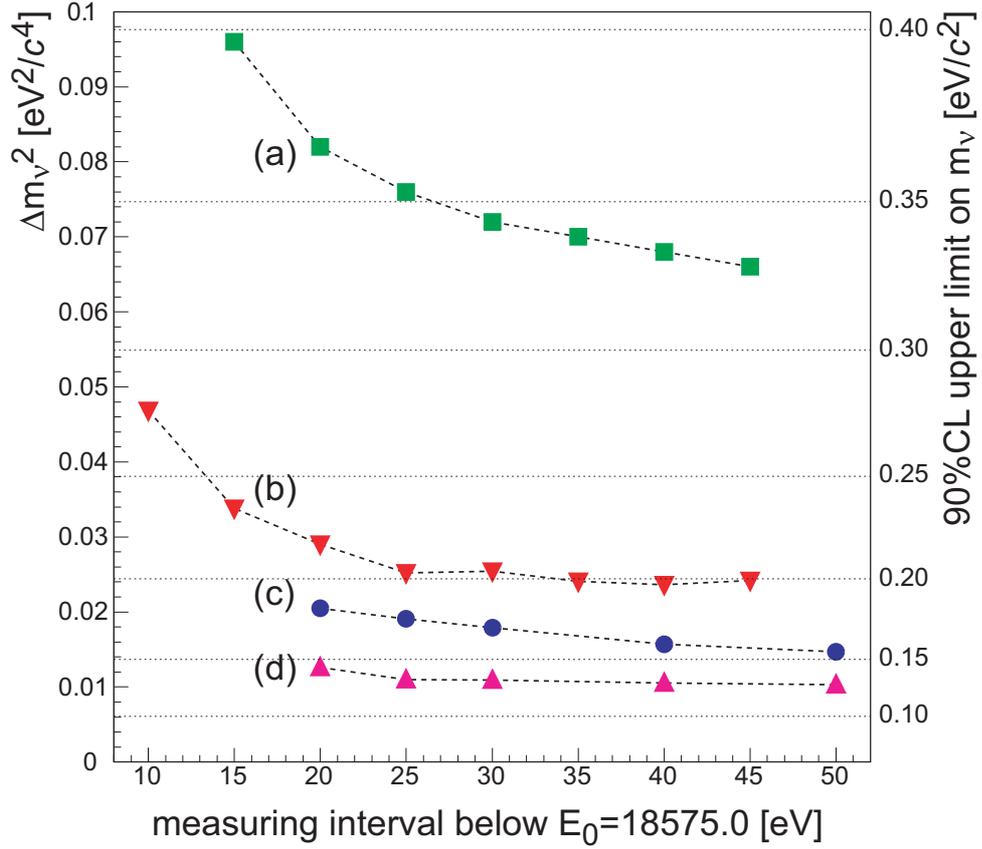
Unsicherheiten steigen dagegen an. Folglich sind die statistischen und systematischen Unsicherheiten über das Auswertintervall gekoppelt und aus ihrer quadratischen Summe ergibt sich ein Minimum der Gesamtunsicherheit, wenn beide etwa zu gleichen Teilen beitragen. Es gilt also, ein ausreichend langes Auswertintervall zu finden, um die statistische Unsicherheit gering zu halten, dabei aber dennoch den systematischen Fehler nicht so weit zu erhöhen, dass  $\Delta m_{\text{stat}}^2 \approx \Delta m_{\text{syst}}^2$  nicht mehr erfüllt werden kann. Für das KATRIN-Experiment ist geplant, ein Auswertintervall von  $[E_0 - 25 \text{ eV}; E_0 + 5 \text{ eV}]$  zu verwenden, was sehr hohe Anforderungen an die einzelnen Komponenten stellt. Simulationsrechnungen in [Ang04] zeigen für das angegebene Auswertintervall eine statistische Unsicherheit von:

$$\Delta m_{\text{stat}}^2 = 0,018 \text{ eV}^2/c^4 \quad (3.1)$$

Als systematische Unsicherheiten wurden von der KATRIN-Kollaboration eine ganze Reihe von Effekten identifiziert und ihr Einfluss auf das Neutrinomassenquadrat abgeschätzt. Im Auswertintervall von  $[E_0 - 25 \text{ eV}; E_0 + 5 \text{ eV}]$  tragen einige Effekte nur gering bei, andere sind dagegen dominant. Um den Wert der statistischen Unsicherheit (Gl. (3.1)) nicht zu übersteigen wird versucht eine systematische Unsicherheit von

$$\Delta m_{\text{syst},\text{total}}^2 \leq 0,017 \text{ eV}^2/c^4 \quad (3.2)$$

zu erreichen. Inklusive der Unsicherheit bei Erzeugung und Überwachung des Retardierungspotenzials, sind es fünf Hauptbeiträge zur systematischen Unsicherheit. Die Hauptbeiträge



**Abbildung 3.2: Abhängigkeit der statistischen Unsicherheit aus [Ang04].** Dieses Diagramm zeigt die Abhängigkeit der statistischen Unsicherheit von der unteren Grenze des Auswertintervalls, obere Grenze ist immer  $E_0 + 5$  eV. Kurve (a) zeigt das Verhalten für das ursprüngliche Design mit 7m-Spektrometer aus [Osi01], für das 10m-Spektrometer und eine gleichmäßige Messpunktverteilung ergibt sich (b) und für das KATRIN Referenzdesign mit 10m-Spektrometer und optimierter Messpunktverteilung (s. Abb. 3.1) ergibt sich (c). Kurve (d) entspricht (c), jedoch wurde die Untergrundzählrate von  $\Gamma = 0,01 \text{ s}^{-1}$  (wie (a) bis (c)) auf  $0,001 \text{ s}^{-1}$  reduziert.

dürfen also nur jeweils

$$\Delta m_{\text{sys,einzel}}^2 \leq 0,0075 \text{ eV}^2/c^4 \quad (3.3)$$

zur systematischen Gesamtunsicherheit<sup>1</sup> beitragen. Die nur geringfügig beitragenden systematischen Effekte sind darin ebenfalls berücksichtigt. Im Folgenden sollen die fünf dominanten systematischen Effekte kurz erläutert werden:

Eine grundlegende Eigenschaft des KATRIN-Experiments ist die globale Ansprechfunktion (s. Abb. 2.5), die sich aus Transmissionsfunktion des Spektrometers und Energieverlustfunktion in der WGTS zusammensetzt.

Im Vorlauf der Tritium-Messphase wird sie durch mehrere systematische Untersuchungen bestimmt. Zum einen wird die Transmissionsfunktion für alle Punkte des Spektrums mit Hilfe einer Elektronenkanone vermessen, zum anderen wird die Energieverlustfunktion bestimmt, indem für unterschiedliche Säulendichten in der WGTS die Ansprechfunktion mit Hilfe der Elektronenkanone gemessen wird. Da die Transmissionsfunktion durch die Magnetfeldverhältnisse definiert und analytisch berechenbar ist, kann die Energieverlustfunktion aus

<sup>1</sup>Die Unsicherheiten der einzelnen Effekte werden quadratisch addiert, da keine Korrelationen vorliegen.

den Messungen der Ansprechfunktion entfaltet und mit den Modellrechnungen verglichen werden. Allerdings müssen hierbei auch die Auswirkungen von lokalen elektrostatischen Potenzialen beachtet werden, dies wird ausführlich in [Wol08] diskutiert. Der entfaltete differenzielle Wirkungsquerschnitt inklusive seiner statistischen und systematischen Unsicherheiten führt zu einer systematischen Unsicherheit  $\Delta m_{\text{sys}}^2 \approx 0,002 \text{ eV}^2/c^4$ . Für ein realistischeres Szenario müssen auch die systematischen Effekte der Elektronenkanone und die Stabilität ihrer Beschleunigungs-HV betrachtet werden, es ergibt sich dann ein Wert von  $\Delta m_{\text{sys}}^2 \approx 0,006 \text{ eV}^2/c^4$  [Ang04].

Die größte systematische Unsicherheit betrifft die Kenntnis und die Überwachung der aktuellen Säulendichte  $\rho d$  der WGTS ( $\Delta m_{\text{sys}}^2 < 0,0067 \text{ eV}^2/c^4$ ) im Messbetrieb. Mit der Messung der KATRIN-Ansprechfunktion vor Beginn einer Messphase wird gleichzeitig die Energieverlustfunktion bestimmt. Die jeweilige Säulendichte während des Messbetriebs legt nun den Wert der Streuwahrscheinlichkeit für Elektronen in der Quelle fest, d. h. die aktuelle Ansprechfunktion hängt von der Säulendichte  $\rho d$  ab, welche daher im Messbetrieb regelmäßig überwacht werden muss.

Parameter wie die Temperatur des Quellrohres, die einströmende Gasmenge und die Gasdichte am ersten Pumpstutzen beeinflussen die Säulendichte. Auch Fluktuationen des Quellmagnetfeldes wirken sich negativ aus, da sich hierbei der maximal akzeptierte Anstellwinkel der Elektronen verändert. Damit wird die mittlere Wegstrecke, die die Elektronen in der Quelle zurücklegen, verändert und es kommt zu einer weiteren Beeinflussung der Streuwahrscheinlichkeit in der WGTS.

Die Quellsäulendichte wird daher, u. a. durch den Vergleich der Tritium-Zählrate mit der Rate von Elektronen aus einer Elektronenkanone, überwacht [Ang04]. Im Bereich der CPS-F ist es möglich einen Monitordetektor in den Flussschlauch zu bringen, der die gesamte  $\beta$ -Aktivität unmittelbar vor den Spektrometern bestimmen kann. Die Quellsäulendichte  $\rho d$  kann daraufhin mit Hilfe der Isotopenverteilung im Tritiumgas, die durch Laser-Raman-Spektroskopie [Lew07] bestimmt wird, ermittelt werden.

Die dritte Quelle der systematischen Unsicherheit ist die Verteilung der Endzustände des  $(^3\text{HeT})^+$ -Moleküls. Der erste angeregte elektronische Zustand hat eine Anregungsenergie von 27 eV und spielt daher im KATRIN-Auswertintervall [ $E_0 - 25 \text{ eV}$ ;  $E_0 + 5 \text{ eV}$ ] keine Rolle. Der Zerfall in den Grundzustand (zu 57%) muss jedoch betrachtet werden, da hier Rotations- und Vibrationszustände auftreten, deren mittlere Energie bei 1,7 eV mit einer Breite von  $\sigma_0 = 0,36 \text{ eV}$  liegt. Diese Verteilung stellt die natürliche Grenze der Auflösung von Tritium- $\beta$ -Experimenten dar. Eine detaillierte Beschreibung ist in [Ang04] Kapitel 11 zu finden.

In die Berechnung der Verteilung der Endzustände gehen die Gastemperatur, das Verhältnis von Ortho- zu Paratritium im Quellgas, sowie die Isotopenzusammensetzung ein. Bei einer Quelltemperatur von 30 K und für eine erwartete Neutrinomasse von 0,2 eV ergibt sich aus der Berechnung des Endzustandsspektrums eine Unsicherheit des Neutrinomassenquadrats von  $\Delta m_{\text{sys}}^2 = 0,0025 \text{ eV}^2/c^4$  [Dos06]. Durch eine angenommene Verunreinigung des Quellgases mit 10% Deuterium-Tritium-Molekülen ergibt sich eine zusätzliche Unsicherheit von  $\Delta m_{\text{sys}}^2 \approx 0,002 \text{ eV}^2/c^4$  [Dos06], so dass schließlich eine Gesamtunsicherheit von  $\Delta m_{\text{sys}}^2 \approx 0,0032 \text{ eV}^2/c^4$  aus der Berechnung der Endzustände resultiert.

Einen weiteren Beitrag liefert die elastische Streuung der Zerfallselektronen an  $\text{T}_2$ -Molekülen. Der totale elastische Wirkungsquerschnitt von 18,6 keV-Elektronen ist zwar um den Faktor 12 geringer als der inelastische Wirkungsquerschnitt, führt aber dennoch zu einer Winkeländerung und zu einem Energieverlust. Der maximale Energieverlust beträgt zwar 6,8 eV, im Mittel verlieren die Elektronen aber nur 16 meV, da hauptsächlich kleine Streuwinkel auftreten. Die elastische Streuung wirkt sich auf zwei Arten auf die Ansprechfunktion aus. Zum

einen verlieren die Elektronen durch eine Winkeländerung zu größeren Winkeln einen Teil ihrer Longitudinalenergie und werden bei einer anderen Energieschwelle im integralen Spektrum nachgewiesen, zum anderen können Elektronen, die zu große Anstellwinkel besitzen und nicht transmittiert werden, durch eine Winkeländerung zu kleineren Winkeln in den transmittierten Winkelbereich  $\theta < 50,77^\circ$  geraten, zum Hauptdetektor gelangen und dort registriert werden. Der Einfluss auf die Ansprechfunktion liegt zwar im  $10^{-4}$ -Bereich, kann jedoch zu einer systematischen Verschiebung von bis zu  $\Delta m_{\text{syst}}^2 = 0,005 \text{ eV}^2/c^4$  führen.

Die zentrale Rolle für diese Arbeit spielt die Unsicherheit in der Überwachung des Retardierungspotentials und speziell die Bestimmung der Potenzialdifferenz zwischen Quelle und Hauptspektrometer, da durch Variation dieser Differenz das integrale  $\beta$ -Spektrum aufgezeichnet wird. Jede Unsicherheit hierbei resultiert in einer Unsicherheit der Position der Transmissionsfunktion und damit einer systematischen Unsicherheit der Observablen  $m_\nu^2$ . Da die Analyse des gemessenen  $\beta$ -Spektrums die absolute Energieskala, d. h. die Energie des kinematischen Endpunktes, als freien Parameter betrachtet, ist es nicht die absolute Kalibration der Energieskala, die als Quelle der systematischen Unsicherheit betrachtet werden muss, sondern es sind die Fluktuationen der Hochspannung in Kombination mit der Spannungsüberwachung, die die Quelle der systematischen Unsicherheit darstellen.

Um den Beitrag zur systematischen Unsicherheit (s. Gl. (3.3)) einzuhalten, ist eine relative Stabilität und Reproduzierbarkeit von 3,3 ppm bei Spannungen von 18,6 kV über eine Messperiode erforderlich. In Abschnitt 3.1.1 wird der Zusammenhang zwischen den Fluktuationen der Spannungsüberwachung und dem Quadrat der Neutrinomasse im Detail diskutiert.

Schließlich sollen an dieser Stelle noch kurz die geringfügig beitragenden Effekte erwähnt werden. Dazu gehören die Energieabhängigkeit der Untergrundrate ( $\Delta m_{\text{syst}}^2 < 0,0012 \text{ eV}^2/c^4$ ), die Konzentration von Ionen  $n(\text{T}^-)/n(\text{T}_2)$  im Quellgas ( $\Delta m_{\text{syst}}^2 < 0,0001 \text{ eV}^2/c^4$ ) und Fluktuationen des Potentials<sup>2</sup> ( $\Delta m_{\text{syst}}^2 < 2 \cdot 10^{-4} \text{ eV}^2/c^4$ ) und des Magnetfeldes ( $\Delta m_{\text{syst}}^2 < 0,002 \text{ eV}^2/c^4$ ) in der Quelle (WGTS). Da der Beitrag dieser Effekte zur systematischen Gesamtunsicherheit vernachlässigbar ist, wird hier nicht weiter darauf eingegangen, Details sind in [Ang04] Kapitel 11 zu finden.

### 3.1.1 Einfluss von Störungen der Retardierungsspannung

Der Einfluss einer Störung in der Spannungsüberwachung und -kalibration und damit ein Fehler in der Energiebestimmung, der zu einer Fehleinschätzung der Observablen  $m_{\nu_e}^2$  führt, soll mit der folgenden Betrachtung verdeutlicht werden. Man geht von einer vereinfachten Form des  $\beta$ -Spektrums aus, die die Form in der Nähe des kinematischen Endpunktes beschreibt:

$$\frac{d\dot{N}}{dE} = a \cdot (E_0 - E) \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_{\nu_e}^2 c^4} \quad (3.4)$$

Der Faktor  $a$  beinhaltet hierbei alle nicht betrachteten konstanten Vorfaktoren der Ursprungsgleichung (2.4). Die Form des Spektrums unter Annahme einer kleinen Neutrinomasse lässt sich durch eine Taylorentwicklung um den Entwicklungspunkt  $m_{\nu_e}^2 = 0$  annähern. Dabei werden Terme bis einschließlich der zweiten Ordnung von  $m_{\nu_e}$  betrachtet und es ergibt sich:

$$\frac{d\dot{N}}{dE} = a \cdot (E_0 - E)^2 - a \cdot \frac{1}{2} m_{\nu_e}^2 + \mathcal{O}(m_{\nu_e}^4) \quad (3.5)$$

<sup>2</sup>Unter der Annahme, dass die Fluktuationen gaußförmig und Plasmaeffekte vernachlässigbar klein sind, was bei einer potenzialdefinierenden Rückwand erwartet wird [Nas05].

Am Ergebnis dieser Entwicklung erkennt man sofort die parabolische Form des  $\beta$ -Spektrums in der Nähe des Endpunktes. Eine endliche Neutrinomasse führt in dieser Näherung zu einem konstanten Versatz der spektralen Form sowie einer Verschiebung des Endpunktes zu niedrigeren Energien.

Um den Einfluss einer periodischen Störung der Spannungsüberwachung auf das Spektrum abzuschätzen, wird eine gaußförmige Fluktuation der Retardierungsenergie mit Breite  $\sigma$  und Erwartungswert  $\mu = 0$  angesetzt:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (3.6)$$

Diese Störung wird in das vereinfachte  $\beta$ -Spektrum für eine verschwindende Neutrinomasse

$$g(E) = \frac{d\dot{N}}{dE}(m_{\nu_e} = 0) = a \cdot (E_0 - E)^2 \quad (3.7)$$

durch eine Faltung integriert, wie im Folgenden kurz skizziert wird:

$$f \otimes g(E) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot g(E-x) dx \quad (3.8)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} a (E_0 - E + x)^2 dx \quad (3.9)$$

$$= a (E_0 - E)^2 \underbrace{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx}_{=1} + 2 a (E_0 - E) \underbrace{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx}_{=\mu=0} + a \underbrace{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx}_{=\sigma^2} \quad (3.10)$$

$$f \otimes g(E) = a (E_0 - E)^2 + a \sigma^2 \quad (3.11)$$

Aus dem Vergleich der Taylor-Entwicklung (Gl. (3.5)) mit dem Ergebnis der Faltung (Gl. (3.11)) ergibt sich der gesuchte Zusammenhang zwischen der gaußförmigen Fluktuation<sup>3</sup> und dem Neutrinomassenquadrat:

$$m_{\nu_e}^2 c^4 = -2 \sigma^2 \quad (3.12)$$

Dieser Zusammenhang zeigt, dass eine unerkannte Fluktuation der Energiebarriere zu einer scheinbaren Reduzierung der Neutrinomasse

$$\Delta m_{\nu_e}^2 c^4 = -2 \sigma^2 \quad (3.13)$$

führt. Setzt man die Obergrenze für den systematischen Einzelfehler der Spannungsüberwachung (Gl. (3.3)) aus der Betrachtung der systematischen Effekte  $\Delta m_{\nu_e}^2 \leq 0,0075 \text{ eV}^2/c^4$  in

<sup>3</sup>Damit  $\sigma$  die Einheit einer Energie hat, muss es als Fluktuation der Energiebarriere für Elektronen im elektrostatischen Filter interpretiert werden, welche durch eine Fluktuation der Spannungsüberwachung verursacht wird.

Gleichung (3.13) ein, so erhält man direkt eine Obergrenze für die unbekannte Fluktuation  $\sigma$ :

$$\Delta m_{\nu_e}^2 \leq 0,0075 \text{ eV}^2/c^4 \Rightarrow \sigma \leq 0,061 \text{ eV} \quad (3.14)$$

Für Spannungen von etwa 18,6 keV im Endpunktbereich des Tritium- $\beta$ -Spektrums bedeutet dies, dass eine relative Stabilität und Reproduzierbarkeit von 3,3 ppm erforderlich ist. Auf den ersten Blick muss daher die Spannungsüberwachung und -kalibration für das KATRIN-Experiment über die komplette Messzeit von drei Jahren auf diesem Niveau gegeben sein, um die systematische Unsicherheit nicht zu erhöhen. Diese Aussage relativiert sich jedoch, wenn man die einzelnen KATRIN-Messzyklen von zwei Monaten Länge betrachtet. Eine absolute Energieskala aus der Spannungsüberwachung ist dabei nicht relevant, da  $m_{\nu_e}^2$  für jeden Messzyklus separat bestimmt werden kann und die Ergebnisse der einzelnen Messzyklen gemittelt werden. Nach zwei Monaten Datenaufnahme wird es schon möglich sein, aus den Messdaten des Tritium- $\beta$ -Spektrums den kinematischen Endpunkt auf etwa 17 meV (entspricht 0,9 ppm bei 18,6 keV) genau zu bestimmen und damit einen weiteren Beitrag zur Kalibration zu leisten<sup>4</sup>. Unter diesen Umständen muss die relative Stabilität und Reproduzierbarkeit von 3,3 ppm nur über zwei Monate gewährleistet werden und kann direkt mit der Endpunktenergie aus der Datenanalyse verglichen werden. Allerdings schränkt dieses Vorgehen die Möglichkeit, systematische Effekte über mehrere Messzyklen hinaus zu untersuchen, deutlich ein.

Selbst bei Einhaltung der Stabilität und Reproduzierbarkeit wird die Hochspannungsversorgung immer eine gewisse Restwelligkeit aufweisen. Diese kann durch das als Schaltnetzteil aufgebaute Hochspannungsnetzteil selbst verursacht oder durch externe Störquellen eingekoppelt werden. Mit dem Präzisionsspannungsteiler ist die Restwelligkeit nicht messbar, da die damit verbundenen Spannungsschwankungen eine zu hohe Frequenz haben, also zu schnell sind. Die Restwelligkeit wird durch die Kapazität des Spannungsteilers zuerst gedämpft, bevor sie von der Integrationszeit (2 s) des angeschlossenen Digitalvoltmeters herausgemittelt wird. Sie stellt daher ebenfalls eine unbekannte Fluktuation der angelegten Spannung dar und würde eine nicht zu vernachlässigende Verschiebung von  $m_{\nu_e}^2$  verursachen, falls sie den gegebenen Grenzwert nicht einhält. Kennt man die Restwelligkeit hinreichend gut, so kann man ihren Einfluss auf das Analysierpotenzial in einer modifizierten Transmissionsfunktion berücksichtigen, was jedoch zwangsläufig zu einer Reduzierung der Auflösung des Spektrometers führt.

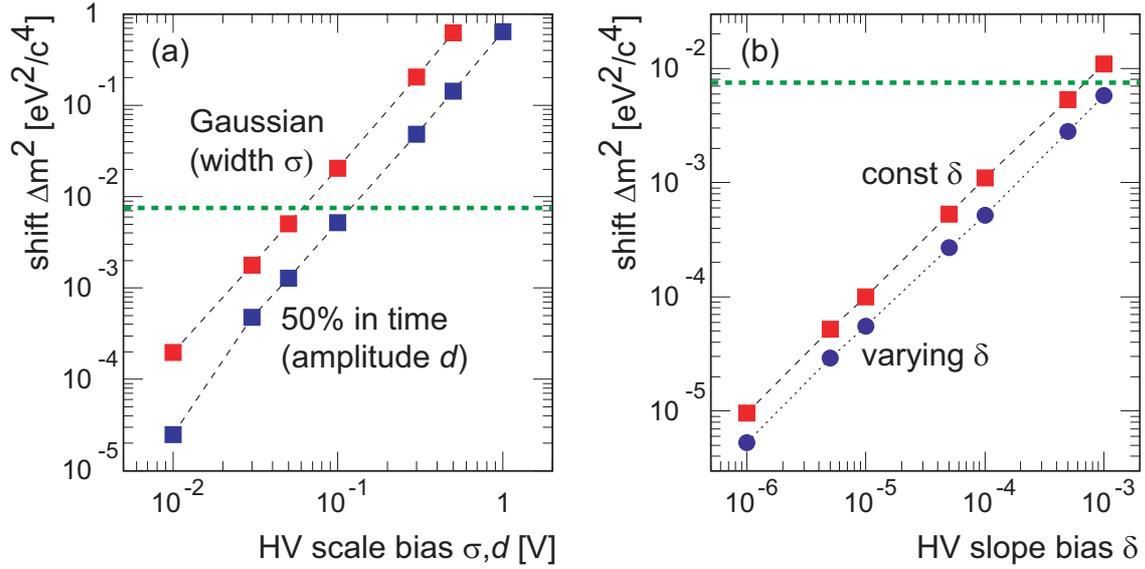
Wird die Fluktuation der Spannung  $\sigma$  mit  $\sigma' = \sigma + \Delta\sigma$  falsch abgeschätzt und das gemessene Neutrinomassenquadrat  $m_{\nu_e}^2$  dadurch mit  $\Delta m_{\nu_e}^{\prime 2} = -2\sigma'^2$  und nicht mit  $\Delta m_{\nu_e}^2 = -2\sigma^2$  korrigiert, so ergibt sich ein Restfehler  $\Delta m_R^2$  für  $m_{\nu_e}^2$  von:

$$\Delta m_R^2 = \Delta m_{\nu_e}^2 - \Delta m_{\nu_e}^{\prime 2} = -2\sigma^2 + 2\sigma'^2 = 4\sigma \Delta\sigma + \Delta\sigma^2 \quad (3.15)$$

Dies bedeutet, dass sich bei einer wirklichen Fluktuation von  $\sigma = 60 \text{ meV}$ , die fälschlicherweise mit  $\Delta\sigma = -20 \text{ meV}$  zu gering abgeschätzt wurde, nach Gleichung (3.15) ein Restfehler von  $\Delta m_R^2 = 0,004 \text{ eV}^2/c^4$  ergibt. Dieser Wert liegt noch innerhalb der gesetzten Grenze von  $\Delta m_{\nu_e}^2 \leq 0,0075 \text{ eV}^2/c^4$  aus Gleichung (3.14).

Für das KATRIN-Experiment wurde der Einfluss von Fluktuationen des Retardierungsfeldes anhand von Simulationen detailliert untersucht [Ang04, Kas04]. Abbildung 3.3 zeigt die systematische Verschiebung der Observablen  $m_{\nu}^2$  aufgrund verschiedener Abweichungen, die bei

<sup>4</sup>Die hohe Statistik von drei Jahren Datenaufnahme reicht aus, um den kinematischen Endpunkt auf etwa 3 - 4 meV zu bestimmen. Ein KATRIN-Messzyklus von 2 Monaten entspricht gerade 1/18 dieser Zeit, daher ergibt sich:  $\sqrt{18} \cdot 4 \text{ meV} \approx 17 \text{ meV}$  [Eit07].



**Abbildung 3.3: Systematische Verschiebung aufgrund von HV-Unsicherheiten.** Diagramm (a) zeigt die systematische Verschiebung von  $m_\nu^2$  bei einer gaußförmigen Fluktuation der HV-Überwachung mit einer Breite  $\sigma$  und bei einer unerkannten Fluktuation  $d$  in 50% der gesamten Messzeit, wie sie z. B. durch eine Störung in Form eines Rechtecksignals ( $\pm \frac{d}{2}$ ) auftreten würde (siehe Text). In (b) sind die Abweichungen dargestellt, die sich ergeben, wenn ein relativer Skalen- oder Kalibrationsfehler des Digitalvoltmeters  $\delta$  über die Länge des Auswertintervalls von 50 eV konstant oder gaußförmig auftritt. In beiden Diagrammen bezeichnet die gestrichelte Linie ( $\Delta m_{\text{sys}}^2 = 0,0075 \text{ eV}^2/c^4$ ) die Grenze des für KATRIN akzeptierbaren Beitrags zur systematischen Unsicherheit. (Quellen: [Ang04, Kas04].)

Spannungseinstellung und -messung auftreten können.

In Diagramm 3.3(a) ist die systematische Verschiebung  $\Delta m_\nu^2$  zum einen bei einer unerkannten Abweichung der Kalibration des HV-Teilers und der HV-Überwachung in 50% der gesamten Messzeit dargestellt, zum anderen ist parallel dazu die aus einer gaußförmigen Fluktuation mit einer entsprechenden Breite  $\sigma = \sigma_{\text{Gauß}}$  resultierende Verschiebung eingezeichnet. Die Werte für die gaußförmige Fluktuation zeigen relativ gute Übereinstimmung mit Gleichung (3.13). Eine Fluktuation, die während 50% der gesamten Messzeit auftritt, kann als Störung verstanden werden, durch die eine diskrete Verschiebung des Retardierungsfeldes oder der Spannungsüberwachung periodisch auftritt. In den Simulationsrechnungen wurde dies durch ein Rechtecksignal als Störung implementiert, das zwischen zwei diskreten Zuständen ( $\pm \frac{d}{2}$ ) pendelt. Die Anpassung einer Gaußverteilung mit  $\sigma_d$  an diese rechteckige Störung führt mit

$$\sigma_d^2 = \frac{d^2}{4} \quad (3.16)$$

zu einem einfachen Zusammenhang zwischen der diskreten Verschiebung  $d$  und der Breite  $\sigma_d$  der Gaußverteilung. Für die quadratische Abweichung  $\Delta m^2$  bedeutet dies

$$\Delta m^2(d) = \Delta m^2(\sigma_d) = \frac{1}{4} \Delta m^2(\sigma). \quad (3.17)$$

Dieser Zusammenhang lässt sich auch anschaulich in Abb. 3.3(a) nachvollziehen, denn die Verschiebung zwischen den beiden dargestellten Graphen entspricht grob einem Faktor 4 in doppelt logarithmischer Darstellung. Die eingezeichnete gestrichelte Linie markiert die systematische Grenze (Gl. (3.3)) für den Einzelbeitrag aus der HV-Überwachung. Auch hieraus ergibt sich, dass die gaußförmige Fluktuation nicht größer als  $\sigma_{\text{Gauß}} \approx 60 \text{ meV}$  werden darf.

In 3.3(b) sind die Abweichungen dargestellt, die sich ergeben, wenn eine gaußförmige oder konstante relative Abweichung der Kalibration des Digitalvoltmeters  $\delta$  über das gesamte Auswertintervall auftritt. Die Abweichung  $\delta$  muss auf  $\delta < 10^{-3}$  beschränkt werden, um die Grenze (gestrichelte Linie) des für KATRIN akzeptierbaren Beitrags zur systematischen Unsicherheit einzuhalten. Erstreckt sich das Auswertintervall bis 50 eV unter den Endpunkt, so darf die Unsicherheit der Spannungsmessung 50 mV nicht überschreiten.

Erfüllt werden sollen diese Anforderungen durch die Kombination von Präzisionsspannungsteiler, Monitorspektrometer und verschiedenen Kalibrationsquellen. Im Anschluss an diesen Abschnitt werden die verschiedenen Kalibrationsquellen vorgestellt, bevor die Anforderungen an den Präzisionsspannungsteiler im Detail definiert werden.

## 3.2 Kalibrationsquellen

Zur Kalibration des Retardierungsfeldes im KATRIN-Hauptspektrometer, zur reproduzierbaren Überwachung der angelegten Hochspannung und zur Überprüfung der Stabilität der gesamten Messstrecken werden wohldefinierte und monoenergetische Elektronenquellen benötigt. Die Elektronenenergien sollten möglichst auf atomaren oder nuklearen Standards basieren und energetisch in der Nähe des Tritiumendpunktes liegen. Für den Einsatz bei KATRIN werden zwei verschiedene Quellarten entwickelt<sup>5</sup>:

- Konversionselektronen von  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  in verschiedenen Aggregatzuständen.
- Photoelektronenquellen ( $^{241}\text{Am}/\text{Co}$ ) mit wohldefinierten Photonenenergien.

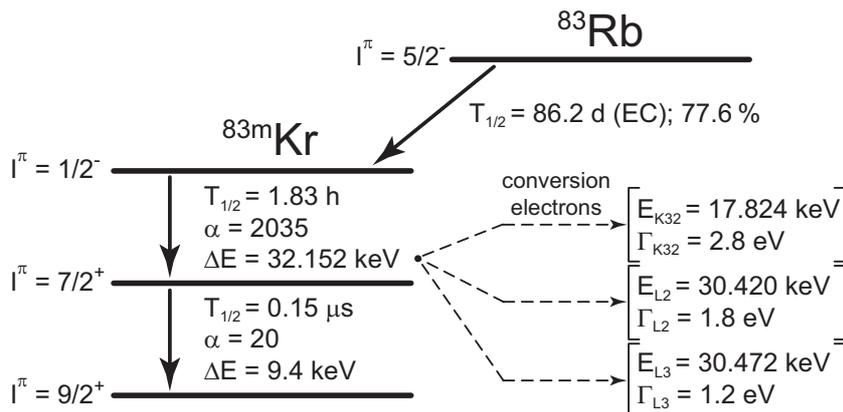
Neben dem Betrieb der Kalibrationsquellen am Monitorspektrometer, ist auch eine direkte Kalibration des Hauptspektrometers mit  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  im Hauptstrahlengang geplant. Dazu kann z. B. die kondensierte  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Quelle im Bereich der CPS-F unmittelbar vor den Spektrometern betrieben werden. Auf diese Weise ist es jedoch nicht möglich eine Aussage über die Potentiale in der WGTS zu machen, die durch Plasmaeffekte verursacht werden. Dazu muss  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  gemeinsam mit  $\text{T}_2$  in der WGTS vermessen werden, was aber erst bei 120 K und nicht mehr bei 27 K möglich ist. In diesem Fall ist eine sinnvolle Messung nur möglich, wenn man die höheren  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Konversionselektronen bei 30 keV vermisst, da die niederenergetischen Elektronen vom Tritium-Spektrum überdeckt werden.

Das hierbei ermittelte Kalibrationsergebnis kann dann mit dem gefitteten Tritiumendpunkt aus den Messdaten und der Kenntnis der Tritium-Helium-Massendifferenz

$$\Delta m(^3\text{He} - ^3\text{H}) = 18,5898(12) \text{ keV}$$

verglichen werden, welche bei Messungen der Zyklotronresonanz in Penning-Fallen bestimmt wurde [Nag06]. Allerdings muss die Unsicherheit in der Massendifferenz noch um weitere zwei Größenordnung verbessert werden, bevor diese als externe Größe in die Auswertung einfließen kann. In jedem Fall ist es aber wichtig, den Endpunkt über die Kalibration zu überprüfen und dadurch auf bisher unbekannte systematische Effekte sensitiv zu werden [Ott06].

In den folgenden Unterabschnitten sollen die verschiedenen Kalibrationsquellen kurz vorgestellt werden, wobei der Schwerpunkt auf der kondensierten  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Quelle (CKrS) liegt, die während der Testmessungen im Rahmen dieser Arbeit eingesetzt wurde.



**Abbildung 3.4: Zerfallsschema von  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ .** Dargestellt ist der Zerfall von  $^{83}\text{Rb}$ , das über EC zu 77,6% in den metastabilen  $\frac{1}{2}^-$ -Zustand von  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  zerfällt. Letzterer geht nach zwei hoch konvertierten  $\gamma$ -Übergängen (E3) in den Grundzustand über. Die übrigen etwa 22% zerfallen über den  $\frac{7}{2}^+$ -Zustand quasi direkt in den Grundzustand. Ausgehend vom 32 keV  $\gamma$ -Übergang ( $\gamma_{32}$ ) sind die Elektronenenergien der K-, L2- und L3-Konversion angegeben. Die Energieangaben basieren auf [Pi92b, Dra04, Ang04, Ven06].

### 3.2.1 Konversionselektronenquelle $^{83\text{m}}\text{Kr}$ .

Das Krypton-Isotop  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  bietet sich als isotrop emittierende Elektronenquelle an, da es u. a. monoenergetische Konversionselektronen (K-Konversion des 32 keV-Übergangs) mit 17,8 keV und einer natürlichen Breite von 2,8 eV (FWHM) emittiert [Pi92b] (s. Abb. 3.4). Die Energie dieser sogenannten  $\text{K}_{32}$ -Elektronen liegt nur etwa 0,8 keV vom Tritium-Endpunkt bei 18,6 keV entfernt und eignet sich daher sehr gut für die Kalibration der Spannungsüberwachung von KATRIN.

$^{83\text{m}}\text{Kr}$  entsteht durch eine Elektroneneinfangsreaktion (EC) aus dem Rubidium-Isotop  $^{83}\text{Rb}$ . In Abbildung 3.4 ist das Zerfallsschema von  $^{83}\text{Rb}$  nach  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  dargestellt. Der metastabile Zustand  $I^\pi = \frac{1}{2}^-$  wird zu 77,6% bevölkert und geht durch einen hoch konvertierten ( $\alpha = e^-/\gamma_{32} = 2035$ ) E3-Prozess in den Zustand  $I^\pi = \frac{7}{2}^+$  über. Hierbei wird eine Energie von

$$E_{\gamma_{32}} = 32\,151,7(5) \text{ eV} \quad [\text{Ven06}] \quad (3.18)$$

frei. Nach einem weiteren, ebenfalls stark konvertierten ( $\alpha = 20$ ), Übergang mit einer  $\gamma$ -Energie von

$$E_{\gamma_9} = 9\,405,9(8) \text{ eV} \quad [\text{Pi92b}] \quad (3.19)$$

wird der Grundzustand  $I^\pi = \frac{9}{2}^+$  erreicht. Die übrigen etwa 22% der Elektroneneinfangsreaktionen führen direkt zum  $I^\pi = \frac{7}{2}^+$ -Zustand, bevor auch sie in den Grundzustand zerfallen. Die Lebensdauer des metastabilen Zustandes ist mit etwa 1,8 h so kurz, dass keine Kontamination des Spektrometers zu befürchten ist, falls das Quellisotop ins Spektrometer gelangen sollte. Andererseits erfordert dies, dass die Quelle immer wieder neu präpariert wird, d. h. die Stabilität und Reproduzierbarkeit des Quellpräparats muss die Anforderungen aus der Betrachtung der systematischen Unsicherheiten (s. Abs. 3.1) erfüllen.

Die Energie der  $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronen liegt mit etwa 0,8 keV Abstand dem Tritium-Endpunkt am nächsten und ist daher für die KATRIN-Kalibration von besonderer Bedeutung. Am Beispiel der  $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronen soll nun die Energiebestimmung erläutert

<sup>5</sup>Die in [Ang04] noch beschriebene Auger-Elektronenquelle aus  $^{109}\text{Cd}$  wird derzeit nicht weiter verfolgt.

**Tabelle 3.1: Bindungsenergien von  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ .** Aufgelistet sind die Vakuumbindungsenergien  $E_b^{\text{vac}}$  der Elektronen der K- und L-Schalen von  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  basierend auf der Zusammenfassung von [Dra04]. Die Werte der M-Schalen wurden [Pi92b] entnommen.

Schale	$E_b^{\text{vac}}$
K	14327,26(4) eV
L1	1921,4(3) eV
L2	1731,91(3) eV
L3	1679,21(3) eV
M1	293,8(3) eV
M2	222,2(2) eV
M3	214,4(2) eV

**Tabelle 3.2: Energien der Konversionselektronen von  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ .** Aufgelistet sind die zu erwartenden Energien der Konversionselektronen der K-, L- und M-Schalen von  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  basierend auf Tabelle 3.1 und Gleichung (3.20). Die große Unsicherheit von  $E_{\gamma_{32}}$  und  $E_{\gamma_9}$  dominiert deutlich bei den angegebenen Werten.

Übergang	Schale	$E_k$
$\gamma_{32}$	K	17 824,32(50) eV
$\gamma_{32}$	L1	30 230,1(6) eV
$\gamma_{32}$	L2	30 419,59(50) eV
$\gamma_{32}$	L3	30 472,29(50) eV
$\gamma_9$	L1	7 484,4(9) eV
$\gamma_9$	L2	7 674,0(8) eV
$\gamma_9$	L3	7 726,6(8) eV
$\gamma_9$	M1	9 112,0(9) eV
$\gamma_9$	M2	9 183,6(8) eV
$\gamma_9$	M3	9 191,4(8) eV

werden. Die in der Messung zur Verfügung stehende kinetische Energie  $E_k$  ergibt sich aus der Differenz der Übergangsenergie  $E_{\gamma_{32}}$  und den Bindungsenergien relativ zum Vakuumniveau  $E_b^{\text{vac}}$  der einzelnen Energieniveaus des Endzustandes des Kryptonions.

$$E_k = E_{\gamma_{32}} + E_{\gamma_{32,\text{rec}}} - E_b^{\text{vac}} - E_{e,\text{rec}} \quad (3.20)$$

Die genaue  $\gamma$ -Übergangsenergie  $E_{\gamma_{32}}$  muss um die Rückstoßenergie auf den Kern korrigiert werden ( $E_{\gamma_{32,\text{rec}}} = 0,0067 \text{ eV}$ ), da diese bei der experimentellen Bestimmung von  $E_{\gamma_{32}}$  nicht eingeht, beim Konversionsprozess jedoch zur Verfügung steht. Die Rückstoßenergie von K-(L-)Elektronen auf den Kern beträgt  $E_{e,\text{rec}} = 0,120 \text{ eV}$  (0,205 eV) bei  $\gamma_{32}$ -Übergängen<sup>6</sup>.

Zur Bestimmung der Vakuumbindungsenergien  $E_b^{\text{vac}}$  der einzelnen Niveaus werden zwei unterschiedliche Methoden eingesetzt. Die Photoabsorption von monochromatisierter Synchrotronstrahlung wird eingesetzt, um die K-Bindungsenergie direkt zu messen. Experimentell werden die genauesten Energien für Innerschalenübergänge durch Photoionisationsspektroskopie (XPS) erzielt. Da die Bindungsenergien der weit außen liegenden Schalen sehr genau

<sup>6</sup>Für die  $\gamma_9$ -Übergänge ergibt sich entsprechend  $E_{e,\text{rec}} = 0,062 \text{ eV}$  (0,051 eV) für die Rückstoßenergie der M-(L-)Konversionselektronen. Die  $\gamma_9$ -Rückstoßenergie auf den Kern ist  $E_{\gamma_9,\text{rec}} = 0,002 \text{ eV}$ .

bekannt sind, ist es durch Extrapolation möglich, die Bindungsenergien der inneren Schalen (K, L und M) zu bestimmen. In [Dra04] wurden für das KATRIN-Experiment die theoretischen und experimentellen Ergebnisse der letzten Jahre zusammengefasst und neu durchgeführten sehr genauen Messungen der Bindungsenergien gegenübergestellt. In Tabelle 3.1 sind die im Rahmen dieser Arbeit benötigten Bindungsenergien zusammengefasst. Basierend auf diesen Werten können nun mit Hilfe der  $E_\gamma$ -Energien (Gln. (3.18) und (3.19)) sowie der gerade erläuterten Korrekturen die Energien der Konversionselektronen ohne Berücksichtigung apparativer Effekte angegeben werden, siehe Tabelle 3.2.

Damit ermöglicht es  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ , eine Kalibration in der Nähe des Tritium-Endpunktes durchzuführen sowie die Linearität der Spannungsüberwachung zwischen 7 keV und 30 kV zu verifizieren.

Bei der Vermessung der Konversionselektronen mit einem MAC-E-Filter müssen zusätzlich noch apparative Effekte berücksichtigt werden. Der Potenzialunterschied zwischen Quelle und Analysierebene verändert sich aufgrund der unterschiedlichen Austrittsarbeiten aus dem Elektrodenmaterial  $\phi_{\text{spectrometer}}$  und dem Quellsubstrat  $\phi_{\text{source}}$  einer Festkörperquelle. Effekte in der Gasquelle werden im anschließenden Unterkapitel diskutiert. Die wirkliche kinetische Energie  $E_k$  (s. Gl. (3.20)) der Konversionselektronen ergibt sich aus der im Experiment detektierten kinetischen Energie  $E'_k$  nach:

$$E_k = E'_k + (\phi_{\text{spectrometer}} - \phi_{\text{source}}) + C_S \quad (3.21)$$

Dabei berücksichtigt die zusätzliche Korrektur  $C_S$  die bei einer Festkörperquelle<sup>7</sup> möglicherweise auftretenden Energieverschiebungen im Quellmaterial und in einer Gasquelle eventuell auftretende Raum- und Oberflächenladungen.

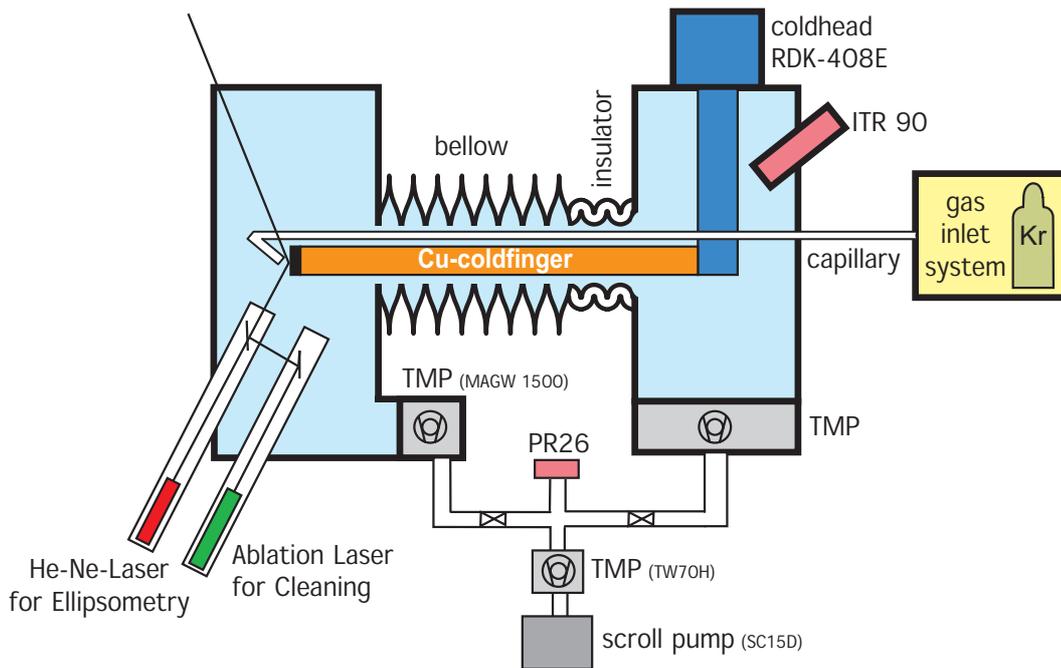
### Gasförmige $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Quelle.

In der Gasphase wird  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  in der WGTS eingesetzt werden. Hier wird es entweder in reiner Form oder als Gemisch mit Tritium verwendet, wobei die Quelltemperatur auf 120 - 150 K erhöht wird, damit  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  nicht ausfriert. Die Aufgabe des sehr aufwändigen Einsatzes von  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  (benötigt  $A > 100$  MBq) in der WGTS ist nicht die Kalibration der Spannungsüberwachung, sondern viel mehr die Bestimmung der Potenzialverteilung und die Erkennung von Raumladungseffekten (s. Abs. 3.1) innerhalb der Quelle und des Quellgases. Dazu ist geplant, Testläufe mit und ohne Tritium sowie bei verschiedenen Quellsäulendichten durchzuführen, um etwaige Potenzialverschiebungen zu erkennen.

Es muss allerdings noch gezeigt werden, dass mit dieser Methode erfolgreich Abweichungen in meV-Bereich erkannt werden können. Bei einem Gemisch von  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  und  $\text{T}_2$  treten Plasmaeffekte auf und das Quellpotenzial wird durch die Rückwand des Quellrohres und ihre Austrittsarbeit definiert. Bei reinem  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Gas treten keine Plasmaeffekte auf und das Quellpotenzial wird durch die Seitenwand des Quellrohres und ihre entsprechende Austrittsarbeit definiert. Auch die notwendige Erhöhung der Quelltemperatur kann sich auf das Messergebnis auswirken.

In jedem Fall müssen für diese Messreihen die hochenergetischen Konversionselektronen der  $\text{L}_{32}$ -Übergänge analysiert werden, da die niederenergetischen Elektronen vom intensiven  $\beta$ -Spektrum des Tritiums überdeckt werden. Dieser Betriebsmodus schlägt sich daher natürlich auch in den Anforderungen an die Spannungserzeugung und -überwachung nieder.

<sup>7</sup>Die im Rahmen dieser Arbeit festgestellte Korrektur  $C_S$  ist im Wesentlichen auf Bildladungseffekte im Quellmaterial mit  $C_S < 0$  zurückzuführen.



**Abbildung 3.5: Schematischer Aufbau der CKrS.** Diese Skizze zeigt den schematischen Aufbau der kondensierten Kryptonquelle (CKrS). Rechts eingezeichnet ist das Gaseinlasssystem zum Vorbereiten des radioaktiven Quellgases und stabiler Edelgase. Das Gas kann dann über eine Kapillare zum Quellsubstrat (HOPG) gelangen, wo es aufgefroren wird. Das Quellsubstrat wird von einem Kaltkopf über einen vibrationsentkoppelten Kühlfinger auf etwa 10 K abgekühlt. Der gesamte Aufbau wird unter Ultrahochvakuum ( $p < 10^{-9}$  mbar) betrieben, wobei durch zwei Strahlungsschilde um das HOPG-Substrat, die als Kühlfallen arbeiten, der Druck dort wesentlich geringer ist. Mittels Laserellipsometrie (HeNe-Laser) wird die Schichtdicke auf dem Quellsubstrat bestimmt, ein Ablationslaser dient zur Reinigung der Substratoberfläche, war aber bei den in dieser Arbeit durchgeführten Messreihen noch nicht installiert. Um das Substrat zu reinigen wurde es mit Hilfe eines Heizwiderstandes auf über 100 K erwärmt.

### Kondensierte $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Quelle.

Die experimentelle Aufbau der kondensierten  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Kalibrationsquelle (CKrS) besteht aus einem komplexen Ultrahochvakuumaufbau. Eine Skizze ist in Abbildung 3.5 dargestellt. Zur Vorbereitung und Reinigung der benötigten stabilen Edelgase und des radioaktiven Krypton-Isostops wurde ein komplexes UHV-Gaseinlasssystem entwickelt [Pra05]. Die einzelnen Betriebsmodi werden in Kapitel 6.1.2 erläutert. Das vorbereitete, gereinigte Gas wird über eine Kapillare zum Quellsubstrat geleitet, auf welchem der Quellfilm aufgefroren wird. Als Quellsubstrat kommt HOPG<sup>8</sup> zum Einsatz, das auf der Spitze eines Kühlfingers montiert ist, welcher von einem Kaltkopf auf etwa 10 K herunter gekühlt werden kann. Der gesamte Aufbau inklusive Kaltfinger befindet sich in UHV-Umgebung ( $p < 10^{-9}$  mbar). Das HOPG-Substrat ist zusätzlich von zwei Strahlungsschilden umgeben, die als Kühlfallen arbeiten, was dort zu einem wesentlich geringeren Druck führt und das Auffrieren von Restgasmolekülen ( $\text{N}_2$ ,  $\text{O}_2$  und  $\text{H}_2\text{O}$ ) stark unterdrückt.

Mittels eines Laserellipsometrie-Aufbaus (HeNe-Laser) wird die Schichtdicke auf dem Sub-

<sup>8</sup>engl. HOPG = Highly Orientated Pyrolytic Graphite. Es handelt sich um hochreine, pyrolytisch hergestellte Graphitkristalle, deren Flächennormale genauer als  $0,4^\circ$  relativ zur Oberflächennormale des Substrates ausgerichtet sind. Nach manueller Entfernung loser Kristalllagen erhält man auf lokaler Skala eine atomar glatte Oberfläche.

strat überprüft. Für den Betrieb mit  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  ist nur eine Submonolage radioaktiven Gases notwendig, die durch die Ellipsometriemessung nicht aufgelöst werden kann. Dennoch ist wichtig, den Zustand des Substrates vor und nach der Präparation sowie nach der durchgeführten Messreihe zu überprüfen, um Adsorption von Restgas zu erkennen. Auf diese Weise können Quellfilme mit gleicher Systematik reproduzierbar präpariert werden und Verunreinigungen durch Restgas werden erkannt.

Während der Messphasen, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden, wurde zur Reinigung des HOPG-Substrats ein Heizwiderstand an der Spitze des Kaltfingers verwendet. Dadurch ließ sich das Quellsubstrat auf über 100 K erwärmen und der Quellfilm wurde entfernt. Mittlerweile wurde der CKrS-Aufbau soweit vervollständigt, dass diese Reinigung von einem Ablationslaser übernommen wird, der die Oberfläche sehr viel effektiver reinigt.

Der Prototypaufbau der kondensierten  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Kalibrationsquelle wurde im Rahmen dieser Arbeit für Testmessungen am Mainzer Spektrometer eingesetzt. Die verwendeten Zusammensetzungen der Quellfilme und die untersuchten Betriebsmodi des Quellaufbaus werden in Kapitel 6.1 erläutert. Je nach Betriebsmodus konnten Zählraten zwischen 50 Ereignissen/s und 200 Ereignissen/s erreicht werden.

Aufbau und Test der CKrS sind wesentlicher Bestandteil der Dissertation von B. Ostrick [Ost08], für Details und die endgültigen Spezifikationen muss auf diese Arbeit verwiesen werden.

### Festkörper- $^{83}\text{Rb}/^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Quelle.

Um zu vermeiden, dass die  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Quelle aufgrund ihrer kurzen Halbwertszeit in Abständen von einigen Stunden immer wieder neu präpariert werden muss, wird an einer Festkörper- $^{83}\text{Rb}/^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Quelle gearbeitet. Dabei wird  $^{83}\text{Rb}$  unter Vakuum auf HOPG oder Metall implantiert. Das  $^{83}\text{Rb}$  zerfällt mit einer Halbwertszeit von 86 Tagen und produziert dabei kontinuierlich  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ , welches zum Teil im Quellmaterial festgehalten wird, bis es zerfällt.

Eine solche Quelle ist langlebig, kompakt und relativ einfach herzustellen. Erste Testmessungen in 2005 mit einer Prototypquelle am Mainzer Spektrometer haben gezeigt, dass das Prinzip funktioniert. Allerdings war die Zählrate mit etwa 19 Ereignissen/s relativ gering und es wird befürchtet, dass  $^{83}\text{Rb}$  aus dem Quellmaterial austreten könnte und das Spektrometer für lange Zeit kontaminiert wird.

Eine stärkere Version dieser Quelle wird im Frühjahr/Sommer 2007 am Mainzer Spektrometer getestet. Diese kann auch gekühlt betrieben werden, wodurch der Verlust des  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Gases reduziert wird.

### 3.2.2 $^{241}\text{Am}/\text{Co}$ -Photoelektronenquelle.

Zur genauen Energiekalibration von Elektronenspektrometern werden häufig durch Gammastrahlung induzierte Photoelektronen verwendet. Dieses Prinzip wird auch bei der  $^{241}\text{Am}/\text{Co}$ -Quelle ausgenutzt: Gammastrahlung mit  $E_\gamma = 26\,344,6(2)$  eV einer  $^{241}\text{Am}$ -Quelle trifft auf eine dünne Kobaltfolie und löst bei dieser die Elektronen der K-Schale aus<sup>9</sup>. Die messbare kinetische Energie dieser Elektronen beträgt

$$E_{\text{kin}} + \phi_{\text{spektrometer}} = E_\gamma - E_{b,F} - E_{e,\text{rec}} \approx 18\,636,6(2) \text{ eV} \quad (3.22)$$

<sup>9</sup>Hier liegt keine interne Konversion vor, d. h. die  $\gamma$ 's verlieren Energie in Form von Rückstoßenergie auf den Kern. Es ist keine Korrektur wie bei  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  notwendig.

und liegt damit nur etwa 60 eV oberhalb des Tritiumendpunktes. Im Gegensatz zur  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Quelle wird hier nicht die Bindungsenergie relativ zum Vakuumniveau verwendet, sondern jene relativ zum Fermiveau<sup>10</sup>. Relativ zum Fermiveau geht auch die Austrittsarbeit der Quelle in die Bindungsenergie ein, so dass diese nicht mehr korrigiert werden muss. Die Bindungsenergie der K-Elektronen relativ zum Fermiveau beträgt  $E_{b,F} = 7708,78(2)$  eV, die Rückstoßenergie auf den Kern  $E_{e,\text{rec}} < 0,2$  eV und  $\phi_{\text{spectrometer}}$  berücksichtigt die Austrittsarbeit aus den Elektroden des eingesetzten Spektrometers. Die Linienbreite der Kobalt-K-Elektronen ist mit  $\Gamma_{\text{Co}} = 1,3$  eV sehr schmal, die der Gammastrahlung inklusive Dopplerverbreiterung (300 K) und Rückstoßverluste beträgt nur  $< 0,02$  eV und ist daher vernachlässigbar.  $^{241}\text{Am}$  hat eine Halbwertszeit von 432 Jahren und eignet sich daher für eine Langzeitüberwachung der Kalibration des KATRIN-Aufbaus. Aufgrund des chemischen Zustandes der Kobaltfolie kann es zu Energieverschiebungen kommen, da Co-Photoelektronen eine höhere Energie (etwa 1,9 - 2,1 eV) haben, als solche, die von Co-Oxid stammen. Dieser Effekt ist zum einen gut verstanden und kann zum anderen im Monitorspektrometer aufgelöst werden. Erste Testmessungen in 2005 am Mainzer Spektrometer haben die Funktion des Quellaufbaus bewiesen, allerdings gelangte die  $^{241}\text{Am}$ -Gammastrahlung zum Detektor und führte zu einer Erhöhung der Untergrundrate auf etwa 16 Ereignisse/s. Gleichzeitig konnte mit dem Testaufbau nur eine Photoelektronenrate von etwa 4 Ereignissen/s gemessen werden, d. h. es konnte nur ein Signal-zu-Untergrund-Verhältnis von 1:4 erreicht werden.

### 3.3 Anforderungen an den Spannungsteiler

Die Anforderungen an den Spannungsteiler ergeben sich direkt aus der Betrachtung der systematischen Unsicherheiten in den Abschnitten 3.1 und 3.1.1.

Für den Tritiummessbetrieb müssen Spannungen von  $U = 18,6$  kV permanent und langzeitstabil mit  $\Delta U/U < 3,3$  ppm gemessen werden, um den Einfluss auf die systematische Unsicherheit auf  $\Delta m_\nu^2 < 0,0075 \text{ eV}^2/c^4$  zu begrenzen. Um die kleinen, aber dennoch auftretenden Unsicherheiten des verwendeten Digitalvoltmeters, der Restwelligkeit des Retardierungspotenzials und der Quellspannungsmessung zu berücksichtigen, muss dieser Wert sogar noch um etwa 50 % unterschritten werden, um genügend Sicherheit für eine Fehleinschätzung der Messunsicherheit zu haben.

Kommerziell erhältliche hochpräzise Digitalvoltmeter mit  $8\frac{1}{2}$ -Stellen Auflösung erreichen im 10 V- bzw. 20 V-Messbereich eine Genauigkeit von  $< 1$  ppm. Um diesen präzisen Messbereich auszunutzen, muss der Spannungsteiler die zu messende Hochspannung reduzieren und dabei ein stabiles und reproduzierbares Teilverhältnis, den sogenannten Maßstabfaktor besitzen. Spannungsquellen und -teiler für die Quellversorgung im Bereich bis 1000 V mit Stabilitäten im niedrigen ppm-Bereich sind Stand der Technik. Die stabilsten Netzteile zur Hochspannungserzeugung erreichen eine Stabilität von 2 ppm/8h und eine Restwelligkeit von nur 20 mV ss.

Die einzige Komponente, die neben den kommerziell erhältlichen Geräten zur präzisen und stabilen Messung der Hochspannung benötigt wird, ist ein Spannungsteiler, dessen Maßstabfaktor im ppm-Bereich stabil ist. Das Ziel ist also, einen Spannungsteiler zu bauen, der einen oder mehrere Maßstabfaktoren mit 1 ppm Stabilität und Reproduzierbarkeit besitzt.

Um dieses Ziel zu erreichen müssen Spannungsteiler und Maßstabfaktoren die folgenden Anforderungen erfüllen:

<sup>10</sup>Bei Edelgasen wird die Bindungsenergie relativ zum Vakuumniveau angegeben, da diese unabhängig vom Substrat ist. Bei metallischen Proben hängt die Bindungsenergie jedoch von der lokalen, ortsabhängigen Austrittsarbeit  $\phi(x)$  ab. Es gilt  $E_b^{\text{vac}} = E_{b,F} - \phi(x)$ .

- Zum Betrieb der WGTS mit einem Gasgemisch aus Tritium und Krypton müssen Spannungen von bis zu 32 kV mit gleichbleibender Präzision messbar sein. Da die kommerziell erhältlichen Hochspannungsnetzteile standardmäßig Spannungen bis 35 kV erzeugen, ist dies die Obergrenze, für die der Spannungsteiler ausgelegt werden sollte.
- Für den langzeitstabilen Messbetrieb sollte der Spannungsteiler unabhängig von Umwelteinflüssen sein, d. h. Veränderungen der Umgebungstemperatur ( $\Delta T = \pm 5^\circ\text{C}$ ) dürfen sich nicht auf die Maßstabfaktoren auswirken, es wird eine Temperaturabhängigkeit im sub-ppm/K-Bereich gefordert.
- Externe elektromagnetische Störungen dürfen sich nicht auf die Messspannung übertragen, d. h. der komplette Aufbau muss abgeschirmt sein und alle Steuer- und Statussignale müssen galvanisch getrennt übertragen werden.
- Wechselnde Belastungen des Spannungsteilers mit unterschiedlichen Spannungen dürfen nicht zu einer Verringerung der Genauigkeit führen, d. h. die Spannungsabhängigkeit und das Einschaltverhalten der Maßstabfaktoren muss ebenfalls im 1 ppm-Bereich liegen.
- Zur regelmäßigen Kalibration des Spannungsteilers im Gleichspannungslabor der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Braunschweig (PTB) muss der gesamte Aufbau transportabel ausgelegt sein.
- Der Spannungsteiler muss eine Langzeitstabilität besitzen, die ausreicht, um eine permanente Spannungsüberwachung im Rahmen der geforderten Genauigkeit (s. Abs. 3.1.1) auch zwischen den Kalibrationszyklen mit Eichquelle am Monitorspektrometer zu gewährleisten.
- Schließlich ist es wichtig eine lückenlose Kalibrationshistorie des Spannungsteilers zu führen, um das Langzeitverhalten der Maßstabfaktoren nachvollziehen und extrapolieren zu können.

Im folgenden Kapitel werden nun die Konstruktion, der Aufbau und die ersten Tests des Spannungsteilers beschrieben.

## Kapitel 4

# Der Präzisionsspannungsteiler

In diesem Kapitel soll erläutert werden, nach welchen Kriterien der Präzisionsspannungsteiler konstruiert und aufgebaut wurde. Zu Beginn werden die Anforderungen an die Komponenten des Spannungsteilers definiert, bevor die mechanische Konstruktion und die Auswahl der Präzisionswiderstände beschrieben werden. Abgeschlossen wird das Kapitel mit der Inbetriebnahme und den ersten Tests.

### 4.1 Konstruktion des Präzisionsspannungsteilers

Die Konstruktion des Präzisionsspannungsteilers für das KATRIN-Experiment folgt in weiten Teilen den Vorgaben des Referenzspannungsteilers der Abteilung für Messwandler und Hochspannung der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig [Mar01]. Der Referenzspannungsteiler der PTB teilt Spannungen von bis zu 100 kV mit einem Maßstabsverhältnis von 10 000:1 oder 100:1 auf den Messbereich von 10 V oder 1 000 V herunter. Dabei wird eine Stabilität und Präzision von 2 ppm/Jahr ( $k = 2$ )<sup>1</sup> eingehalten. Der PTB steht mit diesem Gerät einer der wohl genauesten und stabilsten Spannungsteiler der Welt zur Verfügung, der auch die Anforderungen des KATRIN-Experiments erfüllt. Dank der Unterstützung von Herrn Marx und Herrn Dr. Schon war es möglich, einen Präzisionsspannungsteiler für das KATRIN-Experiment zu entwerfen, der Spannungen bis 35 kV auf den Messbereich von unter 20 V teilen kann und dabei eine Stabilität und Präzision im ppm-Bereich erreicht. Dieser Aufwand, einen eigenen Spannungsteiler zu entwerfen, wurde notwendig, da keine kommerzielle Lösung in dem benötigten Präzisionsbereich existiert.

Die in Kapitel 3.3 definierten messtechnischen Anforderungen an den Spannungsteiler sind sehr hoch und sollen im Folgenden auf die technischen Möglichkeiten, die mechanische Konstruktion und auf die Anforderung an die einzelnen Komponenten übertragen werden:

- Die Präzisionswiderstände als Kernkomponente des Teilers sollten Temperatur- und Spannungsabhängigkeiten im niedrigen ppm-Bereich oder darunter aufweisen.
- Durch entsprechende Dimensionierung sollten die Widerstände nur eine geringe Selbsterwärmung zeigen.

---

<sup>1</sup>Unsicherheiten werden von den Metrologen der PTB mit dem sogenannten „k“-Faktor multipliziert angegeben, d. h. es ergeben sich dadurch entsprechend konservativere Unsicherheiten. Ein Wert von  $k = 2$  bedeutet demnach eine Unsicherheit von  $2\sigma$ .

- Das Aufwärmverhalten der Widerstände sollte im niedrigen ppm-Bereich gleichmäßig und reproduzierbar sein.
- Um Koronaentladungen zu vermeiden, dürfen im gesamten Hochspannungsbereich keine scharfen Kanten vorhanden sein, zusätzlich sollte der gesamte Aufbau unter Schutzgas (trockene Luft oder N<sub>2</sub>) betrieben werden.
- Leckströme müssen soweit vermieden werden, dass sie relativ zum Messstrom keine Rolle mehr spielen.
- Um externe Einflüsse zu vermeiden, ist eine EMV- Abschirmung des gesamten Aufbaus, ebenso wie die Temperaturstabilisierung (0,5 %) wichtig.
- Spannungsspitzen, d. h. Überbelastung und Beschädigung von einzelnen Widerständen durch Einschalteteffekte müssen unbedingt vermieden werden.
- Thermospannungen durch Temperaturdifferenzen an den Messabgriffen führen zu Messfehlern und müssen minimiert werden.
- Wichtig ist die Vermeidung von elektrischen Störungen durch den Leistungsteil der Temperaturregelung oder durch angeschlossene Computer zur Datenauslese.

In den folgenden Unterkapiteln werden die einzelnen Komponenten und die Konstruktion im Detail erläutert.

#### 4.1.1 Die Präzisionswiderstände

Kernkomponente des Spannungsteilers ist die primäre Widerstandskette, daher ist die Auswahl der eingesetzten Präzisionswiderstände von zentraler Bedeutung. Es wurden Testmuster von Präzisionswiderständen der Hersteller Caddock, Megatron und Vishay untersucht, dabei wurde als Qualitätskriterium das Aufwärmverhalten unter Belastung mit der in Abschnitt 4.2 beschriebenen Methode vermessen.

Die Caddock-Widerstände (Typ USF 270) mit  $R = 2\text{ M}\Omega$  zeigten sehr gute Aufwärmabweichungen von  $\Delta R/R < 2\text{ ppm}$  bei Belastung mit 300 V. Andere Caddock-Widerstände (Typ USF 271) mit  $R = 10\text{ M}\Omega$  zeigten sehr schlechte Aufwärmabweichungen von  $\Delta R/R > 10\text{ ppm}$  bei Belastung mit 300 V. Der Vorteil der Caddock-Widerstände ist der sehr niedrige Preis von etwa 10 Euro pro Stück. Ihr Nachteil ist der starke Alterungseffekt von  $> 20\text{ ppm/Jahr}$  schon bei Lagerung.

Die Megatron-Widerstände (Typ Astro 2200) mit  $R = 3\text{ M}\Omega$  zeigen Aufwärmabweichungen zwischen  $\Delta R/R \approx 3\text{ ppm}$  und  $\Delta R/R \approx 6\text{ ppm}$ . Der gleiche Typ mit  $R = 5\text{ M}\Omega$  zeigte wiederum Werte von  $\Delta R/R \approx 10\text{ ppm}$ . Vom Megatron-Vertrieb wurde jedoch mitgeteilt, dass die Produktion der Widerstände eingestellt wurde.

Schließlich wurden die Testmuster der Vishay-Widerstände untersucht. Alle Testmuster zeigten Aufwärmabweichungen im Bereich  $\Delta R/R < 2\text{ ppm}$  bei Belastung mit 300 V. Der Alterungseffekt der Vishay-Widerstände ist laut Herstellerangabe mit  $\approx 5\text{ ppm/Jahr}$  ohne Belastung deutlich geringer als bei den Caddock-Widerständen und lässt eine höhere Langzeitstabilität erwarten (s. Abb. 4.1).

Nach den Testmessungen der vorgestellten Präzisionswiderstände fiel die Entscheidung auf den Vishay-Typ, da hierbei die Testmuster gleichzeitig die geringste Aufwärmabweichung und

einen relativ niedrigen Alterungseffekt zeigten. Laut PTB haben nur Drahtwiderstände<sup>2</sup> einen geringeren Alterungseffekt. Die Megatron-Widerstände, als einzige beschaffbare drahtgewickelte Präzisionswiderstände, zeigten höhere Aufwärmabweichungen und werden nicht mehr produziert.

Die primäre Widerstandskette wird daher aus Widerständen vom Typ VHA 518-11 der Firma Vishay<sup>3</sup> aufgebaut. Die Widerstände basieren auf der sogenannten „Bulk Metal Foil“-Technologie [Vis05], die eine Abwandlung des Prinzips von Dehnungsmessstreifen ist.

Die Widerstands chips bestehen aus einem Widerstandsfilm, der auf einem Keramikträger verklebt ist. Die im Widerstandsfilm verbrauchte Leistung führt zu thermischer Ausdehnung des Films, wodurch der Widerstandwert ansteigt. Da der Keramikträger sich jedoch weniger stark thermisch ausdehnt, übt er einen Druck auf den Widerstandsfilm aus. Diese mechanische Spannung führt wiederum zu einer Reduzierung des Widerstandswertes. Ziel ist es, auf diese Weise den Widerstandswert konstant zu halten, d. h. eine möglichst hohe Stabilität zu erreichen [Vis06].

Eine einfache Modellrechnung veranschaulicht diese Eigenschaft. Der Widerstand eines metallischen Leiters (PTC-Widerstand) mit Länge  $l$ , Querschnittsfläche  $A$  und spezifischem Widerstand  $\rho_{20}$  ist definiert als<sup>4</sup>:

$$R = \rho_{20} \cdot \frac{l}{A} \quad (4.1)$$

Die Temperaturabhängigkeit ergibt sich aus der Änderung von  $\rho_{20}$  bei einer Temperaturdifferenz  $\Delta T = T - 20^\circ\text{C}$  durch Einführen eines linearen Temperaturkoeffizienten  $\alpha$  zu<sup>5</sup>:

$$\rho_{20} \rightarrow \rho(T) = \rho_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta T \quad (4.2)$$

Daraus ergibt sich:

$$R(T) = \rho(T) \cdot \frac{l}{A} \quad (4.3)$$

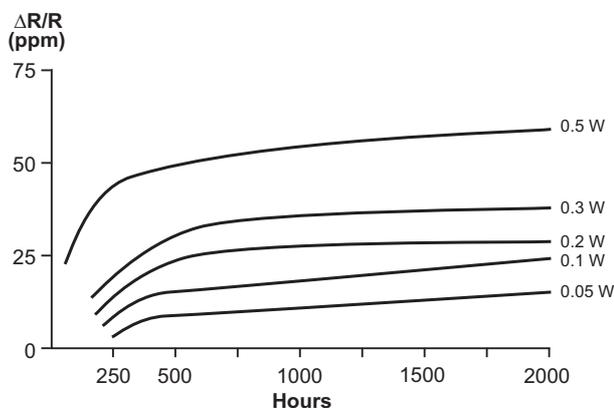
Ein Anstieg der Temperatur führt zu erhöhter Bewegung der Ionenrümpfe und daher zu einem höheren spezifischen Widerstand. Die thermische Ausdehnung der Länge führt ebenfalls zu einem Anstieg des Widerstandswertes. Aufgrund der Verklebung auf dem Keramikträger wird jedoch  $l = \text{const.}$  erzwungen und der Anstieg von  $R$  unterdrückt. Die thermische Ausdehnung der Querschnittsfläche  $A = A(T)$ , die durch die Verklebung nur noch in einer Dimension

<sup>2</sup>Die Drahtwiderstände im Referenzteiler der PTB werden nicht mehr hergestellt. Andere Drahtwiderstände haben zu geringe Widerstandswerte oder erfüllen nicht die Stabilitätsanforderungen.

<sup>3</sup>[www.vishay.de](http://www.vishay.de)

<sup>4</sup>Mit  $\rho_{20}$  wird der spezifische Widerstand bei  $T = 20^\circ\text{C}$  bezeichnet, seine Einheit ist  $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ .

<sup>5</sup>Typische Werte z. B. für Kupfer sind:  $\rho_{20}(\text{Cu}) = 1,7 \cdot 10^{-2} \Omega \text{mm}^2/\text{m}$  und  $\alpha_{\text{Cu}} = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} = 3900 \text{ppm/K}$ .



**Abbildung 4.1: Alterung der Vishay-Widerstände.** (aus [Vis05]) Dargestellt ist die relative Widerstandsänderung durch Alterung der Widerstände bei Belastung zwischen 0,05 bis 0,5 W und einer Umgebungstemperatur von  $25^\circ\text{C}$ .

**Tabelle 4.1: Spezifikationen der VHA518-11 Widerstände [Vis01].**

Widerstand	1,84 M $\Omega$
Toleranz	0,05 %
Maximalspannung	600 V
Temperturabhängigkeit TCR	< 2 ppm/K
Spannungsabhängigkeit VCR	< 0,1 ppm/V
Stabilität bei Lagerung	$\pm$ 5 ppm/Jahr
Stabilität bei Belastung	$\pm$ 20 ppm (2000 h mit 0,1 W bei 60 °C)
Länge Gehäuse	38,1 mm $\pm$ 0,79 mm
Durchmesser Gehäuse	12,7 mm $\pm$ 0,79 mm
Länge Anschlüsse	> 25,4 mm

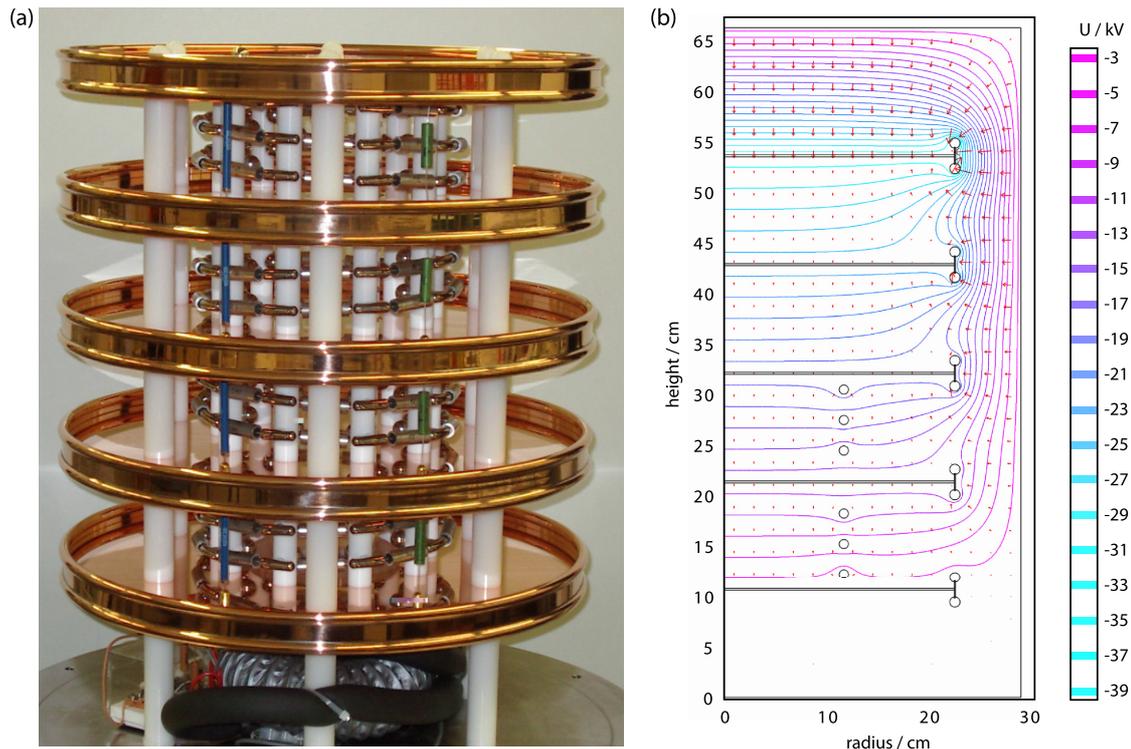
möglich ist, führt nun zu einer Reduzierung des Widerstandes. Als Konsequenz kompensieren sich  $\rho(T)$  und  $A(T)$  im Idealfall und der Widerstandswert wird stabilisiert, d. h. temperaturunabhängig. In der Realität verschwindet die Temperaturabhängigkeit natürlich nicht vollständig, aber sie wird auf den niedrigen ppm-Bereich reduziert.

Jeder Widerstand besteht aus 11 solcher Widerstands chips von je 167 k $\Omega$ , die in Öl schwimmend in einer Glasampulle vergossen sind. Diese Art der hermetisch versiegelten Widerstände wird üblicherweise in der Raumfahrt- oder Flugzeugindustrie verbaut.

Die Spezifikationen der Widerstände sind in Tabelle 4.1 angegeben. Sie erfüllen die Anforderungen an Temperatur- und Spannungsstabilität. Die Zeitstabilität des Widerstandswertes bei Lagerung von  $\pm$  5 ppm/Jahr bedeutet, dass die Widerstände auch ohne Belastung altern. Bei einer Belastung von 0,1 W/Widerstand und bei einer Umgebungstemperatur von 60 °C altern die Widerstände relativ stark. Im Spannungsteiler werden die Widerstände jedoch nur bei 25 °C betrieben und während einer Tritiummessung nur mit 0,05 W/Widerstand belastet, so dass ein geringerer Alterungseffekt zu erwarten ist. In Abbildung 4.1 ist die Abhängigkeit dieser Langzeitabweichung für verschiedene Belastungen bei einer Umgebungstemperatur von 25 °C dargestellt. Hier zeigt sich auch die laut Hersteller asymptotische Stabilisierung des Alterungseffektes. Des Weiteren altern die Widerstände laut Spezifikationen nicht alle mit gleichem Vorzeichen und der angegebene Wert ist als Obergrenze zu verstehen, daher sollte sich für die Gesamtheit der Widerstände im Spannungsteiler eine geringere mittlere Abweichung ergeben.

Um die Verlustleistung in den Widerständen und damit die Selbsterwärmung zu minimieren, sollte der Spannungsteiler so dimensioniert sein, dass ein Gesamtwiderstand von 10 M $\Omega$ /kV nicht unterschritten wird, d. h. ein Betriebsstrom von 0,1 mA sollte nicht überschritten werden. Diese Tatsache und die verwendete Anzahl von 100 Widerständen führen zu einem Kompromiss, da der maximale Widerstandswert der Präzisionswiderstände bei 1,84 M $\Omega$  liegt. Im Bereich des Tritium-Endpunktes wird die Anforderung an den Betriebsstrom erfüllt. Sollen zu Kalibrationszwecken Spannungen bis 32 kV vermessen werden, ist der Betriebsstrom 0,17 mA und das gesetzte Limit wird überschritten.

Diese Anforderungen sind aber nur notwendige Kriterien für den Einsatz der Präzisionswiderstände im KATRIN-Spannungsteiler. Wie in Abschnitt 4.2 ausführlich beschrieben wird, zeigt jeder Widerstand ein charakteristisches Aufwärmverhalten innerhalb seiner Spezifikationen. Nur durch gegenseitige Kompensation dieses Effektes wird eine Präzision des Spannungsteilers auf ppm-Niveau erreicht.



**Abbildung 4.2: Innenansicht und Feldkonfiguration des Spannungsteilers.** (a) Das Foto zeigt die vier Ebenen des Spannungsteilers, welche durch die fünf Kupferelektroden gebildet werden. Im Innenbereich ist die Kette der Präzisionswiderstände zu erkennen. Die Elektroden werden von Hochspannungswiderständen (blau) und Hochspannungskondensatoren (grün) elektrisch miteinander verbunden, wodurch der sekundäre ohmsche Spannungsteiler und der kapazitive Teiler gebildet werden. Im unteren Teil ist der Wärmetauscher und das Gehäuse des Messabgriffs zu erkennen. In (b) sind die Äquipotenziallinien gezeigt, die sich mit Hilfe einer Simulation mit FEM um das Elektrodensystem ergeben. Im dargestellten Fall liegt die oberste Elektrode auf  $-40\text{ kV}$  und jede weitere Elektrode ist mit Hilfe der sekundären Widerstandskette um  $10\text{ kV}$  positiver abgestuft. In den oberen beiden Ebenen ist die Ausbildung eines gleichmäßigen Feldes zwischen den Elektroden zu erkennen. Die unteren beiden Ebenen enthalten zusätzlich die Widerstandshalterungen und die dadurch erzeugte geringe Störung der Feldlinien.

#### 4.1.2 Der mechanische Aufbau

Der gesamte Spannungsteiler ist in einem zylindrischen Edelstahlbehälter von  $60\text{ cm}$  Durchmesser und  $85\text{ cm}$  Höhe aufgebaut. Technische Zeichnungen des Behälters, der Endkappen und der Durchführungen sind im Anhang C.1 zu finden. Der Behälter dient zur Abschirmung elektromagnetischer Einflüsse von Außen und schließt das temperaturstabilisierte  $\text{N}_2$ -Gas ein. Der Edelstahlbehälter wird von zwei Delrinblöcken (POM) getragen und steht dadurch elektrisch isoliert auf einem fahrbaren  $19''$ -Unterbau, in welchem sich die Steuer- und Überwachungsgeräte befinden. Armaflex-Schaum auf den Außenwänden des Behälters soll gegen Schwankungen der Umgebungstemperatur entkoppeln und gleichzeitig den Verlust von Wärmeenergie aus dem temperaturstabilisierten Inneren reduzieren.

Die Hochspannung wird von oben über eine S150-Hochspannungsbuchse zugeführt, welche in einem modifizierten  $100\text{ mm}$ -Blindflansch luftdicht vergossen eingebaut wurde. Im Inneren überträgt eine zu einem Ring geformte Blattfeder aus Bronze die Hochspannung auf die ober-

te Kupferelektrode.

An der Unterseite dient ein mit Bohrungen versehener 100 mm-Blindflansch als Durchführung für die Messsignale, die Temperatursensoren und die Wärmetauscherversorgung.

Im oberen und unteren Deckelflansch dient je ein KF40-Flansch zur Befüllung des Innenvolumens mit  $N_2$ -Gas. Am oberen Flansch wird das Gas über ein Handventil eingelassen und kann durch ein Überdruckventil (öffnet bei 7 % Überdruck) unten wieder austreten. Den kompletten Befüllungsvorgang beschreibt die Arbeitsanweisung im Anhang D.1.

Wie in Abb. 4.2 zu sehen ist, wird der innere Aufbau des Spannungsteilers durch fünf Kupferelektroden in vier Ebenen unterteilt. Aufgabe der Kupferelektroden ist es, die Kette der Präzisionswiderstände gegen das Erdpotenzial des Edelstahlbehälters abzuschirmen. Gleichzeitig erzeugen sie ein elektrostatisches Feld am Ort eines jeden Präzisionswiderstandes und der zugehörigen Verbindungsteile, das der anliegenden Hochspannung entspricht. Die Elektroden werden von Delrinstäben (POM) getragen und fixieren je neun Teflonstäbe (PTFE) pro Ebene, an denen die Halterungen der Präzisionswiderstände angebracht sind. Delrin wird aufgrund seiner Festigkeit für tragende Strukturen verwendet, wogegen Teflon im Präzisionsbereich als Isolatormaterial vorzuziehen ist, sich aber unter mechanischer Belastung verformen würde.

Die Konstruktionszeichnungen der Elektroden sind in Anhang C.3 abgedruckt. Die unteren vier Elektroden besitzen im Zentrum eine runde Aussparung durch welche ein Acrylglasrohr (s. Anh. C.4) das temperaturstabilisierte Gas aus dem Wärmetauscher an die Widerstände in den verschiedenen Ebenen verteilt. Dieses Rohr ist mit entsprechende Bohrungen versehen, damit jeder Präzisionswiderstand direkt von temperaturstabilisiertem Gas überströmt wird. Nur die oberste Elektrode ist geschlossen, auf sie wird die Hochspannung übertragen.

Unter der niedrigsten Elektrode befinden sich der Niedervoltmessabgriff und der Wärmetauscher samt Staubfilter, Ventilator und Temperatursensoren.

Der funktionale und messtechnische Teil des KATRIN-Spannungsteilers besteht aus drei Teilketten:

1. Der primäre Spannungsteiler ist aus 100 Präzisionswiderständen aufgebaut und dient als Messteiler.
2. Der sekundäre Spannungsteiler besteht aus vier Hochspannungswiderständen und dient zur Steuerung der Elektrodenpotenziale.
3. Der kapazitive Teiler, bestehend aus vier Hochspannungskondensatoren, hat die Aufgabe Überspannungen an einzelnen Widerständen zu vermeiden.

In den folgenden Abschnitten werden die einzelnen Komponenten und ihre Funktions- und Wirkungsweise im Detail erläutert.

### 4.1.3 Primäre Widerstandskette

Der primäre Spannungsteiler, d. h. die primäre Widerstandskette besteht aus 100 aufeinander angepassten Präzisionswiderständen. Die Auswahl und Anpassung der Widerstände wird in Abschnitt 4.2 beschrieben.

Die Präzisionswiderstände sind spiralförmig zwischen den Kupferelektroden angeordnet. Der Drehsinn der Spirale wechselt von Ebene zu Ebene, um Induktivitäten zu reduzieren. Auf jeder Ebene werden 25 Präzisionswiderstände von T-förmigen Widerstandshalterungen miteinander verbunden und von Teflonstäben (PTFE) getragen. Technische Zeichnungen der

**Tabelle 4.2: Spezifikationen der Caddock Hochspannungswiderstände [Cad04].**

Typ	Caddock MS260	Caddock MX480
Widerstand	90 k $\Omega$	44 M $\Omega$
Toleranz	1 %	1 %
Maximalspannung	2000 V	24000 V
Temperaturabhängigkeit TCR	50 ppm/K	80 ppm/K
Länge Gehäuse	24,64 mm $\pm$ 1,52 mm	78,23 mm $\pm$ 1,27 mm
Durchmesser Gehäuse	7,62 mm $\pm$ 0,76 mm	6,86 mm $\pm$ 0,51 mm
Länge Anschlüsse	38,1 mm $\pm$ 3,18 mm	38,1 mm $\pm$ 3,18 mm

Widerstandhalterungen und der Teflonstäbe befinden sich in Anhang C.5.

Die Widerstandhalterungen bestehen aus vernickeltem Messing und verbinden je zwei Widerstände durch versenkte Madenschrauben. Senkrecht zur Widerstandsverbindung dient ein Haltezapfen zur Befestigung der Halterung an einem Teflonstab. Der Teflonstab weist hierfür eine Bohrung mit entsprechendem Profil als Gegenstück zum Haltezapfen auf. Die Halterung wird auf der Innenseite der Teflonstäbe mit einer Kugelmutter gesichert.

Pro Elektrodenebene sind neun Teflonstäbe verbaut, welche Profilbohrungen mit unterschiedlichem Versatz besitzen, um dem Anstieg der Widerstandsspirale Rechnung zu tragen. Die Teflonstäbe besitzen am oberen und unteren Ende je zwei Bohrungen, in denen kleine Delrin-Stifte die Stäbe an einer Kupferelektrode fixieren. Teflon ist ein sehr sauberes Material, benetzt nicht und bietet eine sehr hohe Spannungsfestigkeit. Daher wird es im Präzisionsbereich des Spannungsteilers eingesetzt, um Kriechströme zwischen den Widerstandhalterungen zu vermeiden.

Die Verbindung der Widerstände durch Verschraubung hat den Hintergrund, dass dadurch der elektrische Kontakt durch Quetschen hergestellt wird, ohne die Eigenschaften der Widerstände zu verändern. Besonders beim Verlöten kann nicht garantiert werden, dass durch die Erwärmung des Präzisionswiderstandes sein Aufwärmverhalten unverändert bleibt. Daher ist es in der Präzisionsteilerkette nicht erlaubt, Widerstände zu löten.

Der elektrische Kontakt zwischen den Präzisionsteilerketten der verschiedenen Ebenen muss hergestellt werden, ohne einen Kurzschluss mit der Kupferelektrode zu verursachen. Die hierzu verwendeten Durchführungen durch die Elektroden bestehen aus Messinggewindestäben, die mit Bohrungen und Madenschrauben versehen sind, mit Delrinisolatoren gegen die Kupferelektrode isoliert sind und mit halbkugelförmigen Muttern abgedeckt werden (s. Anh. C.5). An dieser Stelle ist es nicht erforderlich Teflon zu verwenden, da keine große Potentialdifferenz isoliert werden muss. Aufgrund der sekundären Widerstandskette besitzen die Elektrode und der durchzuführende Kontakt annähernd identische Potentiale.

Alle Bauteile für den Hochspannungsbereich sind so konstruiert, dass keine scharfen Kanten existieren, d. h. alle Kanten der Bauteile besitzen Krümmungsradien von mindestens 4 mm.

Die primäre Widerstandskette mündet in eine Gruppe von niederohmigen Widerständen, die den Messabgriff bilden, der in Abschnitt 4.1.6 erläutert wird.

#### 4.1.4 Sekundäre Widerstandskette

Die sekundäre Widerstandskette, der sogenannte Steuerteiler, besteht aus vier Hochspannungswiderständen (Typ Caddock MX480), die die fünf Kupferelektroden miteinander verbinden. Ihr Widerstandswert orientiert sich am Wert der pro Ebene verbauten Präzisionswi-

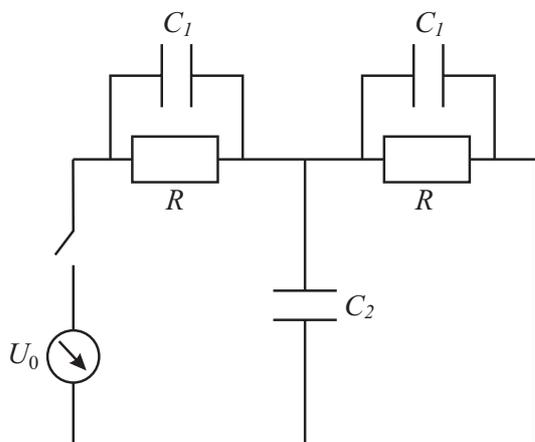
derstände, ist jedoch leicht niederohmiger. Durch diese Steuerteilerkette wird erreicht, dass die Potentiale auf den Kupferelektroden identisch zu den Potentialen in der Präzisionsteilerkette abgestuft sind. In Abb. 4.2(b) ist zu erkennen, dass durch die Potentialbelegung der Elektroden und die Form der äußeren Kante ein gleichmäßiges elektrisches Feld am Befestigungsort eines jeden Präzisionswiderstands erzeugt wird, das in gleichem Maße abfällt, wie die Spannung entlang der primären Teilerkette.

Die unterste Elektrode ist nicht direkt geerdet, sondern wird über ein Paar paralleler Hochspannungswiderstände (Typ Caddock MS260) mit der Behältererde verbunden. Um zu vermeiden, dass bei einem defekten Messwiderstand die Hochspannung am Eingang des Voltmeters anliegt, wird der Messabgriff durch eine paarweise Anordnung der Widerstände abgesichert. Ihr gemeinsamer Widerstand steht im Verhältnis  $1 : (3910 \pm 1)$  zu den vier Hochspannungswiderständen zwischen den Elektroden. Durch einen Teilerabgriff über diese Widerstände ist es möglich, die anliegende Hochspannung unabhängig von der Präzisionsteilerkette mit einer Genauigkeit im 100 ppm-Bereich zu überwachen.

Auch die Widerstände des Steuerteilers sind durch Madenschrauben und Verbindungsteile aus Messing miteinander und mit den Kupferelektroden verbunden. Zeichnungen dazu sind im Anhang C.5 zu finden und die Spezifikationen der Widerstände sind in Tabelle 4.2 aufgelistet.

#### 4.1.5 Kapazitive Teilerkette

Die kapazitive Kette ist parallel zur sekundären Widerstandskette aufgebaut. Sie besteht aus Hochspannungskondensatoren (Typ Vishay MKT 1816-225/117-2) mit einer Kapazität von je



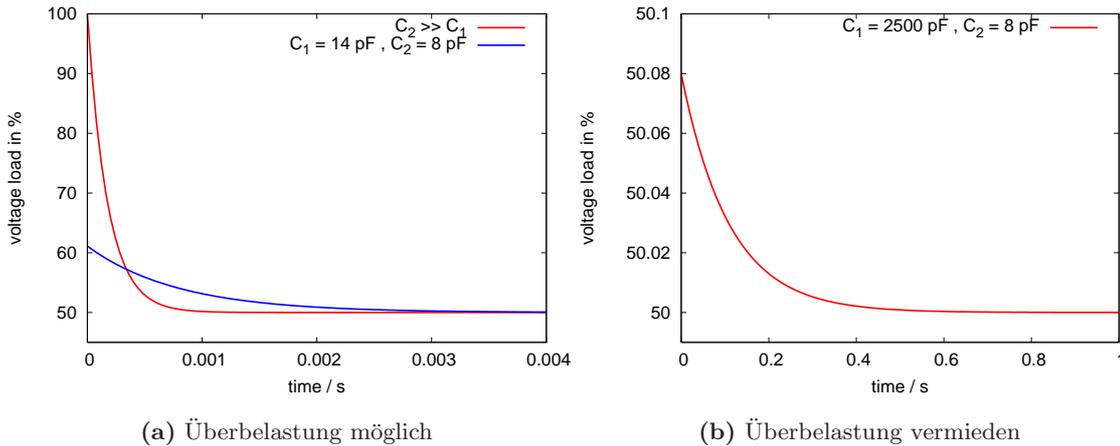
**Abbildung 4.3: Ersatzschaltbild eines zweistufigen Spannungsteilers.** An dieser vereinfachten Schaltung soll die Überbelastung des ersten Widerstandes aufgrund der Streukapazitäten zur Wand  $C_2$  bei Spannungssprüngen erläutert werden. Die Streukapazität zwischen den Ebenen  $C_1$  wird durch den kapazitiven Teiler künstlich erhöht. Für Details siehe Anhang A.1.

2,5 nF und einer Spannungsfestigkeit von 10 kV. Ihre Aufgabe ist es, Beschädigungen der Präzisionswiderstände durch schnelle Spannungsschwankungen oder Spannungsspitzen zu vermeiden. Um die Gefahr von Spannungsspitzen durch Einschalt Effekte deutlich zu machen, wird ein vereinfachtes Ersatzschaltbild eines zweistufigen Spannungsteileraufbaus (s. Abb. 4.3) betrachtet. Durch die mit Potential belegten Elektrodenflächen kommt es zu Streukapazitäten: Zum Einen parallel zur Widerstandskette zwischen den Elektroden, zum Anderen gegen das Erdpotential der Außenwand des Behälters.

Für die Plattenkondensator Konfiguration zwischen den Elektroden ergibt sich unter Vernachlässigung von Randeffekten und jeglicher kleinerer Bauteile eine Kapazität von etwa  $C_1 \approx 14$  pF. Schätzt man die Kapazität des Elektrodenrandes gegen die Außenwand vereinfacht als Zylinderkondensator ab, so ergibt sich  $C_2 \approx 8$  pF. Mit diesen Werten und dem bekannten Wert des Summenwiderstandes von  $R = 44$  M $\Omega$  pro Ebene, lässt sich das

Einschaltverhalten der Ersatzschaltung durch Berechnung in Laplacedarstellung nachvollziehen.

Die Berechnung im Laplaceraum ist in Anhang A.1 zu finden und führt zu Gleichung (4.4)



**Abbildung 4.4: Einschaltverhalten: Spannungsverlauf über erstem Widerstand.** Dargestellt ist der Anteil der anliegenden Spannung, der durch plötzliches Einschalten am ersten Widerstand abfällt. In (a) wird die Überbelastung des Widerstandes deutlich, wenn  $C_1$  vernachlässigt wird oder nur die Streukapazitäten vorhanden sind. Fall (b) stellt dar, wie die Überbelastung durch künstliche Erhöhung der Streukapazität  $C_1$  zwischen den Elektroden vermieden wird.

für den Spannungsverlauf über dem ersten Widerstand während des Einschaltvorgangs.

$$U_1(t) = U_0 \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \exp \left\{ \frac{-2 \cdot t}{R(2C_1 + C_2)} \right\} + \frac{1 + \frac{C_2}{C_1}}{2 + \frac{C_2}{C_1}} \exp \left\{ \frac{-2 \cdot t}{R(2C_1 + C_2)} \right\} \right] \quad (4.4)$$

Hieraus ergibt sich für  $t \rightarrow \infty$  gerade die beabsichtigte Betriebsspannung von  $\frac{1}{2}U_0$  am ersten Widerstand. Es zeigt sich jedoch, dass durch ein plötzliches Einschalten der Hochspannung, wie es bei Kalibrationstests erforderlich werden kann, eine zu hohe Spannung am ersten Widerstand abfällt, bevor sie sich über alle Widerstände verteilt. Dies würde den Widerstand beschädigen oder im besten Fall so stark belasten, dass dieser sein Verhalten im ppm-Bereich ändert und die sorgfältige Anpassung der Widerstände aneinander vergebens war.

Für den Einschaltvorgang bei  $t \approx 0$  spielt der letzte Term die entscheidende Rolle: An Gleichung (4.4) erkennt man, dass die Stärke der anfänglichen Überladung (maximal bei  $t = 0$ ) vom Verhältnis der Streukapazitäten  $\frac{C_2}{C_1}$  abhängt. Ist dieses Verhältnis groß, so dominiert der dritte Term über den zweiten und die Anfangsspannung liegt deutlich über  $\frac{1}{2}U_0$ .

Durch die kapazitive Teilerkette wird die Kapazität  $C_1$  zwischen den Elektroden sehr stark erhöht ( $C_1 \gg C_2$ ). Dies hat zur Folge, dass der Quotient  $\frac{C_2}{C_1}$  sehr klein wird und sich beide Exponentialterme kompensieren. Die Amplitude der Überladung wird stark reduziert und gleichzeitig führt die Zeitkonstante im Exponenten zu einer Verzögerung des Einschaltreffektes. Eine Überbelastung des ersten Widerstandes kann praktisch nicht mehr auftreten. In Abbildung 4.4 ist der zeitliche Verlauf der Spannung über dem ersten Widerstand für verschiedene Verhältnisse der Kapazitäten dargestellt.

#### 4.1.6 Messabgriff

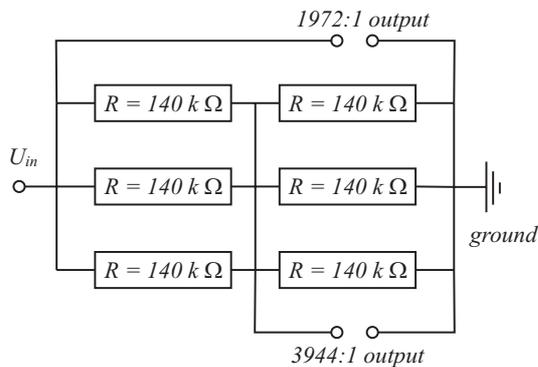
Eine entscheidende Komponente des Teilerbaus ist der Messabgriff, denn durch ihn wird der Maßstabfaktor des gesamten Aufbaus definiert.

Der KATRIN-Spannungsteiler wurde so geplant, dass er Spannungen bis 35 kV für Kalibrationsmessungen auf den 10 V Messbereich eines Präzisionsvoltmeters herunterteilen kann. Für

den Betrieb mit Tritium bei etwa 18 kV bedeutet dies aber, dass man nur die Hälfte des Messbereichs des Voltmeters ausnutzt. Um auch im Tritiumbetrieb die volle Skala des Voltmeters ausnutzen zu können, wurde ein weiterer Maßstabfaktor eingebaut. Maßstabfaktor 1 mit einem Verhältnis von 3944:1 und Maßstabfaktor 2 mit 1972:1.

Der Messabgriff schließt direkt an die primäre Widerstandskette an und besteht aus dem gleichen Typ Widerstände, die hier jedoch nur einen Widerstandswert von 140 k $\Omega$  haben. Realisiert wurde der Messabgriff durch zwei in Reihe geschaltete Blöcke aus je drei parallelen Widerständen. Ein Block paralleler Widerstände hat einen Widerstandswert von  $\approx 46,65$  k $\Omega$  und bildet den Maßstabfaktor 3944:1. Beide Blöcke gemeinsam ergeben entsprechend  $\approx 93,3$  k $\Omega$  und bilden den Abgriff für das 1972:1-Verhältnis zum Gesamtwiderstand von 184 M $\Omega$  der primären Widerstandskette.

Die parallele Anordnung der Widerstände hat ihre Ursache in der Sicherheit nach Außen. Beim Abgriff über einen einzelnen Widerstand besteht die Gefahr, dass bei Ausfall des Widerstandes der größte Teil der Hochspannung am Innenwiderstand des Voltmeters abfällt und dieses damit zerstört. Bei der parallelen Anordnung ist es unwahrscheinlich, dass drei Widerstände gleichzeitig brechen. Versagt einer der Widerstände, stellt man sofort einen Sprung des Maßstabfaktors fest, ohne dass weitere Bauteile zerstört werden. Die Widerstände sind mit



**Abbildung 4.5: Aufbau des Messabgriffs.**

Dargestellt ist der Niedervoltteil der primären Widerstandskette. Über zwei Blöcke mit je drei parallelen 140 k $\Omega$  Widerständen wird des Messsignal abgegriffen. Über einem einzelnen Block ergibt sich ein Maßstabfaktor von 3944:1, beide gemeinsam ergeben 1972:1.

massiven Kupferplatten verschraubt, welche auf einer Teflonplatte befestigt wurden. Der gesamte Aufbau befindet sich in einem staubdichten Gehäuse. Abbildung 4.5 zeigt eine Skizze der Verschaltung der Widerstände inklusive der nach Außen geführten Messleitungen.

Über den Messabgriff sollen Spannungen bis 20 V mit ppm-Genauigkeit abgegriffen werden. Thermospannungen im  $\mu\text{V}$ -Bereich verursachen dabei erhebliche Störungen und sollen durch die Verwendung von massiven Kupferplatten, an denen die Widerstände durch Quetschverschraubung befestigt sind, reduziert werden. Die Kupferplatten sorgen dabei für einen schnellen thermischen Ausgleich bei Temperaturänderungen.

Die Widerstände des Messabgriffs werden nur mit maximal 20 V belastet und zeigen daher keine messbare Aufwärmabweichung. Um die Widerstände dennoch aufeinander anzupassen, wurde der Temperaturkoeffizient ihres Widerstandswertes (TCR) im Bereich zwischen 20 $^{\circ}$  C und 30 $^{\circ}$  C bestimmt. Es zeigten sich innerhalb ihrer Spezifikation Abweichung mit sowohl positivem als auch negativem Vorzeichen. Durch diese Eigenschaft kann man einen weiteren Vorteil der parallelen Anordnung der Widerstände ausnutzen, d. h. die Widerstände können so angeordnet werden, dass sich der TCR in der Summe kompensiert.

#### 4.1.7 Wärmetauscher und Temperaturstabilisierung

Die Temperaturstabilisierung im Inneren des Spannungsteilers hat die Aufgabe, stabile Umgebungsbedingungen für die Widerstände zu schaffen. Die Temperaturänderung im Inneren

**Tabelle 4.3: PID Parameter der Temperaturregelung.** Diese Parameter stellen von Hand nachjustierte Werte aus dem Selbstabgleich des PID-Reglers dar. Regelschwingung sind nicht mehr sichtbar ( $< 0,1^\circ\text{C}$ ) und der Sollwert wird nach etwa 30 bis 60 Minuten erreicht.

Beschreibung	Parameter	Wert
Proportionalband	Pb1	10 %
Integrale Zeitkonstante	rSEt	3m30s
Differentielle Zeitkonstante	rAtE	0m35s

jedes Widerstandes kann nicht vermieden werden, wirkt sich aber durch die Anpassung und Kompensation des Aufwärmverhaltens nicht negativ aus. Eine Änderung der Umgebungstemperatur führt jedoch ganz sicher zu einer Änderung des Widerstandswertes entsprechend seines Temperaturkoeffizienten (TCR). Zwar ist der Effekt bei 100 Widerständen mit positiven und negativen TCRs deutlich geringer als bei einem Einzelwiderstand, trotzdem ist es für den ppm-Bereich notwendig die Temperatur auf  $\pm 0,1^\circ\text{C}$  zu stabilisieren.

Eine wichtige Voraussetzung für ein niedriges Signalrauschen auf den Messabgriffen der Präzisionskette ist es, den Leistungsteil der Temperaturregelung nicht in Kontakt mit der Messkette kommen zu lassen. Daher wird im Inneren des Spannungsteilergehäuses nur ein Flüssigkeit-zu-Luft-Wärmetauscher mit einem 24 V-Gebälse ( $\varnothing 6\text{ cm}$ ) eingesetzt. Auch die externe Regellogik muss vom Leistungsteil getrennt werden, um zu vermeiden, dass es durch die hohe Abwärme des Leistungsteils zu ungenauem Regelverhalten kommt.

Außerhalb des Spannungsteilergehäuses wird die Temperatur der Flüssigkeit im Heiz-/Kühl-Kreislauf durch eine Widerstandsheizung und eine Peltierkühlung geregelt. Die Flüssigkeit wird von einer Membranpumpe mit 1,5 l/min Förderleistung umgewälzt<sup>6</sup>. Im Flüssigkeitskreislauf wurden neben Kunststoff auch Messing-, Edelstahl und Aluminiumteile verbaut. Das entionisierte Wasser im Kühlkreislauf enthält daher 30 % Pentosil (KFZ Kühlerfrostschutzmittel), um Korrosion zu vermeiden.

Als Temperaturregler kommt ein West 4100 PID-Regler<sup>7</sup> zum Einsatz. Der PID-Regler wertet die Temperatur über eine PT100-Sonde im Ausgangsluftstrom des internen Wärmetauschers aus. Idealerweise sollte auf die Umgebungstemperatur der Widerstände geregelt werden, da dort aber Hochspannung herrscht, würde eine geerdete Temperatursonde zu Entladungen und Überschlägen führen. Andererseits könnte die Sonde und damit der gesamte PID-Regler auf Hochspannung gelegt werden, um dies zu vermeiden. Beide Möglichkeiten verursachen technische Probleme, d. h. die direkte Temperaturmessung in der Umgebung der Widerstände ist nicht möglich, da zu aufwendig. Als Messort stehen daher nur noch Wärmetauschereingang oder -ausgang zu Auswahl. Die Entscheidung fiel auf den Wärmetauscherausgang, da hiermit die Temperatur des Gases kontrolliert wird, das anschließend die Widerstände umströmt<sup>8</sup>. Auf diese Weise wird erreicht, dass die Umgebungstemperatur der Widerstände konstant ist. Der PID-Regler besitzt zwei Regelausgänge, über die zwei separate Verstärker-Netzteile (Typ EA-PS 3032-05) angesteuert werden, die wiederum die Peltierkühlung und die Widerstandsheizung versorgen. Damit wird erreicht, dass sich die Teilkomponenten der Temperaturregelung nicht gegenseitig beeinflussen. Die in Tabelle 4.3 angegebenen Parameter

<sup>6</sup>Die Pumpe fördert 3 l/min bei 24 V, wird aber nur mit 12 V betrieben.

<sup>7</sup>PID steht für Parallel-, Integral- und Differentialregelung. Es beschreibt die Methoden, mit denen Istwert und Sollwert und deren zeitliche Entwicklung miteinander verglichen werden. P ist die Standardregelung (Proportionalglied), I (= Integrator) kompensiert langsame und D (= Differenziator) schnelle Abweichungen.

<sup>8</sup>Die leichte Abkühlung des Gases aufgrund der Erwärmung der gasführenden Teile wird hierbei vernachlässigt, da sie nur in der Aufwärmphase eine Rolle spielt.

für den PID-Regler stabilisieren die Temperatur auf die geforderten  $\pm 0,1^\circ\text{C}$ , ohne messbare Regelschwingungen zu verursachen. Da es sich bei dem Spannungsteileraufbau mit seinem großen Volumen um ein sehr träges System handelt, ist eine Einregelzeit zwischen 30 und 60 Minuten erforderlich, bis die Temperatur stabil ist.

#### 4.1.8 Überwachung der Betriebsparameter und Entkopplung

Um am KATRIN-Aufbau, ebenso wie in Kalibrationslabors oder bei anderen Experimenten betrieben werden zu können, wurde der Spannungsteileraufbau als unabhängiges System konzipiert.

Für einen unabhängigen Betrieb wird eine National Instruments „compact Field Point“-Einheit cFP-2020 eingesetzt. Dieses Datenerfassungs- und Steuersystem ist in der Lage, mehrere Geräte über digitale Schnittstellen (RS 232, RS 485) anzusteuern und kann durch zusätzliche Module für benötigte Funktionen erweitert werden. Zur Spannungsüberwachung wird ein cFP-AI-110-Modul mit analogen Eingängen verwendet. Temperaturen werden durch eine Vierdrahtmessung mit einem Widerstandsmessmodul cFP-RTD-124 eingelesen. Das Aktivieren und Deaktivieren von Schaltkreisen übernimmt ein Relaismodul cFP-RLY-421.

Die cFP-Einheit wird mit National Instruments LabVIEW Realtime, einer echtzeitfähigen grafischen Programmiersprache, programmiert und operiert danach vollkommen unabhängig. Die Kommunikation geschieht mittels Internet-Protokoll (TCP/IP) über eine Netzwerkschnittstelle. Um keine Störungen über die Netzwerkschnittstelle von außen in das Spannungsteilersystem zu übertragen, wird der komplette Netzwerk-Datenverkehr der cFP-Einheit über Signalumsetzer (Typ MOXA IMC-101) optisch über Lichtleiter übermittelt.

Die cFP-Einheit überwacht, steuert und protokolliert ständig die Betriebsparameter des Spannungsteilers. Zu den Betriebsparametern zählen die Temperatur am Wärmetauschereingang und -ausgang, am Messabgriff und der umgebenden Raumluft. Auch die Steuerzyklen der Temperaturregelung werden protokolliert, ebenso wie die anliegende Spannung am Steuerteilerabgriff. Die cFP-Einheit aktiviert oder deaktiviert die Temperaturregelung, die Heiz- und Kühlschleifen, die Umwälzpumpe und das Gebläse des inneren Wärmetauschers.

Als Echtzeitsystem ist die cFP-Einheit in der Lage, sich auf die Normzeit im KATRIN-Experimentiernetzwerk zu synchronisieren. Jede Aktion der Einheit und jeder protokollierte Wert erhalten damit einen globalen Zeitstempel.

Zu Testzwecken ist die cFP-Einheit auch in der Lage ein Präzisionsdigitalvoltmeter (Typ Fluke 8508A) auszulesen und so die genaue Spannung auf der primären Teilerkette zu protokollieren. Für den KATRIN Betrieb ist dieser Modus allerdings nicht erforderlich.

Über die cFP-Einheit soll der Spannungsteiler später nahtlos in das KATRIN-Experimentiernetzwerk integriert werden. Er kann dann sowohl autark arbeiten, als auch von der KATRIN-Experimentsteuerung aus gesteuert und kontrolliert werden. In der cFP-Einheit steht genug Speicher zur Verfügung (512 MB CF-Modul), um das Messwertprotokoll für mindestens drei Monate bei 2 Werten pro Minute aufzuzeichnen. Ist Kontakt zur KATRIN-Experimentsteuerung hergestellt, werden die Messwerte in regelmäßigen Abständen ausgelesen.

## 4.2 Selektion der Widerstände

In diesem Abschnitt soll erläutert werden, nach welchen Kriterien die Widerstände für den Einbau in den Spannungsteiler ausgewählt wurden.

Die Spezifikationen (Tab. 4.1) der Präzisionswiderstände lassen nur sehr geringe Toleranzen zu. Für die Stabilität des Spannungsteilers ist es aber erforderlich, jeden Widerstand über seine Spezifikationen hinaus zu vermessen, um ihn für den Einbau zu qualifizieren.

Auch wenn die Umgebungstemperatur der Widerstände sehr stabil geregelt wird, erwärmt sich das Innere jedes Widerstandes bei Belastung. Durch diese Selbsterwärmung und den Temperaturkoeffizienten wird sich der Widerstandswert entsprechend ändern. Bei Widerstandspaa- ren, die ein vergleichbares Aufwärmverhalten mit unterschiedlichem Vorzeichen zeigen, kann man durch Kombination (Reihenschaltung) erreichen, dass das gemeinsame Aufwärmverhalten um etwa eine Größenordnung reduziert wird. Da zu erwarten war, dass die Eigenschaften der Widerstände innerhalb ihrer Spezifikation streuen, wurden 200 Widerstände beschafft, aus denen die 100 am besten aufeinander anpassbaren selektiert wurden.

In den folgenden Unterabschnitten soll nun gezeigt werden, wie die Temperaturabhängigkeit und das Aufwärmverhalten mit ppm-Genauigkeit vermessen und wie schließlich die Widerstände miteinander kombiniert wurden.

### 4.2.1 Präzisionsmessung des Aufwärmverhaltens

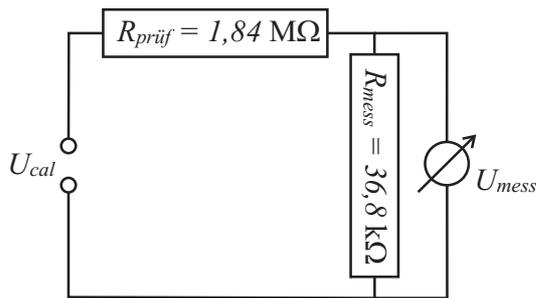
Zur Präzisionsmessung des Aufwärmverhaltens und der Temperaturabhängigkeit werden folgende Komponenten benötigt:

- Messschaltung bestehend aus einem 50:1 Spannungsteiler, um die Widerstände bei der maximal zulässigen Spannung von 600 V mit einem Präzisionsvoltmeter im 10 V-Bereich zu vermessen<sup>9</sup>.
- 600 V-Spannungsquelle, die über die Messzeit von 25 Minuten im sub-ppm-Bereich stabil ist.
- Rauscharmes Digitalvoltmeter mit  $8\frac{1}{2}$  Stellen Genauigkeit.
- Temperaturstabilisierte und EMV-abgeschirmte Messumgebung.

Als Spannungsquelle wird ein Fluke 5720A Kalibrator eingesetzt, der Spannungen bis 1100 V mit einer Stabilität von 0,5 ppm/24 h zur Verfügung stellen kann. Zur Spannungsüberwachung wird ein Agilent (früher HP) 3458A Digitalvoltmeter mit  $8\frac{1}{2}$  Stellen verwendet. Im 10 V-Bereich erreicht das Digitalvoltmeter eine Genauigkeit von 0,5 ppm/24 h. Der gesamte Aufbau befindet sich in einem auf  $(20 \pm 2)^\circ\text{C}$  klimatisierten und EMV-abgeschirmten Schaltschrank. Die Messschaltung selbst (s. Abb. 4.6) befindet sich im Inneren des Schaltschranks in einem Gehäuse, das auf  $(25,0 \pm 0,1)^\circ\text{C}$  temperaturstabilisiert ist. Jeder Messzyklus wird über die GPIB-Schnittstelle (IEEE 488.2) von einem PC mit National Instruments LabVIEW gesteuert und die Messwerte werden protokolliert. Um Störungen von außen zu vermeiden, findet die gesamte Kommunikation über Signalumsetzer (NI GPIB-140) auf optischem Weg statt.

Für den 50:1-Abgriff der Messschaltung wird ein Vishay VHA 518-Widerstand mit  $36,8\text{ k}\Omega$  eingesetzt. Dieser Widerstand wird als Messwiderstand bezeichnet, da über ihn die Messspannung von etwa 11,7 V bis 11,9 V abgegriffen wird. Die  $1,84\text{ M}\Omega$ -Widerstände, deren Aufwärmverhalten untersucht wird, werden als Prüfwiderstände bezeichnet. Die Messschaltung ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Der Eingangswiderstand des Digitalvoltmeters ( $R_{in} = 10\text{ G}\Omega$ ) ist hier nicht berücksichtigt, obwohl er das Teilerverhältnis um etwa 3,7 ppm ändert.

<sup>9</sup>Über den Prüfwiderstand fallen bei dieser Schaltung etwa 588,2 V ab, über den Messwiderstand etwa 11,8 V. Daher reicht der Toleranzbereich des 10 V-Messbereichs bis 11,9 V aus.



**Abbildung 4.6: Messschaltung zur Widerstandsselektion.** Dargestellt ist eine 50:1-Spannungsteilerschaltung zur Vermessung des Aufwärmverhaltens der Präzisionswiderstände. Bei einer Belastung mit  $U_{\text{cal}} = 600 \text{ V}$  fallen an zu prüfenden Widerstand  $R_{\text{prüf}}$  etwa  $588,2 \text{ V}$  ab und der Widerstand erwärmt sich durch die deponierte Leistung von etwa  $188 \text{ mW}$ . Durch die Überwachung der Spannung  $U_{\text{mess}}$  über den 50:1-Messwiderstand  $R_{\text{mess}}$  kann jede Änderung von  $R_{\text{prüf}}$  im ppm-Bereich nachgewiesen werden. Aufgrund der geringen Leistung ( $0,56 \text{ mW}$ ), die im Messwiderstand deponiert wird, ist dessen Widerstandsänderung vernachlässigbar.

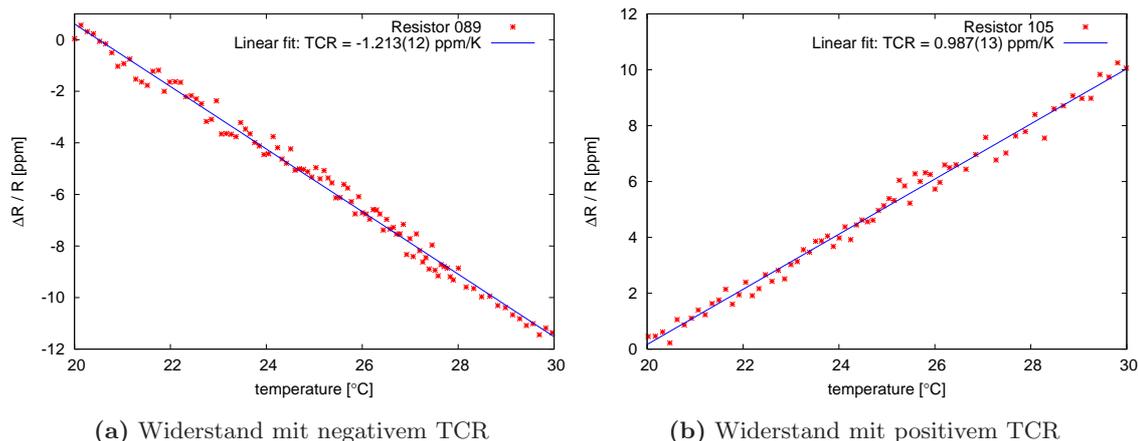
Da aber in der Auswertung nur die relativen Änderungen des Messteilerverhältnisses betrachtet werden, spielt  $R_{\text{in}}$  keine Rolle. Wird die Kalibratorspannung  $U_{\text{cal}} = 600 \text{ V}$  eingeschaltet, so fallen  $U_{\text{prüf}} = 588,2 \text{ V}$  am Prüf Widerstand und  $U_{\text{mess}} = 11,8 \text{ V}^{10}$  am Messwiderstand ab. Im Prüf widerstand wird eine Leistung von  $188 \text{ mW}$ , im Messwiderstand nur  $0,56 \text{ mW}$  verbraucht. Der Prüf widerstand erwärmt sich und sein Widerstandswert verändern sich, während der Widerstandswert des Messwiderstands aufgrund der sehr geringen Leistung ( $0,56 \text{ mW}$ ) keine messbare Veränderung zeigt. Jede Veränderung des Prüf widerstands führt aber zu einer Änderung des 50:1-Verhältnisses. Dadurch ändert sich auch der Spannungsabfall über dem Messwiderstand, der mit ppm-Genauigkeit überwacht wird. Errechnet man aus den gemessenen Spannungswerten die relative Änderung des Maßstabfaktors der Teilerschaltung, so erhält man direkt die relative Änderung  $\frac{\Delta R}{R}$  des Prüf widerstands  $R_{\text{prüf}}$ .

Nach dem Einschalten der Spannung wird  $U_{\text{mess}}$  für 25 Minuten protokolliert. Während

dieser Zeit erwärmt sich  $U_{\text{prüf}}$  und erreicht nach etwa 15 Minuten einen konstanten Wert. Die Kalibratorspannung darf während dieser Zeit allerdings nicht schwanken. Tritt eine Schwankung der Kalibratorspannung auf, zeigt sich dies in einer ungleichmäßigen oder stark schwankenden relativen Änderung des Messsignals. In einem solchen Fall wurde die Messung wiederholt, bis ein gleichmäßiges und reproduzierbares Verhalten gemessen wurde. Erzielt man auch durch wiederholte Messungen keine Verbesserung, so ist klar, dass es sich um einen minderwertigen Widerstand handelt.

In diesem Zusammenhang durchgeführte Langzeitmessungen haben gezeigt, dass nach einem etwa drei Stunden langen Einlaufen der Spannungsversorgung eine Stabilität im ppm-Bereich gegeben ist. Es ist daher empfehlenswert, die Spannungsversorgung schon am Vorabend der Präzisionsmessungen einzuschalten. Die Langzeitmessungen haben auch gezeigt, dass es bei Messpausen von nur wenigen Minuten zu keinem erneuten Einlaufen kommt. Bei Messpausen über zehn Minuten tritt ein solches Verhalten allerdings wieder auf.

Für die Messung der Temperaturabhängigkeit (TCR) wurde eine Stichprobe von Prüf widerständen in einem temperaturüberwachten Block aus Aluminium vermessen, der durch ein Peltierelement gekühlt und durch eine Widerstandsheizung erwärmt werden kann. Auf diese Weise konnte direkt die Oberflächentemperatur der Widerstände kontrolliert und manipuliert werden.



(a) Widerstand mit negativem TCR

(b) Widerstand mit positivem TCR

**Abbildung 4.7: Temperaturabhängigkeit der Präzisionswiderstände.** Dargestellt ist die Temperaturabhängigkeit des Widerstandswertes im Temperaturbereich zwischen 20 °C und 30 °C. Widerstand 089 in (a) weicht negativ ab, ein linearer Fit ergibt einen Temperaturkoeffizienten (TCR) von  $-1,213(12)$  ppm/K. In (b) ist das Ergebnis für Widerstand 105 dargestellt, hier ergibt der lineare Fit einen positiven TCR von  $0,987(13)$  ppm/K.

**Tabelle 4.4: Ergebnisse der TCR Bestimmung.** Zur Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Aufwärmabweichung und Temperaturkoeffizient (TCR) wurde eine Stichprobe von Widerständen bei Oberflächentemperaturen zwischen 20 °C und 30 °C vermessen. Die in Abb. 4.8 an die Werte angepasste Gerade liefert einen Wert für die innere Erwärmung eines Widerstandes von  $\Delta T = (8,53 \pm 0,17)$  K.

Widerstand Nr.	TCR [ppm/K]	Aufwärmabweichung [ppm]
089	-1,213(12)	-10,88(11)
105	0,987(13)	7,94(19)
135	0,154(8)	1,19(15)
198	-0,148(12)	-1,66(6)
200	0,588(19)	4,19(12)

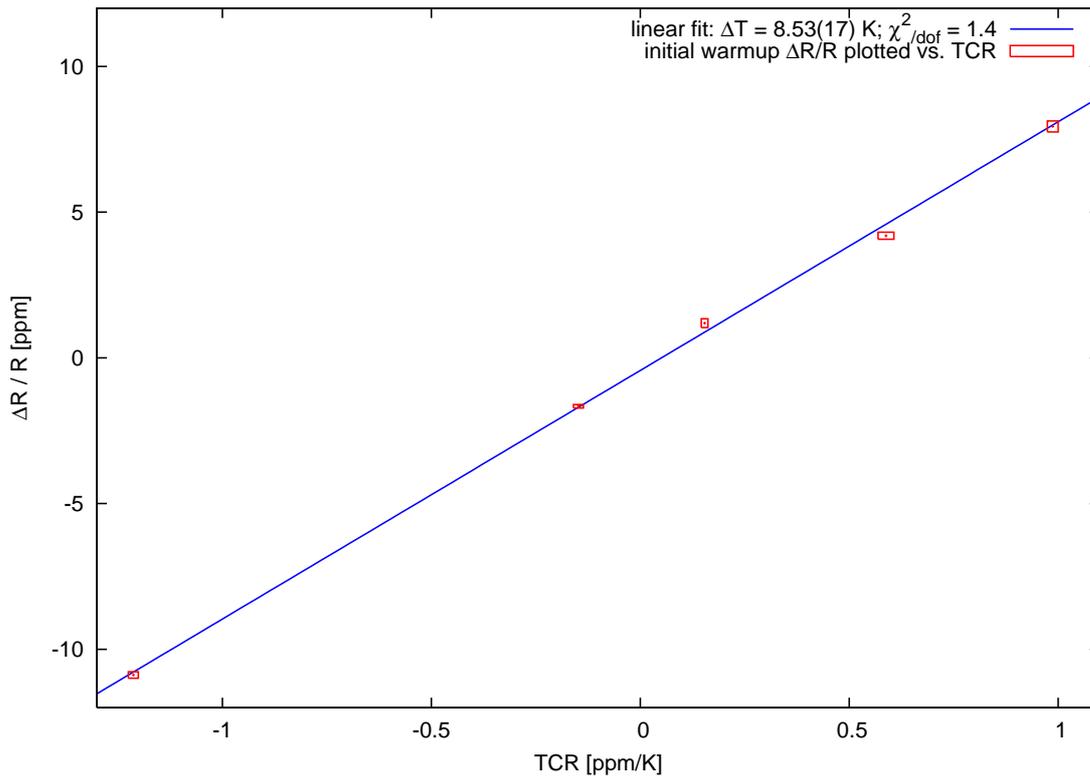
#### 4.2.2 Aufwärmverhalten und Temperaturkoeffizient

Neben der Aufwärmabweichung bei Belastung ist der Temperaturkoeffizient (TCR) ein Maß für die Stabilität eines Präzisionswiderstandes. In Datenblättern wird üblicherweise nur der TCR angegeben und es gibt keinen Hinweis auf die Abweichungen, die sich bei Belastung ergeben. Fließt ein Strom durch den Widerstand, so kommt es durch die verbrauchte Leistung in seinem Inneren zu einer Erwärmung, d. h. es ist sehr wahrscheinlich, dass der Effekt der Aufwärmabweichung direkt mit dem TCR gekoppelt ist.

Um diesen Zusammenhang genauer zu untersuchen, wurde eine Stichprobe von fünf Widerständen, eingebaut in einem temperaturüberwachten Block aus Aluminium, bei Oberflächentemperaturen<sup>11</sup> im Bereich zwischen 20 °C und 30 °C bei konstanter Belastung mit 600 V untersucht. Um Abweichungen durch das Einlaufverhalten zu vermeiden, wurden nur Messwerte, die mehr als 15 Minuten nach Anlegen der Spannung aufgezeichnet wurden, ausgewertet.

<sup>10</sup>Diese Spannung liegt gerade noch im Toleranzbereich (bis 11,9 V) des 10 V Bereichs des Agilent 3458A.

<sup>11</sup>Der Aluminium-Block wurde so gefertigt, dass er direkten thermischen Kontakt zur gesamten Widerstandsfläche hat.



**Abbildung 4.8: Aufwärmabweichung und Temperaturkoeffizient.** Darstellung des Zusammenhangs zwischen der Aufwärmabweichung ( $\Delta R/R$ ) und dem relativen Temperaturkoeffizienten (TCR). Die Werte der Datenpunkte sind in Tab. 4.4 angegeben. Aus der Anpassung einer Geraden ergibt sich mit  $\Delta T = (8,53 \pm 0,17)$  K ein Wert für die innere Erwärmung eines Widerstandes.

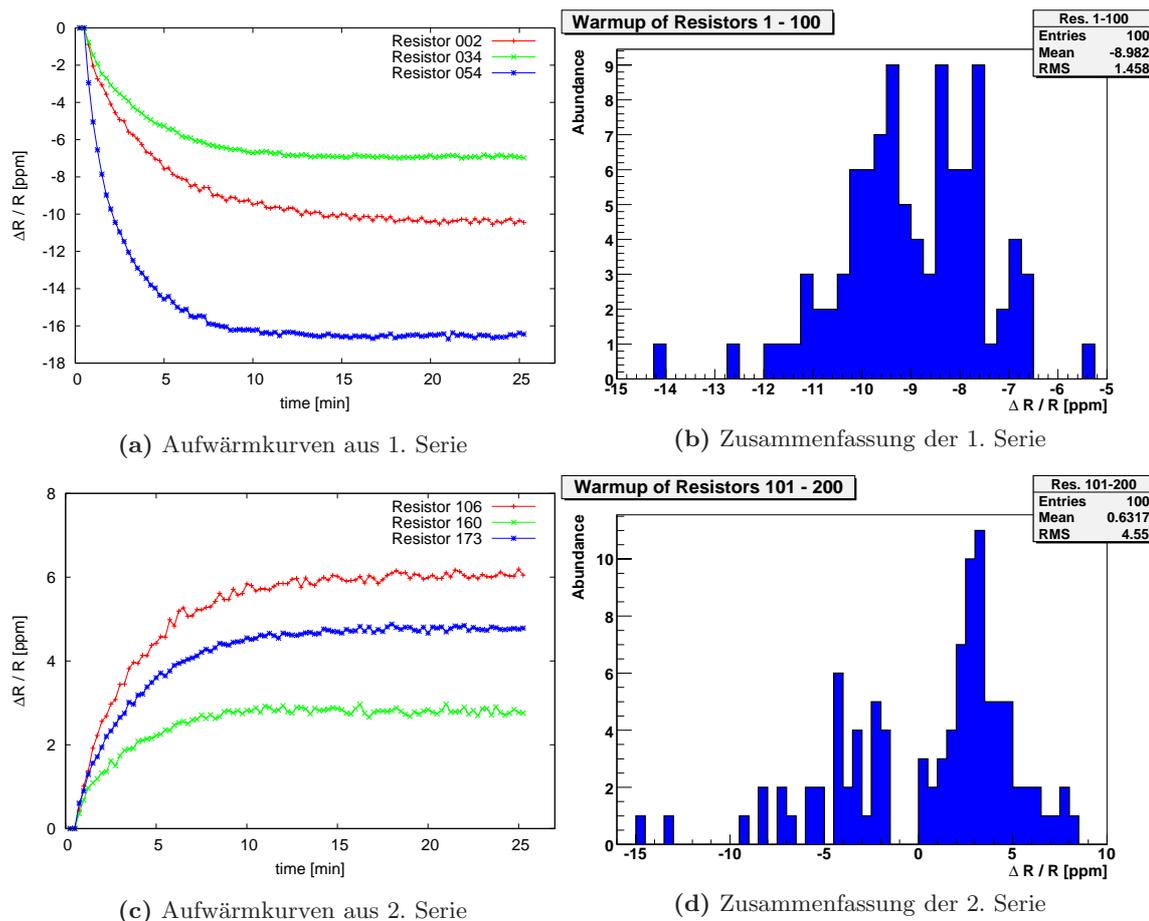
In Abbildung 4.7 ist das Ergebnis für zwei Exemplare dargestellt. Die Anpassung einer Geraden an die Daten ergibt einen Wert für den entsprechenden Temperaturkoeffizienten. Die Tabelle 4.4 zeigt eine Zusammenfassung der TCR-Ergebnisse für alle fünf Exemplare.

Da die Aufwärmabweichung der Widerstände aus Abschnitt 4.2.3 bekannt ist, kann der gemessene TCR in Relation zur dieser betrachtet werden, um einen Wert für den Temperaturanstieg im Inneren der Widerstände zu ermitteln. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.8 dargestellt. Um einen mittleren Temperaturanstieg zu bestimmen, wurde eine Gerade an die Messpunkte angepasst. Aus der Steigung der Geraden ergibt sich ein Wert von

$$\Delta T = (8,53 \pm 0,17) \text{ K} \quad (4.5)$$

für die mittlere Temperaturerhöhung im Inneren eines Widerstandes bei Belastung mit 600 V. Dies zeigt sehr deutlich, dass TCR und Aufwärmabweichung in direktem Zusammenhang stehen. Betrachtet man nun den spezifizierten TCR der Widerstände von maximal 2 ppm/K, so kann man ableiten, dass die Widerstände keine Aufwärmabweichung von mehr als etwa 17 ppm zeigen sollten.

Zu beachten ist, dass trotz dieses Zusammenhangs eine Charakterisierung der Widerstände und eine erfolgreiche Kompensation des Aufwärmverhaltens nicht alleine durch die TCR-Messungen zu erreichen ist. Die TCR-Messungen lassen keine Aussage über Gleichförmigkeit (monotoner Verlauf, keine periodischen Schwankungen) und Rauschverhalten während des Aufwärmprozesses zu, d. h. es ist unerlässlich das Aufwärmverhalten jedes einzelnen Widerstands zu messen.



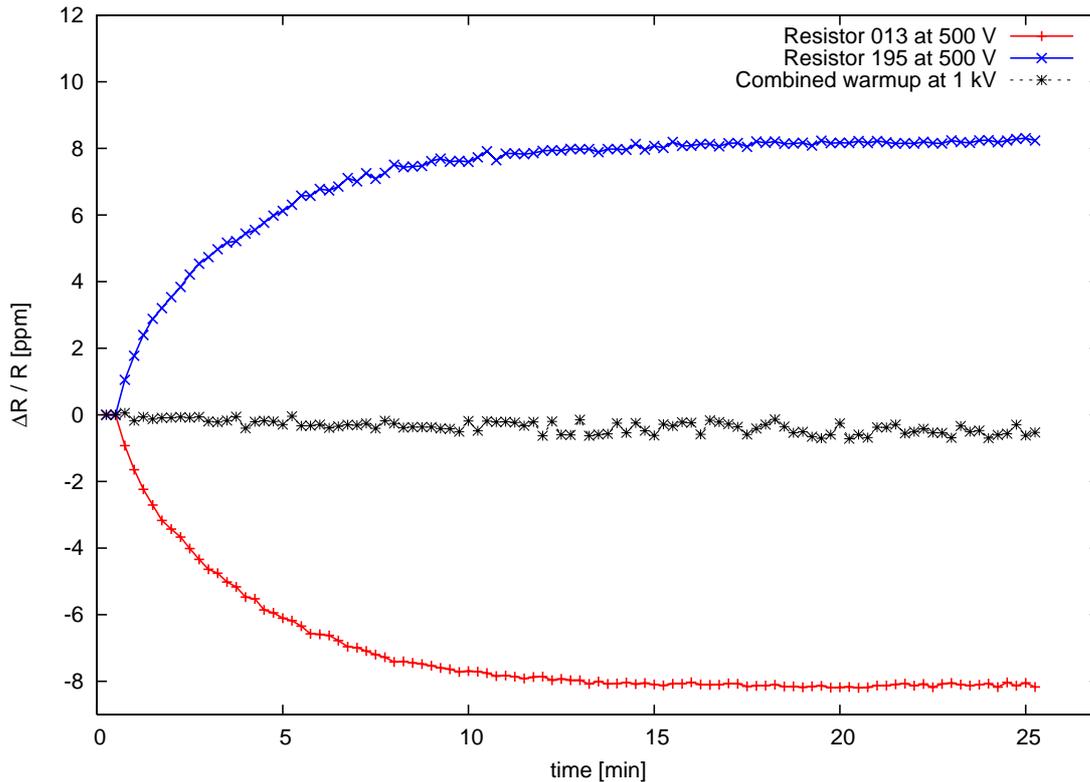
**Abbildung 4.9: Aufwärmabweichungen der Präzisionswiderstände.** Bild (a) und (c) zeigen je drei Beispielkurven der Aufwärmabweichung von Widerständen der 1. und 2. Serie während der ersten 25 Minuten bei Belastung mit 600 V. In (b) ist ein Histogramm der Aufwärmabweichung aller Widerstände der ersten Serie (1 - 100) dargestellt. Sämtliche Widerstände der ersten Serie zeigen negatives Aufwärmverhalten mit Abweichungen von im Mittel etwa -9 ppm. (d) stellt das entsprechende Histogramm der zweiten Serie (101 - 200) dar. Der Großteil der Widerstände dieser Serie zeigt eine geringe positive Abweichung, nur wenige weichen negativ ab. Die mittlere Abweichung ist hier etwa 0,6 ppm.

### 4.2.3 Aufwärmverhalten und gegenseitige Kompensation

Es war nicht davon auszugehen, dass sich 100 neue Widerstände direkt aufeinander anpassen lassen und die Aufwärmabweichung damit kompensiert ist. Daher wurde eine Menge von 200 Widerständen gekauft, aus denen 100 passende Exemplare selektiert werden sollten.

Allgemein zeigen die Widerstände eine Aufwärmabweichung, die nach etwa 15 Minuten einen relativ konstanten Wert erreicht. Bei den 25-Minuten-Messungen werden nur die Messwerte der letzten zehn Minuten zur Charakterisierung der Widerstände herangezogen und gemittelt.

Die 200 Widerstände wurden nicht gleichzeitig produziert und geliefert, als Ergebnis stammen nur je 100 der Widerstände aus derselben Produktionsserie. Die Widerstände der ersten Serie zeigen bei Belastung durchweg eine Abweichung ins Negative. In Abb. 4.9 (a) ist die gemessene Aufwärmabweichung für einige Exemplare der ersten Serie zu sehen, (b) zeigt eine Zusammenfassung in Histogrammform. Die Widerstände der erste Serie zeigen sehr häuf-

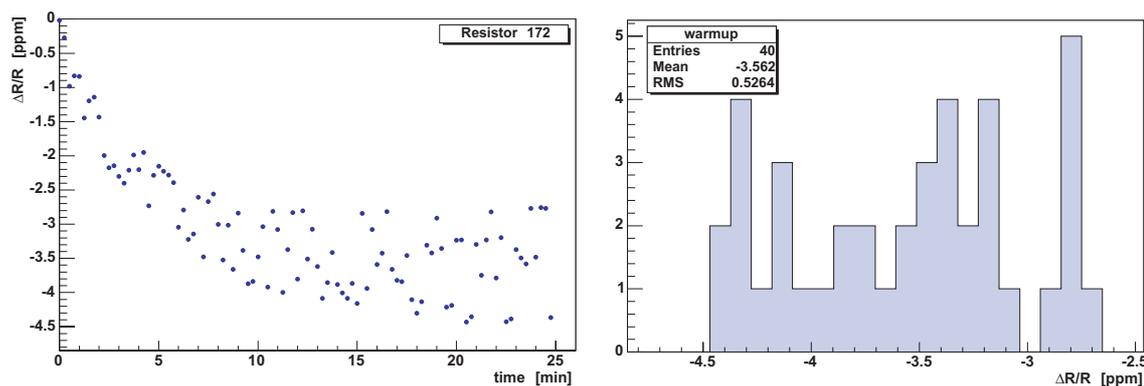


**Abbildung 4.10: Kompensierte Aufwärmabweichung.** Dargestellt sind die bei 500 V Belastung gemessenen Aufwärmkurven der Widerstände 13 und 195. Dieses Widerstandspaar zeigt gleichstarke Abweichungen mit unterschiedlichem Vorzeichen. Eine Abweichung von etwa  $\pm 8$  ppm bei 500 V-Belastung entspricht nach Gl. (4.5) einem Temperaturkoeffizienten von etwa  $\pm 0,9$  ppm/K. Werden beide Widerstände in Reihe geschaltet mit 1 kV belastet, so ergeben sich die schwarzen Messwerte. Die gemessene Aufwärmabweichung beträgt nun nur noch etwa 0,4 ppm, was einer Verbesserung um den Faktor 20 entspricht. Der gemeinsame Temperaturkoeffizient dieser Kombination liegt unter 0,05 ppm/K.

fig relativ hohe Aufwärmabweichungen von -8 ppm bis zu über -10 ppm. Mit Widerständen, die nur negative Abweichungen zeigen, lässt sich natürlich keine gegenseitige Kompensation durchführen.

Erst die Widerstände der zweiten Serie ermöglichen eine erfolgreiche Kompensation des Aufwärmverhaltens. In Abb. 4.9 (c) ist die Aufwärmabweichung einiger typischer Exemplare der zweiten Serie dargestellt, (d) zeigt dazu wieder eine Zusammenfassung als Histogramm. Der Großteil der Widerstände aus der zweiten Serie zeigt positive Aufwärmabweichungen, die im Vergleich zur ersten Serie geringer sind.

Mit dieser Auswahl an positiv und negativ abweichenden Widerständen kann man jetzt versuchen den Aufwärmeffekt zu kompensieren. Zur Überprüfung dieser Idee wurden zwei Widerstände mit gleich großem, aber inverse Aufwärmverhalten miteinander kombiniert und bei 1000 V vermessen. Abbildung 4.10 zeigt das Ergebnis dieses Tests. Die Kombination zweier Widerstände mit +8 ppm und -8 ppm Aufwärmabweichung zeigt nur noch eine Abweichung von etwa 0,4 ppm, d. h. das Aufwärmverhalten wird um den Faktor 20 verbessert. Damit ist gezeigt, dass die Methode der gegenseitigen Kompensation funktioniert und es möglich ist, die Eigenschaften der Widerstände unter Belastung um mehr als eine Größenordnung zu verbessern.



**Abbildung 4.11: Ergebnis von Widerstand 172.** Das linke Bild zeigt den Verlauf der Aufwärmabweichung von Widerstand Nr. 172 innerhalb von 25 Minuten nach Anlegen der Spannung von 600 V. Im rechten Bild sind alle Werte, die während der letzten 10 Minuten gemessen wurden, histogrammiert. Es ergibt sich eine mittlere Aufwärmabweichung von -3,56 ppm mit einem RMS von etwa 0,53 ppm.

#### 4.2.4 Selektierte Widerstände

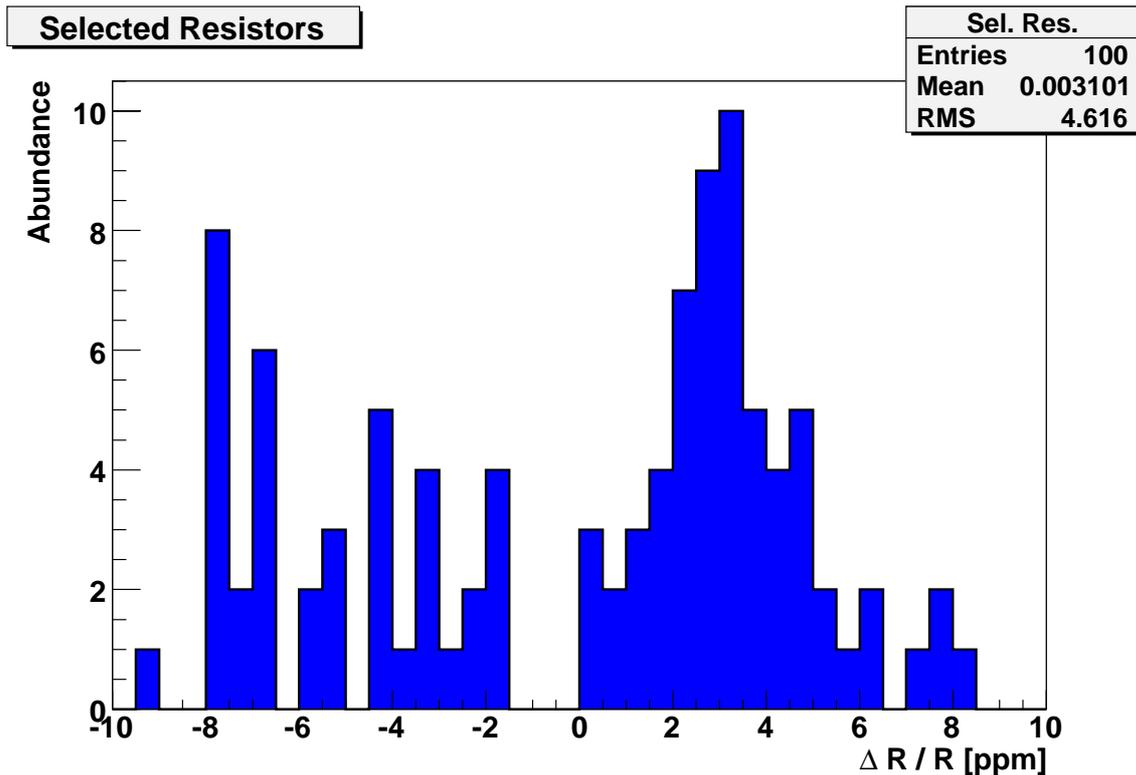
Nach Abschluss der Messungen des Aufwärmverhaltens ist nun für jeden Widerstand die Stärke der Aufwärmabweichung und ihr Vorzeichen bekannt. Ob ein Widerstand überhaupt einen im ppm-Bereich stabilen Endwert erreicht und dabei ein Rauschverhalten im sub-ppm-Bereich zeigt, sind weitere wichtige Parameter, die sich aus den Messungen ablesen lassen. Die Ergebnisse der Widerstandsmessungen sind in Anhang B.1 aufgelistet.

Auf Basis dieser Werte sollen nun 100 passende Widerstände gefunden werden, deren gemeinsame Aufwärmabweichung weitgehend verschwindet. In die engere Auswahl wurden nur Widerstände aufgenommen, deren Endwert im Rahmen der Messunsicherheiten stabil war und die eine Aufwärmabweichung von unter 10 ppm zeigten. Des Weiteren wurden keine Schwankungen (RMS) des Endwerts von mehr als 0,3 ppm zugelassen. Eine Ausnahme wurde aufgrund der begrenzten Anzahl von Widerständen bei Nr. 172 gemacht, welcher trotz seiner Schwankung von etwa 0,53 ppm in die engere Auswahl aufgenommen wurde, da sein Endwert mit -3,56 ppm relativ gering war (s. Abb. 4.11).

Die Parameter der für den Aufbau des Spannungsteilers ausgewählten Widerstände sind als Tabelle im Anhang B.2 abgedruckt und in Abbildung 4.12 als Histogramm dargestellt. Für die Menge dieser Widerstände ergibt sich eine Gesamtaufwärmabweichung von nur noch 0,0031 ppm.

Die quadratisch gemittelte Standardabweichung der Einzelmessungen der 100 ausgewählten Widerstände liegt bei 0,0157 ppm, d. h. die zu erwartende Gesamtaufwärmabweichung des Spannungsteilers kann mit 0,02 ppm als Obergrenze abgeschätzt werden. Dieser Wert ist um einen Faktor 100 besser als die Spezifikation eines Einzelwiderstands.

Die Werte der Aufwärmabweichungen in Abbildung 4.12 streuen stark ( $\text{RMS} = 4,616 \text{ ppm}$ ), daher werden Paare und Gruppen von Widerständen, die sich schon weitgehend gegenseitig ausgleichen, im Spannungsteiler so verbaut, dass ihre Widerstände in unmittelbarer Nachbarschaft liegen. Da nicht auszuschließen ist, dass ein kleiner Temperaturgradient in Inneren des Spannungsteilergehäuses bestehen bleibt, wird auf diese Weise erreicht, dass gegenseitig kompensierte Widerstände die gleiche Umgebungstemperatur haben. Die Reihenfolge, in der die Widerstände im Spannungsteiler verbaut wurden, ist ebenfalls in der Tabelle in Anhang B.2 vermerkt.

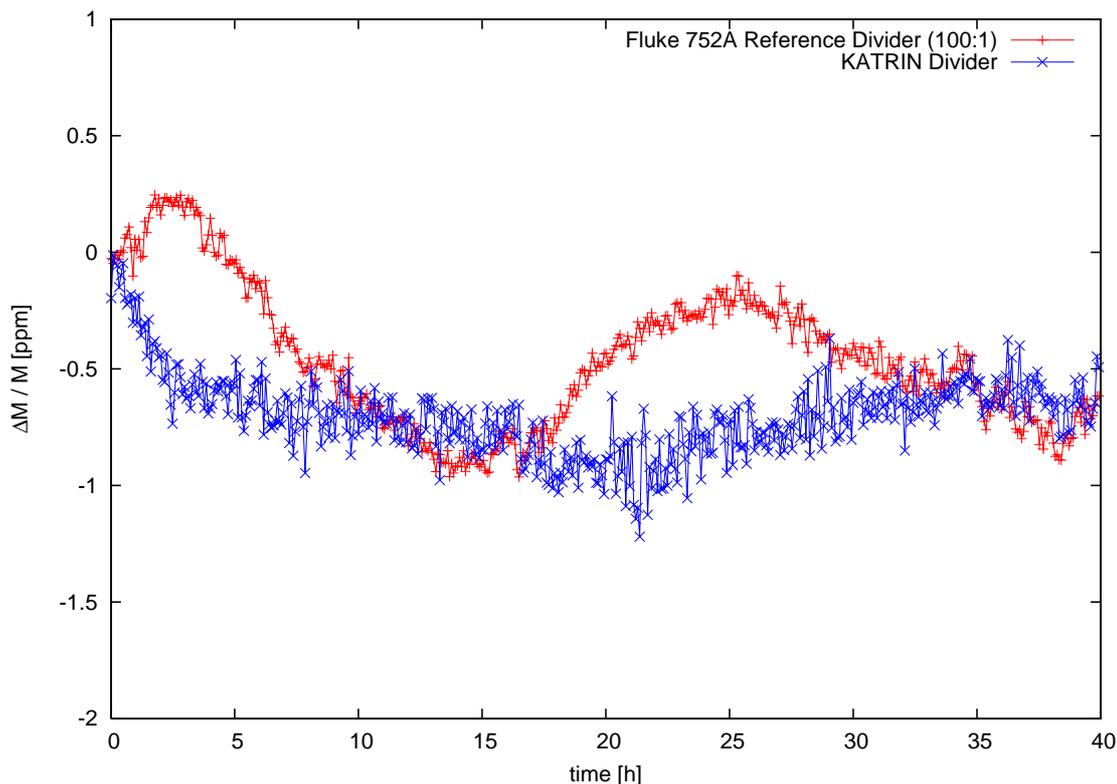


**Abbildung 4.12: Selektierte und kompensierte Auswahl der Widerstände.** Dieses Histogramm fasst alle Aufwärmabweichungen der Widerstände zusammen, die für den Aufbau des Spannungsteilers ausgewählt wurden. Durch die gegenseitige Kompensation ergibt sich eine mittlere Gesamtaufwärmabweichung von 0,0031 ppm, allerdings streuen die Werte der einzelnen Widerstände stark. Die quadratische gemittelte Standardabweichung der Einzelmessungen ergibt eine Unsicherheit von 0,0157 ppm. Die zu erwartende Gesamtaufwärmabweichung des Spannungsteilers kann nach oben zu 0,02 ppm abgeschätzt werden. Dieser Wert stellt eine Verbesserung um Faktor 100 gegenüber der Einzelspezifikation der Widerstände dar.

### 4.3 Inbetriebnahme und Testmessungen

Mit der im letzten Abschnitt ermittelten Widerstandsauswahl wurde der Spannungsteiler fertig gestellt und kann nun in Betrieb genommen werden. Zur Durchführung der ersten Testmessungen stehen neben zwei Präzisionsvoltmetern (Fluke 8508A, Agilent/HP 3458A) auch ein 50 kV Spannungsteiler der Firma Julie Research (Model KV 50) und ein hochpräziser 1100 V-Referenzspannungsteiler der Firma Fluke (Model 752A) zur Verfügung. Der Fluke-Referenzspannungsteiler erreicht eine Genauigkeit von 1 ppm und besitzt eine eingebaute Kalibrationsschaltung, die eine manuelle Selbstkalibration im Labor ermöglicht. Als Spannungsquellen werden ein Kalibrator (Fluke 5720A,  $U < 1100$  V), ein Standard-Hochspannungsnetzgerät (F.u.G. Elektronik, Typ HCL 35-35000,  $U < 35$  kV) und ein hochpräzises Hochspannungsnetzgerät (F.u.G. Elektronik, Typ HCN 140-35000,  $U < 35$  kV) eingesetzt.

Vor Beginn der ersten Messungen wurde überprüft, ob alle elektrischen Verbindungen der Widerstandskette funktionieren und keine Kurzschlüsse vorhanden sind. Dazu wurde mit einem Gigaohmmeter jede Elektroden Ebene separat vermessen, ebenso wie der gesamte Aufbau. Der Gesamtwiderstand des Spannungsteilers beträgt inklusive des Steuerteilers 90 M $\Omega$  mit 0,5 % Toleranz.

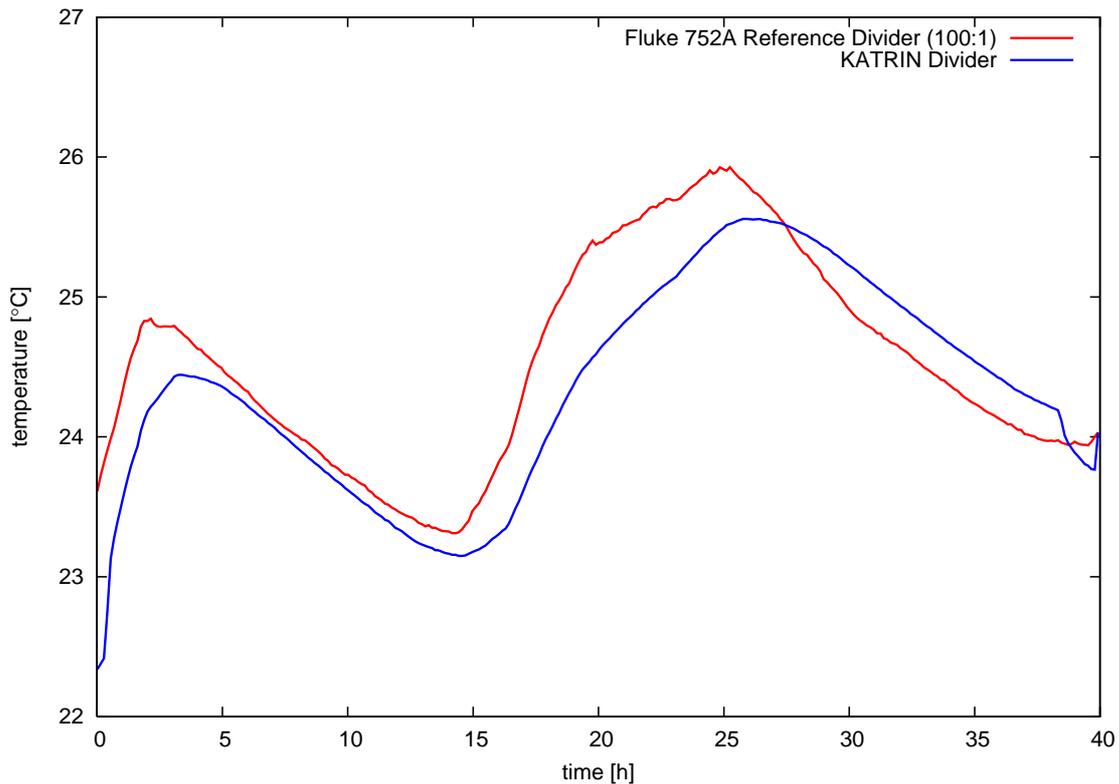


**Abbildung 4.13: Vergleich des KATRIN-Teilers mit Fluke 752A.** Dargestellt sind die relativen Änderungen des Maßstabfaktors beider Spannungsteiler ( $\Delta M/M$ ) über eine Langzeitmessung von 40 Stunden bei Belastung mit 1000 V. In den ersten drei Stunden zeigt sich der typische Aufwärm- und Einlaufeffekt der Spannungsquelle, danach schwanken beide Spannungsteiler um weniger als 1 ppm. Der Referenzspannungsteiler zeigt Schwankungen, die eindeutig mit den Temperaturschwankungen aus Abb. 4.14 korreliert sind. Beim KATRIN-Teiler lässt sich keine eindeutige Temperaturabhängigkeit feststellen.

Der nächste Schritt war eine Messung des Teilverhaltens unter Spannung. Bevor der Aufbau jedoch zum ersten Mal mit Hochspannung belastet wurde, wurde er bei einer relativ niedrigen Spannung von 1000 V vermessen. Für diesen Test wurden der KATRIN-Teiler und der Referenzspannungsteiler (Fluke 752A) parallel mit 1000 V des Kalibrators (Fluke 5720A) belastet. Der ppm-stabile 100:1-Ausgang des Referenzspannungsteilers wurde vom Agilent/HP 3458A überwacht. Am 1972:1-Ausgang des KATRIN-Teilers hat das Fluke 8508A-Voltmeter die Spannung protokolliert. Während einer 40 Stunden dauernden Langzeitmessung wurden auch die Temperaturen der beiden Spannungsteiler erfasst. Zu beachten ist hierbei, dass zum Zeitpunkt der Messung die Temperaturstabilisierung des KATRIN-Teilers noch nicht fertig gestellt war und der Fluke 752A keine Temperaturregelung besitzt. In Abbildung 4.13 ist das Ergebnis dieser Vergleichsmessung dargestellt.

Nach der etwa drei bis fünf Stunden dauernden typischen Aufwärm- und Einlaufphase der Spannungsquelle, liegen die relativen Abweichungen des Maßstabfaktors  $M$  beider Spannungsteiler unter 1 ppm. Das unterschiedliche Signalrauschen der Messwerte resultiert aus der jeweiligen Ausgangsspannung der Spannungsteiler. Am Fluke 752A werden etwa 10 V gemessen, während am KATRIN-Teiler nur 0,5 V abgelesen werden. Auffällig ist, dass die Werte des Referenzspannungsteilers stärker schwanken, als die des KATRIN-Teilers. Betrachtet man den in Abbildung 4.14 dargestellten Verlauf der Temperaturen<sup>12</sup> während der Lang-

<sup>12</sup> Am Fluke 752A konnte nur die Oberflächentemperatur des Gehäuses gemessen werden. Im KATRIN-Teiler



**Abbildung 4.14: Temperaturen von KATRIN-Teiler und Fluke 752A.** Dieses Diagramm zeigt die Temperaturschwankungen während der Langzeitmessung aus Abb. 4.13. Im Wesentlichen stellen diese Schwankungen den Tag-/Nachteffekt dar, den die Laborklimatisierung nicht mehr ausregeln konnte.

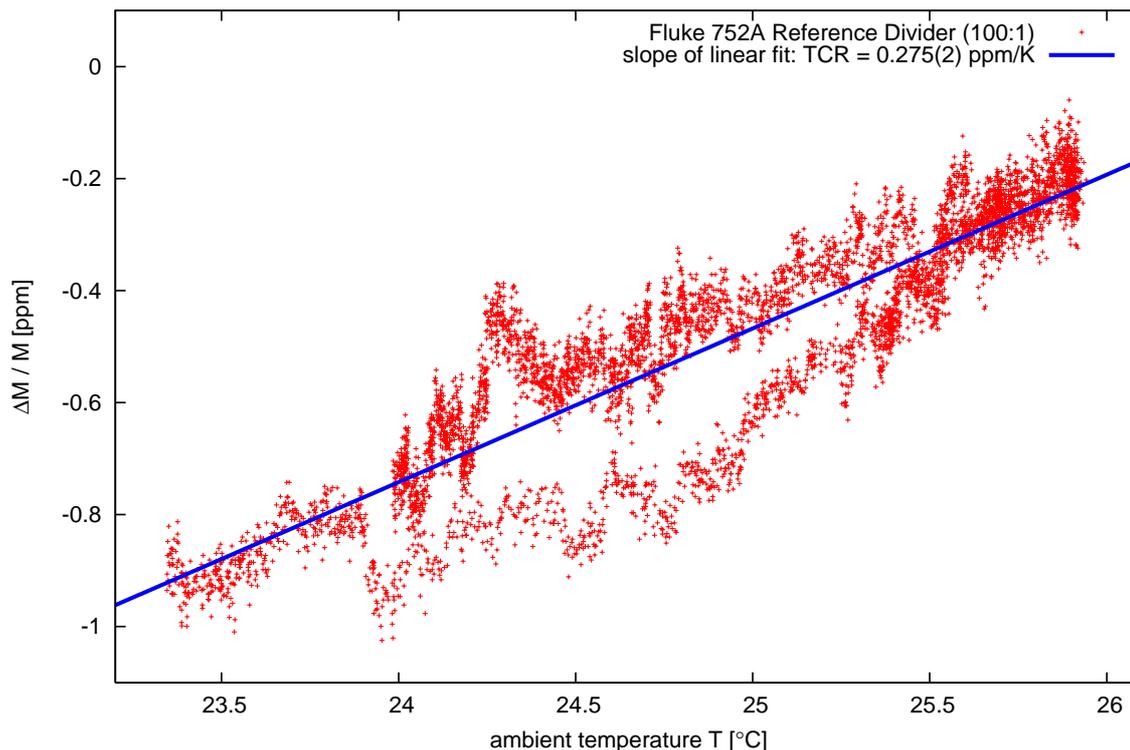
zeitmessung, so erkennt man den direkten Zusammenhang der Temperatur mit den relativen Änderungen des Maßstabfaktors  $M$  des Referenzteilers. Besonders deutlich wird der Effekt in Abbildung 4.15. Hier ist die relative Abweichung des Maßstabfaktors als Funktion der Temperatur für die Messwerte zwischen Stunde 14 und Stunde 37 der Langzeitmessung aufgetragen. Die Anpassung einer Geraden an die Daten ergibt eine außerordentlich geringe Temperaturabhängigkeit von nur etwa  $0,28 \text{ ppm/K}$ , die innerhalb des vom Hersteller spezifizierten TCR von  $0,5 \text{ ppm/K}$  liegt. Im Gegensatz zum Fluke Referenzteiler, kann man für den KATRIN-Teiler keine eindeutige Aussage zur Temperaturabhängigkeit machen, obwohl dieser die selben Temperaturschwankungen erfährt und keine Temperaturregelung in Betrieb war. Die Temperaturabhängigkeit des KATRIN-Teilers bei Spannungen bis  $1 \text{ kV}$  ist also deutlich geringer als  $0,28 \text{ ppm/K}$ .

Als Ergebnis kann man festhalten, dass der KATRIN-Teiler erfolgreich bei Spannungen bis  $1000 \text{ V}$  getestet wurde. Er übertrifft bei dieser Spannung die Stabilität und Temperaturabhängigkeit des Referenzspannungsteilers während einer Messung über 40 Stunden.

Im nächsten Schritt wurde der KATRIN-Teiler auf Hochspannungsfestigkeit geprüft. Bis  $5 \text{ kV}$  wurden dazu die Spannungspulse des Gigaohmmeters benutzt. Anschließend wurde mit einem einfachen F.u.G. Hochspannungsnetzteil (Typ HCL,  $35 \text{ kV}$ ,  $1 \text{ mA}$ , Standardstabilität) die Spannung in  $1 \text{ kV}$  Schritten bis auf  $35 \text{ kV}$  erhöht. Es traten keine Kurzschlüsse oder Entladungen auf.

---

wurden die internen PT100-Sensoren verwendet.



**Abbildung 4.15: Temperaturabhängigkeit des Fluke 752A.** Dieses Diagramm zeigt einen zeitlichen Ausschnitt der Messwerte zwischen Stunde 14 und Stunde 37 der Langzeitmessung aus Abb. 4.13. Die relative Abweichung des Maßstabfaktors ist als Funktion der Gehäusetemperatur des Fluke 752A aufgetragen. Aus der Steigung der angepassten Geraden ergibt sich ein TCR von nur etwa 0,28 ppm/K, welcher innerhalb des vom Hersteller spezifizierten TCR von 0,5 ppm/K liegt.

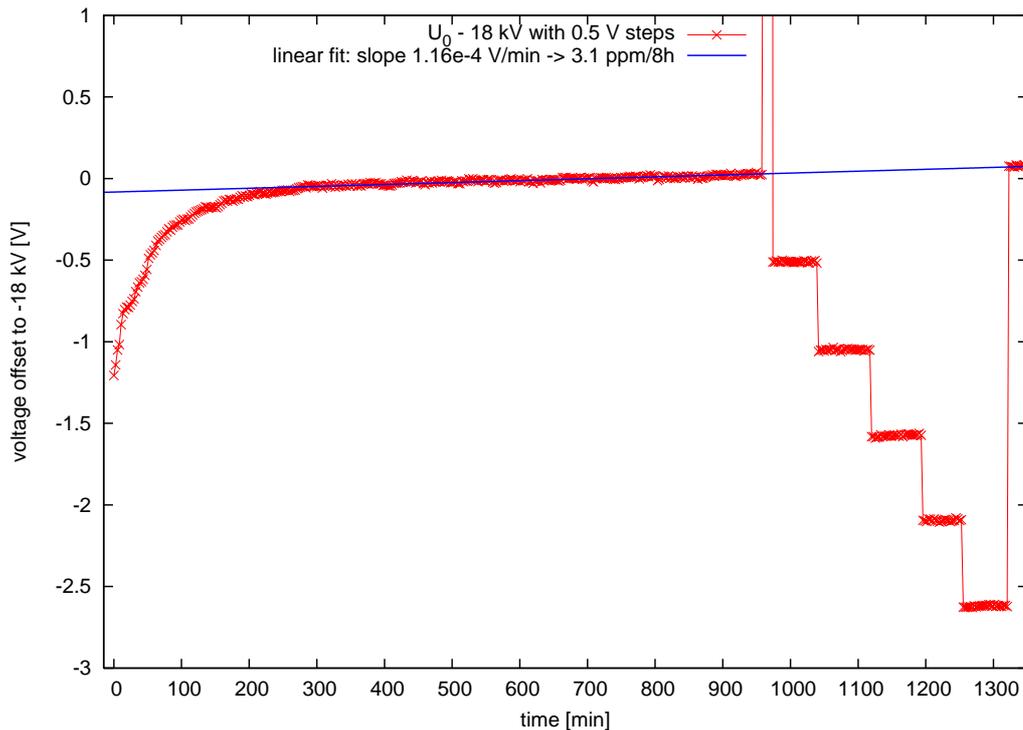
Für die ersten Hochspannungsmessungen wurden der Julie Research (JRL)- und der KATRIN-Teiler parallel mit der Hochspannung des F.u.G. HCN Präzisionsnetzteils (35 kV, 3 mA, hohe Stabilität) versorgt. Der 5 000:1-Ausgang des JRL-Teilers wurde vom Agilent/HP 3458A überwacht, der 1972:1 Ausgang des KATRIN-Teilers wie zuvor mit dem Fluke 8508A.

Zu Beginn der HV-Messungen wurde das Verhalten des Hochspannungsnetzgerätes mit dem JRL-Teiler überprüft. Ein deutliches Aufwärmverhalten und eine zeitliche Drift der Ausgangsspannung sind zu erwarten. Für das KATRIN-Experiment ist zudem die Reproduzierbarkeit eines Spannungswertes und die Feinheit der möglichen Spannungsstufen interessant. In Abbildung 4.16 ist dazu eine etwa 20 Stunden dauernde Messung gezeigt, die bei 18 kV durchgeführt wurde.

In den ersten vier Stunden zeigt sich ein deutliches Aufwärmverhalten von etwa 70 ppm (1,3 V). Anschließend ändert sich der Spannungswert gleichmäßig um 3,1 ppm/8h, was innerhalb der Spezifikationen des HCN-Gerätes (5 ppm/8h) liegt. Nach 15 Stunden wurde die Spannung in 0,5 V-Schritten verfahren und je Spannungsstufe eine Stunde lang gemessen. Anschließend wurde wieder die Anfangsspannung von 18 000 V programmiert und das Gerät hat den Ausgangszustand inklusive der zeitlichen Drift wieder hergestellt.

Neben dem Einlaufverhalten bleibt als Ergebnis dieses Tests festzuhalten, dass programmierte Spannungsstufen innerhalb weniger Sekunden stabil erreicht werden können und eine Reproduzierbarkeit im ppm-Bereich gegeben ist. In einer hier nicht getesteten erweiterten Programmiersprachenversion des F.u.G. Netzteils sind Spannungsstufen von 0,035 V möglich.

Um das Einlaufverhalten und die zeitliche Drift der Spannungsquelle zu kompensieren, wur-



**Abbildung 4.16: Eigenschaften des F.u.G. HCN HV-Netzteils.** Dargestellt ist eine 20 Stunden lange Messung der Ausgangsspannung des Hochspannungsnetzteils (F.u.G. HCN). In den ersten vier Stunden tritt ein Aufwärmverhalten von etwa 70 ppm auf. Anschließend driftet die Spannung mit 3,1 ppm/8h, was innerhalb der Spezifikationen (5 ppm/8h) liegt. Spannungsstufen lassen sich in 0,5 V-Schritten schnell und stabil programmieren. Die Reproduzierbarkeit im ppm-Bereich ist gegeben.

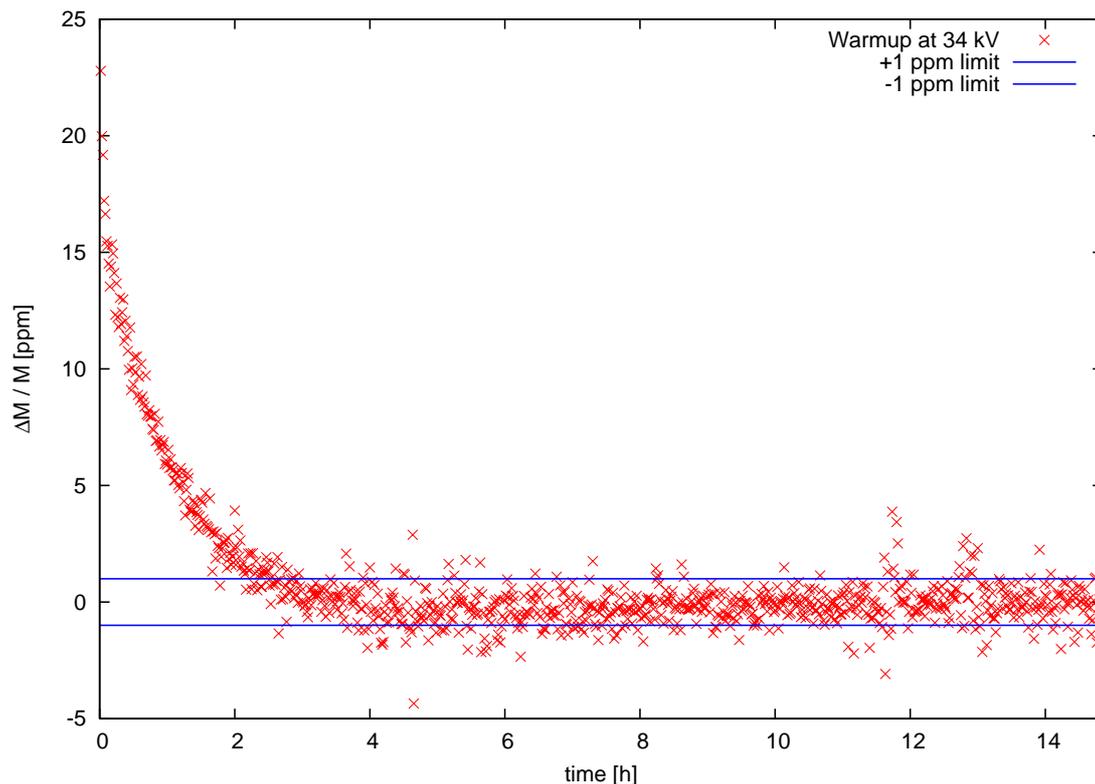
den für den nächsten Test der JRL-Teiler und der KATRIN-Teiler, nun mit Temperaturstabilisierung, parallel betrieben. Nimmt man einen der Teiler, z. B. den JRL-Teiler, als kalibriert an, so kann man diesen als Normalteiler verwenden und die Spannungsquelle unabhängig überwachen. Ausgehend von der Normalteilerspannung kann dadurch der Maßstabfaktor des Prüfteilers, hier der KATRIN-Teiler, bestimmt werden. Dabei spielen dann auch die Veränderung der Spannungsquelle keine Rolle mehr, solange die Messwerte zeitgleich und mit identischer Integrationszeit aufgenommen werden.

In Abbildung 4.17 ist das Ergebnis eines etwa 15 Stunden langen Testlaufs bei 34 kV gezeigt. Da jedoch der JRL-Teiler nicht kalibriert ist, kann man über die Absolutspannung keine Aussage machen, nur eine Auswertung des relativen Verhaltens ist möglich. Für keinen der beiden Spannungsteiler ist das Langzeitverhalten oder die Temperaturabhängigkeit bekannt, daher stellt die Messung das kombinierte Verhalten beider Teiler dar.

Es zeigt sich ein deutliches Einlaufverhalten von etwa 25 ppm in den ersten vier Stunden. Anschließend arbeiten beide Spannungsteiler über 10 Stunden stabil im ppm-Bereich, d. h. auf dieser Zeitskala sind beide Spannungsteiler prinzipiell in der Lage, Spannungen bis 34 kV im ppm-Bereich zu überwachen.

Dieses Ergebnis zeigt aber auch, dass die dem HV-Netzteil zugeschriebene Aufwärmabweichung als gemeinsame Abweichung von Netzteil und Spannungsteilern gewertet werden muss.

Als Nächstes sollte die Frage nach der Linearität der Spannungsteiler über den gesamten Spannungsbereich geklärt werden. Dazu wurden beide Spannungsteiler mit Spannungen zwischen 1 kV und 34 kV belastet, dabei wurden die Ausgangsspannung und die Teilertemperatur überwacht. Abbildung 4.18 zeigt das Ergebnis der etwa 95 Stunden langen Messung der Li-



**Abbildung 4.17: Einlaufverhalten beider Spannungsteiler.** Diese Abbildung zeigt eine etwa 15 Stunden lange Messung des Einschaltverhaltens beider Spannungsteiler bei 34 kV. Dargestellt ist die relative Änderung des Maßstabfaktors mit JRL-Teiler als Normalteiler. Drift und Schwankungen der Spannungsquelle spielen hier keine Rolle. Die Kombination beider Spannungsteiler erreicht nach 4 Stunden ppm-Stabilität.

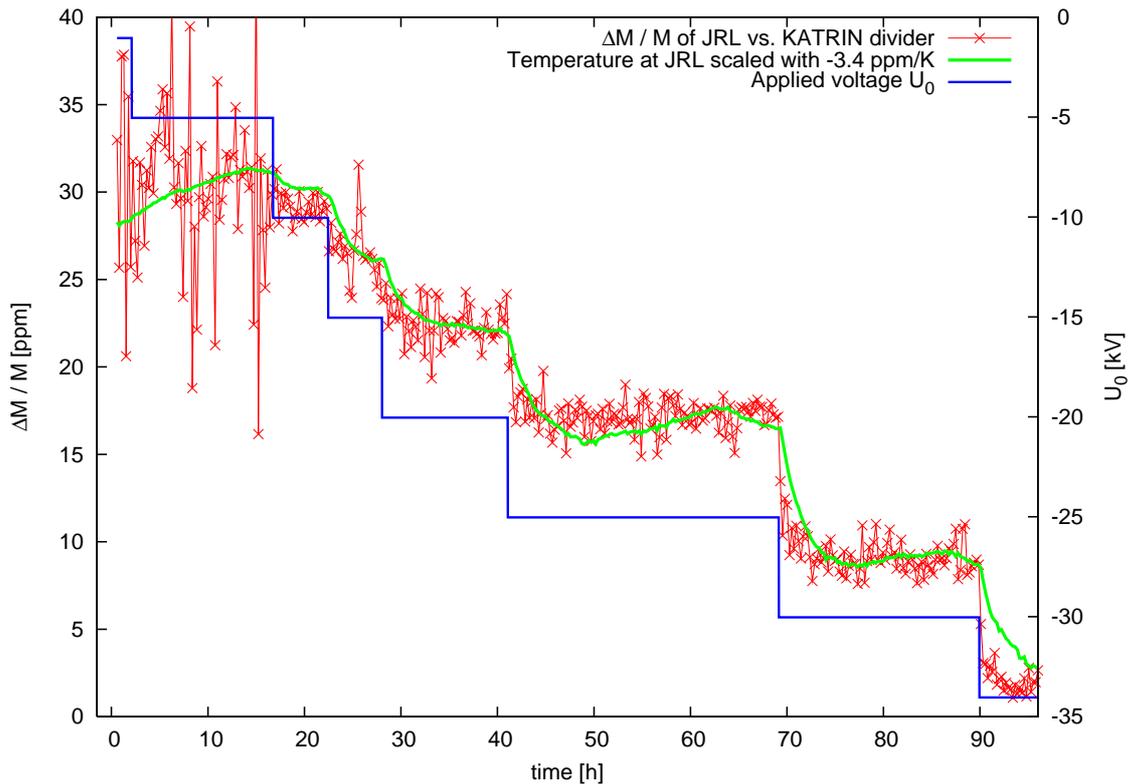
nearität.

Das starke Rauschen unterhalb von 5 kV wird durch das HV-Netzteil verursacht, dessen Grundrauschen hier dominiert. Eine weitere Ursache ist das Digitalisierungsrauschen des Digitalmultimeters, das sich bei diesen niedrigen Spannungen am unteren Ende des 10 V-Messbereichs deutlicher zeigt.

Oberhalb von 10 kV wird das Rauschen deutlich geringer und es werden Stufen sichtbar, die der angelegten Spannung entsprechen. Bei stabiler Spannung ändert sich auch der Maßstabfaktor der Spannungsteiler nicht, wird jedoch die Spannung um weitere 5 kV geändert, driftet er zum nächsten stabilen Wert.

Der hier sichtbare Effekt ist eine Kombination aus Temperaturkoeffizient (TCR) und Spannungskoeffizient (VCR) der Widerstände. Zwar ist laut der Spezifikationen der VCR der Vishay-Widerstände vernachlässigbar, aber bei höherer Spannung fließt ein stärkerer Strom und die innere Erwärmung der Widerstände führt über den TCR zu einer Änderung des Widerstandswertes (s. Abs. 4.2.2). Die Temperaturstabilisierung des KATRIN-Teilers war bei diesem Test in Betrieb und es trat eine Temperaturänderung von nur etwa 1 °C auf. Daher und durch die sehr niedrige TCR-Abschätzung aus den Messungen bei 1000 V, ist es sehr unwahrscheinlich, die Ursache für die Abweichungen beim KATRIN-Teiler zu finden.

Der JRL-Teiler besitzt keine Temperaturstabilisierung und erwärmte sich während der Messung um etwa 8 °C, sein TCR und VCR sind nicht bekannt. Skaliert man die Temperatur des JRL-Teilers mit einem angenommenen TCR von -3,4 ppm/K und legt diese Kurve über die



**Abbildung 4.18: Linearität beider Spannungsteiler.** Dargestellt ist die relative Abweichung des Maßstabfaktors beider Spannungsteiler (rot), während einer etwa 95 Stunden langen Linearitätsmessung bei verschiedenen Spannungen (blau). Jede weitere Spannungsstufe hat eine deutliche Verschiebung des Maßstabfaktors zur Folge. Die Änderung des Maßstabfaktors lässt sich mit einem angenommenen Temperaturkoeffizienten (TCR) des JRL-Teilers von  $-3,4 \text{ ppm/K}$  reproduzieren (grün). Die Temperaturstabilisierung des KATRIN-Teilers war während der Messung in Betrieb, es trat nur ein vernachlässigbarer Temperaturanstieg von etwa  $1^\circ\text{C}$  auf.

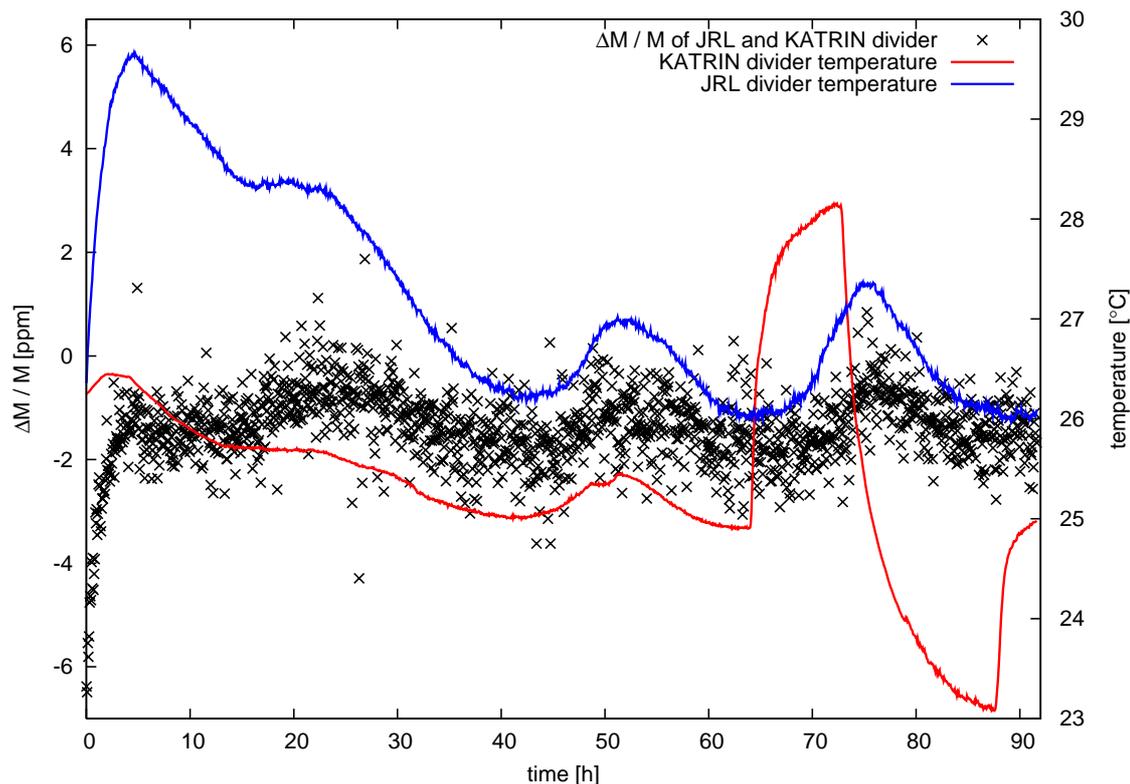
Werte der Spannungsstufen, so reproduziert man diese relativ gut.

Daraus folgt die Annahme, dass hauptsächlich der JRL-Teiler für die Stufen der Linearitätsmessung verantwortlich ist und diese starke Temperaturabhängigkeit zeigt.

Um diese Annahme zu überprüfen, wurde eine Langzeitmessung bei konstanter Spannung von  $34 \text{ kV}$  durchgeführt. Da es keine Möglichkeit gab, die Temperatur des JRL-Teilers zu beeinflussen, wurde, nachdem alle Komponenten eingelaufen waren, die Temperatur des KATRIN-Teilers über den PID-Regler manipuliert. Die Abbildung 4.19 zeigt das Resultat dieser Messung. Nach etwa 40 Stunden sind alle Komponenten eingelaufen und die Messwerte sind stabil. Die Schwankungen der Messpunkte im ppm-Bereich sind Ergebnis der Änderung der Umgebungstemperatur im Labor.

Nach 64 Stunden wird die Vorlauftemperatur des KATRIN-Teilers auf  $30^\circ\text{C}$  eingestellt, die Widerstände werden nun von  $\text{N}_2$ -Gas dieser Temperatur überströmt. Zum Zeitpunkt der Messung war es technisch noch nicht möglich, die Vorlauftemperatur aus dem PID-Regler auszulesen und zu protokollieren, dargestellt ist daher die leicht abweichende Temperatur des in den Wärmetauscher zurückströmenden Gases.

Nach 9 Stunden Messzeit wurde die Vorlauftemperatur auf  $21^\circ\text{C}$  programmiert und der Spannungsteiler kühlte ab. Bei dieser Einstellung wurde nun für weitere 15 Stunden gemessen, bevor die Temperatur wieder auf die standardmäßigen  $25^\circ\text{C}$  eingestellt wurde.



**Abbildung 4.19: Vergleich des TCR beider Spannungsteiler.** Hier ist das Ergebnis einer Langzeitmessung mit 34 kV gezeigt, bei der die Temperatur des KATRIN-Teilers variiert wurde. Bei Stunde 64 wurde die Vorlauftemperatur auf 30 °C erhöht, bei Stunde 73 anschließend auf 21 °C reduziert. Dargestellt ist die leicht abweichende Temperatur des zurückströmenden Gases (rot), da es zum Zeitpunkt der Messung technisch nicht möglich war, die Vorlauftemperatur zu protokollieren. Die Temperatur des JRL-Teilers (blau) zeigt während der Messung regelmäßige, mit der Umgebungstemperatur korrelierte Schwankungen, bleibt sonst aber stabil. Der gemessene Maßstabfaktor (schwarz) zeigt auf dieser Skala keine sichtbare Reaktion auf die Temperaturänderung im KATRIN-Teiler.

Es zeigt sich, dass die Messwerte nicht auf die starken Temperaturveränderung im KATRIN-Teiler reagieren, d. h. der TCR des KATRIN-Teilers ist deutlich geringer als jener des JRL-Teilers und erzeugt auf dieser Skala keine sichtbaren Abweichungen.

Im Anschluss an diese Messung wurde versucht, den TCR des KATRIN-Teilers direkt zu messen. Da der JRL-Teiler hierfür aufgrund seines starken TCR nicht in Frage kommt und die HV-Spannungsquelle zu stark rauscht, wurde der KATRIN-Teiler parallel zum Referenzspannungsteiler (Fluke 752A) bei 1000 V aus dem Kalibrator (Fluke 5720A) betrieben. Der Maßstabfaktor des KATRIN-Teilers wurde bei 21 °C, 25 °C und 30 °C für je mindestens 2,5 Stunden gemessen. Aus der sich ergebenden Verschiebung konnte ein TCR von  $0,20 \pm 0,06$  ppm/K bestimmt werden. Allerdings liegt dieser in einer Größenordnung, bei der auch die Temperaturschwankungen des Fluke Referenzteilers nicht mehr zu vernachlässigen sind.

Dieses Ergebnis im sub-ppm-Bereich zeigt daher auch die Limitierung des Messaufbaus im Labor in Münster. Für Spannungen unter 1000 V existiert ein 100:1-Referenzteiler, allerdings teilt der KATRIN-Teiler diese Spannungen auf nur 0,5 V herunter und nutzt dabei den Messbereich des Digitalmultimeters nicht aus. Als Konsequenz ist das Signal-zu-Rausch-Verhältnis schlecht. Bei Hochspannung existiert nur der JRL-Teiler, der nicht kalibriert ist und zu unstabil arbeitet.

### 4.3.1 Ergebnis der Testmessungen



**Abbildung 4.20: Fertiggestellter Spannungsteiler.** Diese Foto zeigt den etwa 1,7 m hohen, fertiggestellten Aufbau des Spannungsteilers während der Testmessungen im Labor der PTB Braunschweig. Eine detaillierte Beschreibung der Kontroll- und Steuerkomponenten im Sockel des Aufbaus ist in Anhang D zu finden.

Als Ergebnis dieser ersten Messungen kann man festhalten, dass sich der KATRIN-Teiler signifikant besser verhält, als einer der besten kommerziellen Hochspannungsteiler im Bereich bis 35 kV. Im Spannungsbereich bis 1000 V übertrifft er deutlich die Stabilität des hochpräzisen Fluke 752A-Referenzspannungsteilers. Im Vorfeld der Selektion der Widerstände und der durchgeführten Präzisionsmessungen, wurde im Labor in Münster eine Präzisionsmessumgebung aufgebaut, die dem Gleichspannungslabor der PTB Braunschweig ebenbürtig ist. Dennoch sind die Möglichkeiten in Münster limitiert, da kein kalibrierter Hochspannungsteiler zur Verfügung steht, der die Untersuchung der Eigenschaften des neuen KATRIN-Teilers ermöglicht. Der nächste logische Schritt ist daher, den fertiggestellten Spannungsteiler (s. Abb. 4.20) direkt am Referenzspannungsteiler der PTB Braunschweig zu testen und zu kalibrieren, was im nun folgenden Kapitel behandelt wird.

## Kapitel 5

# Kalibration am PTB - Referenzspannungsteiler

In diesem Kapitel werden die beiden Kalibrationsphasen erläutert, die an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB)<sup>1</sup> in Braunschweig durchgeführt wurden. Da die Laborausstattung in Münster bei Messungen im sub-ppm-Bereich aufgrund des fehlenden Referenzspannungsteilers für Spannungen bis 35 kV an ihre Grenzen stieß, wurde der Spannungsteiler im Abstand von etwa 13 Monaten zweimal zur PTB gebracht und wiederholt kalibriert. Dieses Kapitel beschreibt die Durchführung der Messungen und ihre Ergebnisse, schließt mit einer Zusammenfassung der Kalibrationsdaten inklusive der Langzeitstabilität und gibt Empfehlungen für zukünftige Spannungsteilerentwürfe.

### 5.1 Messaufbau am PTB–Referenzspannungsteiler

Die Arbeitsgruppe für Messwandler und Hochspannung der PTB verfügt über die Erfahrung und die Ausstattung, um Gleichspannungsmesswandler bis 300 kV und Wechselspannungsmesswandler bis 1 MV zu kalibrieren. Im dortigen Gleichspannungslabor wird der 100 kV-Referenzspannungsteiler betrieben, nach dessen Vorbild der KATRIN-Spannungsteiler entworfen wurde, er erlaubt Vergleichsmessungen und Kalibrierungen über den gesamten Spannungsbereich im sub-ppm-Bereich.

Alle Kalibrationswerte der PTB beziehen sich auf das Josephson-Normal. Dieses basiert auf dem sogenannten Josephson-Effekt, der 1962 von Brian D. Josephson vorhergesagt [Jos62] und schließlich von S. Shapiro im Jahre 1963 beobachtet [Sha63] wurde. Für die Entdeckung dieses Effektes wurde B. D. Josephson 1973 mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet. Der Josephson-Effekt tritt auf, wenn zwei Supraleiter schwach aneinander gekoppelt sind, d. h. durch eine isolierende Schicht mit wenigen Nanometern Dicke getrennt werden. Die Cooper-Paare der Supraleiter können die isolierende Schicht durchtunneln, was durch die Übertragung eines Flussquantums  $\Phi_0 = h/2e$  beschrieben wird<sup>2</sup>. Die Haupteigenschaft eines Josephson-Elements ist sein supraleitender Wechselstrom der Frequenz  $f_J = (2e/h)U$ . Wird

---

<sup>1</sup>Die Messungen wurden im Gleichspannungslabor der Arbeitsgruppe 2.31 für Messwandler und Hochspannung durchgeführt. Laborleiter ist Herr Dr. Schon, für die Messungen verantwortlich ist Herr Dipl.-Ing. Marx und die Durchführung war Aufgabe von Herrn Seckelmann.

<sup>2</sup>Mit dem Planckschen Wirkungsquantum  $h = 4,13566743(35) \cdot 10^{-15}$  eVs und der Elementarladung  $e = 1,602176487(40) \cdot 10^{-19}$  C.

das Josephson-Element bei einer konstanten Gleichspannung  $U$  betrieben, stellt es daher einen supraleitenden Oszillator dar. Umgekehrt entstehen bei der Bestrahlung des Josephson-Elements mit Mikrowellen der Frequenz  $f$  diskrete Spannungsstufen der Ordnung  $n$  ( $U_n$  mit  $n = 0, 1, 2, \dots$ ), da die Phase des Josephson-Oszillators durch den externen Oszillator definiert wird.

$$U_n = n\Phi_0 f = n(h/2e)f \quad (5.1)$$

Die präzise und reproduzierbare Erzeugung von Spannungen wird dadurch auf die Präzision der Mikrowellenfrequenz zurückgeführt, wobei letztere basierend auf Cäsium-Atomuhren mit mit sehr hoher Genauigkeit eingestellt werden kann. Für Kalibrationsanwendungen wurde die Josephson-Konstante  $K_J = 1/\Phi_0$  als internationaler Standard definiert<sup>3</sup>:

$$K_{J-90} = 483\,597,9 \text{ GHz/V} \quad (5.2)$$

Bei Bestrahlung mit einer typischen Frequenz von  $f = 70 \text{ GHz}$  ergeben sich Spannungsstufen mit  $U_n \approx n \cdot 145 \mu\text{V}$  Breite für ein einzelnes Josephson-Element. Moderne hochintegrierte Reihenschaltungen von Josephson-Elementen erreichen Spannungen von 1 V oder 10 V [Koh03]. Eine 10 V-Josephson-Kette besteht dabei aus etwa 14 000 Josephson-Elementen und erreicht einen Referenzwert von  $U_5 \approx 10 \text{ V}$  mit einer Genauigkeit und Reproduzierbarkeit von 1 nV ( $10^{-10}$  relativ). Dieses Prinzip wird daher weltweit als Referenzstandard der Spannung eingesetzt.

Die PTB als Teil des Deutschen Kalibrierdienstes (DKD) betreibt eine eigene Josephson-Anlage und entwickelt die Technologie aktiv weiter [Koh03]. Der Technologietransfer zur Industrie hat dazu geführt, dass Josephson-Anlagen mittlerweile auch kommerziell von Firmen wie Hypres<sup>4</sup> oder PREMA<sup>5</sup> erhältlich sind und eine Präzision von 100 nV im 10 V-Bereich, d. h. 0,01 ppm erreichen.

Für unsere Messungen im Labor der PTB standen folgende Präzisionsgeräte zur Verfügung:

- Zwei HP 3458A-Digitalmultimeter mit  $8\frac{1}{2}$  Stellen Genauigkeit. Diese wurden vor und nach jeder Messreihe an der 10 V-Quelle kalibriert.
- Ein Fluke 5700A-Kalibrator für Spannungen bis 1100 V. Dieser wird regelmäßig mittels 10 V-Quelle und Eichwiderständen kalibriert.
- Eine Fluke 732A-Referenzspannungsquelle für den 10 V-Bereich. Diese wird regelmäßig am Josephson-Normal der PTB kalibriert und zeigt etwa 1 ppm Abweichung in 10 Jahren.
- Ein Fluke 752A-Referenzspannungsteiler, dessen 100:1-Abgriff auf weniger als 1 ppm Unsicherheit justiert werden kann.
- Ein F.u.G. HCN-Hochspannungsnetzteil für negative Spannungen bis 100 kV.
- Ein bipolares F.u.G. HCN-Hochspannungsnetzteil bis 20 kV.

Diese Ausstattung ist vergleichbar zur Ausstattung des Labors in Münster. Allerdings besitzt das gesamte Labor der PTB zusätzlich eine EMV-Abschirmung. Wie in Münster befinden sich die Geräte in abgeschirmten Schaltschränken und die Kommunikation mit ihnen geschieht auf optischem Weg.

<sup>3</sup>Diese international einheitliche Regelung trat am 1. Januar 1990 in Kraft.

<sup>4</sup>Hypres Inc., 175 Clearbrook Road, Elmsford, NY 10523, USA; [www.hypres.com](http://www.hypres.com)

<sup>5</sup>PREMA Semiconductor GmbH, Robert-Bosch-Straße 6, 55129 Mainz; [www.prema.com](http://www.prema.com)

Die Labornetzspannung wird vom störungsfreien Experimentiernetz der PTB gespeist, sie wird im Labor nochmals gefiltert und über einen Trenntrafo angebunden, d. h. es werden deutlich weniger Störungen über das Versorgungsnetz eingekoppelt. Ebenso wie in Münster ist das gesamte Labor klimatisiert mit Temperaturschwankungen von weniger als  $1\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{Tag}$ . Jedes der Geräte wurde über Jahre und wird regelmäßig kalibriert, damit steht eine lückenlose Kalibrationsgeschichte zur Verfügung und eine Aussage über die Qualität und Langzeitstabilität ist möglich.

Während der ersten Kalibrationsphase in 2005 wurden Koaxialkabel mit vergoldeten BNC-Steckern als Messleitungen verwendet. An die Messgeräte wurden die Messleitungen über vergoldete BNC-Banane-Adapter angeschlossen. Schon im Vorfeld unserer Messungen wurde an der PTB erkannt, dass durch Kabel und Stecker nicht zu vernachlässigende Nullpunktverschiebungen, sowie Thermospannungs- und Aufladungseffekte im sub-ppm-Bereich verursacht werden.

Für die Kalibrationsphase 2006 standen dann neue Messleitungen aus PTFE-isolierten, verdrehten und abgeschirmten Kabeln der Firma LEMO zur Verfügung. Als Steckverbinder wurden verpolungssichere LEMO-Stecker mit Schirmung verwendet. Zum Anschluss an die Messgeräte wurden speziell konstruierte, abgeschirmte Gehäuse mit LEMO-Buchse und Kupfer-Tellur-Bananensteckern verwendet.

Durch die Kupfer-Tellur-Stecker werden die Thermospannungseffekte vernachlässigbar klein, da die Buchsen der Präzisionsmessgeräte i. Allg. selbst aus Kupfer-Tellur bestehen. Die Kapselung der Stecker führt zu einem Temperaturengleich zwischen den Verbindern und erhöht damit zusätzlich die Unempfindlichkeit gegenüber den verbleibenden Temperaturschwankungen. Das LEMO-Kabel hat einen sehr niedrigen Widerstand und lädt sich auch nicht wie ein Koaxialkabel aufgrund seiner Eigenkapazität mit der Zeit auf. Durch diese Modifikationen konnten die systematischen Unsicherheiten des PTB-Labors um etwa eine Größenordnung reduziert werden.

Der PTB-Referenzspannungsteiler bis 100 kV (Bezeichnung: MT100, s. Abb. 5.1) besitzt die Maßstabfaktoren 100:1 und 10 000:1, seine Kalibrationsdaten sind in Tabelle 5.1 angegeben. Um den 10 V-Messbereich der Digitalvoltmeter (HP 3458A) für die von uns benötigten Spannungen bis 35 kV optimal auszunutzen, wurde durch einen extern angebrachten  $200\text{ M}\Omega$  Widerstand ein zusätzlicher Maßstabfaktor von 3334:1 hergestellt. Der MT100 wird regelmäßig



**Abbildung 5.1:** Referenzspannungsteiler MT100 der PTB. Diese Foto zeigt den etwa 1,6 m hohen 100 kV Referenzspannungsteiler (Bezeichnung: MT100) der Abteilung für Messwandler und Hochspannung der PTB Braunschweig.

**Tabelle 5.1: Kalibrationsparameter des PTB-Referenzspannungsteilers.** Aufgelistet sind die wichtigsten Parameter und Unsicherheiten des MT100-Referenzspannungsteilers der PTB Braunschweig. Die Angaben basieren auf [Mar01] und mündlichen Mitteilungen der PTB-Experten.

Widerstand	1 G $\Omega$
Maximalspannung	100 kV
Maßstabfaktoren M	100:1, 10 000:1 (3 334:1 optional)
Temperturabhängigkeit	0,67 ppm/K
Temperturstabilität	$\pm 0,15$ K
M bei $U \leq 1000$ V	0,6 ppm
Beitrag zu M bei $U > 1000$ V	0,5 ppm
Selbsterwärmung	1 ppm
Langzeitstabilität	2 ppm/Jahr

zwei- bis dreimal jährlich kalibriert und zeigt eine Langzeitdrift von etwa 2 ppm/Jahr. Damit ist er weltweit der stabilste Spannungsteiler für Spannungen bis 100 kV, erfüllt bzw. übertrifft die Anforderungen des KATRIN-Experiments und ist daher hervorragend geeignet, um den KATRIN-Spannungsteiler zu testen.

Für die Kalibrationsmessungen wurde der KATRIN-Spannungsteiler parallel zum MT100 an die 100 kV-Spannungsquelle angeschlossen und bei Spannungen bis 32 kV betrieben. Der MT100 wurde von einem HP 3458A-Multimeter ausgelesen, der KATRIN-Spannungsteiler vom mitgebrachten Fluke 8508A. Für einige der Vergleichsmessungen wurde der KATRIN-Spannungsteiler zusätzlich an einem HP 3458A der PTB betrieben. Bei einigen Messungen unter 20 kV wurde die 20 kV-Spannungsquelle verwendet. Der Temperatursensor an den Messabgriffswiderständen des KATRIN-Spannungsteilers wurde für die Datenaufnahme an das Messsystem der PTB angeschlossen.

### 5.1.1 Präzisionsmessungen und Kalibration der Messgeräte

Zu Beginn der Kalibration wurde das komplette Messsystem überprüft und eingemessen, um sicherzustellen, dass es überhaupt möglich ist, den KATRIN-Spannungsteiler im ppm-Bereich zu testen. Während der ersten Langzeitmessungen hat sich gezeigt, dass die Kombination beider Spannungsteiler so stabil arbeitet, dass selbst die umgebungsbedingten Schwankungen der Digitalvoltmeter (DVM) nicht mehr zu vernachlässigen waren.

Für sinnvolle und reproduzierbare Ergebnisse ist es daher außerordentlich wichtig, die Messinstrumente vor und nach jeder Langzeitmessung nachzukalibrieren. Dies geschieht, indem für jede Messung die aktuelle Nullpunktverschiebung und der 10 V-Ausgabewert des DVM bestimmt werden. Im Anhang D.6 ist eine ausführliche Anleitung gegeben, wie die Kalibrationswerte aufgenommen werden und wie daraus ein Korrekturfaktor bestimmt wird, der auf alle Messwerte angewendet werden muss.

Auf diese Weise wird man unabhängig von der Langzeitstabilität des DVM, da die Messungen jetzt auf der etwa eine Größenordnung stabileren 10 V-Referenz (Fluke 732A) basieren. Es wird praktisch für jede Einzelmessung die Skala des DVM überprüft und neu kalibriert.

## 5.2 Durchführung der Kalibrationsmessungen

Es wurden zwei Kalibrationsphasen mit dem KATRIN-Spannungsteiler im Labor der PTB durchgeföhrt. Im September 2005 wurden die ersten prinzipiellen Tests durchgeföhrt und das Einlaufverhalten, die Linearität, die Temperaturabhängigkeit und die Reproduzierbarkeit der beiden Maßstabfaktoren bestimmt. Während der zweiten Kalibrationsphase im Oktober 2006 wurden diese Werte überprüft, aktualisiert und es wurde möglich, einen Wert für die Langzeitstabilität und Alterung der Widerstände anzugeben.

### 5.2.1 Prinzip der Kalibrationsmessungen

In diesem Abschnitt soll erläutert werden, welche Messwerte aufgezeichnet wurden und wie sie ausgewertet wurden, um die Maßstabfaktoren des KATRIN-Teilers zu bestimmen.

Als gemeinsame Spannungsquelle dient ein Hochspannungsnetzgerät, an das beide Spannungsteiler (MT100 und KATRIN) angeschlossen sind. Die Ausgangsspannungen des jeweils vermessenen Maßstabfaktors beider Spannungsteiler wird von je einem Präzisionsdigitalvoltmeter (HP und Fluke) gemessen. Für jede Messreihe wurden für beide DVM die Nullpunktverschiebungen  $U_{0,HP}$  und  $U_{0,Fluke}$ , sowie die 10 V-Verstärkungsfaktoren  $K_{HP}$  und  $K_{Fluke}$  bestimmt (s. Anhang D.6) und die Messwerte entsprechend Gleichung (5.3) und (5.4) korrigiert.

$$U_{MT100}^{\text{mess,korr}} = (U_{MT100}^{\text{mess}} - U_{0,HP}) \cdot K_{HP} \quad (5.3)$$

$$U_{KATRIN}^{\text{mess,korr}} = (U_{KATRIN}^{\text{mess}} - U_{0,Fluke}) \cdot K_{Fluke} \quad (5.4)$$

Der Maßstabfaktor  $M_{MT100}$  des PTB-Referenzspannungsteilers wird als konstant angenommen und die anliegende Hochspannung wird über

$$U_{MT100}^{\text{real}} = U_{MT100}^{\text{mess,korr}} \cdot M_{MT100} \quad (5.5)$$

bestimmt. Damit ergibt sich der Maßstabfaktor des KATRIN-Teilers  $M_{KATRIN}$  zu:

$$M_{KATRIN} = \frac{U_{MT100}^{\text{real}}}{U_{KATRIN}^{\text{mess,korr}}} = \frac{U_{MT100}^{\text{mess,korr}}}{U_{KATRIN}^{\text{mess,korr}}} \cdot M_{MT100} \quad (5.6)$$

Im Allg. werden die Werte für  $M_{KATRIN}$  als Absolutwerte ausgewertet, wobei der jeweils erste Messwert verworfen wird, da hier die Wahrscheinlichkeit für eine Abweichung aufgrund der langen Integrationszeit des DVM sehr hoch ist. Als Ergebnis einer durchgeföhrt Messreihe ergibt sich daher der Mittelwert  $\langle M \rangle = \langle M_{KATRIN} \rangle$  und die Standardabweichung  $\sigma = \sigma_M$ . Wurden Messreihen zur Vermeidung von systematischen Schwankungen wiederholt an unterschiedlichen Tagen, bei unterschiedlichen Temperaturen und unterschiedlichen Temperaturschwankungen durchgeföhrt, so wurden die Messwerte der  $n$  Einzelmessreihen zeilenweise gemittelt. Die zeilenweise Mittelung bedeutet, dass von  $n$  gleichlangen Messreihen mit jeweils  $i$  Messwerten, alle  $i$ -ten Messwerte gemittelt werden. Aus der Standardabweichung ergibt sich dabei für jeden  $i$ -ten Mittelwert  $\langle M_i \rangle$  eine Unsicherheit von  $\sigma_{M_i} = \sigma_i / \sqrt{n}$ . Die zeilenweise Mittelung wird bei den wiederholten Langzeitmessungen der zweiten Kalibrationsphase (s. Abs. 5.2.3) verwendet.

$$\frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta M_{KATRIN}}{M_{KATRIN}} = \frac{M_{KATRIN} - M_{0,KATRIN}}{M_{KATRIN}} = 1 - \frac{U_{KATRIN}^{\text{mess,korr}} \cdot U_{MT100}^{\text{mess,korr},0}}{U_{MT100}^{\text{mess,korr}} \cdot U_{KATRIN}^{\text{mess,korr},0}} \quad (5.7)$$

Sollen die relativen Änderungen des Maßstabfaktors ausgewertet werden, so müssen die Absolutwerte nach Gleichung (5.7) in Relativwerte umgerechnet werden. Als  $M_{0,\text{KATRIN}}$ , bzw.  $U_{\text{mess,korr},0}$  kann entweder der zweite Messwert einer Messreihe verwendet werden<sup>6</sup> oder es wird der Mittelwert der betrachteten Messwerte eingesetzt. Die sich ergebenden Relativwerte werden i. Allg. in  $\text{ppm} = 10^{-6}$  angegeben. Auch bei der Bestimmung der Absolutwerte der Maßstabfaktoren werden die Unsicherheiten in ppm angegeben, um den Vergleich der Maßstabfaktoren untereinander zu erleichtern.

### 5.2.2 Kalibrationsphase 2005

Die erste Kalibrationsphase fand vom 19.09. bis 07.10.2005 statt. Nachdem das Messsystem eingerichtet war, konnten die grundlegenden Messungen der Eigenschaften des KATRIN-Spannungsteilers beginnen. Dabei ist zu beachten, dass jeder Parameter für beide Maßstabfaktoren 1972:1 und 3944:1 separat bestimmt werden muss.

#### Einschaltverhalten

Zur Untersuchung des Einschaltverhaltens wurde der Spannungsteiler mit  $-32\text{ kV}$  belastet und die Multimeter wurden während der ersten fünf Minuten im 6-Sekundentakt ausgelesen. Anschließend wurde die Spannung abgeschaltet und in einer Pause von 25 Minuten kehrte das System in den Ausgangszustand zurück.

Diese Einlaufmessung wurde für jeden Maßstabfaktor drei Mal hintereinander durchgeführt. Die Ergebnisse für beide Maßstabfaktoren sind in den Abbildungen 5.2 und 5.3 als relative Aufwärmabweichungen dargestellt.

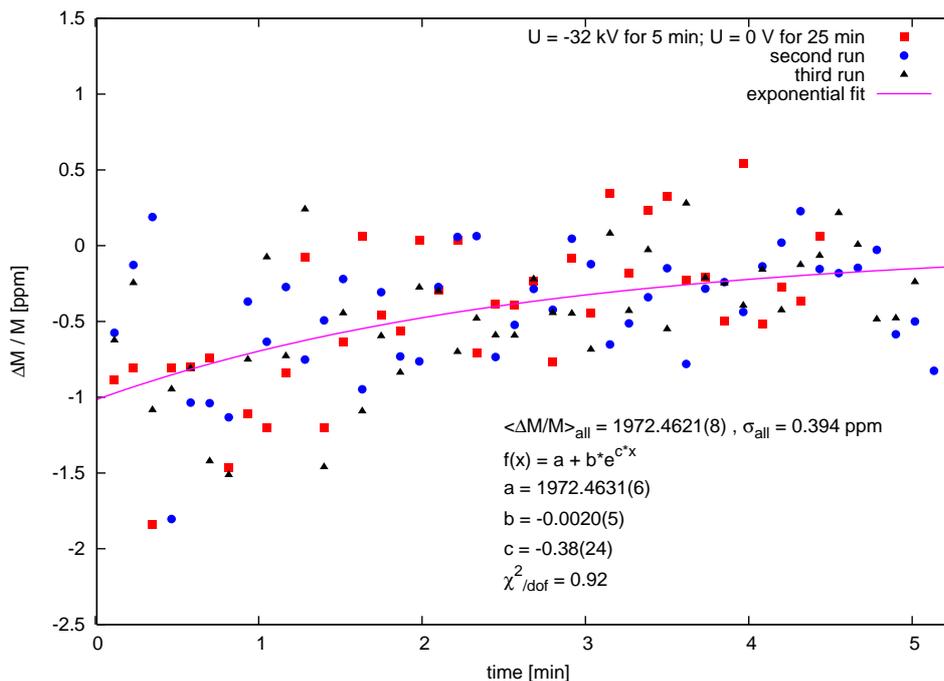
In Abb. 5.2 ergibt sich aus der Anpassung eines exponentiellen Verlaufs

$$f(x) = a + b \cdot e^{c \cdot x} \quad (5.8)$$

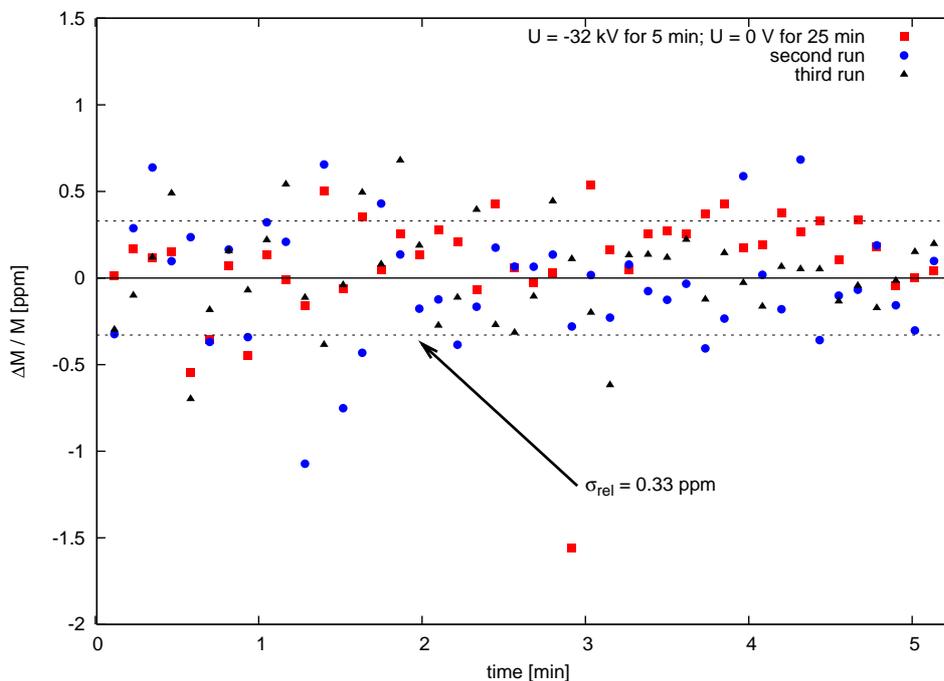
eine Aufwärmabweichung von  $a / \langle \Delta M / M \rangle_{\text{all}} = 1,0(5)$  ppm in den ersten zwei Minuten für den Maßstabfaktor 1972:1. Dies bedeutet, dass der Spannungsteiler nach etwa zwei Minuten in der Lage ist, Spannungen im ppm-Bereich stabil zu überwachen. Für den Maßstabfaktor 3944:1 erkennt man in Abb. 5.3 keinen Einlaufeffekt, einzig die relative Streuung  $\sigma_{\text{rel}} = 0,33$  ppm der Messwerte reduziert sich nach etwa zwei Minuten leicht, dies ist aber nicht signifikant.

Neben der relativen Aufwärmabweichung sind für die Reproduzierbarkeit auch die Absolutwerte von Interesse. In Abbildung 5.4 sind dazu die Mittelwerte über die letzten 20 Werte (entspricht 2 Minuten) jeder Messreihe dargestellt. Beeindruckend hierbei ist, wie dicht die Messwerte beieinander liegen. Für das 1972:1-Verhältnis ergibt sich aus den Mittelwerten eine Streuung von  $\sigma = 0,05$  ppm, d. h. die Reproduzierbarkeit ist besser als 0,1 ppm. Beim 3944:1-Verhältnis weicht der dritte Wert deutlich um etwa 1 ppm von den anderen Werten ab. Da die nachfolgenden Messreihen diese Abweichung nicht mehr zeigen, liegt die Vermutung nahe, dass es sich hierbei um einen apparativen Effekt oder eine Fehlbedienung und damit um einen Ausreißer handelt. Trotz dieser Abweichung ergibt sich für die Mittelwerte eine Streuung im sub-ppm-Bereich von  $\sigma = 0,71$  ppm. Betrachtet man nur die ersten beiden Mittelwerte, so ergibt sich mit  $\sigma_{1,2} = 0,14$  ppm ein ähnlicher Wert wie für das 1972:1-Verhältnis. Man kann daher folgern, dass die Reproduzierbarkeit deutlich im sub-ppm-Bereich liegt, wobei auch die am Ende des Abschnitts wiedergegebene Auswertung aller Messreihen diese Annahme unterstützt.

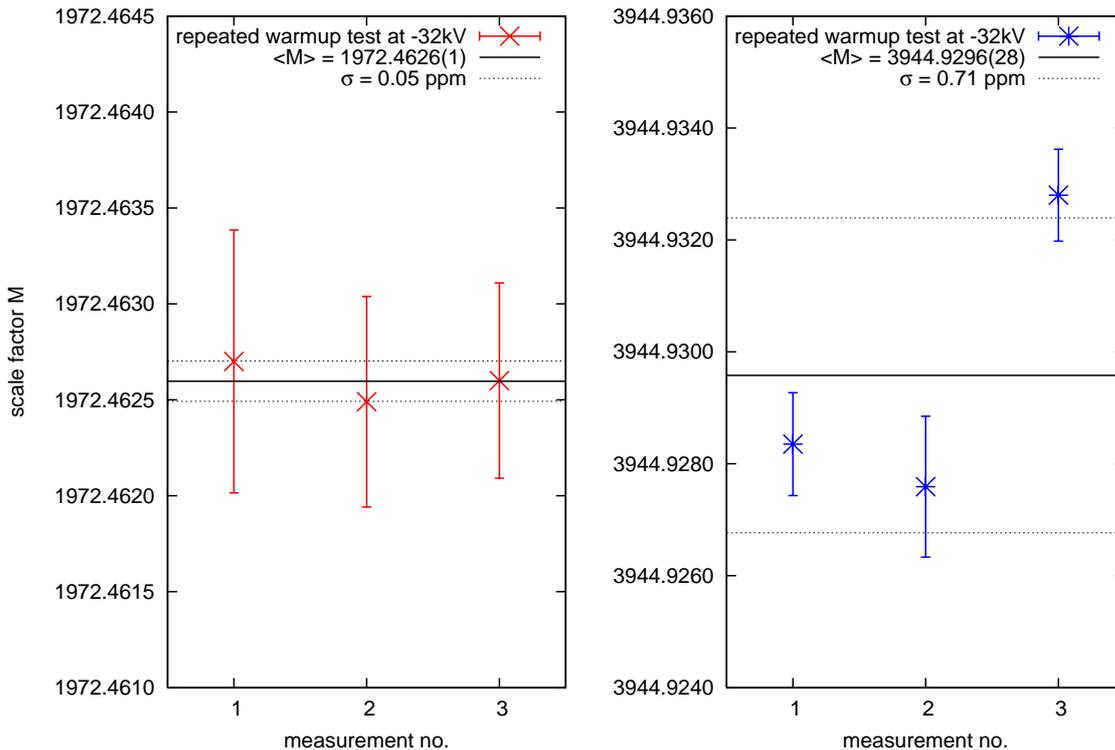
<sup>6</sup>Der erste Messwert jeder Messreihe wird aufgrund der Systematik des DVM verworfen.



**Abbildung 5.2: Einlaufverhalten des 1972:1-Verhältnisses.** Dargestellt sind die relativen Änderungen von  $M$  während der ersten fünf Minuten nach Einschalten der Hochspannung von  $-32 \text{ kV}$ . Zwischen den drei aufeinander folgenden Messreihen wurde eine Pause von 25 Minuten gemacht, um das System wieder in den Ausgangszustand zu versetzen. Innerhalb der ersten zwei Minuten ergibt sich aus der angefitzten Exponentialkurve eine Aufwärmabweichung von  $a / \langle \Delta M/M \rangle_{\text{all}} = 1,0(5) \text{ ppm}$ .



**Abbildung 5.3: Einlaufverhalten des 3944:1-Verhältnisses.** In gleicher Weise wie Abb. 5.2 sind hier die relativen Änderungen von  $M$  für das 3944:1-Verhältnis dargestellt. Es ist kein Aufwärmeffekt zu erkennen, auch wenn sich die relative Streuung  $\sigma_{\text{rel}} = 0,33 \text{ ppm}$  der Messwerte nach etwa 2 Minuten leicht reduziert.



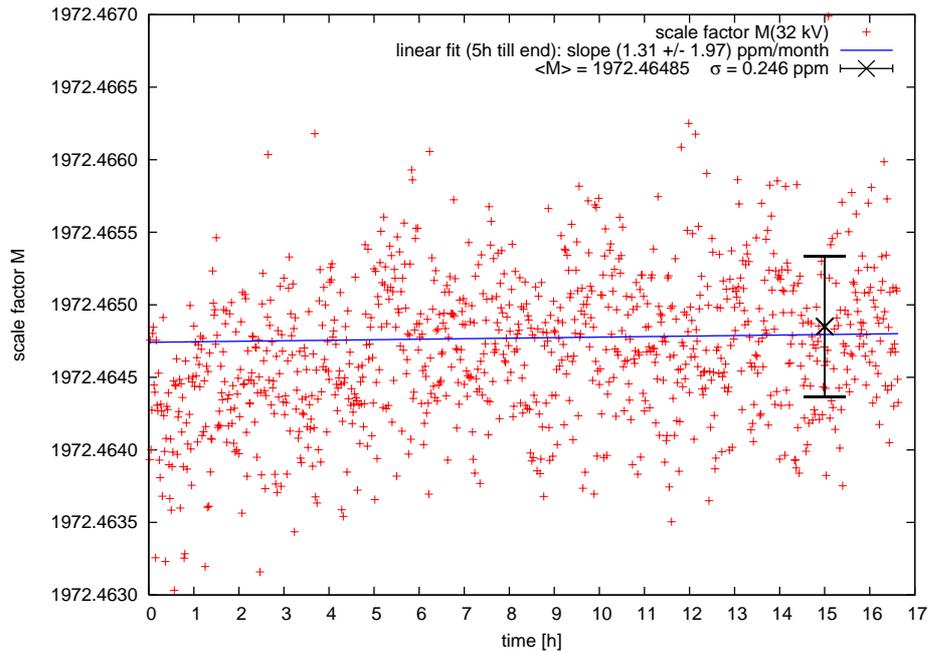
**Abbildung 5.4: Absolutwerte des Einlauftests.** Diese Abbildungen zeigen die über die letzten 20 Werte (2 Minuten) gemittelten Absolutwerte der Maßstabfaktoren  $M$  für die einzelnen Messreihen des Einlauftests. Für das 1972:1-Verhältnis ergibt sich eine Standardabweichung von  $\sigma = 0,05 \text{ ppm}$  und damit eine Reproduzierbarkeit von  $< 0,1 \text{ ppm}$ . Für das 3944:1-Verhältnis ergibt sich aufgrund der starken Abweichung des dritten Mittelwertes eine Standardabweichung von  $\sigma = 0,71 \text{ ppm}$  (siehe Text). Betrachtet man nur die ersten beiden Mittelwerte, so ergibt sich  $\sigma_{1,2} = 0,14 \text{ ppm}$  und damit eine Reproduzierbarkeit im  $0,1 \text{ ppm}$ -Bereich.

Das Fazit dieses ersten Tests ist, dass die Kompensation der Aufwärmabweichung der Einzelwiderstände auf den ersten Blick erfolgreich war, der Spannungsteiler arbeitet nach 2 Minuten stabil und die Reproduzierbarkeit liegt im sub-ppm-Bereich. Der  $1 \text{ ppm}$ -Ausreißer bei den 3944:1-Messungen zeigt sehr deutlich, wie empfindlich die gesamte Messkette auf Störungen reagiert und unterstreicht die Bedeutung einer sorgfältigen Arbeit bei solchen Präzisionsmessungen nochmals.

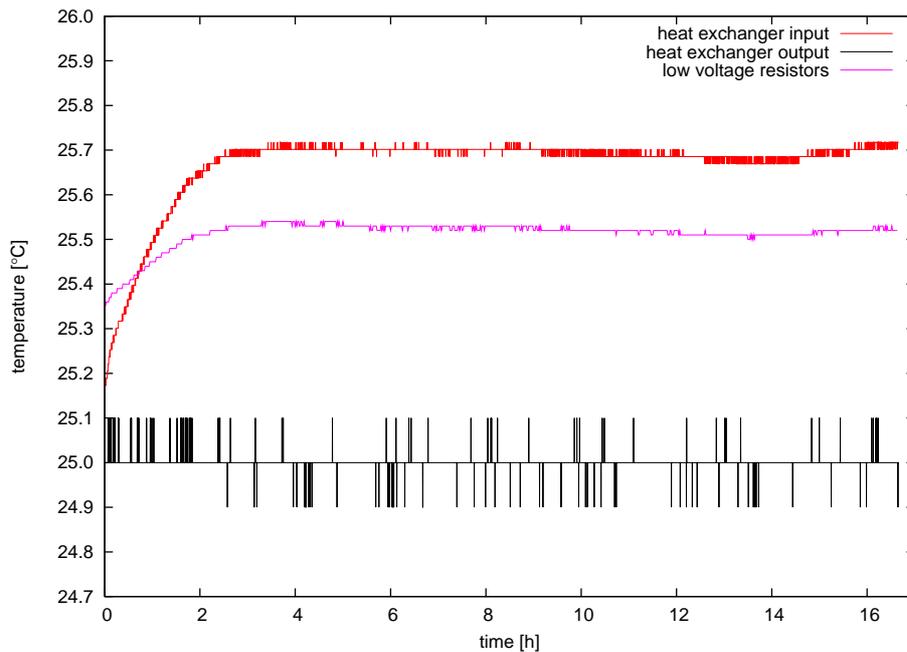
### Langzeitstabilität

Mit dem nächsten Test sollte die Stabilität der Maßstabfaktoren überprüft werden. Dazu wurde der Spannungsteiler für knapp 17 Stunden (1000 Minuten) mit  $-32 \text{ kV}$  belastet und ein Messwert pro Minute aufgezeichnet. Für das 1972:1-Verhältnis ist das Ergebnis dieses Tests in Abbildung 5.5 dargestellt.

In (a) ist der Maßstabfaktor  $M$  über die Zeit aufgetragen, (b) zeigt die entsprechenden Temperaturwerte der Sensoren im Inneren des Spannungsteilers. Zu Beginn der Messung erkennt man einen leichten Anstieg von  $M$  um etwa  $0,5 \text{ ppm}$ . Analog dazu steigt die Temperatur des Wärmetauschereingangs und der Messabgriffswiderstände in dieser Zeit an. Dieses Verhalten kann man als Fortsetzung des Aufwärmverhaltens im sub-ppm-Bereich interpretieren. Damit widerspricht diese Eigenschaft nicht den Aussagen des vorhergehenden Tests zum Kurzzeit-

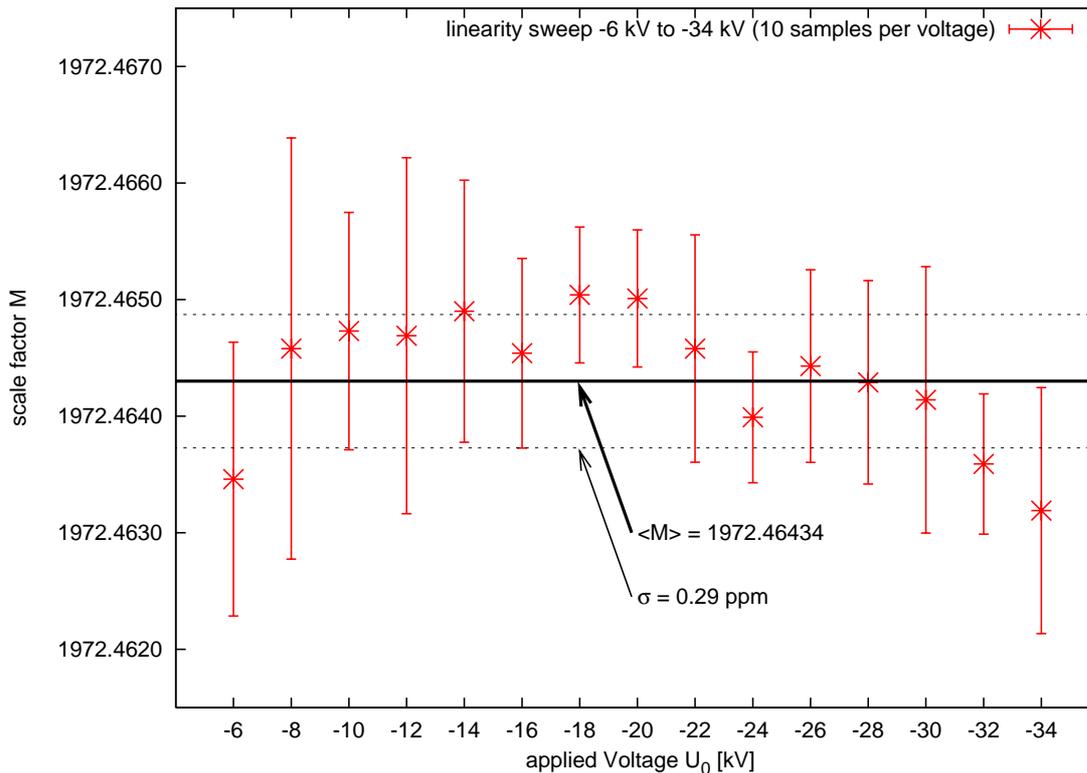


(a) Langzeitmessung des Maßstabfaktors



(b) Temperaturverlauf während der Langzeitmessung

**Abbildung 5.5: Langzeitmessung des 1972:1-Verhältnisses bei  $-32$  kV.** Langzeitverhalten des Maßstabfaktors über etwa 17 Stunden bei Belastung mit  $-32$  kV. Bild (a) zeigt den absoluten Maßstabfaktor als Funktion der Zeit inklusive einer angefitzten Geraden, deren Steigung eine hochgerechnete Drift von 1,31 ppm/Monat ergibt. Die 0,5 ppm-Abweichung zu Beginn der Messung korrespondiert mit einer Temperaturänderung an den internen Sensoren in (b). Der Geradenfit in (a) schließt nur Datenpunkte nach Stunde fünf ein, zeigt mit knapp 2 ppm/Monat jedoch einen zu großen Fehler, um signifikant zu sein. Der Mittelwert über die letzten 100 Messwerte ergibt  $M = 1972,46485$  mit  $\sigma = 0,246$  ppm.



**Abbildung 5.6: Linearität des Spannungsteilers.** Dargestellt sind die mittleren Maßstabfaktoren die in 2kV-Schritten bei Spannungen von  $-6$  kV bis  $-34$  kV bestimmt wurden. Je Spannungsstufe wurde für zwei Minuten gemessen, ausgewertet wurden nur die 10 Werte der zweiten Minute. Es ergibt sich ein Mittelwert von 1972,46434 mit einer Standardabweichung von 0,29 ppm.

einlaufverhalten.

Zur Analyse einer eventuell auftretenden Langzeitdrift wurde eine Gerade an alle Daten nach der fünften Stunde gefittet. Aus deren Steigung ergibt sich eine hochgerechnete Drift von 1,31 ppm/Monat, allerdings hat diese einen Fehler von 1,97 ppm/Monat, d. h. auf Basis dieser Daten lässt sich keine Aussage über eine Langzeitdrift machen. Aus den Messwerten der letzten 100 Minuten ergibt sich ein Mittelwert für  $M$  von 1972,46485 mit einer relativen Streuung von  $\sigma_{rel} = 0,246$  ppm.

An den Temperaturwerten des Wärmetauscherausgangs erkennt man, dass die Regelung über die gesamte Messzeit niemals um mehr als  $0,1$  °C abweicht, d. h. die Widerstände haben ununterbrochen eine stabile Umgebungstemperatur und die Regelung arbeitet wie erwartet.

Die gleiche Messung wurde für das 3944:1-Verhältnis wiederholt. Es zeigt sich ebenfalls ein Aufwärmverhalten von etwa 0,5 ppm über die ersten Stunden, gleichzeitig mit einer Temperaturänderung und Stabilisierung im Inneren des Spannungsteilers. Der über die letzten 100 Minuten gemittelte Maßstabfaktor ist 3944,92638 mit einer Streuung von 0,238 ppm.

Ergebnis dieser beiden Tests ist, dass die Maßstabfaktoren des Spannungsteilers über etwa 17 Stunden im sub-ppm-Bereich stabil sind. Eine Langzeitdrift kann aus diesen Daten aufgrund der hierfür zu kurzen Messzeit und der Streuung nicht schlüssig ermittelt werden.

## Linearität

Nun soll die Frage nach der Linearität des Spannungsteilers beantwortet werden. Dazu wurde in einem ersten Test die Spannung in 2 kV Schritten von  $-6$  kV bis  $-34$  kV variiert. Während einer Spannungsstufe wurden 20 Messwerte in 2 Minuten aufgezeichnet, bevor anschließend die nächste Spannungsstufe eingestellt wurde. Die jeweils letzten 10 Messwerte einer Spannungseinstellung wurden gemittelt und in Abbildung 5.6 aufgetragen.

Es ist eine klare Struktur über den vermessenen Spannungsbereich zu erkennen. Im für KATRIN interessanten Spannungsbereich zwischen  $-10$  kV und  $-32$  kV sind die Maßstabfaktoren jedoch im sub-ppm-Bereich stabil. Über alle Messwerte ergibt sich ein Mittelwert des Maßstabfaktors von 1972,46434 mit einer Streuung von 0,29 ppm. Dieser Wert liegt etwa 0,26 ppm niedriger als der entsprechende Wert aus der oben beschriebenen Langzeitmessung. Da bei der Linearitätsmessung der Verlauf nur während der ersten Minuten untersucht und der Mittelwert über die zweite Minuten gebildet wurde, ist dieses Ergebnis konsistent mit der Abweichung die sich zwischen den ersten Minuten und dem Endwert der Langzeitmessung in Abb. 5.5 ergeben hat und kann als Fortsetzung des Aufwärmverhaltens (s. Abb. 5.2) im sub-ppm-Bereich interpretiert werden.

Das Ergebnis des Linearitätstests wird daher vom Einlaufverhalten verfälscht. Daher wurde darauf verzichtet, zusätzlich die Linearität des 3944:1-Verhältnisses auf diese Weise zu untersuchen. Für die Messung der Spannungsabhängigkeit der Maßstabfaktoren im sub-ppm-Bereich sind deutlich längere Messzeiten pro Spannungswert erforderlich.

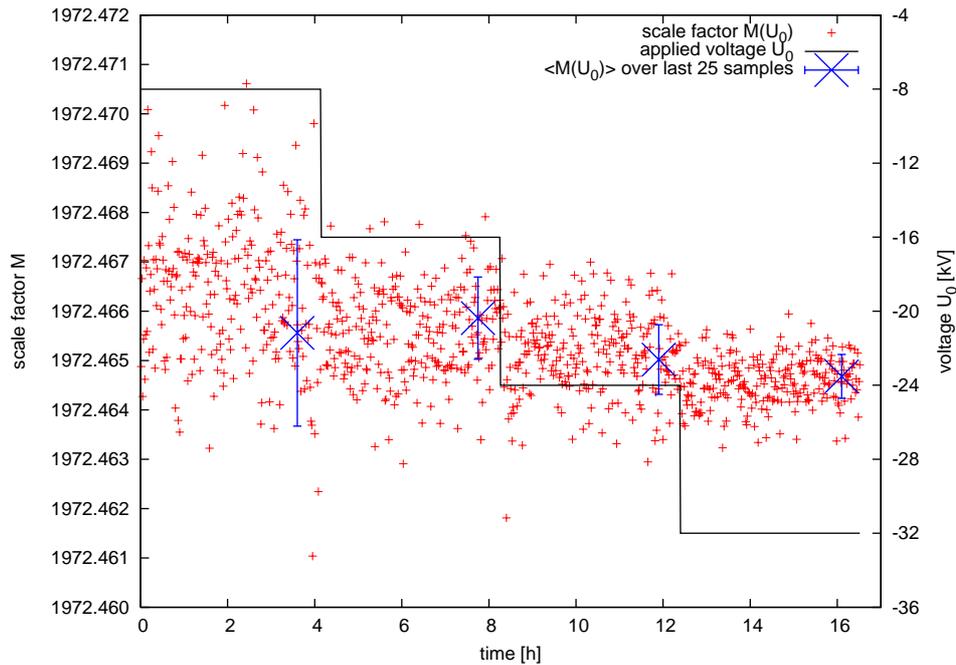
## Spannungsabhängigkeit

Nun wurde die Linearität, bzw. die reine Spannungsabhängigkeit ohne Einfluss des Einlaufverhaltens untersucht. Dazu wurde in dieser Messreihe die Spannungsabhängigkeit des Spannungsteilers nach dem jeweils auftretenden Aufwärmeffekt bestimmt. Es wurden vier Spannungsstufen zwischen  $-8$  kV und  $-32$  kV eingestellt. Jede Stufe wurde für vier Stunden vermessen, wobei pro Minute ein Wert des Maßstabfaktors aufgenommen wurde. Die letzten 25 Werte jeder Spannungsstufe werden gemittelt und dienen zur Bestimmung der Spannungsabhängigkeit.

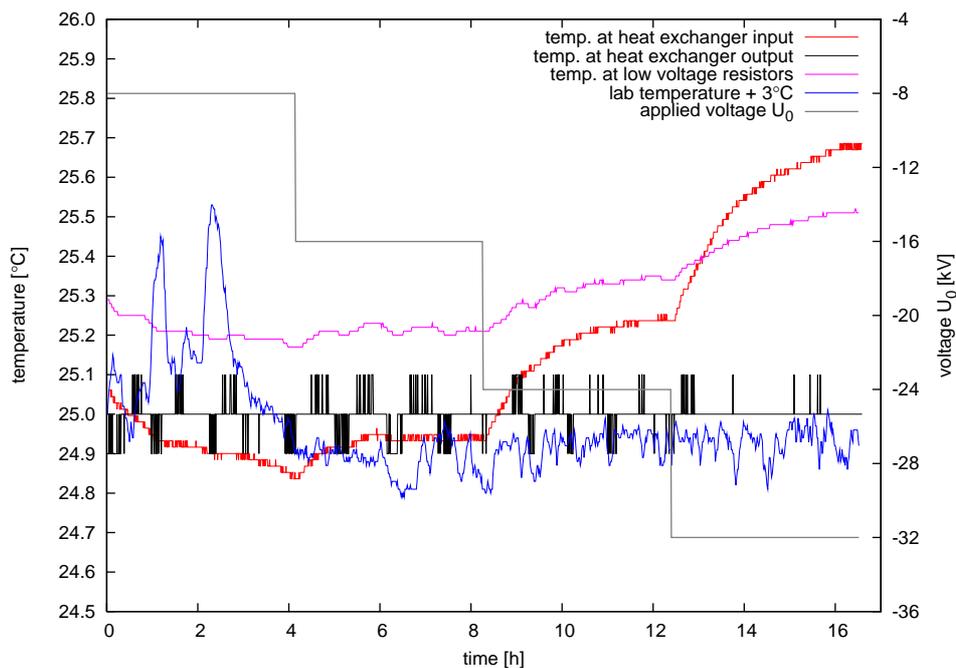
Abbildung 5.7 zeigt das Ergebnis der Messreihe. In (a) ist der Verlauf der Maßstabfaktoren während 16 Stunden Messzeit dargestellt. Alle vier Stunden wird die Spannung erhöht, dabei ist deutlich eine Verschiebung zu kleineren Maßstabfaktoren zu erkennen. Die Gesamtverschiebung bleibt jedoch unter 1 ppm. Bei  $-8$  kV ist wieder das systematisch bedingte starke Rauschen zu erkennen, das sich bei höheren Spannungen weniger stark zeigt.

Die Betrachtung der Temperaturen im Inneren des Spannungsteilers in (b) zeigt, dass die Temperaturregelung stabil arbeitet und am Ausgang des Wärmetauschers (s. Kap. 4.1.7) stets Gas mit  $25,0 \pm 0,1$  °C ausströmt. Die Gastemperatur am Wärmetauschereingang lässt erkennen, wie die Verlustleistung der Widerstände bei höherer Spannung ansteigt. Damit verbunden steigt auch die Temperatur an den Messabgriffswiderständen leicht an. Die Labortemperatur schwankt zu Beginn der Messung, bleibt sonst aber stabil.

Zur Bestimmung eines Wertes für die Spannungsabhängigkeit wurde diese Messreihe noch weitere drei Mal durchgeführt. Die mittlere Spannungsabhängigkeit wird aus der Steigung eines Geradenfits an die gemittelten Maßstabfaktoren als Funktion der angelegten Spannung ermittelt. Für das 1972:1-Verhältnis ergibt sich ein Wert von  $\frac{1}{M} \frac{\partial M}{\partial U} = 0,030 \pm 0,008$  ppm/kV, was umgerechnet 1,05(28) ppm über den gesamten Spannungsbereich von 35 kV entspricht. Für das 3944:1-Verhältnis wurde diese Messreihe ebenfalls drei Mal durchgeführt, hier liefert der Geradenfit eine Steigung von  $\frac{1}{M} \frac{\partial M}{\partial U} = 0,027 \pm 0,007$  ppm/kV und damit 0,95(25) ppm

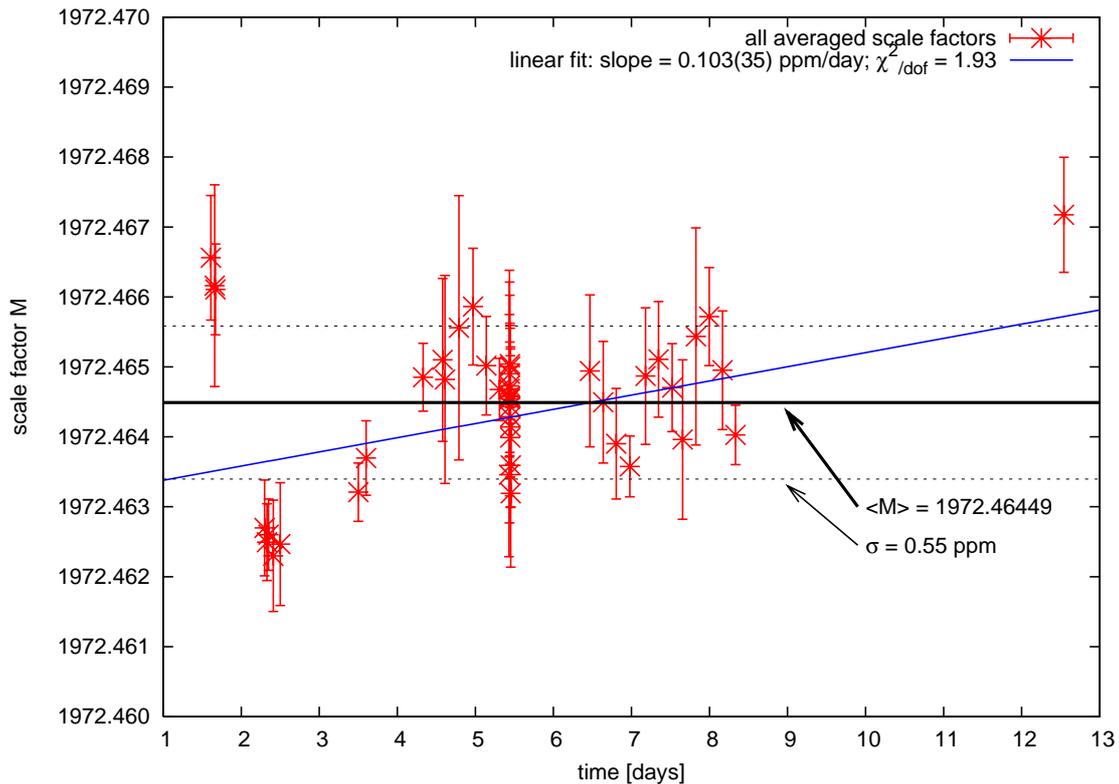


(a) Langzeitmessung der Spannungsabhängigkeit



(b) Temperaturverlauf während der Langzeitmessung

**Abbildung 5.7: Langzeitmessung der Spannungsabhängigkeit des 1972:1-Verhältnisses.** In (a) ist dargestellt, wie sich der Maßstabfaktor während der 16 Stunden Messzeit verhält, wenn die Spannung alle vier Stunden erhöht wird. Aus den Messwerten der letzten 25 Minuten jeder Spannungsstufe wurden die dargestellten Mittelwerte bestimmt. Für diese Messung ist in (b) der Temperaturverlauf der internen Sensoren und des Labors dargestellt. Die Temperatur des Wärmetauscherausgangs bleibt stabil, die des Wärmetauschereingangs und der Messabgriffswiderstände steigt mit der angelegten Spannung. Die Labortemperatur ist ebenfalls stabil, zeigt nur zu Beginn einige Schwankungen.



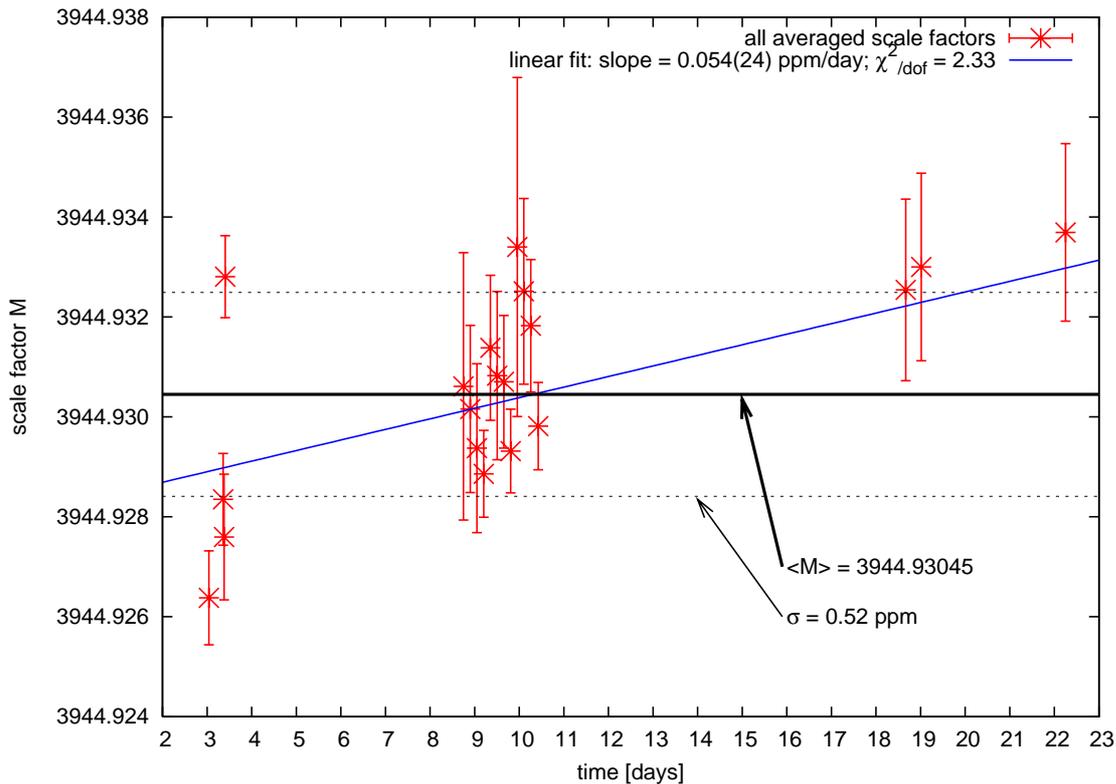
**Abbildung 5.8: Zusammenfassung für das 1972:1-Verhältnis 2005.** Dargestellt sind alle gemittelten Maßstabfaktoren der Messphase als Funktion der Zeit in Tagen seit Beginn der Messungen. Der daraus bestimmte mittlere Maßstabfaktor über alle Messungen ist 1972,46449:1 mit einer Standardabweichung von nur 0,55 ppm. Ein Geradenfit ergibt eine Drift von 0,103(35) ppm/Tag.

über den gesamten Spannungsbereich.

Das Ergebnis ist, dass sich aus unabhängigen Messreihen für beide Maßstabfaktoren eine vergleichbare Spannungsabhängigkeit von etwa 1 ppm über den gesamten Spannungsbereich ergibt. Dies zeigt insbesondere, dass die Spannungsabhängigkeit in der Nähe des Tritiumendpunktes und der Krypton K-32-Konversionselektronenlinie vernachlässigbar klein ist.

### Temperaturabhängigkeit

In der nächsten Messreihe wurde versucht, die Temperaturabhängigkeit der beiden Maßstabfaktoren zu bestimmen. Dazu wurden Langzeitmessungen durchgeführt, in deren Verlauf der Sollwert am Temperaturregler von 25 °C auf 30 °C und zurück eingestellt wurde. Insbesondere wurde darauf geachtet, dass der Wert des Maßstabfaktors schon über Stunden stabil ist, bevor die Temperatur geändert wurde. Auch nach einer Temperaturänderung wurde ausreichend Zeit gelassen, bis das System aufgeheizt und die Maßstabfaktoren wieder stabil waren. Aus den mittleren Maßstabfaktoren bei unterschiedlichen Temperaturen konnte eine Temperaturabhängigkeit von  $\frac{1}{M} \frac{\partial M}{\partial T} = -0,081(6)$  ppm/K für das 1972:1-Verhältnis und  $\frac{1}{M} \frac{\partial M}{\partial T} = 0,171(73)$  ppm/K für das 3944:1-Verhältnis bestimmt werden. Diese Werte sind etwa um Faktor 17 bis 40 geringer, als die Temperaturabhängigkeit des kommerziellen JRL KV 50-Spannungsteilers aus Abschnitt 4.3. In Kombination mit der Temperaturstabilisierung des Spannungsteilers kann die Temperaturabhängigkeit als vernachlässigbar gewertet werden. Die Tatsache, dass beide Maßstabfaktoren ein unterschiedliches Vorzeichen zeigen, deutet



**Abbildung 5.9: Zusammenfassung für das 3944:1-Verhältnis 2005.** Dargestellt sind alle gemittelten Maßstabfaktoren der Messphase als Funktion der Zeit in Tagen seit Beginn der Messungen. Der daraus bestimmte mittlere Maßstabfaktor über alle Messungen ist 3944,93045:1 mit einer Standardabweichung von nur 0,52 ppm. Ein Geradenfit ergibt eine Drift von 0,054(24) ppm/Tag.

darauf hin, dass die Temperaturabhängigkeit primär von den Messabgriffswiderständen verursacht wird. Diese erfahren die größten Temperaturschwankungen und unterscheiden sich in der Anzahl der Messwiderstände. An dieser Stelle sind daher auch Möglichkeiten für weitere Optimierungen bei zukünftigen Spannungsteilern gegeben.

Auffällig an diesem Ergebnis ist, dass sich im Vergleich zu den Messungen in Münster ein anderes Vorzeichen und ein viel geringerer Wert für die Temperaturabhängigkeit des 1972:1-Verhältnisses bei 1 kV ergibt. Dies bestätigt ein weiteres Mal, dass die Messungen in Münster aufgrund des fehlenden Referenzspannungsteilers für 35 kV im Grenzbereich der Möglichkeiten des dortigen Labors lagen.

### Absolutkalibration

Zum Abschluss soll nun aus der Gesamtzahl aller gemessenen Maßstabfaktoren ein mittlerer Kalibrationswert bestimmt werden. Dazu werden alle gemittelten Maßstabfaktoren der einzelnen Messreihen, die bei 25 °C Temperatursollwert gemessen wurden, als Funktion der Zeit aufgetragen. Abbildung 5.8 zeigt das Ergebnis für das 1972:1-Verhältnis, Abbildung 5.9 das entsprechende Resultat für 3944:1.

Für beide Maßstabfaktoren wurde versucht eine Langzeitdrift durch einen Geradenfit über alle Messungen zu ermittelt. Der Fit ergibt für das 1972:1-Verhältnis eine Steigung von 0,103(35) ppm/Tag, was hochgerechnet 3 ppm/Monat entsprechen würde. In gleicher Weise ergibt sich für das 3944:1-Verhältnis ein Wert von 0,054(24) ppm/Tag und damit eine

**Tabelle 5.2: Kalibrationsergebnis 2005 des KATRIN-Spannungsteilers.** Hier sind zusammenfassend nochmals alle während der Messphase 2005 an der PTB ermittelten Kalibrationswerte der Maßstabfaktoren des KATRIN-Spannungsteilers aufgelistet.

Parameter	1972:1-Abgriff	3944:1-Abgriff
Maßstabfaktor	1972,46449(108) : 1	3944,93045(205) : 1
rel. Standardabweichung	0,55 ppm	0,52 ppm
Temperaturabhängigkeit	-0,081(6) ppm/K	0,171(73) ppm/K
interne Temperaturschwankung		< 0,1 K
Spannungsabhängigkeit	0,030(8) ppm/kV	0,027(7) ppm/kV
Spannungsbereich		-8 kV bis -32 kV
Aufwärmabweichung		≈ 1 ppm
Aufwärmzeit (ppm-Bereich)		2 Minuten
Aufwärmzeit (sub-ppm-Bereich)		3 Stunden
Reproduzierbarkeit (kurzzeit)		≈ 0,1 ppm

hochgerechnete Langzeitdrift von 1,6 ppm/Monat. Allerdings muss hierbei bemerkt werden, dass die Streuung der mittleren Maßstabfaktoren über die Messphase zu groß ist, um die Ergebnisse der Geradenfits zu extrapolieren. Für eine aussagekräftige Bestimmung der Langzeitstabilität muss an dieser Stelle auf die Auswertung der zweiten Messphase an der PTB im anschließenden Abschnitt verwiesen werden.

Zusammenfassend sind in Tabelle 5.2 alle während der ersten Messphase ermittelten Kalibrationswerte für die Maßstabfaktoren nochmals aufgelistet. Bei den angegebenen Werten ist grundlegend zu beachten, dass alle Aussagen zu Schwankung, Stabilität und Reproduzierbarkeit an die Ausstattung des PTB-Labors gebunden sind. Unter weniger guten Betriebs- und Umgebungsbedingungen ist die Wahrscheinlichkeit sehr hoch, dass diese Werte nicht erreicht werden können. Einen ersten Hinweis auf die Stabilität, die bei Messbetrieb zu erzielen ist, geben die Messungen mit Kalibrationsquelle in Mainz (s. Kap. 6). Des Weiteren ist es auf Basis der hier durchgeführten Messungen noch nicht möglich, eine Aussage zur Langzeitstabilität zu machen, da die statistische Signifikanz der aufgetretenen Abweichungen zu gering ist.

Generell wurden alle hier durchgeführten Messreihen durch systematische Effekte, wie die Aufladungseffekte der langen Koaxialkabel im sub-ppm-Bereich oder Temperaturschwankungen des Fluke 8508A-Voltmeters beeinflusst. Besonders die Schwankungen der Umgebungstemperatur des Fluke 8508A-Voltmeters können vermieden werden, wenn dieses nicht wie geschehen im Sockel des Spannungsteilers betrieben wird, wo sich die Abwärme der Netzteile des Heiz-/Kühlsystems staut.

Trotz dieser Beeinträchtigungen hat der erste Kalibrationstest an der PTB gezeigt, dass der KATRIN-Spannungsteiler erfolgreich die ppm-Stabilität erreicht hat und somit die in Kapitel 3.3 beschriebenen Anforderungen des KATRIN-Experiments erfüllt.

### 5.2.3 Kalibrationsphase 2006

Die zweite Kalibrationsphase des KATRIN-Spannungsteilers fand vom 18.10. bis 16.11.2006 statt. Zwischen den beiden Kalibrationsphasen liegen also etwa 13 Monate. In dieser Zeit

wurde der Spannungsteiler am Experiment in Mainz bei Messungen mit der Krypton-Kalibrationsquelle betrieben (s. Kap. 6). Eingeschaltet war der Aufbau dort für 220 Tage, wobei er in 77,3 % (170 Tage) der Zeit spannungsfrei war, in 18,6 % (40,9 Tage) der Zeit lagen zwischen 18 kV und 20 kV an und mit Spannungen über 30 kV wurde der Teiler in 1,2 % (2,66 Tage) belastet. Die übrigen 6,45 Tage (2,9 %) wurden mit Testmessungen im Spannungsbereich unter 10 kV verbracht.

An der PTB wurde in der Zwischenzeit die Messleitungsverkabelung komplett auf die anfangs beschriebenen PTFE-Lemo-Kabel samt Lemo-Steckern umgestellt. Die Verbindung mit den Messgeräten wird nun über voll gekapselte Kupfer-Tellur-Steckeradapter hergestellt.

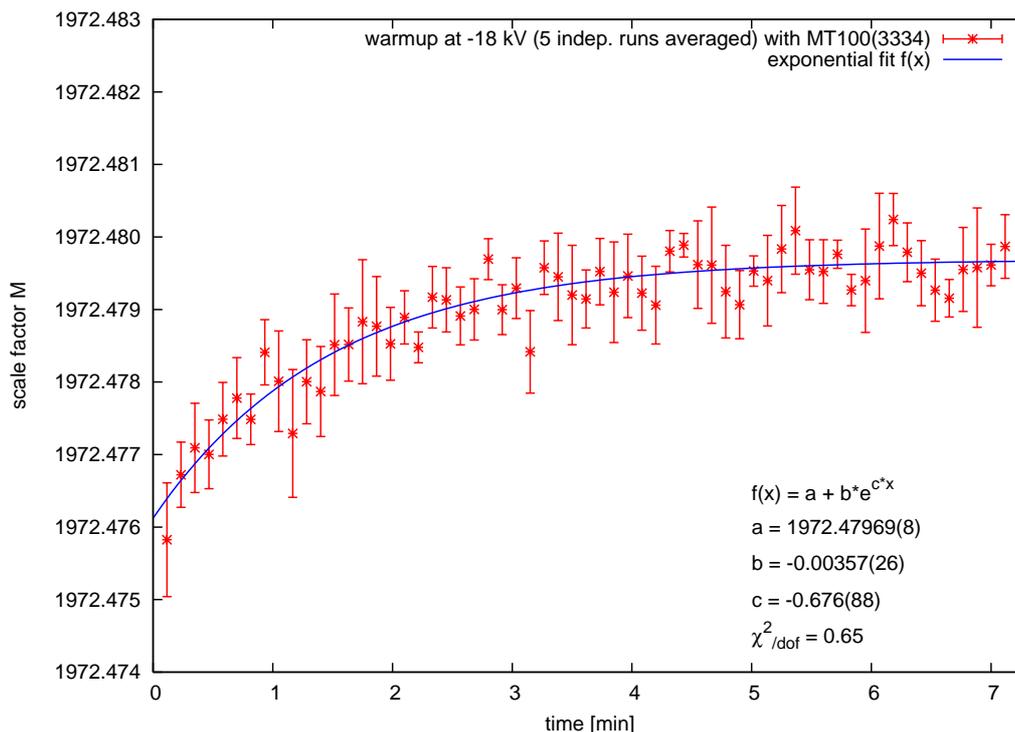
Nachdem das Messsystem erneut eingerichtet war, wurden die Kalibrationswerte des Vorjahres systematisch überprüft. Dabei wurde besonders auf mehrfach wiederholte Messungen mit hoher Statistik Wert gelegt. Des Weiteren wurde das 1972:1-Verhältnis bevorzugt und länger überprüft, da sich während der Messungen in Mainz gezeigt hat, dass es sich besser für den Spannungsbereich um  $-18$  kV eignet. Insgesamt wurde im Vergleich zum Vorjahr grob die dreifache Menge an Daten aufgenommen.

### Einschaltverhalten

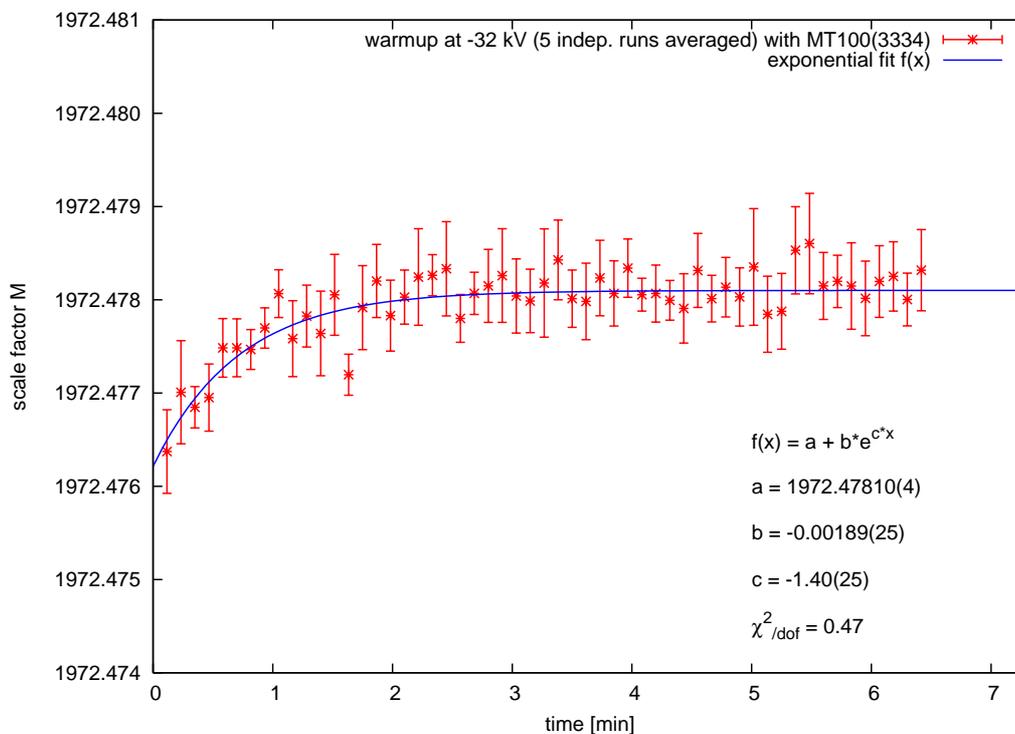
Der erste Schritt war die Überprüfung des Einschaltverhaltens durch schnelle Messungen mit 6 Sekunden Abstand direkt nach Anlegen der Hochspannung. Dieser Test wurde für beide Maßstabfaktoren bei  $-18$  kV und  $-32$  kV durchgeführt. KATRIN-Spannungsteiler und MT100 der PTB waren dazu wieder parallel an der 100 kV-Spannungsquelle angeschlossen. Die Daten aus fünf unabhängigen Messreihen wurden zeilenweise gemittelt, d. h. für jeden Zeitschritt nach Start der Datenaufnahme wurde ein mittlerer Wert des Maßstabfaktors bestimmt.

Die Abbildungen 5.10 und 5.11 zeigen das Ergebnis für das 1972:1-Verhältnis bei Spannungen von  $-18$  kV und  $-32$  kV. In beiden Fällen ist ein Aufwärmverhalten von etwa 1 ppm in den ersten zwei Minuten nach Anlegen der Hochspannung zu erkennen. Damit wird das Resultat des Tests aus dem Jahr 2005 reproduziert und mit höherer Statistik bestätigt. Es fällt auf, dass der Einschalteffekt bei  $-32$  kV etwa doppelt so schnell abklingt, wie bei  $-18$  kV. Dies deutet darauf hin, dass die Widerstände durch den höheren Strom schneller aufgeheizt werden und ihren endgültigen, stabilen Betriebszustand erreichen. Die niedrigen  $\chi^2/\text{dof}$ -Werte deuten darauf hin, dass die Unsicherheiten zu groß abgeschätzt worden sind. Da mehrere unabhängige Messreihen gemittelt wurden, spielt hier natürlich auch die Gesamtreproduzierbarkeit und das unvermeidliche systematische Rauschen beider Digitalvoltmeter eine Rolle. Das relative Rauschen der beiden DVM ist mit  $< 0,1$  ppm deutlich kleiner als die relative Unsicherheit der Messwerte von 0,2 ppm und daher vernachlässigbar. Es verbleibt eine unbekannte systematische Fehlerquelle mit  $\sigma \approx 0,18$  ppm, die der Reproduzierbarkeit zugerechnet werden kann. Um  $\chi^2/\text{dof} \approx 1$  zu erreichen, ist eine künstliche Reduzierung der relativen Unsicherheit um etwa 0,03 ppm bis 0,04 ppm erforderlich. Diese systematische Abweichung deutet stark auf den Alterungseffekt (s. Tab. 5.1) des MT100-Spannungsteilers von 2 ppm/Jahr hin, da dieser gerade einer Drift von etwa 0,03 ppm/Woche entspricht.

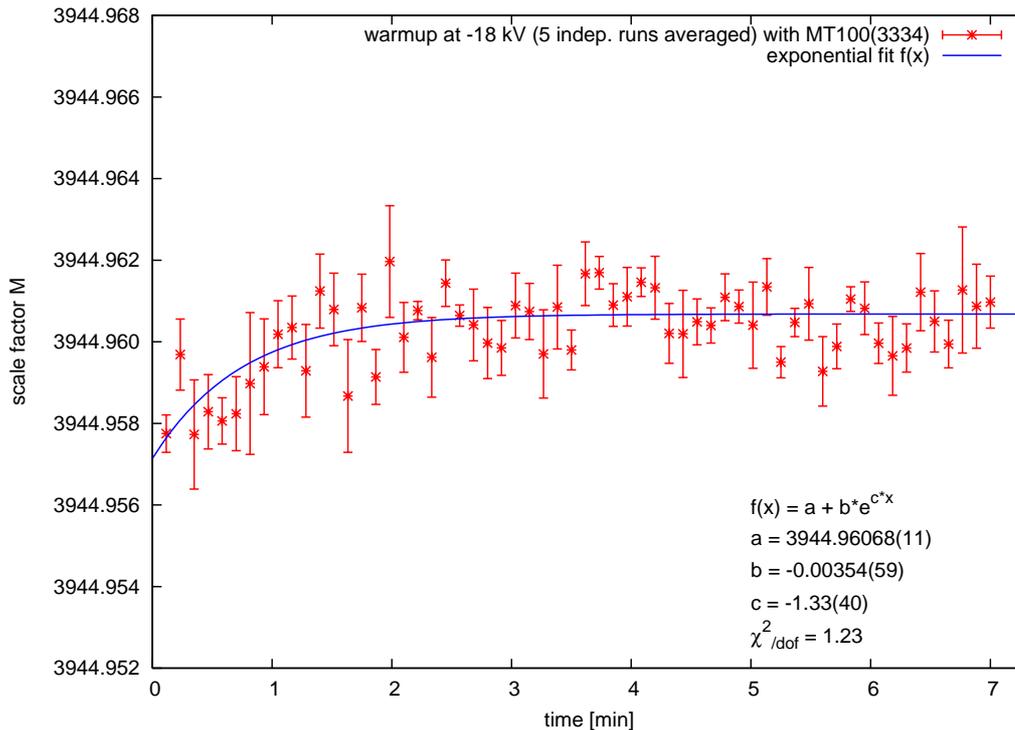
Analog zum 1972:1-Verhältnis zeigen die Abbildungen 5.12 und 5.13 das Ergebnis für das 3944:1-Verhältnis. Bei den hier durchgeführten Messreihen mit hoher Statistik wird ein Einschalteffekt sichtbar, der 2005 noch nicht festgestellt werden konnte. Damals (s. Abb. 5.3) war es aufgrund der relativen Streuung von 0,33 ppm nicht möglich einen so geringen Effekt zu erkennen. Auch die neuen Messungen zeigen, dass die Größe des Effektes und die



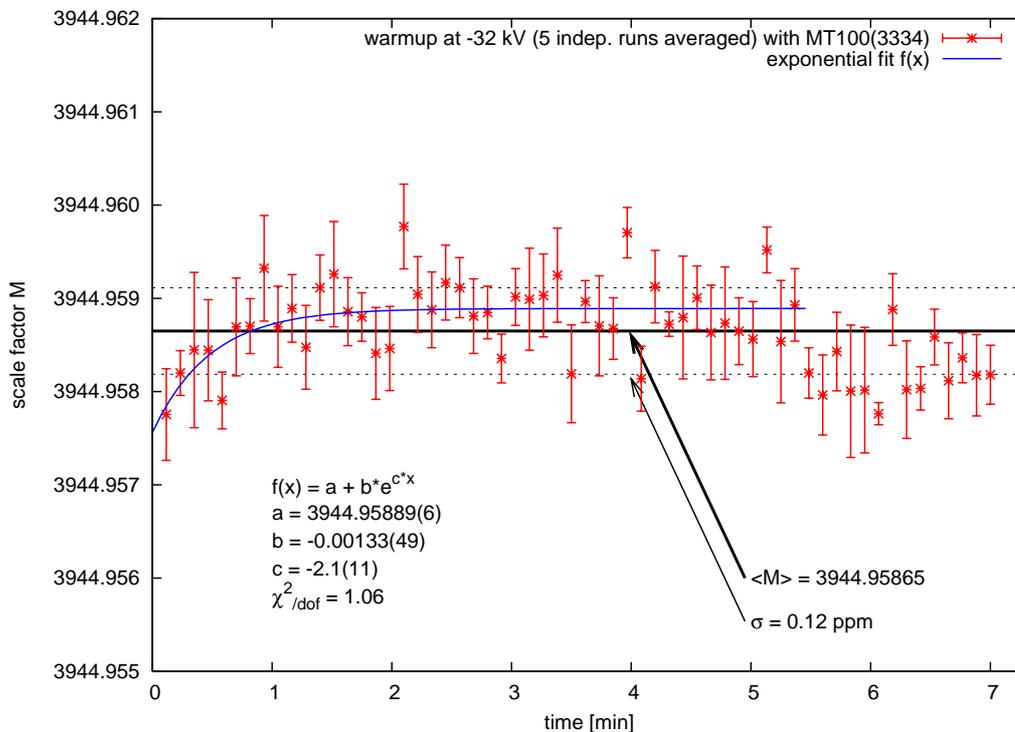
**Abbildung 5.10: Einlaufverhalten des 1972:1-Verhältnisses bei  $-18$  kV.** Dargestellt ist der Maßstabfaktor  $M$  während der ersten sieben Minuten nach Einschalten der Hochspannung von  $-18$  kV. Jeder Datenpunkt wurde aus fünf unabhängigen Messreihen gemittelt. Zwischen den Messreihen wurde das System wieder in den Ausgangszustand versetzt. Innerhalb der ersten zwei Minuten tritt in jeder Messreihe eine Aufwärmabweichung von etwa 1 ppm auf, deren Verlauf ist durch die angefitzte Exponentialkurve verdeutlicht.



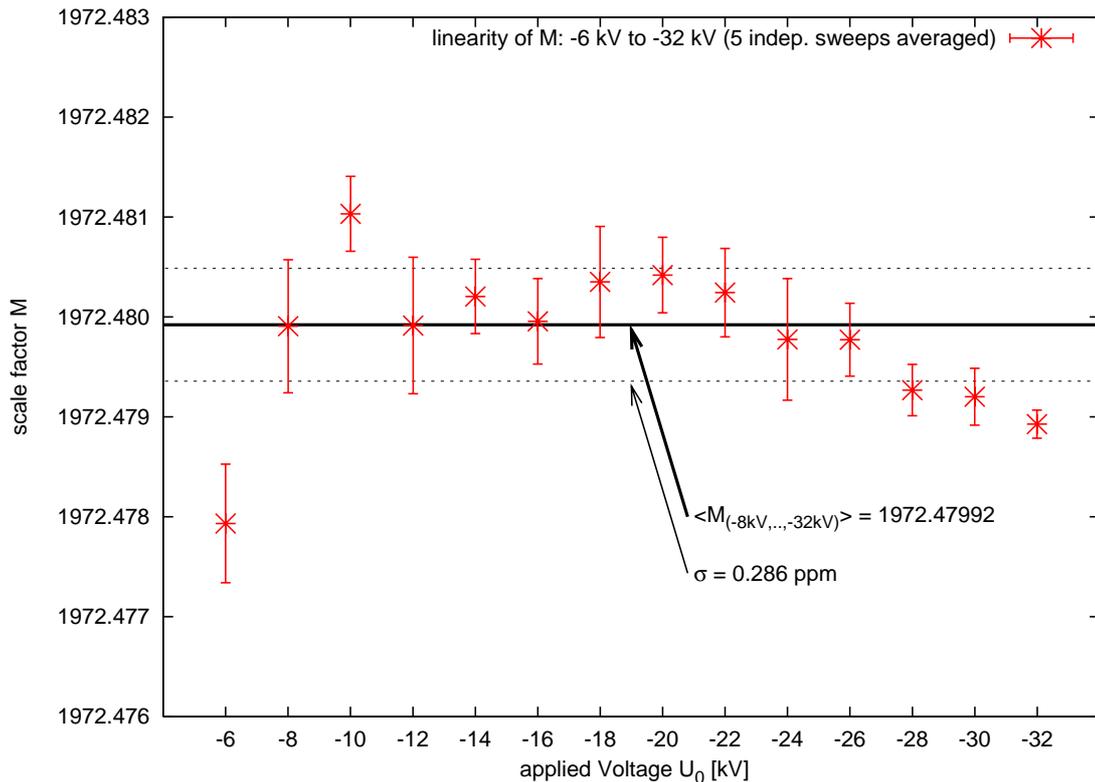
**Abbildung 5.11: Einlaufverhalten des 1972:1-Verhältnisses bei  $-32$  kV.** In gleicher Weise wie Abb. 5.10 sind hier die Maßstabfaktoren  $M$  für das 1972:1-Verhältnis bei  $-32$  kV Belastung dargestellt. Bis auf ein schnelleres Abklingen des Einschaltreffektes verhält sich der Spannungsteiler bei dieser Spannung identisch.



**Abbildung 5.12: Einlaufverhalten des 3944:1-Verhältnisses bei  $-18$  kV.** In gleicher Weise wie Abb. 5.10 sind hier die Maßstabfaktoren  $M$  für das 3944:1-Verhältnis bei  $-18$  kV Belastung dargestellt. Es zeigt sich ein Einschaltverhalten, das dem des 1972:1-Verhältnisses bei  $-32$  kV Belastung gleicht.



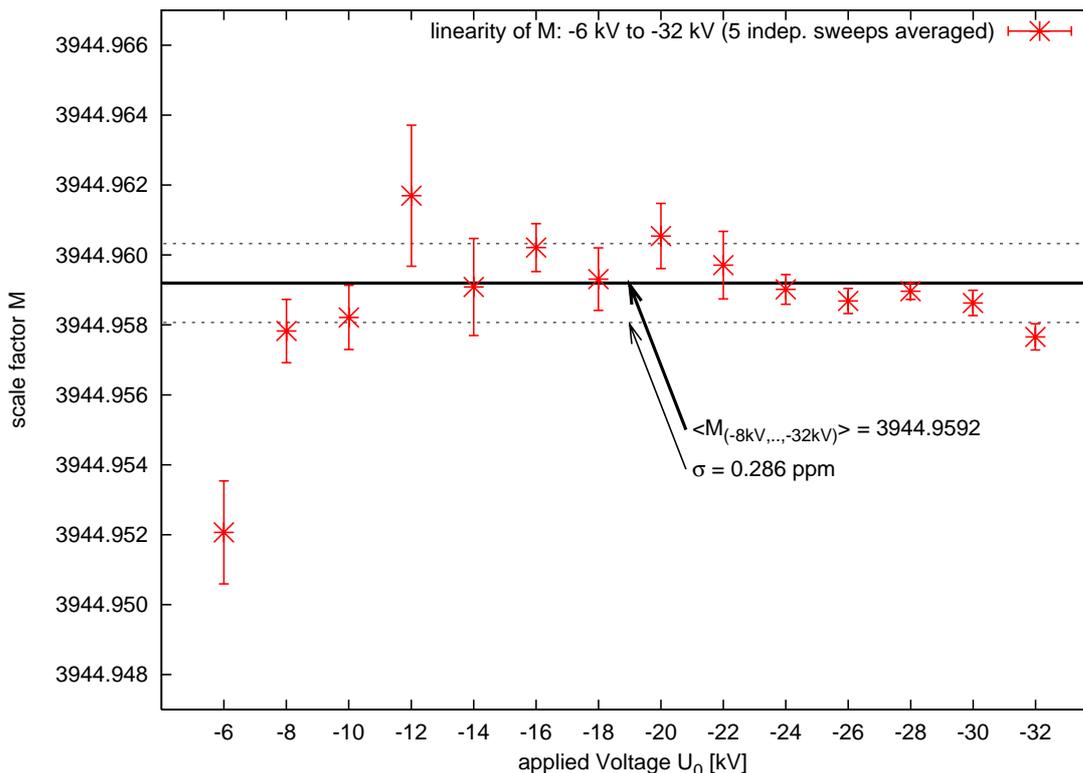
**Abbildung 5.13: Einlaufverhalten des 3944:1-Verhältnisses bei  $-32$  kV.** In gleicher Weise wie Abb. 5.10 sind hier die Maßstabfaktoren  $M$  für das 3944:1-Verhältnis bei  $-32$  kV Belastung dargestellt. Es zeigt sich ein Einschaltverhalten, das innerhalb der Fitunsicherheiten mit dem des 1972:1-Verhältnisses bei  $-32$  kV vergleichbar ist.  $f(x)$  wurde nur bis 5,4 min angepasst, da die letzten 14 Messwerte im Mittel um  $1\sigma$  abweichen und den Fit daher stark verschlechtern.



**Abbildung 5.14: Linearität des Maßstabfaktors 1972:1.** Dargestellt sind die mittleren Maßstabfaktoren  $M(U_0)$  aus fünf unabhängigen Messreihen als Funktion der angelegten Spannung. In jeder Messreihe wurden die Spannungswerte in einem Durchlauf angefahren, jeweils für 2 Minuten (20 Messwerte) vermessen und gemittelt. Alle Werte streuen mit 0,286 ppm um den Mittelwert, damit ist die Linearität im ppm-Bereich gegeben.

Einlaufzeitkonstante deutlich geringer sind, als jene des 1972:1-Verhältnisses. Nach maximal einer Minute und einer Aufwärmabweichung von unter 1 ppm bei  $-18$  kV, bzw. unter 0,5 ppm bei  $-32$  kV, ist das Einlaufen beendet. Zur Anpassung des exponentiellen Verlaufs an die Messwerte der  $-32$  kV-Messung wurden nur die ersten 5,4 Minuten verwendet, da die letzten 14 Messwerte deutlich um etwa  $1\sigma$  vom Mittelwert abweichen. Dabei soll unterstrichen werden, dass alle Werte inklusive Einlauffeffekt nur um  $\sigma = 0,12$  ppm streuen. Der Sprung bei 5,4 Minuten ist daher kein gravierender Messfehler, würde jedoch zu einer Fehlanpassung des exponentiellen Verlaufs führen. Zusammenfassend besitzt das 3944:1-Verhältnis also ein schnelleres und geringeres Einlaufverhalten und damit ein besseres Verhalten als das 1972:1-Verhältnis. Die Ursache könnte auch hier bei den Widerständen des Niederspannungsabgriffs liegen, denn für den 1972:1-Abgriff wird die Spannung über sechs Widerstände abgegriffen, wohingegen nur drei Widerstände für den 3944:1-Abgriff notwendig sind.

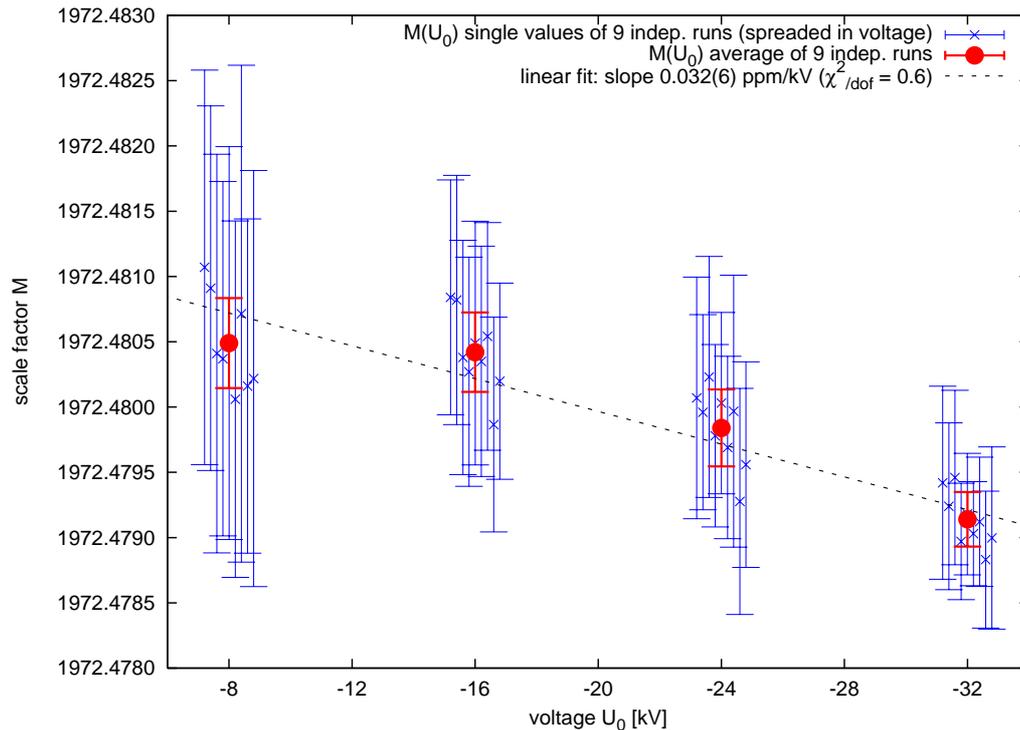
Dieser Test zeigt, dass der Spannungsteiler in jedem Fall wenige Minuten nach Anlegen der Hochspannung im ppm-Bereich stabil arbeitet und sich am Einschaltverhalten während des ersten Jahres nichts geändert hat. Es fällt jedoch auf, dass sich die Absolutwerte der Maßstabfaktoren verschoben haben, dies wird am Ende dieses Abschnitts diskutiert und ausgewertet, um einen Wert für die Langzeitdrift zu ermitteln.



**Abbildung 5.15: Linearität des Maßstabfaktors 3944:1.** Analog zu 5.14 sind hier ebenfalls die mittleren Maßstabfaktoren  $M(U_0)$  aus fünf unabhängigen Messreihen als Funktion der angelegten Spannung aufgetragen. Auch in diesem Fall beträgt die Streuung um den Mittelwert 0,286 ppm und damit ist Linearität im ppm-Bereich gegeben.

## Linearität

Nun sollte die Linearität der Maßstabfaktoren über den gesamten Spannungsbereich von  $-6$  kV bis  $-32$  kV überprüft und mit den Ergebnissen des letzten Jahres verglichen werden. In jedem Durchlauf wurden die Spannungswerte der Reihe nach in 2 kV-Schritten angefahren und für zwei Minuten mit 10 Messwerten pro Minute vermessen. Die Werte der jeweils zweiten Minute wurden gemittelt und ausgewertet. Auch bei diesem Test wurden jeweils fünf unabhängige Messreihen durchgeführt, aus denen dann ein mittlerer Maßstabfaktor für jeden Spannungswert berechnet wurde. Dadurch wurde der Einfluss von möglichen Störungen und umgebungsbedingten Schwankungen, die sich nur in einzelnen Messreihen zeigen, reduziert. Das Ergebnis für beide Maßstabfaktoren ist in den Abbildungen 5.14 und 5.15 dargestellt. Beide Messreihen zeigen einen konstanten Maßstabfaktor mit einer deutlichen sichtbaren Abweichung von mehr als  $2\sigma$  bei  $-6$  kV. Am oberen Ende des Spannungsverlaufs bei  $-32$  kV ist ebenfalls eine geringe Abweichung von etwas weniger als  $2\sigma$  zu erkennen. Da die Streuung  $\sigma$  mit 0,286 ppm für beide Maßstabfaktoren allerdings sehr gering ist, liegen trotzdem alle Werte im ppm-Bereich um ihren Mittelwert. Besonders im Spannungsbereich um den Tritium-Endpunkt bei  $-18$  kV ist die Linearität des Spannungsteilers hervorragend. Der Vergleich mit dem Ergebnis des vorherigen Jahres – dort ergab sich eine Streuung von 0,29 ppm – zeigt keine Veränderung des Linearitätsverlaufs, d. h. in diesem Fall wird ebenfalls das Ergebnis mit gesteigerter Statistik bestätigt. Allerdings ist auch in diesen Messreihen der Versatz des Absolutwertes beider Maßstabfaktoren sichtbar.



**Abbildung 5.16: Spannungsabhängigkeit des 1972:1-Verhältnisses.** Die Abbildung zeigt die mittleren Maßstabfaktoren (rot) aus neun unabhängigen Messreihen als Funktion der angelegten Spannung. Um die Gesamtmittelwerte herum sind die Einzelmittelwerte (blau) mit gestreckter Spannungsskala gruppiert dargestellt. Ein Geradenfit (gestrichelt) an die Gesamtmittelwerte ergibt eine Spannungsabhängigkeit von 0,032(6) ppm/kV.

### Spannungsabhängigkeit

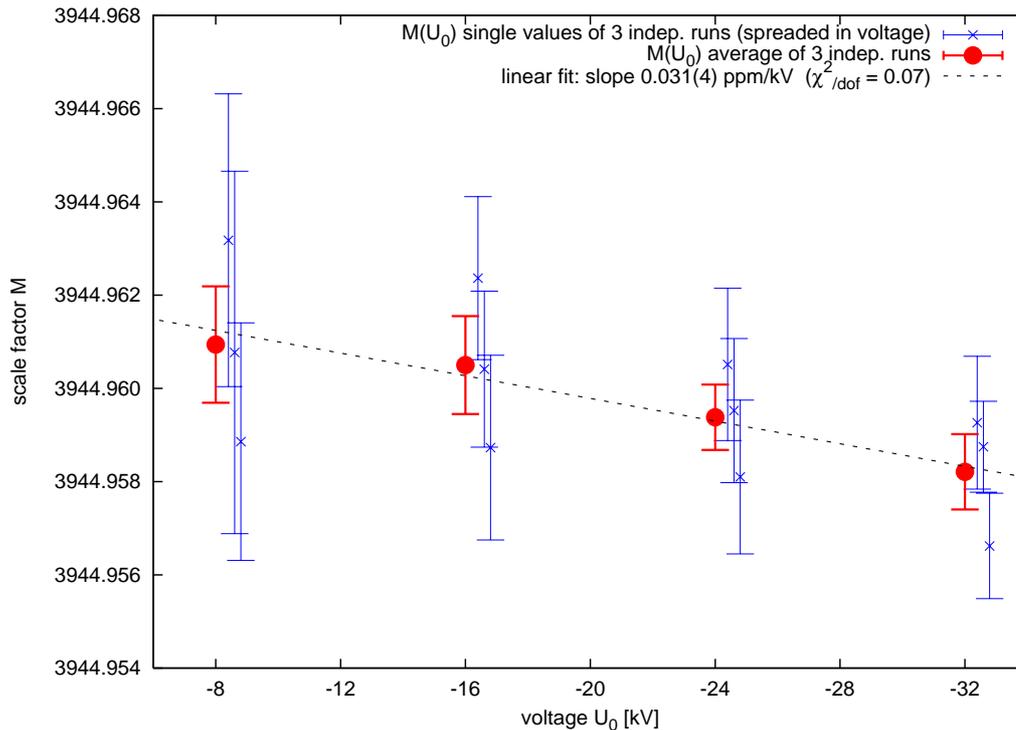
An die Messung der Linearität schließt sich wie im Jahr 2005 die Langzeitmessung der Spannungsabhängigkeit der Maßstabfaktoren an. Hierbei wurden die Spannungsstufen  $-8$  kV,  $-16$  kV,  $-24$  kV und  $-32$  kV der Reihe nach angefahren und für jeweils vier Stunden mit einem Messwert pro Minute gemessen. Für die weitere Analyse wurden aus allen Messwerten einer Spannungsstufe Mittelwerte gebildet.

Für das 1972:1-Verhältnis wurden neun solcher Messreihen durchgeführt, für das 3944:1-Verhältnis drei. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 5.16 und 5.17 dargestellt, sie zeigen die Gesamtmittelwerte der Maßstabfaktoren aller Messreihen als Funktion der angelegten Spannung. Die Mittelwerte der Einzelmessungen sind zur besseren Lesbarkeit mit gestreckter Spannungsskala um die Gesamtmittelwerte herum gruppiert eingezeichnet.

In Abb. 5.16 für das 1972:1-Verhältnis erkennt man eine deutliche Tendenz zu kleineren Maßstabfaktoren bei negativeren Spannungen. Ein Geradenfit an die Gesamtmittelwerte ergibt eine Spannungsabhängigkeit von  $\frac{1}{M} \frac{\partial M}{\partial U} = 0,032(6)$  ppm/kV, was im untersuchten Spannungsbereich von  $-8$  kV bis  $-32$  kV zu einer Abweichung von 0,77(14) ppm führt.

Für das 3944:1-Verhältnis in Abbildung 5.17 zeigt sich dasselbe Verhalten. Der Geradenfit an die Gesamtmittelwerte ergibt auch hier eine Spannungsabhängigkeit von  $\frac{1}{M} \frac{\partial M}{\partial U} = 0,031(4)$  ppm/kV, entsprechend 0,74(10) ppm über den untersuchten Spannungsbereich.

Diese Untersuchung macht deutlich, dass die Spannungsabhängigkeit im Vergleich zum letzten Jahr (s. Tab. 5.2) keine Veränderung zeigt und über den genutzten Spannungsbereich im sub-ppm-Bereich liegt.



**Abbildung 5.17: Spannungsabhängigkeit des 3944:1-Verhältnisses.** Analog zu Abb. 5.16 sind hier die mittleren Maßstabfaktoren (rot) der drei unabhängigen Messreihen als Funktion der angelegten Spannung dargestellt. Neben den Gesamtmittelwerten wurden die Einzelmittelwerte (blau) mit gestreckter Spannungsskala eingezeichnet. Ein Geradenfit (gestrichelt) an die Gesamtmittelwerte ergibt eine Spannungsabhängigkeit von 0,031(4) ppm/kV.

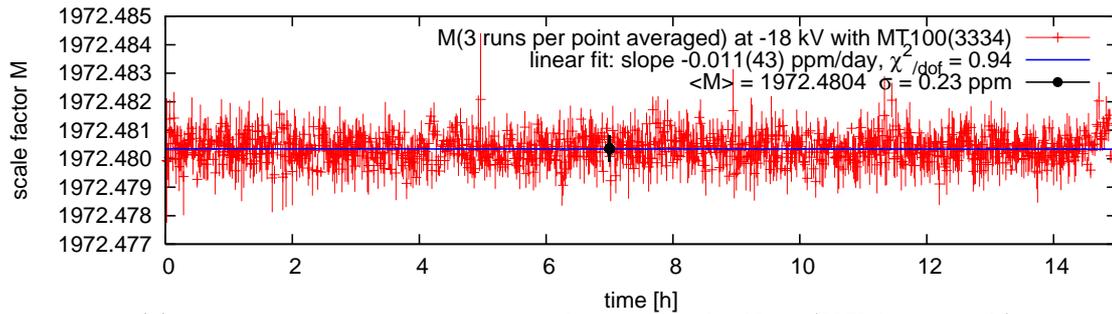
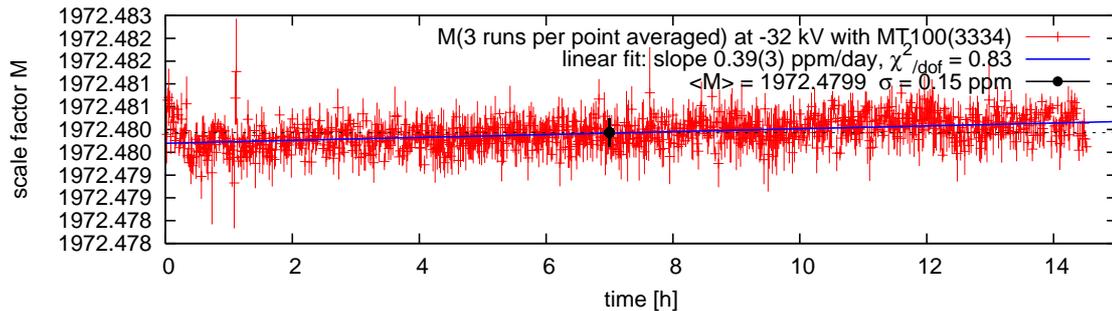
### Temperaturabhängigkeit

Die im vorherigen Jahr durchgeführte Untersuchung der Temperaturabhängigkeit des Spannungsteilers wurde nicht wiederholt. Es ergaben sich damals sehr niedrige Werte, die in Kombination mit der guten Temperaturstabilisierung ( $\pm 0,1^\circ\text{C}$ ) nur zu verschwindend geringen Effekten führen können. Die an der PTB zur Verfügung stehende Messzeit wurde daher in detaillierte Messungen des Langzeitverhaltens investiert, da dieses für den Einsatz bei KATRIN wesentlich relevanter ist.

### Langzeitmessungen

Mit den hier durchgeführten Langzeitmessungen soll die Langzeitstabilität des KATRIN-Spannungsteilers untersucht werden. In der Auswertung der Absolutwerte am Ende dieses Abschnitts ergeben sich Langzeitstabilitäten von etwa 0,6 ppm/Monat (s. Gln. (5.9) und (5.10)) für beide Maßstabfaktoren. Da die Langzeitstabilität des Spannungsteilers eine Schlüsseleigenschaft für die Überwachung des Retardierungspotenzials des KATRIN-Hauptspektrometers darstellt, stellt sich die Frage, ob es die durchgeführten Langzeitmessungen ermöglichen, diese Drift direkt zu messen, ihren Wert zu bestätigen oder den aktuellen Wert zu bestimmen.

In Abbildung 5.18 sind Langzeitmessungen dargestellt, die für das 1972:1-Verhältnis bei  $-18\text{ kV}$  und  $-32\text{ kV}$  durchgeführt wurden. Diagramm (a) zeigt die zeilenweise gemittelten Maßstabfaktoren aus drei unabhängigen Messungen des 1972:1-Verhältnisses bei  $-18\text{ kV}$  über

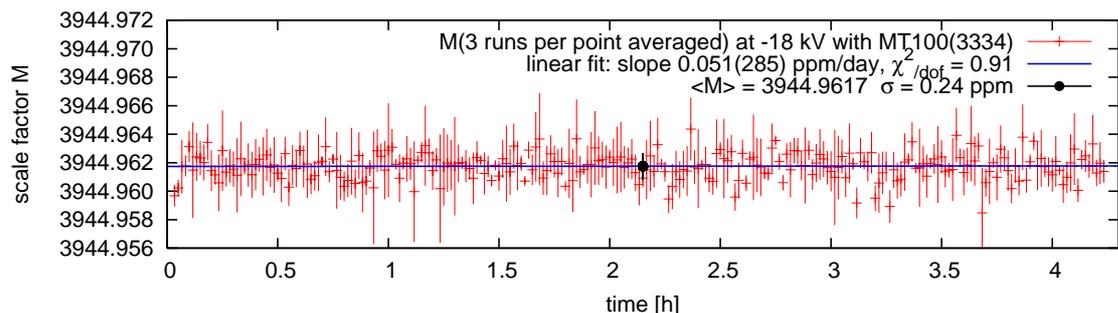
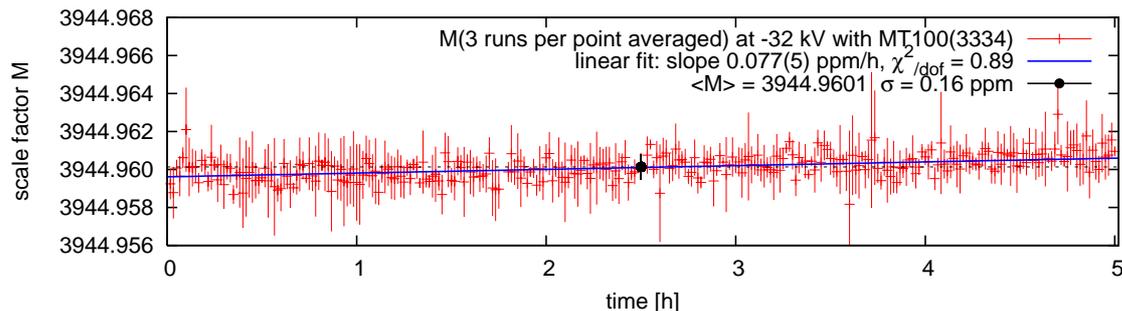
(a) Maßstabfaktor während der Langzeitmessung bei  $-18$  kV (1972:1-Verhältnis)(b) Maßstabfaktor während der Langzeitmessung bei  $-32$  kV (1972:1-Verhältnis)

**Abbildung 5.18: Langzeitmessungen der Stabilität des 1972:1-Verhältnisses** Die einzelnen Diagramme zeigen den zeilenweise gemittelten Verlauf der Maßstabfaktoren (rot) aus drei unabhängigen Langzeitmessungen. Eingefügt ist der sich ergebende Mittelwert (schwarz) und eine Fitgerade samt Steigungswert (blau). In (a) fanden bei  $-18$  kV und in (b) bei  $-32$  kV eine Reihe von 15 Stunden langen Einzelmessungen statt.

etwa 15 Stunden. Die Standardabweichung aller Messwerte beträgt hier nur 0,23 ppm über die gesamte Messzeit. Es ist keine deutliche Drift zu erkennen, aber mit Hilfe eines Geradenfits konnte eine Steigung von  $-0,011(43)$  ppm/Tag ermittelt werden. Dieser Wert liegt weit unterhalb der statistischen Schwankung und hat eine Unsicherheit von etwa knapp 400 %. Das mittlere Verhalten dieser drei Langzeitmessungen kann daher innerhalb der messtechnischen Möglichkeiten als stabil interpretiert werden.

Wiederholt wurde diese Langzeitmessung bei einer Spannung von  $-32$  kV. Das Ergebnis der drei unabhängigen Messreihen ist in Diagramm (b) dargestellt. Angesichts der zuvor bestimmten Spannungsabhängigkeit und der sich ergebenden Standardabweichungen von 0,15 ppm bestätigen sich die Mittelwerte aus (a) und (b) gegenseitig. Allerdings wird bei dieser Spannung ein mit der Zeit deutlich ansteigender Maßstabfaktor beobachtet. Der Geradenfit ergibt eine Steigung von  $0,39(3)$  ppm/Tag, was sich zu einer Drift von etwa 12 ppm pro Monat akkumulieren würde. Da dieser unübersehbare Effekt in den übrigen Messreihen nicht zu erkennen war und deutlich größer ist als die  $0,6$  ppm/Monat (s. Gl. (5.9)), muss bei den Messreihen noch ein weiterer systematischer Effekt eine Rolle gespielt haben.

In Abbildung 5.19 sind weitere Langzeitmessungen dargestellt, die nun für das 3944:1-Verhältnis bei  $-18$  kV und  $-32$  kV durchgeführt wurden. In Diagramm (a) sind nun drei unabhängige Langzeitmessungen des 3944:1-Verhältnisses bei  $-18$  kV gemittelt dargestellt. Jede Messreihe hat eine Dauer von etwa 4,5 Stunden und es ergibt sich eine Standardabweichung über alle Werte von nur 0,24 ppm. Der Geradenfit ergibt hier eine Steigung von  $0,051(285)$  ppm/Tag. Aufgrund der Unsicherheit von über 500 % und der statistischen Schwankung kann man auch bei diesen Messreihen von einem stabilen Verhalten über das Messzeitfenster ausgehen.

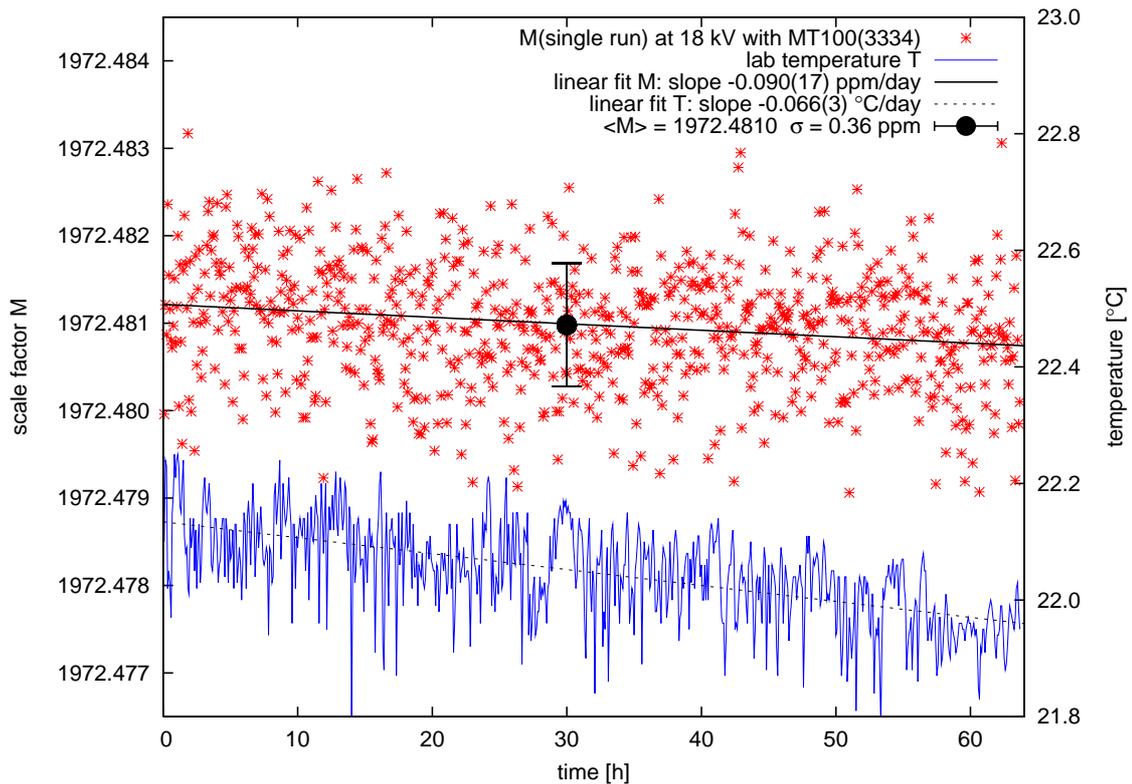
(a) Maßstabfaktor während der Langzeitmessung bei  $-18$  kV (3944:1-Verhältnis)(b) Maßstabfaktor während der Langzeitmessung bei  $-32$  kV (3944:1-Verhältnis)

**Abbildung 5.19: Langzeitmessungen der Stabilität des 3944:1-Verhältnisses.** Die einzelnen Diagramme zeigen den zeilenweise gemittelten Verlauf der Maßstabfaktoren (rot) aus drei unabhängigen Langzeitmessungen. Eingefügt ist der sich ergebende Mittelwert (schwarz) und eine Fitgerade samt Steigungswert (blau). Für (a) wurden bei  $-18$  kV und für (b) bei  $-32$  kV je drei unabhängige Einzelmessungen von etwa vier bis fünf Stunden Länge durchgeführt.

Ganz anders verhielt sich das System, als diese Messreihen bei  $-32$  kV wiederholt wurden. Im zugehörigen Diagramm (b) erkennt man eine deutliche Drift von  $0,077(5)$  ppm/h. Dieser hohe Wert sollte ebenso in den übrigen Messreihen des 3944:1-Verhältnisses sichtbar werden, wie der entsprechende Wert des 1972:1-Verhältnisses aus Diagramm (b). Tatsache ist, dass die starken Drifteffekte nur bei Belastung mit  $-32$  kV auftreten.

Zwischen der Messung bei  $-18$  kV und  $-32$  kV steigt die die Verlustleistung des HV-Netzgerätes um etwa Faktor 3 an. Sollte dies zu einer Temperaturschwankung im Labor führen, könnte es sich auf die Digitalmultimeter und alle Kontaktübergänge der Messleitungen auswirken. Andererseits führt, laut Spezifikation der Vishay-Widerstände, eine höhere Spannung zu einem schnelleren Alterungseffekt. Um diese Effekte und die Langzeitstabilität weiter zu untersuchen wurden mehrere Langzeitmessungen von über 60 Stunden durchgeführt.

In Abbildung 5.20 ist das Ergebnis einer 64 Stunden langen Einzelmessung dargestellt. In dieser Messreihe konnte ein deutlicher negativer Drifteffekt von  $-0,090(17)$  ppm/Tag bei  $-18$  kV festgestellt werden. Zur gleichen Zeit veränderte sich die Umgebungstemperatur im Labor mit  $-0,066(3)$  °C/Tag auch negativ. Diese Werte entsprechen einer Temperaturabhängigkeit von etwa  $1,36$  ppm/K für die gesamte Kette der Messgeräte. Da die Temperaturabhängigkeiten beider Spannungsteiler deutlich kleiner sind und sie zudem bei stabiler Temperaturregelung betrieben wurden, kann die Ursache nicht bei ihnen liegen. Die Voltmeter haben laut ihren Spezifikationen Temperaturabhängigkeiten von  $TCR_{HP} = 0,5$  ppm/K und  $TCR_{Fluke} = 0,3$  ppm/K. Für das Fluke-DVM wurde die Temperaturabhängigkeit unter realen Bedingungen inklusive Messleitungen im Klimaturm der PTB gemessen und es ergab

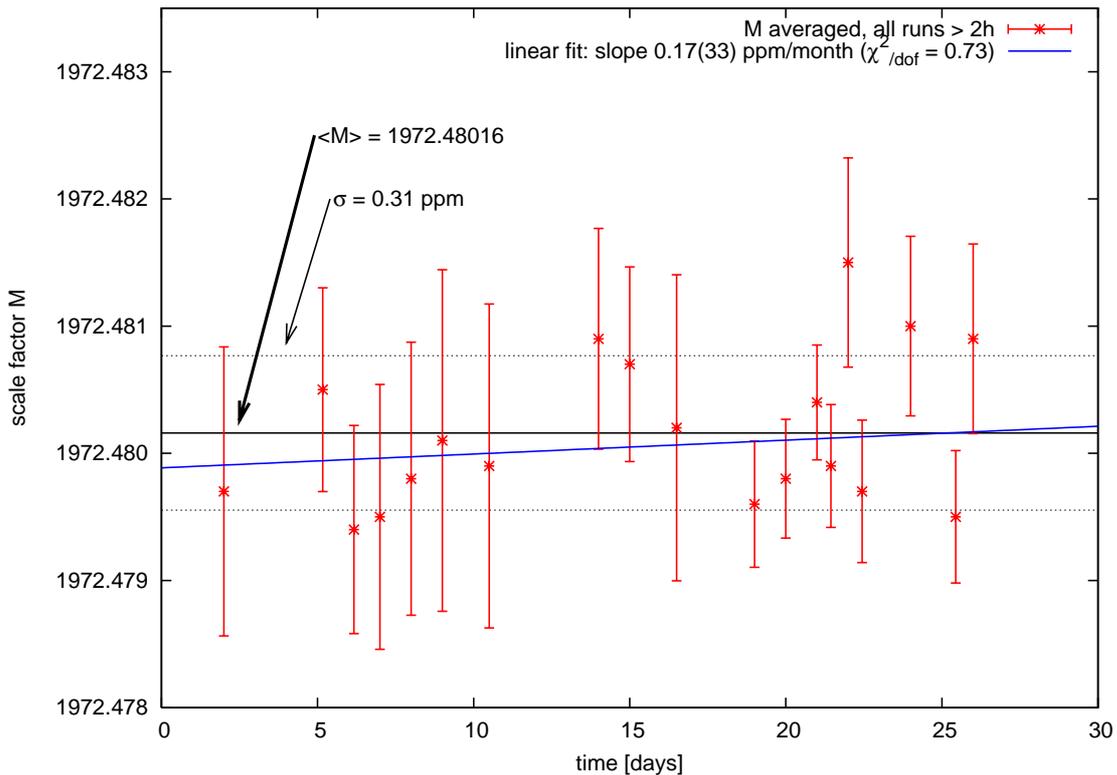


**Abbildung 5.20: Langzeitmessung über 64 Stunden für das 1972:1-Verhältnis.** Eingezeichnet sind die Maßstabfaktoren (rot) als Funktion der Messzeit inklusive ihres Mittelwertes (schwarzer Kreis) und einer Fitgeraden (schwarze Linie). Analog dazu ist die Labortemperatur (blau) inklusive Fitgerade (gestrichelt) eingezeichnet.

sich mit  $TCR_{\text{Fluke}}^{\text{exp}} = 0,709(7)$  ppm/K ein um einen Faktor 2 größerer Wert. Es muss daher angenommen werden, dass neben dem Alterungseffekt der Widerstände der gesamte Messaufbau (DVM inkl. Messleitungen und -kontakten) einen nicht zu vernachlässigenden Beitrag zur Temperaturempfindlichkeit leistet.

Bezüglich der  $-32$  kV Langzeitmessungen bedeutet dies, dass man den stärkeren Drifteffekt zum Teil der Schwankung der Umgebungstemperatur, sei diese durch die gestiegene Abwärme der Hochspannungsnetzgeräte oder der Heiz-/Kühlnetzteile verursacht, zuschreiben kann. Um die Drift in 5.19 (b) zu verursachen, wäre demnach bei  $1,36$  ppm/K schon eine Schwankung von weniger als  $0,2$  °C ausreichend. Diese Temperaturschwankung liegt innerhalb der Regelschwankung der Klimaanlage von  $\pm 1$  °C/Tag. Auch die Sensitivität einer einzigen PT-100-Temperatursonde im Raum reicht nicht aus, um solche Schwankungen, angesichts der normalen Temperaturinhomogenität im Raum, zu erfassen. In Abb. 5.20 kann man erkennen, dass ein Temperaturabfall dieser Größe nicht unüblich ist.

Diese Argumentation soll nicht die Existenz einer alterungsbedingten Langzeitdrift verneinen und die Effekte den Temperaturschwankungen zuschreiben, vielmehr soll aufgezeigt werden, dass es die systematischen Effekte und Umgebungsbedingungen selbst bei solch ausgedehnten Langzeitmessungen nicht zulassen, einen repräsentativen Wert für die Langzeitdrift der Maßstabfaktoren anzugeben. In dieser Art von Messungen wird die gesamte Messkette auf solch kleine Schwankungen sensitiv, dass man die Abweichungen nicht mehr eindeutig einem Messgerät, einer Messleitung oder dem Alterungseffekt des Spannungsteilers zuschreiben kann.

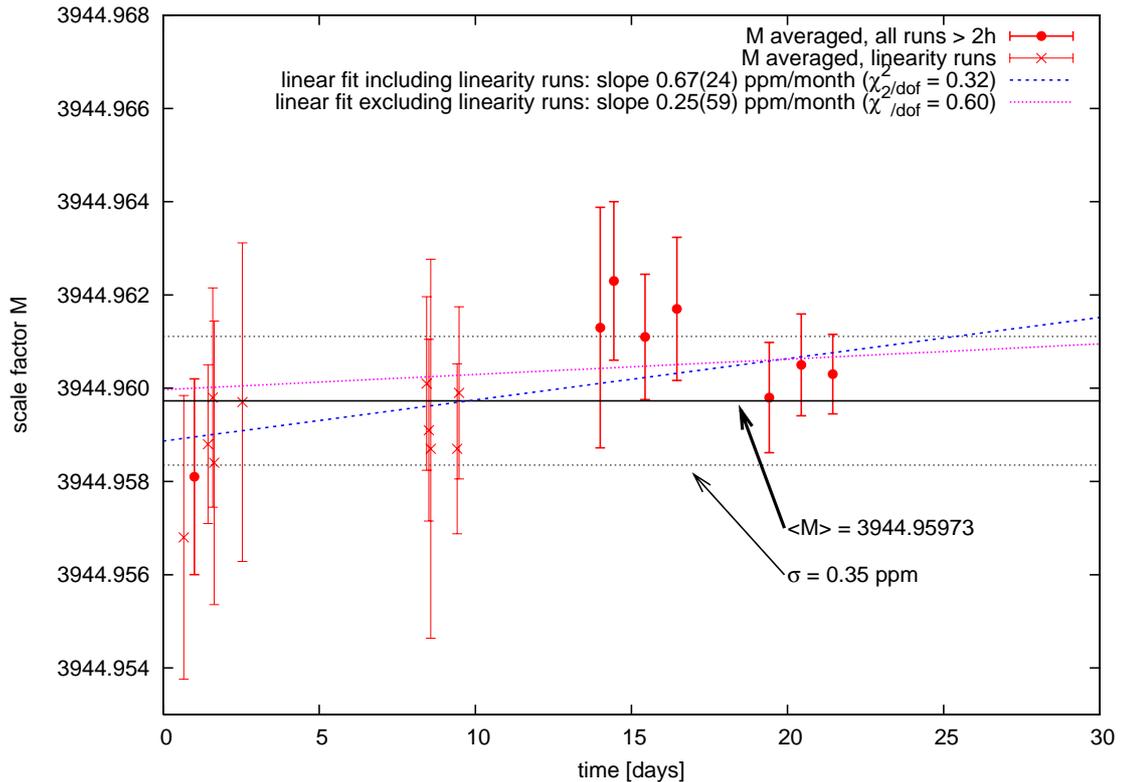


**Abbildung 5.21: Zusammenfassung für das 1972:1-Verhältnis 2006.** Dargestellt sind die gemittelten Maßstabfaktoren aller mindestens zwei Stunden langen Messreihen als Funktion der Zeit in Tagen seit Beginn der Messphase. Der mittlere Maßstabfaktor über alle Messungen ist 1972,48016(61):1 mit einer Standardabweichung von nur 0,31 ppm. Ein Geradenfit ergibt eine Drift von 0,17(33) ppm/Monat.

Schließlich soll hier nochmals betont werden, dass sämtliche Langzeitmessungen, ob mit oder ohne sichtbare Drifteffekte, über die jeweilige Messzeit im sub-ppm-Bereich stabil waren. Der Spannungsteileraufbau verhält sich damit weit stabiler, als es die KATRIN-Anforderungen verlangen.

### Absolutkalibration

Zur Bestimmung der aktuellen Absolutwerte beider Maßstabfaktoren werden nun die Mittelwerte aller Messreihen gemeinsam ausgewertet. Abbildung 5.21 zeigt alle gemittelten Maßstabfaktoren der mindestens zwei Stunden langen Messreihen des 1972:1-Verhältnisses. Die Kurzzeitmessungen wurden nicht in die Bewertung aufgenommen, da sie aufgrund des Einlaufverhaltens eine systematische Abweichung zeigen. Als mittlerer Absolutwert ergibt sich ein Maßstabfaktor von  $M_{2006} = 1972,48016(61)$ . Die Standardabweichung entspricht 0,31 ppm. Der Versuch eine Langzeitdrift über alle Messreihen mittels Geradenfit zu erkennen, führt zu einem Wert von 0,17(33) ppm pro Monat. Dieser Wert ist sehr niedrig, zeigt eine große Unsicherheit und führt zu einer extrapolierten Abweichung von etwa 2 ppm/Jahr. Da der PTB-Referenzspannungsteiler eine Jahresdrift von 2 ppm zeigt, wird an dieser Stelle deutlich, dass die Grenze der Messbarkeit erreicht wurde. Viel aussagekräftiger ist allerdings die Abschätzung einer Obergrenze aus diesen Daten: Mit 90 % C.L. ergibt sich 0,71 ppm/Monat als Obergrenze für den Alterungseffekt, d. h. hochgerechnet sollte der Maßstabfaktor um we-



**Abbildung 5.22: Zusammenfassung für das 3944:1-Verhältnis 2006.** Dargestellt sind die gemittelten Maßstabfaktoren aller mindestens zwei Stunden langen Messreihen (Kreise) als Funktion der Zeit in Tagen seit Beginn der Messphase. Die Mittelwerte der Kurzzeitmessungen (Kreuze) sind aufgrund der wenigen Datenpunkte zusätzlich eingezeichnet. Der mittlere Maßstabfaktor über alle Messungen ist 3944,95973(138):1 mit einer Standardabweichung von nur 0,35 ppm. Ein Geradenfit an die Langzeitmessungen ergibt eine Drift von 0,25(59) ppm/Monat. Inklusiv der Kurzzeitmessungen ergibt sich ein Wert von 0,67(24) ppm/Monat.

niger als 8,5 ppm/Jahr driften. Der Vergleich mit dem Kalibrationswert aus dem Jahr 2005 (s. Tab. 5.2) ergibt eine Abweichung von 7,94 ppm über etwa 13 Monate (genauer: 400 Tage) und bestätigt diese Abschätzung. Daraus ergibt sich ein Wert für die Langzeitstabilität, der konsistent mit der oben angegebenen Obergrenze ist:

$$1972 : 1 - \text{Abgriff} : \frac{1}{12 \text{ Monate}} \cdot \frac{365 \text{ Tage}}{400 \text{ Tage}} \cdot \frac{M_{2006} - M_{2005}}{M_{2005}} = 0,604 \text{ ppm/Monat} \quad (5.9)$$

Dieser Wert ist aufgrund der großen Zeitspanne viel aussagekräftiger als alle Langzeit- oder Einzelmessungen der Messphase.

Die Auswertung für das 3944:1-Verhältnis wird anhand von Abbildung 5.22 erläutert. Da nur relativ wenige Messwerte gleichmäßig über die Messzeit verteilt sind, wurden auch die Kurzzeitmessungen zur Analyse herangezogen. Da das Einlaufverhalten beim 3944:1-Verhältnis sehr viel kleiner ist, ist der systematische Fehler deutlich geringer als beim 1972:1-Verhältnis. Der mittlere Maßstabfaktor ist hier  $M_{2006} = 3944,95973(138)$  mit einer Standardabweichung von 0,35 ppm. Zur Untersuchung der Langzeitdrift wurden zwei Geradenfits betrachtet. Ein Geradenfit nur über die Langzeitmessungen ergibt eine Drift von 0,25(59) ppm/Monat und ist relativ gut vergleichbar mit dem Wert des 1972:1-Verhältnisses. Werden die Kurzzeitmessungen in den Fit mit einbezogen, ergibt sich eine Drift von 0,67(24) ppm/Monat. Dieser

**Tabelle 5.3: Kalibrationsergebnis 2006 des KATRIN-Spannungsteilers.** Hier sind zusammenfassend nochmals alle während der Messphase 2006 an der PTB ermittelten Kalibrationswerte der Maßstabfaktoren inklusive der Langzeitstabilität des KATRIN-Spannungsteilers aufgelistet.

Parameter	1972:1-Abgriff	3944:1-Abgriff
Maßstabfaktor	1972,48016(61) : 1	3944,95973(138) : 1
rel. Standardabweichung	0,31 ppm	0,35 ppm
Temperaturabhängigkeit	-0,081(6) ppm/K	0,171(73) ppm/K
Temperaturschwankung		< 0,1 K
Spannungsabhängigkeit	0,032(6) ppm/kV	0,031(4) ppm/kV
Spannungsbereich		-8 kV bis -32 kV
Aufwärmabweichung		≈ 1 ppm
Aufwärmzeit (ppm-Bereich)		2 Minuten
Aufwärmzeit (sub-ppm-Bereich)		3 Stunden
Reproduzierbarkeit (1 Monat)		≈ $\frac{1}{3}$ ppm
Langzeitstabilität	0,604 ppm/Monat	0,564 ppm/Monat

Wert ist aufgrund der Berücksichtigung der Kurzzeitmessungen in der ersten Hälfte der Messphase systematisch höher. Der Vergleich mit dem Kalibrationswert aus dem Jahr zuvor (s. Tab. 5.2) zeigt eine Abweichung von 7,42 ppm in etwa 13 Monaten (400 Tage), d. h. die Langzeitstabilität ist:

$$3944 : 1 - \text{Abgriff} : \frac{1}{12 \text{ Monate}} \cdot \frac{365 \text{ Tage}}{400 \text{ Tage}} \cdot \frac{M_{2006} - M_{2005}}{M_{2005}} = 0,564 \text{ ppm/Monat} \quad (5.10)$$

Dieses Ergebnis bestätigt, dass beide Maßstabfaktoren in etwa gleich stark altern. Für die Angabe der Langzeitstabilität können nur die Ergebnisse des Vergleichs der beiden Messphasen aus 2005 und 2006 als signifikant angesehen werden.

Die Auswertung der Kalibrationsphase 2006 wird mit einer Zusammenfassung der aktualisierten Kalibrationswerte des KATRIN-Spannungsteilers in Tabelle 5.3 abgeschlossen. Im Wesentlichen konnten die Werte aus 2005 mit höherer Statistik bestätigt werden. Das Verhalten und die Unsicherheiten des Spannungsteilers sind stabil geblieben. Durch die Zeitspanne zwischen den beiden Kalibrationsphasen wurde es möglich, einen Wert für die Langzeitstabilität des Aufbaus anzugeben. Die Auswirkungen und die Bedeutung dieser Drift werden im folgenden Abschnitt diskutiert.

### 5.3 Zusammenfassung und Interpretation der Ergebnisse

Die beiden an der PTB in Braunschweig durchgeführten Mess- und Kalibrationsphasen zeigen, dass der KATRIN-Spannungsteiler erfolgreich und reproduzierbar eine Stabilität im sub-ppm-Bereich erreicht hat. Die Selektion und die gegenseitige Anpassung der Widerstände war erfolgreich und hat zu einem sehr geringen Temperatur- und Spannungskoeffizienten des gesamten Aufbaus geführt.

Es tritt in den ersten beiden Betriebsminuten ein Einschaltverhalten von nur etwa 1 ppm auf, danach ist die ppm-Stabilität gegeben. Der sub-ppm-Bereich wird zwar erst nach mehr als einer Stunde erreicht, ist aber für das KATRIN-Experiment ohnehin nicht erforderlich.

Die Tatsache, dass die Temperaturkoeffizienten (TCR) der beiden Maßstabfaktoren ein unterschiedliches Vorzeichen zeigen, ist ein Indiz dafür, dass primär die Widerstände des Messabgriffs den TCR verursachen. In Kombination mit der Temperaturstabilisierung sind vom TCR verursachte Effekte vernachlässigbar klein.

Auch vom PTB-Spannungsteiler MT100 ist keine Abweichung durch Temperaturschwankungen zu erwarten. Die Temperaturregelung des MT100 regelt auf  $\pm 0,15^\circ\text{C}$  und es ergibt sich eine temperaturbedingte Unsicherheit von etwa 0,1 ppm (s. Tab. 5.1).

Die Spannungsabhängigkeit war in allen Messreihen geringer als 1 ppm über den genutzten Spannungsbereich und ist damit im Bereich der Messspannung um den Tritium-Endpunkt zu vernachlässigen.

Die Stabilität des Aufbaus zeigt zwei Aspekte. Zum Einen liegt die Kurzzeitreproduzierbarkeit, d. h. mehrfaches Anfahren des gleichen Spannungswertes, im niedrigen sub-ppm-Bereich. Zum Anderen ist ein Alterungseffekt der Widerstände zu erkennen, der bei großen Zeitabständen zwischen zwei Messungen sichtbar wird. Vermutlich zeigt die Widerstandsanpassung auch hier ihre Auswirkungen, denn der beobachtete Langzeiteffekt ist geringer als die Spezifikationen der Einzelwiderstände (s. Kap. 4.1.1) erwarten lassen.

Betrachtet man die relativen Streuungen der beiden Maßstabfaktoren während der Messphase 2006 an der PTB, von  $\sigma_{1972:1} = 0,31$  ppm und  $\sigma_{3944:1} = 0,35$  ppm, so ergibt sich eine sehr signifikante Aussage über die Reproduzierbarkeit. Unabhängig von der angelegten Spannung, unabhängig von der Umgebungstemperatur und unabhängig vom verwendeten DVM, wird mit einer Streuung von etwa  $\frac{1}{3}$  ppm der Maßstabfaktor einen Monat lang regelmäßig reproduziert.

Die in den Datenblättern [Vis05] beschriebene Eigenschaft, dass der Alterungseffekt im Laufe der Zeit abflacht (s. Abb. 4.1), lässt sich am Vergleich der Driftwerte nachvollziehen. Die Zusammenfassung der Kalibrationswerte aus 2005 (s. Abb. 5.8) zeigt noch eine Drift von 3 ppm/Monat, der Vergleich der Messphasen 2005 und 2006 zeigt eine Drift von etwa 0,6 ppm/Monat und die Auswertung der Ergebnisse aus 2006 (s. Abb. 5.21) zeigt eine Drift von nur noch grob 0,2 ppm/Monat, wobei die daraus ermittelte Obergrenze einen Wert  $< 0,71$  ppm/Monat (90 % C.L.) erwarten lässt. Setzt sich dieser Verlauf fort, sollte der Spannungsteiler bis zum Messbeginn des KATRIN-Experiments keine messbare Alterung mehr zeigen, die größer ist als jene des PTB-Referenzteilers. Wie in Tabelle 5.1 angegeben, liegt die Langzeitdrift des PTB-Teilers bei etwa 2 ppm/Jahr, was 0,17 ppm/Monat entspricht. Eine definitive Aussage, ob die Langzeitdrift des KATRIN-Teilers mit der Zeit geringer wird, kann allerdings erst gemacht werden, wenn der Spannungsteiler nach weiteren 12 Monaten erneut bei der PTB kalibriert wurde. Selbst wenn der Alterungseffekt immer kleiner werden sollte, ist es auch in Zukunft unerlässlich, neben den regelmäßigen Kalibrationszyklen am Monitor-spektrometer den Spannungsteiler mindestens einmal jährlich am Referenzspannungsteiler der PTB zu kalibrieren.

Während der Messungen an der PTB und der Auswertung der Daten sind einige Schwachpunkte der Konstruktion aufgefallen, die keine Beeinträchtigung der Funktion bedeuten, aber in zukünftigen Spannungsteilern unter Umständen vermieden werden sollten. Diese sind in der folgenden Liste zusammengefasst:

- Eine bessere Anpassung der Widerstände des Messabgriffs aufeinander könnte den TCR weiter reduzieren.

- Zur Vermeidung eines Wärmestaus sind die Widerstände des Messabgriffs im temperaturstabilisierten Gasstrom einzubauen.
- Zur Reduzierung des Alterungseffekts sollten die Einzelwiderstände vom Hersteller vorgealtert geliefert werden.
- Ein zusätzlicher Maßstabfaktor mit 100:1-Verhältnis<sup>7</sup> würde in Zukunft sogar die Eigenkalibration nach PTB-Vorbild ermöglichen (s. Anhang D.7).
- Die Durchführungen der Messleitungen sollte von außen her besser zugänglich sein.
- Der Verschmutzung der senkrecht eingebauten Hochspannungsbuchse auf der Oberseite könnte durch waagerechten Einbau entgegengewirkt werden.
- Falls hochstabile Drahtwiderstände in Zukunft wieder produziert werden, sollten diese erneut untersucht werden, um zu prüfen, ob sie wirklich einen sehr viel geringeren Alterungseffekt zeigen als die Vishay-Widerstände.
- Die Leistung der Peltierkühlung ist sehr knapp bemessen, ihr Ausbau ist empfehlenswert.
- Optional könnte man für zukünftige Konstruktionen eine vibrationsarme Pumpe für den Wärmetauscherkreislauf einsetzen.

Für die Messphase mit Kalibrationsquelle am Spektrometer in Mainz, die im folgenden Kapitel 6 beschrieben wird, sind aufgrund des Alterungseffekts verschiedene Maßstabfaktoren zu verwenden. Der Aufbau, die Auswertung und die verwendeten Maßstabfaktoren werden dort erläutert und angegeben.

---

<sup>7</sup>Dies ist realisierbar durch einen Messabgriff über einen der 100 Präzisionswiderstände der Primärteilerkette.

## Kapitel 6

# Messungen mit der $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Kalibrationsquelle am Mainzer Spektrometer

Nachdem der KATRIN-Spannungsteiler in den Kalibrationstests gezeigt hat, dass er im ppm-Bereich stabil arbeitet, soll er nun seine Zuverlässigkeit in kernphysikalischen Messungen mit einer  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Kalibrationsquelle unter Beweis stellen.

Die Messungen wurden am MAC-E-Filter des ehemaligen Mainzer Neutrinomassenexperimentes durchgeführt. Im Zuge dieser Arbeit wurde das Spektrometer so konfiguriert, dass es als KATRIN-Monitorspektrometer eingesetzt werden kann.

Dieses Kapitel erläutert die neue Konfiguration des experimentellen Aufbaus in Mainz anhand von Computersimulationen der elektromagnetischen Felder sowie mikroskopischer Bahnverfolgungen von Elektronen, welche durch reale Messungen mit der Kalibrationsquelle verifiziert wurden. Der Regelbetrieb des Monitorspektrometers inklusive des Spannungsteilers wurde mit Langzeitmessungen der Energie der  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -K<sub>32</sub>-Elektronen getestet. Durch die zusätzliche Vermessung und Analyse von Konversionselektronen des L<sub>32</sub>- und M<sub>19</sub>-Übergangs wurde versucht eine Aussage über die Linearität des Monitorsystems zu machen.

Die durchgeführten Messungen fanden in zwei zusammenhängenden Messphasen in der ersten Jahreshälfte 2006, zwischen den beiden PTB-Kalibrationsphasen, statt.

## 6.1 Experimenteller Aufbau in Mainz

### 6.1.1 Das Spektrometer

Als Spektrometertank wird für das Mainzer Experiment ein Vakuumbehälter von etwa 3 m Länge und 1 m Durchmesser eingesetzt. Die MAC-E-Filter-Funktion wird durch zwei supraleitende Solenoide mit einem Abstand von 4,02 m (Abstand der Magnetfeldmaxima), ein Zylinderelektrodensystem und eine Drahtelektrode bereitgestellt. Die ursprüngliche Konfiguration des Mainzer Spektrometers für Neutrinomassenmessungen wird ausführlich in [Kra03] beschrieben. Nach Abschluss der Neutrinomassenmessungen 2001 wurde das Spektrometer im Zuge von Testmessungen für die neuen KATRIN-Spektrometer umgebaut [Fla04]. Die aktuelle, als Konfiguration V bezeichnete, Ausbaustufe wurde bereits in Kapitel 2.3.5 in Abbildung 2.12 dargestellt und beschrieben.

Vakuumtank und Zylinderelektroden bestehen aus unmagnetischem Edelstahl vom Typ 1.4429. Der Vakuumtank liegt auf Erdpotenzial, die Zylinderelektroden auf Hochspannung. Letztere werden jedoch von einer ebenfalls auf Hochspannung liegenden Drahtelektrode<sup>1</sup> vollständig abgedeckt. Die Zylinderelektrode und die Drahtelektrode können mit einer Potenzialdifferenz von bis zu 5 kV zueinander betrieben werden und erzeugen das Retardierungsfeld.

Ein kaskadiertes System von Turbomolekularpumpen (TMP) erzeugt im Inneren des Spektrometers einen Druck von etwa  $10^{-10}$  mbar.

Das magnetische Führungsfeld wird durch zwei supraleitende Solenoide der Firma Oxford erzeugt. Die Feineinstellung des Magnetfeldes und seiner Homogenität in der Analysierebene geschieht mittels einer Reihe von Luftspulen um den Vakuumtank. Mit Hilfe einer weiteren Spulenanordnung wurde ein schwaches Magnetfeld senkrecht zur Spektrometerachse erzeugt, um das Erdmagnetfeld zu kompensieren und den magnetischen Fluss Schlauch zu justieren.

Während der Tritium-Messphasen wurde das Spektrometer mit 4,8 eV Auflösung bei 18,6 keV betrieben. Als Kalibrations- und Monitorspektrometer soll im Wesentlichen die  $\text{K}_{32}$ -Linie von  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  mit einer Breite von 2,83 eV vermessen werden. Um diese Linie detailliert auflösen zu können, wurde die Spektrometerauflösung deutlich erhöht. Für die Monitortests wurde das Spektrometer bei etwa 0,9 eV Auflösung für 17,8 keV Elektronen betrieben, was in etwa der Auflösung des KATRIN-Hauptspektrometers entspricht.

Diese hohe Auflösung lässt sich nur unter Verlust von Luminosität erreichen. Da von den Kalibrationsquellen jedoch eine im Vergleich zu Messungen am Tritium-Endpunkt deutlich höhere Zählraten erwartet wird, wird dies nicht als Einschränkung betrachtet.

Im Zuge dieser Arbeit wurden verschiedene Auflösungseinstellungen und Feldkonfigurationen untersucht. Die Konfigurationsparameter sowie die Ergebnisse der zugehörigen Messungen und Computersimulationen werden in Abschnitt 6.2 erläutert.

### 6.1.2 Die Kalibrationsquelle

Als Kalibrationsquelle wurde während der Testmessungen der Prototypaufbau einer neu entwickelten kondensierten  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Quelle (CKrS) eingesetzt. Aufbau und Test der CKrS sind wesentlicher Bestandteil der Dissertation von B. Ostrick [Ost08], für Details und die endgültigen Spezifikationen muss auf diese Arbeit verwiesen werden.

Wie schon in Kapitel 3.2.1 anhand von Abbildung 3.5 beschrieben wurde, werden die stabilen Edelgase und das radioaktive Kr-Gas für den Betrieb der CKrS in einem UHV-Gaseinlasssystem vorbereitet [Pra05]. In Abbildung 6.1 ist eine Skizze des Gaseinlasssystems zu sehen.

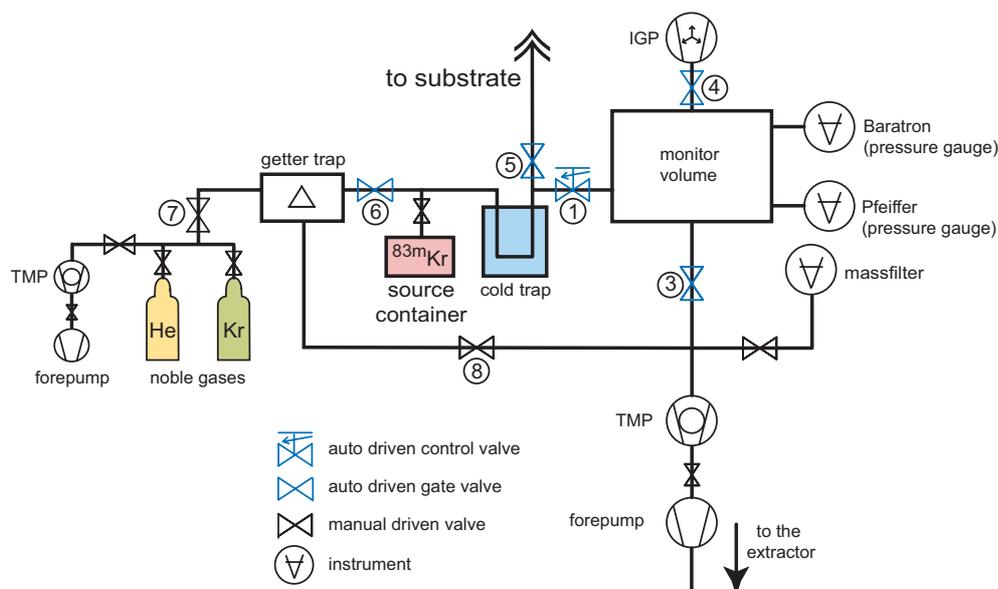
Wird eines der stabilen Edelgase (He, Kr) zum Spülen des Systems oder zur Belegung des Quellsubstrats mit einer stabilen Kr-Schicht benötigt, so wird das Gas über die Getterfalle und die Kühlfalle gereinigt und in das Monitorvolumen geleitet. Dazu sind die Ventile 1, 6 und 7 geöffnet und die Ventile 3, 4, 5 und 8 müssen geschlossen bleiben. Auch die Handventile am Pumpstand der Gasflaschen und am  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Behälter müssen geschlossen sein. Nachdem der Druck des Gases im Monitorvolumen seinen Sollwert erreicht hat, wird der Zufluss unterbrochen (Ventil 6 geschlossen) und das Gas wird über Regelventil 1 und Ventil 5 zum Substrat geleitet.

Wird  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Gas zur Herstellung des radioaktiven Quellfilms benötigt, so sind die Ventile 1 und 6 geschlossen, das Handventil am  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Behälter wird geöffnet. Das im Quellbehälter<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>Für Rahmen und Draht wurde ebenfalls Edelstahl verwendet, wobei der genaue Typ nicht ermittelt werden konnte.

<sup>2</sup>Im abgeschirmten Quellbehälter befindet sich eine Probe  $^{83}\text{RbBr}$ -Salz. Beim  $^{83}\text{Rb}$ -Zerfall entsteht gasförmiges  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ , welches gesammelt wird.

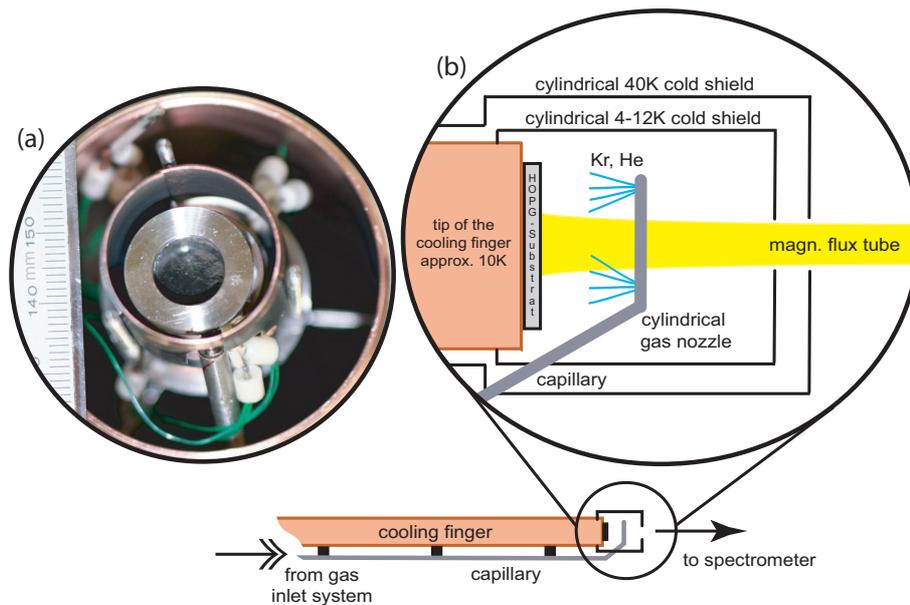


**Abbildung 6.1: Skizze des Gaseinlasssystems der CKrS.** Diese Skizze stellt schematisch den Aufbau des Gaseinlasssystems dar. Links sind die Behälter der stabilen Edelgase (He, Kr) zu sehen, der Bereich kann durch Ventil 7 abgetrennt werden und wird von einer Turbomolekularpumpe (TMP) evakuiert. Bevor diese Gase ins System gelangen werden sie von einer Getterpumpe und einer Kühlfalle gereinigt. Zwischen Getterpumpe und Kühlfalle befindet sich der Behälter mit dem radioaktiven  $^{83m}\text{Kr}$ , welches nach Passieren der Kühlfalle den direkten Weg über die Kapillare zum Quellsubstrat nimmt. Alle anderen Gase werden im Monitorvolumen vorbereitet und mit kontrolliertem Druck (Regelventil 1) in das System eingelassen. Das Monitorvolumen wird von einer Reihe von Diagnoseinstrumenten (Quadrupol-Massenfilter, Druckmessröhren) überwacht. Das Vakuum im System ( $\approx 10^{-9}$  mbar im Monitorvolumen) wird von einer TMP und einer Ionengetterpumpe erzeugt. Die Operationsmodi werden im Text erläutert.

gesammelte Gas tritt aus, passiert die Kühlfalle und wird über die Kapillare direkt zum Quellsubstrat geleitet. Wird der Quellfilm nur einmalig aufgefroren, so wird Ventil 5 anschließend wieder geschlossen und die Quelle hat eine Halbwertszeit von 1,83 h. Für die Durchführung von Langzeitmessungen blieb Ventil 5 auch während der Messungen geöffnet, es konnte permanent radioaktives Gas nachströmen. Auf diese Weise konnten Quellen präpariert werden, deren Zählrate über Tage konstant blieb. Die Realisierbarkeit und Stabilität dieses Modus wurde erfolgreich getestet. Damit ist man in der Lage, Kalibrationsquellen ohne Beschränkung durch die kurze Halbwertszeit des  $^{83m}\text{Kr}$ -Gases herzustellen.

Wie schon erwähnt, gelangt das Gas aus dem Gaseinlasssystem über eine Kapillare zum Quellsubstrat, einem HOPG<sup>3</sup>-Graphitsubstrat, das von einem Kaltkopf gekühlt wird und auf welchem der Quellfilm bei einer Temperatur von etwa 10 K aufgefroren werden kann. In den durchgeführten Messreihen wurde mithilfe des Heizwiderstands eine höhere Temperatur des Substrats von etwa 30 K eingestellt, was eine deutlich reduzierte Adsorption von Restgas ( $\text{H}_2$ ,  $\text{O}_2$  und  $\text{N}_2$ ) erwarten lässt. In Abbildung 6.2 ist der Bereich des Quellsubstrats vergrößert dargestellt. Der Kaltfinger inklusive Quellsubstrat befindet sich in UHV-Umgebung ( $p < 10^{-9}$  mbar). Vom Gaseinlasssystem kommend leitet die Kapillare das Gas durch beide Kühltische (12 K, 40 K) und mündet in einer zylindrischen Gasaustrittsdüse, die das Gas in Richtung der Substratoberfläche ( $\approx 10$  K) verteilen soll. Die Temperaturen der Kapillare und der Gasaustrittsdüse lagen während der Messungen im Bereich zwischen 70 K und 100 K.

<sup>3</sup>engl. HOPG = Highly Orientated Pyrolytic Graphite.



**Abbildung 6.2: Foto und Skizze des Substratbereichs der CKrS.** In (a) ist ein Foto mit Blick von vorne in das innere Kühlschild des Substratbereichs zu sehen. Am Rand des Bildes ist noch das 40 K-Schild zu erkennen. Von unten durchbricht die Kapillare das innere 12 K-Kühlschild und mündet in der zylindrischen Gasaustrittsdüse, die vor dem HOPG-Substrat (schwarz) im Zentrum liegt. Die Skizze (b) zeigt vergrößert einen seitlichen Schnitt durch den Substratbereich. Von links kommt der Kupferkühlfinger, auf dem das HOPG-Substrat befestigt ist. Der Bereich um das Substrat ist von zwei zylindrischen 12 K- und 40 K-Kühlschilden umgeben, die beide von der vom Gaseinlasssystem kommenden Kapillare durchbrochen werden, welche an der Gasaustrittsdüse endet, die das Gas in Richtung des Substrats verteilt. Kühlschilde und Gasaustrittsdüse besitzen Öffnungen für den magnetische Flussrohr (gelb), der auf Detektorsegment 1 führt ( $0,35 \text{ Tcm}^2$ ). Weitere seitliche Bohrungen in den Kühlschilden ermöglichen den Ein- und Austritt des Laserstrahls der Ellipsometriemessung. Die Heizwiderstände und Temperatursensoren des Substrats und der Kapillare sind nicht eingezeichnet.

Der magnetische Flussrohr ( $0,35 \text{ Tcm}^2$ ) gelangt durch Bohrungen in den Kühlschilden und die Aussparung in der Gasaustrittsdüse ungehindert bis zum HOPG-Substrat. In der betriebenen Ausbaustufe der CKrS wurde nur ein Teil der Substratfläche ausgeleuchtet. Weitere Bohrungen, die seitlich in die Kühlschilde eingebracht wurden, sind für den Laserstrahl der Ellipsometriemessung vorgesehen.

Mit dem Laserellipsometrie-Aufbau (HeNe-Laser) ist es möglich, die Schichtdicke auf dem Substrat zu überprüfen. Für den Betrieb mit  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  ist zwar nur eine Submonolage radioaktiven Gases notwendig, die durch die Ellipsometriemessung nicht aufgelöst werden kann, dennoch ist es wichtig, den Zustand des Substrates vor und nach der Präparation sowie nach der durchgeführten Messreihe zu überprüfen, um Adsorption von Restgas zu erkennen. Quellfilme können auf diese Weise mit gleicher Systematik reproduzierbar präpariert werden und mögliche Verunreinigungen durch Restgas werden erkannt. In [Ost08] wird zudem getestet, ob die Präparation einer Lage von stabilem Kr unter dem radioaktiven Material, das sogenannte *preplating*, die Stabilität und Reproduzierbarkeit verbessert.

Wie schon in Kapitel 3.2.1 erwähnt, konnte das Substrat während der durchgeführten Messphase nur mit Hilfe eines Heizwiderstandes an der Spitze des Kaltfingers gereinigt werden, indem es auf etwa 100 K erwärmt wird, wodurch der Quellfilm abdampft. Der mittlerweile eingebaute Ablationslaser stand zu diesem Zeitpunkt noch nicht zur Verfügung, er reinigt die Oberfläche sehr viel effektiver [Ost08].

Es stehen vier verschiedene Prozeduren zur Präparation des Quellfilms zur Verfügung:

- Die einfachste Variante ist das einmalige Auffrieren einer Submonolage  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  auf der reinen, gereinigten Substratoberfläche. Mit einer solchen Quelle kann etwa zwei Stunden lang gemessen werden.
- Ebenfalls auf gereinigtem Substrat, aber nun mit kontinuierlich zuströmendem  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Gas, ergibt sich eine Langzeitquelle mit konstanter Zählrate.
- Wird das Substrat zuerst mit einigen Monolagen stabilem Kr belegt, bevor die Submonolage  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  aufgefroren wird, erhält man eine *preplating*-Quelle, die für etwa zwei Stunden vermessen werden kann.
- Schließlich kann eine *preplating*-Quelle durch kontinuierlich zuströmendes  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Gas auch im Langzeitmodus betrieben werden.

Für detaillierte Beschreibung der Bedienung des Gaseinlasssystems und der Quellapparatur wird auf [Hil07] verwiesen.

Der gesamte Aufbau aus Gaseinlasssystem, Kaltfinger und Kaltkopf ist beweglich aufgebaut. Nach Präparation des Quellfilms und der Ellipsometriemessung wird der Kaltfinger in das hohe Magnetfeld des linken Spektrometersolenoiden gefahren. Die Quellfläche  $A_S(z)$ , die vom magnetischen Fluss Schlauch  $\phi = 0,35 \text{ Tcm}^2$  auf den Detektor abgebildet wird, sinkt mit ansteigendem Magnetfeld  $B(z)$  entlang der Spektrometerachse  $z$ , es gilt:

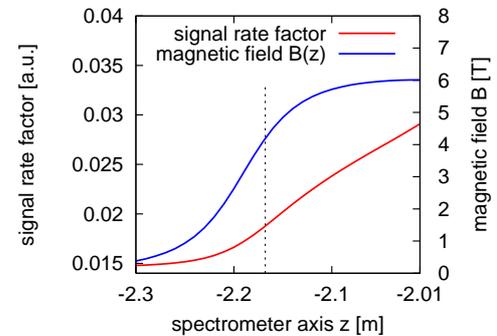
$$\begin{aligned} \phi &= A_S(z) \cdot B(z) \\ \Rightarrow A_S(z) &= \frac{\phi}{B(z)} = \frac{0,35 \text{ Tcm}^2}{B(z)} \end{aligned} \quad (6.1)$$

Die zur Quellfläche  $A_S(z)$  proportionale Signalrate  $S(z)$  sollte daher mit  $\frac{1}{B(z)}$  geringer werden, wenn das Quellsubstrat näher am Solenoiden positioniert wird. Andererseits hängt die Signalrate vom relativen analysierbaren Raumwinkel  $\Omega/4\pi$  ab. Dieser wird durch den maximal akzeptierten Startwinkel  $\theta_{\text{max}} = \arcsin \sqrt{\frac{B(z)}{B_{\text{max}}}}$  (s. Gl. 2.18) begrenzt, es gilt:

$$\begin{aligned} \frac{\Omega}{4\pi} &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{\theta_{\text{max}}} 2\pi \sin(\theta) d\theta \\ &= \frac{1}{2} (1 - \cos(\theta_{\text{max}})) = \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \left( \arcsin \sqrt{\frac{B(z)}{B_{\text{max}}}} \right) \right) \end{aligned} \quad (6.2)$$

Der relative analysierbare Raumwinkel steigt daher in der Nähe des Solenoiden an. Die Signalrate  $S(z)$  ist proportional zum Produkt aus Raumwinkel und genutzter Quellfläche<sup>4</sup> (s.

<sup>4</sup>In der Betrachtung des proportionalen Zusammenhangs werden die Wahrscheinlichkeit  $P_0$  für den Nachweis von ungestreuten Elektronen, die Quellsäulendichte  $qd$  und die Isotopenreinheit  $\varepsilon_{\text{Kr}}$  als konstant betrachtet, da bei der CKrS kein dicker Quellfilm eingesetzt wird und es sich nicht um eine Gasquelle handelt. Siehe [Ang04], Kapitel 2.3.2.



**Abbildung 6.3: Abhängigkeit der Signalrate.** Dargestellt ist die Abhängigkeit der Signalrate (rot, linke Achse) von der Position entlang der Spektrometerachse. Zum Vergleich ist die magnetische Feldstärke an der jeweiligen Position eingezeichnet (blau, rechte Achse). Die gestrichelte Linie markiert die Position des CKrS-Substrates während der Messungen.

Abb. 6.3):

$$S(z) \propto A_S(z) \cdot \frac{\Omega}{4\pi} \quad (6.3)$$

Für die Verhältnisse der CKrS, d. h. in einem Magnetfeldbereich von  $1,2\text{ T} \leq B_S \leq 6\text{ T}$ , bedeutet dies, dass die Signalrate  $S(z)$  antiproportional zur Entfernung  $\Delta z$  des Quellsubstrats vom Magnetfeldmaximum ansteigt. Um die gesamte Fläche des Quellsubstrates ( $A_{S_0} \approx 0,3\text{ cm}^2$ ) mit dem Flussschlauch abzudecken, ist ein Magnetfeld von  $B_{S,\text{min}} \approx 1,2\text{ T}$  erforderlich. Dies entspricht jedoch dem Minimum der Signalrate und ist daher nicht effizient. Um die maximale Signalrate zu erhalten, muss das Substrat so weit wie möglichen in das hohe Magnetfeld des Solenoiden gebracht werden. Der mechanisch minimal mögliche Abstand des Quellsubstrats zum Solenoiden ist  $\Delta z = 15,8\text{ cm}$ . Bei einem Spulenstrom von  $50\text{ A}$  herrscht im Zentrum des Solenoiden ein maximales Magnetfeld von  $B_{\text{max}} = 6,014\text{ T}$ , der Quellfilm befindet sich dann in einem Feld von  $B_S = 4,193\text{ T}$ . Nach Gleichung (2.18) ergibt sich unter diesen Bedingungen ein maximal akzeptierter Startwinkel von  $\theta_{\text{max}} = 56,61^\circ$ . Eingesetzt in Gl. (6.2) folgt daraus der relative analysierbare Raumwinkel von  $\Omega/4\pi = 22,5\%$ .

Das Krypton-Isotop  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  bietet sich als isotrop emittierende Elektronenquelle an, da es u. a. monoenergetische Konversionselektronen mit  $17,8\text{ keV}$  in den Nähe des Tritium-Endpunktes bei  $18,6\text{ keV}$  emittiert und sich daher für die Kalibration der Spannungsüberwachung sehr gut eignet. Eine ausführlichere Beschreibung der Eigenschaften von  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  sowie der alternativen Kalibrationsquellen ist in Kapitel 3.2 zu finden.

Für die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit wurden im Wesentlichen Konversionselektronen ausgehend vom Übergang  $E_{\gamma_1} = 32\,151,7(5)\text{ eV}$  vermessen [Ven06]. Wie in Kapitel 3.2.1 erläutert, ergibt sich die kinetische Energie  $E_k$  der Konversionselektronen aus der Differenz der Übergangsenergie  $E_{\gamma_1}$  und den Bindungsenergien relativ zum Vakuumniveau  $E_b^{\text{vac}}$  der einzelnen Energieniveaus des Endzustandes des Kryptonions. Für die detektierbare kinetische Energie  $E'_k$  müssen zusätzlich apparative Effekte berücksichtigt werden, es gilt:

$$E'_k = E_{\gamma_1} + E_{\gamma_1,\text{rec}} - E_b^{\text{vac}} - E_{e,\text{rec}} - (\phi_{\text{spectrometer}} - \phi_{\text{source}}) - C_S \quad (6.4)$$

Die Übergangsenergie  $E_{\gamma_1}$  muss um die Rückstoßenergie auf den Kern korrigiert werden ( $E_{\gamma_1,\text{rec}} = 0,0067\text{ eV}$ ), da diese bei der experimentellen Bestimmung von  $E_{\gamma_1}$  nicht eingeht, beim Konversionsprozess jedoch zur Verfügung steht. Die Rückstoßenergie von K-(L-)Elektronen auf den Kern beträgt  $E_{e,\text{rec}} = 0,120\text{ eV}$  ( $0,205\text{ eV}$ ) bei  $\gamma_{32}$ -Übergängen<sup>5</sup>.

Die Austrittsarbeit aus dem Elektrodenmaterial  $\phi_{\text{spectrometer}} = -4,4(2)\text{ eV}$  des Mainzer Spektrometers wurde [Pic90] entnommen. Für die Austrittsarbeit aus dem Quellsubstrat wird der Wert für Graphit verwendet ( $\phi_{\text{source}} = \phi_{\text{graphite,HOPG}} = -4,55(15)\text{ eV}$ ) [Pel02]. Die zusätzliche Korrektur  $C_S < 0$  berücksichtigt die bei einer Festkörperquelle möglicherweise auftretenden Energieverschiebungen im Quellmaterial, z. B. Bildladungseffekte aufgrund des zurückbleibenden Ionenrumpfs, und wird ausführlich in [Ost08] behandelt. Für die hier durchgeführten Messreihen wird  $C_S = \text{const.}$  angenommen, bzw. aus dem Vergleich der erwarteten Energie mit der gemessenen Energie ermittelt. Für die Untersuchung der Stabilität und der Reproduzierbarkeit des Spannungsteilers anhand der  $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronen reicht auch die Annahme von  $C_S = 0$  völlig aus, solange die Quelle reproduzierbar präpariert werden kann. In den hier vorgestellten Messungen ergibt sich die wirkliche kinetische Energie  $E_k$  aus der gemessenen kinetische Energie  $E'_k$  nach:

$$E_k = E'_k + (\phi_{\text{spectrometer}} - \phi_{\text{source}}) + C_S \quad (6.5)$$

<sup>5</sup>Für die  $\gamma_9$ -Übergänge ergibt sich entsprechend  $E_{e,\text{rec}} = 0,062\text{ eV}$  ( $0,051\text{ eV}$ ) für die Rückstoßenergie der M-(L-)Konversionselektronen. Die  $\gamma$ -Rückstoßenergie auf den Kern ist  $E_{\gamma_2,\text{rec}} = 0,002\text{ eV}$ .

Den Konversionsprozess begleiten sogenannte „Shake up/off“-Prozesse<sup>6</sup>, die ein kompliziertes Spektrum von Satelliten bilden, welches in [Pic90] vermessen und analysiert wurde. Die Satelliten liegen für den K-Übergang mindestens 15 eV niedriger als die Hauptlinie und haben eine Halbwertsbreite von  $< 6$  eV. In den hier durchgeführten Messungen wurde das Auswertintervall in der Regel auf max.  $\pm 10$  eV um die Energie der Konversionselektronen begrenzt, daher werden die Satelliten nicht sichtbar und ihr Einfluss kann als vernachlässigbar betrachtet werden. Nur bei den Untersuchungen und Messungen zum Transmissionsverhalten (vgl. Kap. 6.2.3 und 6.3) werden sie sichtbar.

Die Bindungsenergien  $E_b^{\text{vac}}$  relativ zum Vakuumniveau werden in Kapitel 3.2.1 erläutert und in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Die zu erwartenden Elektronenenergien sind in Tabelle 3.2 unter Vernachlässigung der Austrittsarbeiten angegeben. Für das Mainzer Spektrometer und das HOPG-Substrat muss die Austrittsarbeit daher durch die Korrektur

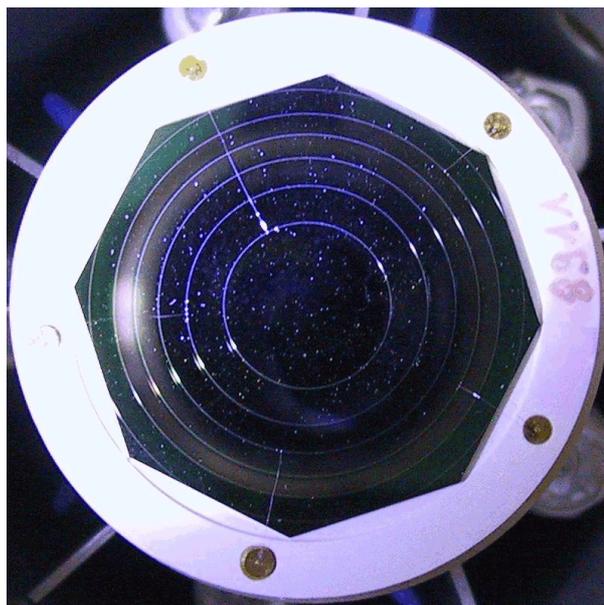
$$(\phi_{\text{spectrometer}} - \phi_{\text{source}}) = 0,15(25) \text{ eV} \quad (6.6)$$

berücksichtigt werden.

### 6.1.3 Der Detektor

Zum Nachweis der Elektronen, die von der Kalibrationsquelle kommend die Filterschwelle des Spektrometers überwinden konnten, dient ein Si-Halbleiterdetektor. Dieser ist ionenimplantiert und fünffach ringsegmentiert aufgebaut. Jedes Segment hat eine Fläche von  $1 \text{ cm}^2$  und die effektive Dicke ist  $500 \mu\text{m}$ . Der Detektor wurde im Mainzer Experiment seit 1997 eingesetzt und trägt die Bezeichnung IPSC25-11,2-500-N5 des Herstellers Eurisys Messtechnik GmbH. Ein während der Umbauarbeiten (s. Kap. 6.2.1) aufgenommenes Foto ist in Abb. 6.4 zu sehen.

Schon in der Vergangenheit hat sich die Zuverlässigkeit und das Rauschverhalten des Detektorchips kontinuierlich verschlechtert, so dass dieser nach einer weiteren Ausheizphase nicht mehr funktionsstüchtig war. Zwischen den Krypton-Messphasen im Februar und im Mai wurde daher der Detektorchip durch ein neuerwertiges Modell identischen Typs ersetzt. Die Konversionselektronen des  $\gamma_{32}$ -Übergangs ließen sich dadurch mit relativ geringem Untergrund vermessen. Aber auch dieser Detektorchip zeigte in Kombination mit den vorhandenen Vor- und Hauptverstärkern eine hohe Untergrundrate im niederenergetischen Teil ( $E < 10 \text{ keV}$ ) des Spektrums, so dass



**Abbildung 6.4: Mainzer Detektor.** Dieses Foto zeigt den ionenimplantierten Si-Halbleiterdetektor des Mainzer Spektrometers. Die Detektorfläche ist fünffach ringsegmentiert mit  $1 \text{ cm}^2$  je Segment und hat eine effektive Dicke von  $500 \mu\text{m}$ .

<sup>6</sup> „Shake up“ bezeichnet inneratomare Anregungen, „Shake off“ Ionisationen, die einen Konversionsprozess begleiten können.

es nur bedingt möglich war, die Konversionselektronen des  $\gamma_9$ -Übergangs störungsfrei zu vermessen.

Der Detektorchip ist auf einem Kupfer-Kühlfinger montiert, welcher durch flüssigen Stickstoff ( $\text{LN}_2$ ) gekühlt wird. Dadurch wird seine Energieauflösung verbessert und sein Rauschen reduziert. Der Detektor ist thermisch so angekoppelt, dass  $T_{\text{det}} > T_{\text{LN}_2}$  ist. Damit ist der Detektor wärmer als seine Umgebung, d. h. Restgas wird nicht primär auf der Detektoroberfläche adsorbiert und kann hier nicht zu Störungen führen. Es wird eine Energieauflösung von 1.4 keV (FWHM für 18.6 keV Elektronen) bei einer Detektorspannung von  $U_D = 70$  V erreicht. In den durchgeführten Messreihen wurde allerdings nur maximal  $U_D = 40$  V eingestellt, so dass nur eine reduzierte Energieauflösung gegeben ist, was aber keinen negativen Einfluss auf die Messgenauigkeit hat, da diese durch das Spektrometer definiert wird. Kondensation von Restgas auf der Detektorfläche ist eine weitere Rauschquelle, daher wird durch eine Kombination von Kryopumpe und SAES-Getterstreifen ein Vakuum von  $10^{-8}$  mbar im Detektorbereich erzeugt.

Während der ersten Krypton-Messphase wurde der Detektor im Zentrum eines dritten Solenoiden bei  $z = 2,67$  m positioniert, d. h. der Detektor steht in Feldmaximum und die Magnetfeldlinien treffen senkrecht auf die Detektorfläche. Nach Gleichung (2.18) ist der maximal zu erwartende Elektronenwinkel bei einem Detektormagnetfeld von  $B_D = 0,35$  T nur etwa  $14^\circ$ , wodurch Rückstreuung stark reduziert wird.

Seit den Umbauarbeiten (s. Kap. 6.2.1) im Anschluss an die erste Krypton-Messphase, wird der Detektor ohne eigenen Solenoiden betrieben. Seine Position ( $z = 2,3$  m) wurde weiter in Richtung des zweiten Spektrometersolenoiden versetzt, so dass wieder ein Detektormagnetfeld von  $B_D = 0,35$  T erreicht wird. In dieser Konfiguration stehen die Magnetfeldlinien allerdings nicht mehr senkrecht auf der Detektorfläche, sondern sind bis zu  $15^\circ$  geneigt. In Kombination mit dem maximalen Elektronenwinkel von  $14^\circ$  relativ zum Magnetfeld ergibt sich so eine Obergrenze für den Auftreffwinkel von etwa  $29^\circ$ . Dieser Winkel ist geringer als der übliche Auftreffwinkel von  $34^\circ$  während der Tritium-Messphasen (siehe [Kra03]), so dass auch hier keine Beeinträchtigungen durch Rückstreuung zu erwarten sind.

Für einige systematische Untersuchungen, wie z. B. die Untersuchung der Transmissionseigenschaften, ist es hilfreich, die Ereignisrate radial aufgelöst zu messen. Dazu wurde der Detektor um 10 cm weiter vom Solenoiden A entfernt, wo ein Magnetfeld von  $B(z = 2,4 \text{ m}) = 0,116$  T herrscht und der magnetische Fluss Schlauch ( $\phi = 0,35 \text{ Tcm}^2$ ) die Quelle auf drei Detektorsegmente ( $3 \text{ cm}^2$ ) abbildet. Die verstärkte Rückstreuung wurde für diese Untersuchungen in Kauf genommen, hat sich aber nicht negativ auf die Messergebnisse ausgewirkt.

Weitere Details zum Detektoraufbau, der Elektronik und Signalverarbeitung sind in den Referenzen [Sch90, Wei92] zu finden.

#### 6.1.4 Das HV-System

Zur Erzeugung des Retardierungspotenzials muss das Elektrodensystem mit Hochspannung versorgt werden, welche im ppm-Bereich stabil ist und überwacht wird.

Zwei speziell angefertigte HV-Netzteile der Firma F.u.G. (HCN-140-35000 und HCP-18-35000) stehen als Hochspannungsquellen zur Verfügung. In der ersten Messphase im Februar und März 2006 wurde das HCN-Gerät eingesetzt, Mitte des Jahres das stabilere HCP-Gerät. Die Spezifikationen der Geräte sind in Tabelle 6.1 abgedruckt. Zur Fernsteuerung besitzen beide Geräte galvanisch getrennte Schnittstellen, die mit ProBus-Befehlen programmiert werden. Für Spannung und Strom stehen je ein 16 Bit-DAC zur Verfügung. Um Spannungen bis 35 kV im ppm-Bereich einzustellen, reicht die 16 Bit-Auflösung allerdings nicht aus. Die Geräte wurden daher so modifiziert, dass nur 34860 V über den 16-Bit-DAC der Spannungseinstellung

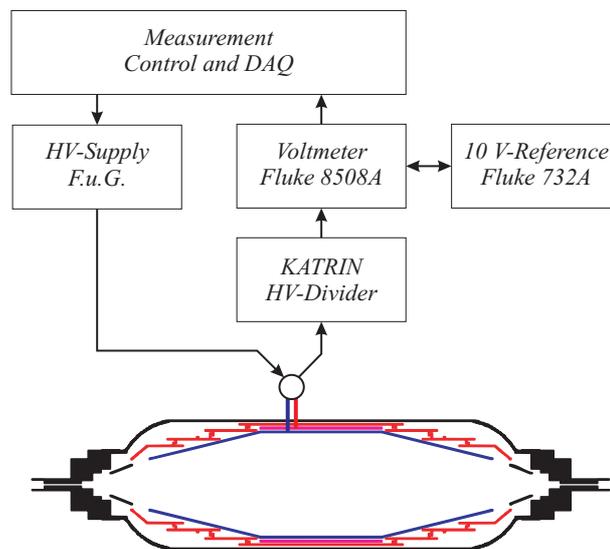
**Tabelle 6.1: Spezifikationen der Hochspannungsnetzteile.** Dieser Tabelle fasst die Herstellerspezifikationen und einige selbst bestimmte Parameter der Hochspannungsnetzteile zusammen.

	Netzteil 1	Netzteil 2
Bezeichnung	HCN-140-35000	HCP-18-35000
Spannung U	35000 V	35000 V
Strom I	3 mA	0,5 mA
Restwelligkeit <sup>†</sup>	50 mV ss	20 mV ss
Reproduzierbarkeit	10 ppm	10 ppm
Stabilität	5 ppm/8h	2 ppm/8h
TCR	5 ppm/K	2 ppm/K
Interlock	ja	ja
Programmierung	20 bit	20 bit
Spannungsstufen	34,2 mV	34,2 mV
Einlaufzeit (ppm-Bereich) <sup>†</sup>	1 h	2 h
Schnittstellen	RS232	RS232, Ethernet

<sup>†</sup>:selbst bestimmte Werte

eingestellt werden. Die übrigen 140 V werden über den Stromeinstellungs-DAC programmiert, von dem zu diesem Zweck 12 Bit zweckentfremdet wurden. Aus 140 V bei 12 Bit (= 4096 Abstufungen) ergeben sich Spannungsstufen von 34,2 mV, was in etwa 1 ppm des gesamten Spannungsbereichs entspricht. In dieser Kombination überschneiden sich Spannungs-DAC und Strom-DAC um 8 Bit, so dass sich eine effektive Spannungsaufösung von 20 bit ergibt. Die Einstellung der Strombegrenzung kann nun nur noch über die übrigen 4 Bit (= 16 Stufen) geschehen und wird über alternative Befehle realisiert.

Beide Geräte wurden für den Betrieb am KATRIN-Vorspektrometer mit Sicherheitsschaltungen versehen, so dass die Hochspannung bei Unterbrechung von Sicherheitskontakten innerhalb weniger Sekunden unter 50 V abfällt. Des Weiteren ist es nicht möglich Hochspannung zu erzeugen, solange nicht alle Sicherheitskontakte geschlossen wurden und die Blockade am Netzteil manuell aufgehoben wurde. Die Verschaltung der Hochspannungserzeugung und -überwachung ist in Abb. 6.5 dargestellt. Mit der erzeugten Hochspannung werden gleichzeitig die Zylinderelektro-



**Abbildung 6.5: HV-Setup Mainz.** Verschaltung der Hochspannungserzeugung und -überwachung am Mainzer Spektrometer. Die vom Steuercomputer programmierte Hochspannung wird vom HV-Netzteil auf die inneren Elektroden gegeben. Diese Hochspannung wird vom Spannungsteiler in den 20 V-Bereich des Voltmeters skaliert, welches zuvor an der 10 V-Referenzquelle kalibriert wurde. Das Steuerprogramm protokolliert den gemessenen Spannungswert.

**Tabelle 6.2: Verlauf der Maßstabfaktoren während der Messphase.** In dieser Tabelle sind alle für die Auswertung benötigten Maßstabfaktoren  $M$  inklusive der in Kap. 5.3 ermittelten zeitlichen Drift enthalten. Die Gesamtunsicherheit für jeden dieser Werte beträgt 1,33 ppm und setzt sich aus Monatsdrift (0,604 ppm), Unsicherheit der Kalibrationswerte 2005 (0,548 ppm) und 2006 (0,309 ppm) und der PTB-Unsicherheit (1 ppm) zusammen.

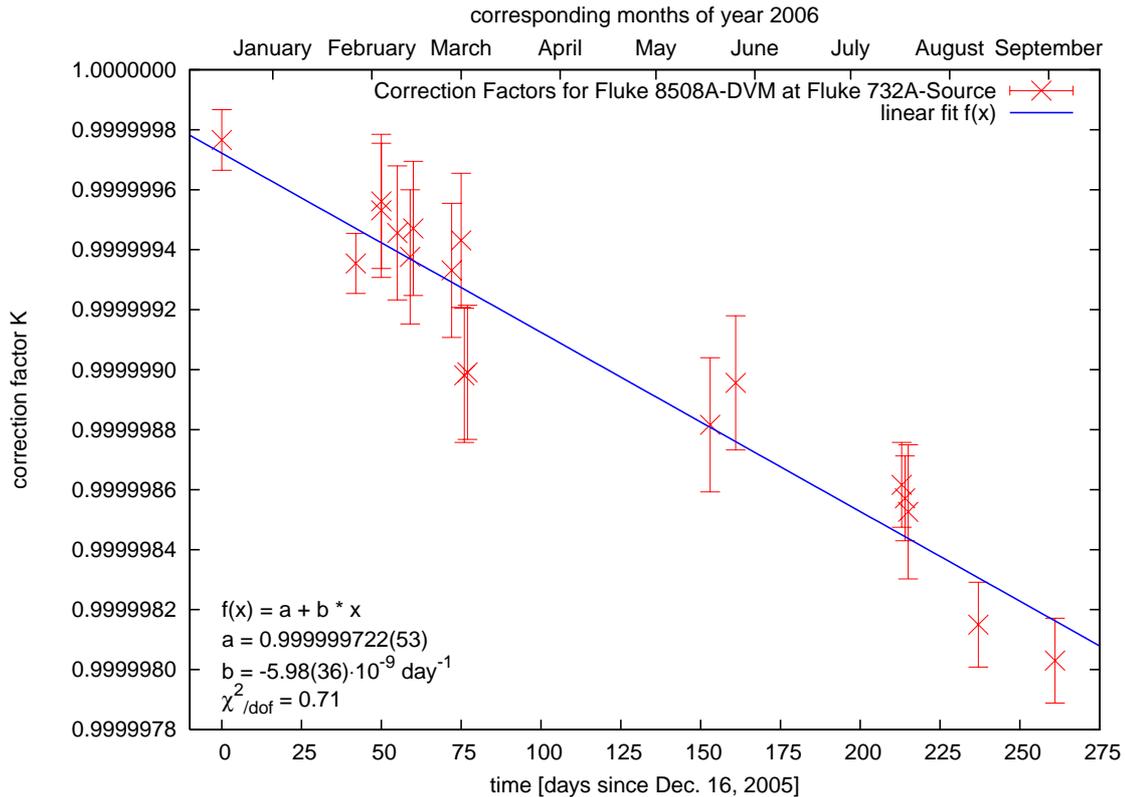
Monat	Datum	gültiger M-Wert
Januar	15.01.06	1972,46884
Februar	15.02.06	1972,47005
März	15.03.06	1972,47115
April	15.04.06	1972,47236
Mai	15.05.06	1972,47354
Juni	15.06.06	1972,47475
Juli	15.07.06	1972,47593
August	15.08.06	1972,47714

de und die Drahtelektrode versorgt. Die Drahtelektrode mit einer Offset-Spannung zu belegen, ist bei den hohen Zählraten, die von der Krypton-Kalibrationsquelle erwartet werden, nicht unbedingt notwendig. Vom Hochspannungsverteiler auf der Oberseite des Spektrometers wird der neue KATRIN-Spannungsteiler ebenfalls mit derselben Hochspannung versorgt. Am 1972:1-Abgriff des Spannungsteilers überwacht ein Fluke 8508A-Multimeter kontinuierlich die angelegte Spannung. Das automatische Messprogramm liest den aktuellen Spannungswert vom Multimeter und protokolliert ihn synchron zu den gemessenen Spektren. Es findet keine externe Regelung der Hochspannung über diese Messkette statt, da von einer hinreichend stabilen Spannungserzeugung ausgegangen wird. Die Messung eines stabil eingelaufenen Istwerts durch den kalibrierten Spannungsteiler ist genauer als die permanente Nachregelung auf einen festen Sollwert im sub-ppm-Bereich. Die Fluke 732A-Referenzspannungsquelle dient zur Kalibrierung des Voltmeters vor dem Anlegen und nach dem Abschalten der Hochspannung.

Wie in Kapitel 5.3 ermittelt, besitzt der Spannungsteiler eine Langzeitdrift, die zu einer Veränderung des verwendeten Maßstabfaktors von etwa 0,6 ppm/Monat führt. Da die Messungen in Mainz von Februar bis Juni durchgeführt wurden und ihr Ziel eine Reproduzierbarkeit im ppm-Bereich war, muss diese zeitliche Drift in der Auswertung berücksichtigt werden. In Tabelle 6.2 sind dazu die entsprechend gültigen Maßstabfaktoren, die sich durch lineare Interpolation aus den Messungen am PTB-Referenzspannungsteiler ergeben haben, für jeden Monat von Januar bis August angegeben. Die Gesamtunsicherheit der so gemessenen Spannungen, inklusive der Monatsdrift (0,604 ppm), der Unsicherheit der Kalibrationswerte aus 2005 (0,548 ppm) und aus 2006 (0,309 ppm) und der PTB-Unsicherheit (1 ppm), liegt bei 1,33 ppm.

Neben der Unsicherheit und der zeitlichen Drift des Spannungsteilers müssen auch die zeitliche Drift des Digitalvoltmeters (laut Datenblatt: 1,4 ppm/90 Tage) sowie Abweichungen durch Veränderungen der Umgebungstemperatur berücksichtigt werden. Daher wird das Digitalvoltmeter regelmäßig an der Fluke 732A-Referenzspannungsquelle nachkalibriert. Dazu wird, wie in Anhang D.6 beschrieben, der 10 V-Ausgabewert sowie die Nullpunktverschiebung bestimmt und daraus ein Korrekturfaktor berechnet, der auf alle folgenden Messwerte angewendet wird. Die typische Langzeitdrift einer Fluke 732A-Referenz liegt bei etwa 0,1 ppm/Jahr<sup>7</sup>. Da die in Mainz verwendete 10 V-Referenz (Bezeichnung: KATRIN-10 V-

<sup>7</sup>Der Richtwert von 0,1 ppm/Jahr basiert auf den Erfahrungswerten des PTB-Labors mit verschiedenen



**Abbildung 6.6: Korrekturfaktoren der Voltmeterkalibration.** Hier dargestellt sind alle während beider Messphasen in Mainz ermittelten Korrekturfaktoren aus der Voltmeter-Kalibration mittels der 10 V-Referenzquelle. Die Fehlerbalken von bis zu 0,5 ppm werden von der Unsicherheit des 10 V-Referenzwertes der Fluke 732A-Quelle dominiert. Bei Kalibration der 10 V-Quelle an einer echten Referenz sind etwa eine Größenordnung geringere Unsicherheiten zu erwarten. Auf Basis dieser Werte wird jeder Hochspannungswert um etwa 0,3 ppm korrigiert. Die angefittete Gerade besitzt eine Steigung von  $-5,98(36) \cdot 10^{-9}/\text{Tag}$ , was einer extrapolierten Jahresdrift von 2,18(13) ppm/Jahr entspricht.

Referenz A) keine Akkupufferung<sup>8</sup> besitzt und sich mehrere Stromausfälle ereigneten, kann diese Drift nicht verifiziert werden. Die KATRIN-10 V-Referenz A wurde im November 2005 am Fluke 5720A-Kalibrator kalibriert und es ergab sich ein Wert von

$$U_{10\text{V}}^{\text{ref}} = 9,999979(10) \text{ V} \quad (6.7)$$

für die Ausgangsspannung abzüglich der Nullpunktverschiebung. Der verwendete Kalibrator wurde im Oktober 2005 im Labor der PTB kalibriert und hat laut Datenblatt eine Reproduzierbarkeit von 1,2 ppm in 90 Tagen, die auch nach einer Netzunterbrechung gegeben ist. Daher kann die Unsicherheit des Kalibrationswertes der 10 V-Referenz nur grob mit 1 ppm abgeschätzt werden. Unter der Annahme einer hohen Stabilität dieser 10 V-Referenz reicht diese Genauigkeit jedoch aus, um Veränderungen des Digitalvoltmeters zu erkennen.

In Abbildung 6.6 sind alle Voltmeter-Korrekturfaktoren, die während beider Messphasen in Mainz aus den Kalibrationsmessungen mit der 10 V-Quelle bestimmt wurden, dargestellt. Ihre Unsicherheit beträgt bis zu 0,5 ppm und man erkennt eine deutliche Tendenz zu kleineren Korrekturfaktoren über das Jahr 2006. Der Wert und die Unsicherheit der Korrekturfaktoren

Referenzquellen vom Typ Fluke 732A, solange diese permanent mit Spannung versorgt werden.

<sup>8</sup>Seit Anfang 2007 stehen zwei Fluke 732A-Geräte zur Verfügung, die beide eine Akkupufferung enthalten.

$K$  wurden nach Gleichung (D.1) und (D.2) bestimmt. Bezüglich der Fehlerbalken dominiert hier die Unsicherheit aus der Bestimmung des Kalibrationswertes der 10 V-Quelle. Mit einer vollständig auf Basis einer echten Referenz (Josephson-Referenz) kalibrierten 10 V-Quelle sind etwa eine Größenordnung kleinere Fehlerbalken zu erwarten.

Zur Auswertung der Voltmeterkalibration wurde eine Gerade an die Messwerte angefitet. Die Korrektur jedes gemessenen Spannungswerts liegt demnach bei etwa 0,3 ppm und es ergibt sich eine Steigung von  $-5,98(36) \cdot 10^{-9}/\text{Tag}$ , welche zu einer extrapolierten Jahresdrift von 2,18(13) ppm/Jahr führt. Der Spezifikationswert des Herstellers für das Fluke 8508A-Voltmeters im 20 V-Messbereich ist 2,7(2) ppm/Jahr [Flu07]. Der Vergleich zeigt, dass hier tatsächlich die zeitliche Veränderung des Voltmeters gemessen wurde, wenn man annimmt, dass die Abweichung der 10 V-Referenzquelle von 0,1 ppm/Jahr zu vernachlässigen ist.

Für die Auswertung der Messungen bedeutet dies, dass jeder vom Voltmeter gemessene Spannungswert zuerst mit der aktuellen Nullpunktverschiebung korrigiert werden muss, bevor der gültige Kalibrations-Korrekturfaktor  $K$  angewendet werden kann. Anschließend wird mithilfe des entsprechenden Maßstabfaktors des Spannungsteilers der Wert für die Hochspannung berechnet, siehe Erläuterung zu Gleichung (6.14). Die Unsicherheiten des Maßstabfaktors alleine ist schon  $\Delta M/M = 1,33$  ppm. Als Unsicherheit des Korrekturfaktors wird die konservativ angenommene Kalibrationsunsicherheit der 10 V-Referenz von  $\Delta U_{\text{cal}}/U_{\text{cal}} = 1$  ppm verwendet. Damit ergibt sich eine vorläufige Unsicherheit des Endwertes von etwa

$$(\Delta M/M)_{\text{ges},20\text{kV}} = \sqrt{(\Delta M/M)^2 + (\Delta U_{\text{cal}}/U_{\text{cal}})^2} = 1,6 \text{ ppm}, \quad (6.8)$$

bei Messungen im mittleren Spannungsbereich um 20 kV. Bei Messungen über den gesamten Spannungsbereich (8 bis 32 kV) muss die Unsicherheit um einen Beitrag von  $\Delta M_U/M_U = 0,77$  ppm für die Spannungsabhängigkeit des Maßstabfaktors ergänzt werden, es ergibt sich dann:

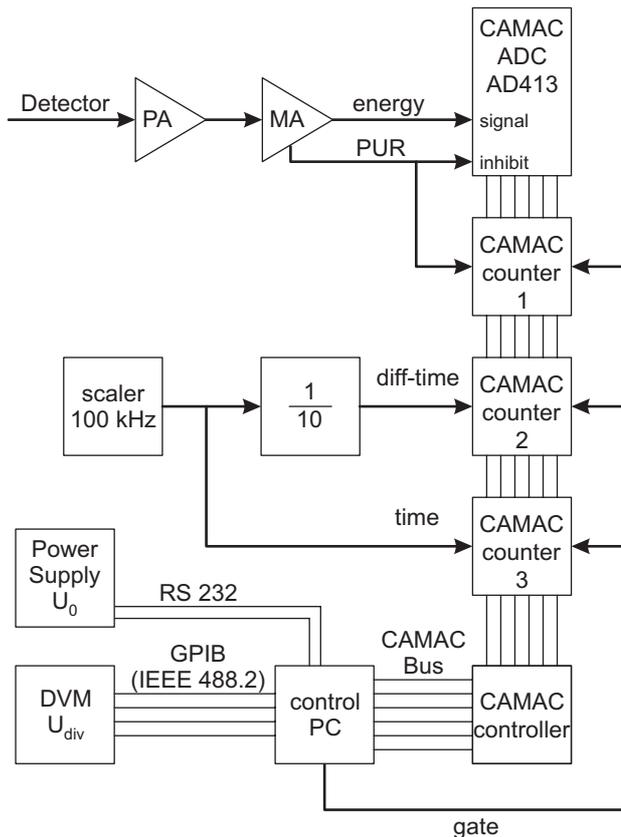
$$(\Delta M/M)_{\text{ges}} = \sqrt{(\Delta M/M)^2 + (\Delta U_{\text{cal}}/U_{\text{cal}})^2 + (\Delta M_U/M_U)^2} = 1,8 \text{ ppm} \quad (6.9)$$

Für detaillierte Untersuchungen über einen größeren Spannungsbereich ist die explizite Berücksichtigung der Spannungsabhängigkeit des Maßstabfaktors angebracht (vgl. (6.13)). In jedem Fall muss die Unsicherheit der Spannungsmessung noch durch die statistischen Schwankungen, bzw. die Fitunsicherheit der einzelnen Messungen und sonstige, während der Messung aufgetretene Störungen, ergänzt werden.

### 6.1.5 Das Steuerungs- und Datenaufnahmesystem

Zur Steuerung des Messablaufs und zur Datenaufnahme wird das Programm „STEUER“ verwendet, das von von H. Barth im Rahmen seiner Diplomarbeit für das Mainzer Experiment programmiert [Bar91] und während seiner Dissertation weiterentwickelt [Bar97] wurde.

Das Programm wurde für die durchgeführten Messungen soweit modifiziert, dass das neue HV-Netzteil angesteuert und das Fluke 8508A-Voltmeter ausgelesen werden kann. Abweichend zum Betrieb mit Tritium-Quelle ist es nun nicht mehr erforderlich die Quellspannung zu variieren, da zur Aufnahme des Spektrums nur noch die Spektrometerspannung eingestellt werden muss. Das zu vermessende Spektrum wird mittels einer Parameterdatei an das Programm übergeben. In dieser Datei sind die einzelnen Spannungsstufen inklusive der gewünschten Messzeit angegeben. Das Steuerprogramm setzt über das HV-Netzteil die vorgegebene Retardierungsspannung, wartet bis eine ausreichende Stabilität erreicht ist und liest daraufhin das Voltmeter aus. Anschließend wird die Datenaufnahmeelektronik für die programmierte Zeit gestartet. Nach Abschluss der Datenaufnahme werden die histogrammierten



**Abbildung 6.7: Schema des Datenaufnahmesystems.** Modifizierte Version des Datenaufnahme- und Experimentesteuersystems (aus [Bor00]). Die fünffach identisch aufgebaute Elektronik (PA und MA) zum Auslesen der fünf Detektorsegmente ist nur einmal dargestellt. Ausgewertet werden im aktuellen Aufbau nur drei Segmente.

Abkürzungen:

- PA : ladungsempfindlicher Vorverstärker [Sch90]
- MA : Spektroskopiehauptverstärker (Fa. Silena, Modelle 7612 und 7614)
- ADC : Vierfach CAMAC-ADC (Fa. EG&G Ortec, Modell 413)
- DVM : Präzisionsdigitalvoltmeter (Fa. Fluke, Modell 8508A)

Ereignisse als Klartextdatei abgespeichert. Nach Ende der Datenaufnahme wird erneut das Voltmeter ausgelesen, so dass Spannungsschwankungen während der Datenaufnahme erkannt werden können. Aus den Zählern der Datenaufnahmeelektronik wird die reale Messzeit ausgelesen und mit allen übrigen Parametern sowie den Spannungswerten in einer Protokolldatei abgelegt.

Das Datenaufnahmesystem wird im Wesentlichen seit 1997 unverändert eingesetzt. Sein schematischer Aufbau ist in Abbildung 6.7 dargestellt und wurde nur mit den oben beschriebenen Modifikationen auf Seiten der Hochspannungserzeugung und -messung aktualisiert. Weitere Details sind in den Referenzen [Kub92, Bar97] zu finden.

Die im Detektor entstandenen Pulse werden von einem ladungsempfindlichen Vorverstärker (PA) verstärkt, um anschließend in einem Hauptverstärker (MA) umgeformt, weiter verstärkt und zum Analog-Digital-Wandler (ADC) ausgegeben zu werden. Solange der Hauptverstärker kein PUR-Signal<sup>9</sup> gesendet hat, erfolgt die Digitalisierung des Signals. Im aktuellen Aufbau werden nur die drei inneren der fünf Detektorsegmente ausgelesen, entsprechend werden nur drei PUR-Signale mit dem ADC verbunden. Die PUR-Signale werden von einem CAMAC-Zähler (Nr. 1) festgehalten. Zwei weitere CAMAC-Zähler dienen zur Zeitmessung, wobei im aktuellen Aufbau die Differenzzeiten zwischen zwei Ereignissen (CAMAC-Zähler Nr. 2) nicht ausgewertet werden. Ein 100 kHz Zähler dient zur Bestimmung der realen Messzeit einer Einzelmessung (z. B. 20 s) auf  $10 \mu\text{s}$  und wird von CAMAC-Zähler Nr. 3 erfasst. Der Steuerrechner aktiviert und deaktiviert die Zähler durch das „gate“-Signal, um sicher zu stellen, dass diese nur während der programmierten Messzeit arbeiten. Am Ende einer jeden Einzel-

<sup>9</sup>engl. PUR für „pile up reject“. Durch dieses Signal sollen Ereignisse unterdrückt werden, die zeitlich sehr schnell ( $< 10 \mu\text{s}$ ) aufeinander folgen und am Hauptverstärkerausgang als Summensignal anliegen würden.

messung werden die Zähler vom Steuerrechner ausgelesen und zurückgesetzt, anschließend speichert und visualisiert der Steuerrechner die digitalisierten Ereignisse als Histogramm und legt die CAMAC-Daten in der Protokolldatei ab. Nach Abschluss des programmierten Messdurchlaufs werden die Daten auf andere Computer übertragen, auf welchen die Auswertung stattfindet.

### 6.1.6 Durchführung der Messreihen

Zur Vorbereitung der Messreihen wurde die Spektrometerspannung schon etwa drei Stunden vor Messbeginn in den Zielspannungsbereich gefahren, um den Einlaufeffekt durch Erwärmung des HV-Netzteils abzuwarten. Der Spannungsteiler zeigt zwar keinen signifikanten Einlaufeffekt, jedoch ist es wichtig, dass die Spektrometerspannung während einer Messung im subppm-Bereich stabil bleibt, da während der Datenaufnahme keine Spannungsmessung möglich ist. Es wird jeweils der Spannungswert vor und nach der Datenaufnahmezeit protokolliert und gemittelt.

Zur Aufnahme der Spektren der  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Konversionselektronen wird der Messablauf dem Steuerprogramm in Form von Textdateien übergeben. In diesen sogenannten Programmdateien (.PRG) werden die anzufahrenden Stufen der Retardierungsspannung und die Messzeit definiert. Die einzelnen Linien des Spektrums werden mit  $\pm 10\text{ eV}$  um die erwartete Linienposition aufgezeichnet. Die minimal möglichen, realistischen Spannungsstufen haben  $100\text{ mV}$ , in der Regel werden die Spannungen aber in  $500\text{ mV}$ -Stufen angefahren. Je nach Stabilität der Hochspannung und Aktivität der Quelle werden Messzeiten von  $10\text{ s}$  bis  $40\text{ s}$  pro Messpunkt programmiert. Für jeden Messpunkt werden die ADC-Spektren in Form von Histogrammen als Textdateien abgelegt und in einer Protokolldatei (.PRT) vermerkt. Die Protokolldatei enthält unter anderem die Informationen über Messzeit, Spannungseinstellung und aktuell ausgelesenen Spannungswert. Auf Basis der Protokolldatei und der Histogrammdateien wird im Anschluss die Datenanalyse durchgeführt.

### 6.1.7 Datenanalyse

Für die Auswertung der gemessenen integralen Spektren ist die Kenntnis der Linienform und der Transmissionsfunktion des Spektrometers wichtig. Die Energieverteilung einer Konversionselektronenlinie wird durch eine Lorentzkurve beschrieben:

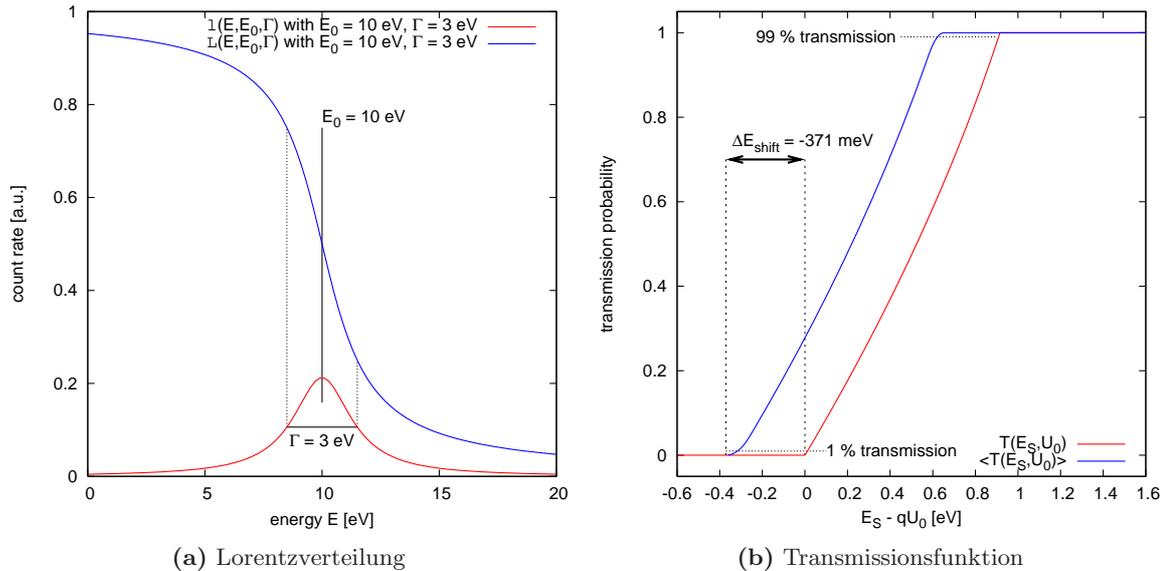
$$l(E, E_0, \Gamma) = \frac{1}{\pi} \frac{\frac{1}{2}\Gamma}{\frac{1}{4}\Gamma^2 + (E - E_0)^2} \quad (6.10)$$

Da es sich bei einem MAC-E-Filter um ein integrierendes Spektrometer handelt, das wie ein Hochpassfilter arbeitet, wird in den Messungen eine Verteilung mit der Form einer von  $E$  nach  $\infty$  integrierten Lorentzkurve mit konstantem Zusatzterm auftreten:

$$\int_E^\infty l(E', E_0, \Gamma) dE' = L(E, E_0, \Gamma) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left[ \frac{E - E_0}{\frac{1}{2}\Gamma} \right] \quad (6.11)$$

Solange man sich im Bereich des Transmissionsanstiegs, d. h. der Breite der Transmissionsfunktion befindet, stellt sich das im MAC-E-Filter gemessene Spektrum in Form einer Faltung der Lorentzkurve mit der Transmissionsfunktion  $T(E_S, U_0)$  (s. Gl. (2.19)) dar<sup>10</sup>. Darüber hinaus kann man bei voller Transmission ( $T(E_S, U_0) = 1$ ) die zeitaufwendige Faltung überspringen und die integrale Form der Lorentzkurve (Gl. (6.11)) verwenden. Aufgrund der Geometrie

<sup>10</sup>Hier ist  $E_S$  die Startenergie der Elektronen und  $U_0$  das eingestellte Filterpotenzial.



**Abbildung 6.8: Lorentzverteilung und Transmissionsfunktion** In Diagramm (a) ist die Lorentzverteilung  $l(E, E_0, \Gamma)$  inklusive ihrer integrierten Form  $L(E, E_0, \Gamma)$  an der Position  $E_0 = 10 \text{ eV}$  mit der Breite  $\Gamma = 3 \text{ eV}$  dargestellt. Diagramm (b) zeigt die normierte Transmissionsfunktion für ein Magnetfeldverhältnis von 19463:1 bei 17.825 keV (Mainz-06-Konfiguration).  $T(E_S, U_0)$  ( $E_S$  ist die Startenergie der Elektronen,  $U_0$  ist das Filterpotenzial) stellt den theoretischen Verlauf,  $\langle T(E_S, U_0) \rangle$  hingegen den radial gewichteten Verlauf über den ausgewerteten Flussschlauch ( $r = 19 \text{ cm}$ ) der Transmissionsfunktion dar. Die radialen elektrischen Potenzialinhomogenitäten (vgl. Abb. 6.15) verursachen eine Energieverschiebung von  $\delta E_{\text{shift}} = -0,371 \text{ eV}$  und führen zusammen mit den magnetischen Feldinhomogenitäten zu einer Verbreiterung der Transmissionsfunktion um etwa 4,5%.

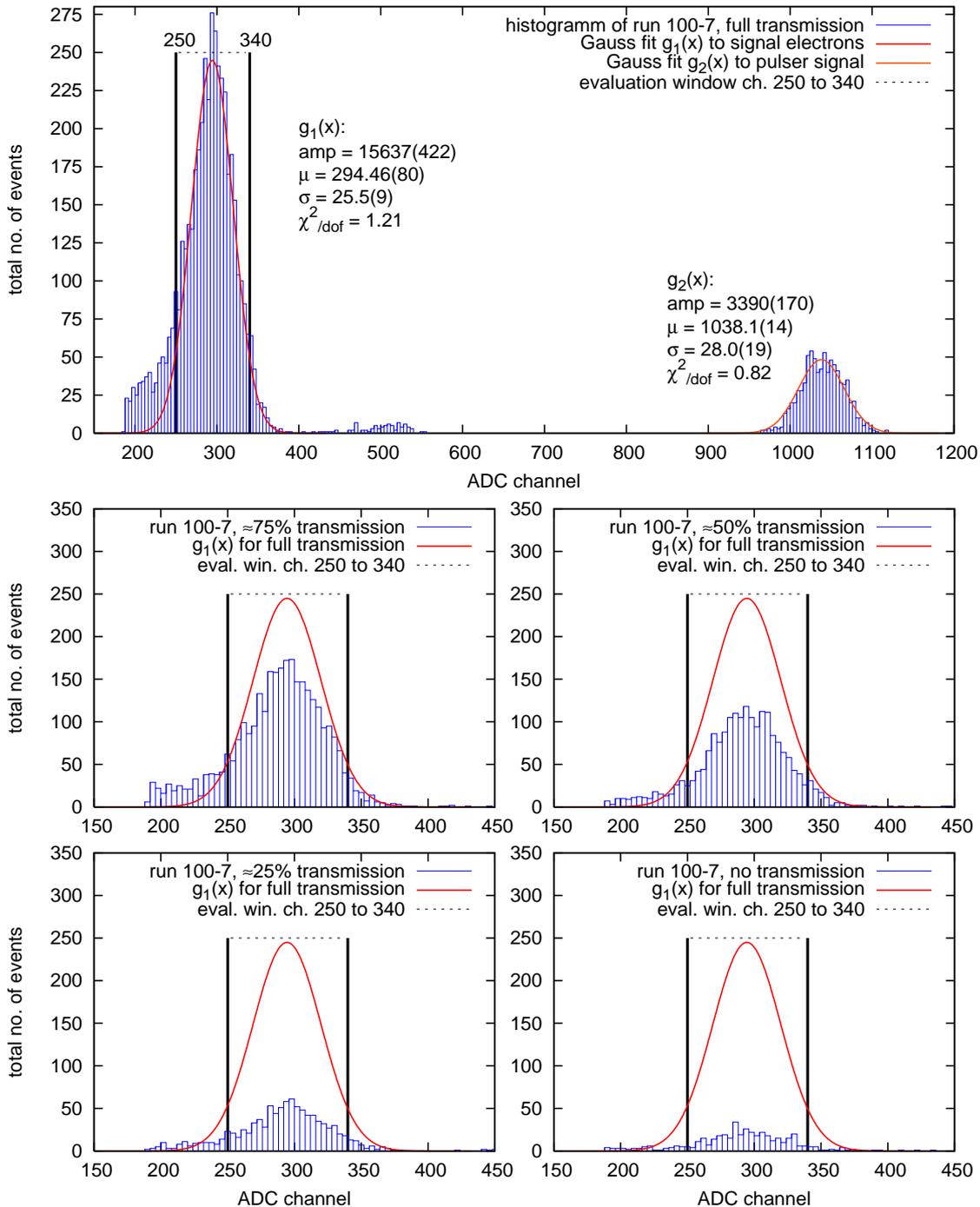
des Spektrometers treten radiale Inhomogenitäten der elektrischen und magnetischen Felder in der Analysierebene auf. Diese Inhomogenitäten wurden numerisch berechnet und in der Auswertung berücksichtigt, indem für jede Potentialschwelle mittels radialer Gewichtung die entsprechende mittlere Transmission  $\langle T(E_S, U_0) \rangle$  bestimmt wird, bevor sie in die Faltung einfließt.

In Abbildung 6.8(a) sind  $l(E, E_0, \Gamma)$  und  $L(E, E_0, \Gamma)$  dargestellt. Diagramm (b) zeigt die theoretische und die radial gewichtete Form der normierten Transmissionsfunktion für ein Magnetfeldverhältnis von 19463:1, d. h. 0,92 eV Auflösung bei 17,825 keV Retardierungsfeld, wie es bei der Mainz-06-Konfiguration verwendet wird (s. Abs. 6.2.2). Die Verbreiterung aufgrund der radialen Feldinhomogenitäten in der Analysierebene wird anhand des Kurvenverlaufs und des Transmissionsanstiegs von 1% auf 99% verdeutlicht. In diesem Intervall wird die radial gewichtete Transmissionsfunktion um  $\Delta E_{\text{broadening}} \approx 0,04 \text{ eV}$  verbreitert, die Auflösung verschlechtert sich um etwa 4,5% von 0,90 eV auf 0,94 eV bei 17,825 keV. Die für die Auswertung wichtige Tatsache ist, dass die Elektronen ein um  $\frac{1}{q}\delta E_{\text{shift}} \approx 371 \text{ mV}$  positiveres Potenzial erfahren, als der Spannungsteiler mißt, sie scheinen daher früher transmittiert zu werden.

Die nun für die Auswertung der Messdaten anzupassende theoretische Form des Spektrums hat die Form:

$$f(E) = A \cdot l(E, E_0, \Gamma) \otimes \langle T(E_S, U_0) \rangle + B \quad (6.12)$$

Neben der Amplitude  $A$  und einer konstanten Rate von Untergrundereignissen  $B$  liefert die Anpassungsfunktion die gesuchten Parameter für Position  $E_0$  und Halbwertsbreite  $\Gamma$  der Energieverteilung der Konversionselektronen.



**Abbildung 6.9: ADC-Rohdatenspektren** Diese fünf Histogramme zeigen die Rohdatenspektren wie sie vom DAQ-System aufgezeichnet werden. Oben ist das gesamte Spektrum von 40 s Datennahme gezeigt: Bei Kanal 1038 liegt die Verteilung der Pulsersignale, bei Kanal 294 liegen die Signalelektronen der Kr-K32-Konversion mit etwa 17,825 eV. Es wurden die Gaußverteilungen  $g_1$  und  $g_2$  angefitet. Einige wenige Ereignisse der 32 keV Elektronen sind um Kanal 500 zu erkennen. Der Überschuss unterhalb von Kanal 250 wird Energieverlusten der Signalelektronen in der Totschicht des Detektors zugeschrieben und verworfen. Das elektronische Rauschen bei kleinen Kanälen wird vom DAQ-System bei Kanal 188 abgeschnitten. Zur Auswertung werden nur die Signalelektronen im Bereich zwischen Kanal 250 und Kanal 340, dem Auswertefenster, verwendet. In den unteren vier Histogrammen sind die Spektren für 75 %, 50 %, 25 % und keine Transmission im Vergleich zu  $g_1$  bei 100 % Transmission dargestellt.

Bevor im nächsten Schritt die theoretische Form des Spektrums an die Daten angepasst werden kann, soll hier zuerst die Verarbeitung der Rohdaten erläutert werden:

Die Rohdaten bestehen aus einzelnen Energiehistogrammen in Form von ADC-Spektren für jede Einstellung des Retardierungspotenzials und für jedes der aktiven Detektorsegmente. Bei der Mehrheit der Messreihen war nur ein Detektorsegment aktiv, bei den übrigen wurden die Ereignisse der verwendeten drei Detektorsegmente addiert. Nur für die Untersuchung der Transmissionseigenschaften wurden die Detektorsegmente separat analysiert. Eine Reihe typischer ADC-Spektren ist in Abbildung 6.9 für unterschiedliche Transmissionszustände dargestellt. Da die Energieeichung des Detektors nicht bekannt ist, muss für jede Serie von ADC-Spektren das Energiefenster der Signalelektronen manuell bestimmt oder überprüft werden. Weil bei den durchgeführten Messreihen nur die Spektrometerspannung variiert wurde und die Quellspannung geerdet und konstant war, tritt keine Energieverschiebung der Signalelektronen bei unterschiedlichen Einstellungen des Retardierungsfeldes auf. In den dargestellten ADC-Spektren ist das elektronische Grundrauschen bei kleinen ADC-Kanälen nicht zu erkennen, da das DAQ-System bei Kanal 188 beschneidet. Die Signalelektronen der  $^{83\text{m}}\text{Kr-K}_{32}$ -Konversion liegen im gezeigten Beispiel in einem Fenster zwischen Kanal 250 und Kanal 340, dem sogenannten Auswertefenster. Zur Begründung des schmal gewählten Auswertefensters muss hier angemerkt werden, dass es bei breiteren Auswertefenstern häufig zu Störungen im gemessenen Spektrum kam, d. h. um die Qualität der Messung zu erhöhen, wurde auf einen Teil der Zählrate verzichtet. Die Signale eines Spektroskopiepulser werden bei Kanal 1000 bis Kanal 1075 sichtbar. Der Pulser wurde bei allen Messphasen in das Signal des ersten Detektorsegments mit 20 Hz Frequenz eingekoppelt. Die aktuelle Retardierungsspannung wird vom DAQ-System vor dem Start der Datenaufnahme und nach deren Ende vom Digitalvoltmeter eingelesen. Dieser Spannungswert repräsentiert die auf den 10 V-, bzw. 20 V-Bereich herunterskalierte Hochspannung  $U_{\text{mess}}$  und muss mit dem entsprechenden Maßstabfaktor  $M$ , der Verstärkung des Voltmetermessbereichs  $K$  und der Nullpunktverschiebung  $U_{\text{offset}}$  umgerechnet, bzw. korrigiert werden. Die Nullpunktverschiebung lag während aller Messreihen im Mittel bei  $U_{\text{offset}} = (0,74 \pm 1,47) \mu\text{V}$  und damit deutlich im sub-ppm-Bereich.

$$U_{\text{corr}} = (U_{\text{mess}} - U_{\text{offset}}) \cdot K \cdot \left( M + \frac{\partial M}{\partial U} (M \cdot U_{\text{mess}} - U_{\text{ref}}) \right) + \frac{1}{q} \delta E_{\text{shift}} \quad (6.13)$$

In Gleichung (6.13) wird neben all diesen Faktoren auch die absolute Spannungsabhängigkeit des Maßstabfaktors  $\frac{\partial M}{\partial U}$  (s. Kap. 5.2.3) berücksichtigt. Der gemittelte Maßstabfaktor gilt für eine mittlere Spannung (Referenzspannungen) von  $U_{\text{ref}} = -20 \text{ kV}$ . Die Berücksichtigung der Spannungsabhängigkeit ist von Bedeutung, wenn Messungen bei von  $U_{\text{ref}}$  abweichenden Spannungen durchgeführt werden, z. B. bei den Untersuchungen zu Energiedifferenzen in Kapitel 6.5.1. Bei Messungen in der Nähe von  $U_{\text{ref}}$ , d. h. bei  $^{83\text{m}}\text{Kr-K}_{32}$ -Energien (17,8 keV) oder am Tritium-Endpunkt (18,6 keV), kann die relativ geringe Spannungsabhängigkeit von  $\left(\frac{1}{M} \frac{\partial M}{\partial U}\right)_{1972:1} = 0,032(6) \text{ ppm/kV}$  vernachlässigt werden. Es gilt dann:

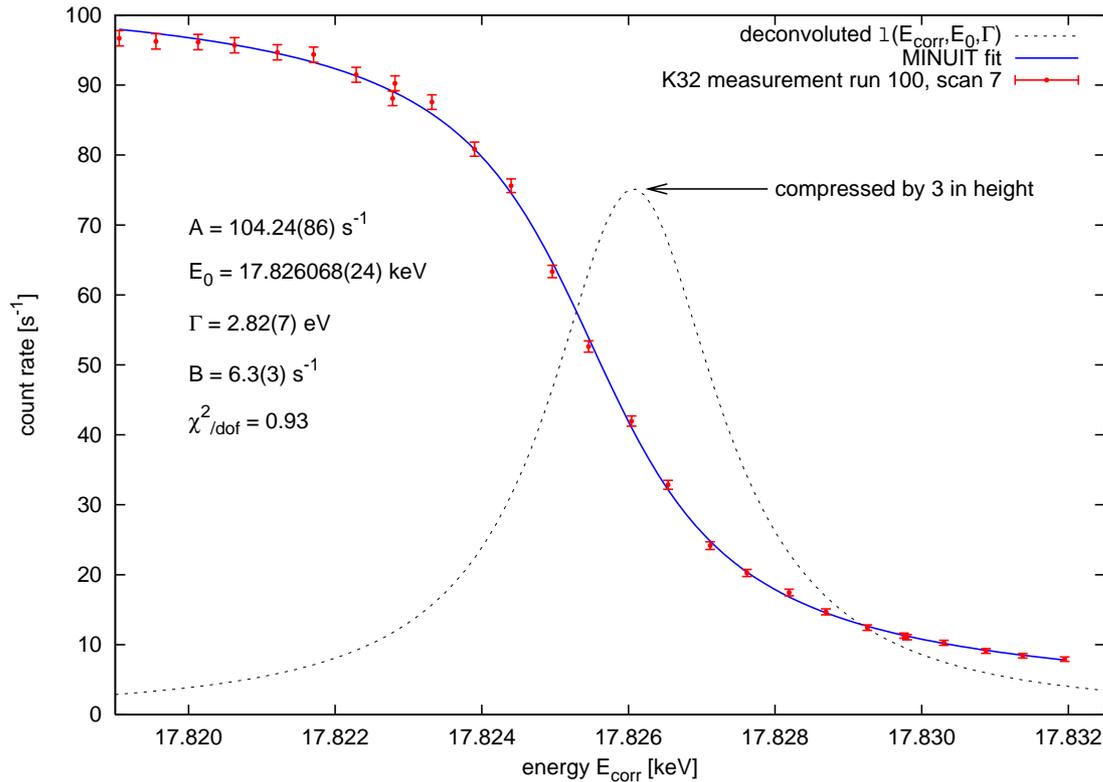
$$U_{\text{corr}} = (U_{\text{mess}} - U_{\text{offset}}) \cdot K \cdot M + \frac{1}{q} \delta E_{\text{shift}} \quad (6.14)$$

Die Gleichungen (6.13) und (6.14) korrigieren zusätzlich noch die in Abbildung 6.8 gezeigte Energieverschiebung der Transmissionsfunktion  $\delta E_{\text{shift}}$  und liefern dadurch den für die Auswertung benötigten Referenzwert des Analysierpotenzials.

Die korrigierte Referenzenergie ergibt sich dann aus

$$E_{\text{corr}} = q \cdot U_{\text{corr}} \text{ mit } q = -|e|. \quad (6.15)$$

Durch Aufsummieren aller Ereignisse des gewählten Auswertefensters wird die Gesamtzahl der Ereignisse für diese Retardierungsspannung ermittelt. Bei voller Retardierung, d. h. Re-



**Abbildung 6.10: Integrales Energiespektrum der  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ - $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronen.** Dieses Diagramm zeigt den typischen Verlauf des integralen Spektrums der  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ - $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronen. Diese Messung wurde mit Mainz-06-Konfiguration und einer Auflösung von 0,92 eV bei 80 s Messzeit pro Datenpunkt (rot) durchgeführt. Die blaue Kurve beschreibt die theoretische Anpassung an die Messdaten und liefert mit  $\chi^2/\text{dof} = 0,93$  die Parameter für die gestrichelt dargestellte entfaltete Lorentzverteilung. Die mittlere Energie ist  $E_0 = 17\,826,068(24)$  eV mit einer Breite von  $\Gamma = 2,82(7)$  eV. Die mittlere relative Standardabweichung der HV-Überwachung je Messpunkte ist  $\langle\sigma_U\rangle = 5,7$  mV.

tardierungsspannung  $\gg$  Elektronenenergie, sind im Auswertefenster nur noch Untergrundeignisse<sup>11</sup> sichtbar, da alle Signalelektronen vom Spektrometer reflektiert werden.

Nachdem die Summe der Ereignisse im Auswertefenster für alle eingestellten Retardierungsspannungen bestimmt wurde, kann mit Kenntnis der Messzeit die Zählrate ermittelt und das integrale Spektrum dargestellt und weiter ausgewertet werden.

Die Aktivität der Quelle ändert sich aufgrund der  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Halbwertszeit von 1,83 h während eines Messdurchlaufs, d. h. eine Lebensdauerkorrektur der erwarteten Zählrate ist notwendig. Je nach Datenaufnahmezeit dauert ein Messdurchlauf zwischen 15 und 45 Minuten. Eine einfache Zählratenkorrektur nullter Ordnung wird möglich, wenn man annimmt, dass sich die Aktivität über den Messdurchlauf annähernd linear ändert. Ist dies der Fall, so können bei zweimaligem Durchlaufen des abzutastenden Energiebereichs in entgegengesetzter Richtung die paarweise vorhandenen Messpunkte bezüglich der gleichen Retardierungsspannung gemittelt werden. Auf diese Weise wird die Änderung der Quellaktivität automatisch kompensiert. Die Mehrheit der Messreihen wurde jedoch mit kontinuierlich einströmendem  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -

<sup>11</sup>Bei diesen Untergrundeignissen kann es sich um Konversionselektronen, z. B. des  $\text{L}_{32}$ -Übergangs, handeln, die nichtadiabatisch geführt werden, auf eine Elektrode treffen und sekundärteilchen im Bereich des Retardierungspotenzials auslösen, welche wiederum den Detektor erreichen können.

Gas durchgeführt, d. h. die Zählrate ist annähernd konstant oder zeigt nur eine schwache lineare Änderung. Die Aktivitätskorrektur durch das Übereinanderlegen zweier gespiegelter Messdurchläufe wurde auch bei diesen Messreihen beibehalten. Ein Vergleich der Ergebnisse der Einzeldurchläufe mit den daraus gemittelten Summenspektren hat keine Abweichungen gezeigt.

In Abbildung 6.10 ist beispielhaft für eine typische Messung das integrale Spektrum der Kr- $K_{32}$ -Konversionselektronen dargestellt, das sich aus dem kompletten Satz der in Abbildung 6.9 dargestellten ADC-Einzelspektren ergibt. Die theoretische Form des Spektrums wird mit dem Datenanalysepaket MINUIT an die Messwerte angepasst und liefert den eingezeichneten Verlauf. Aus den Parametern der Anpassungsfunktion ergibt sich die Form der ebenfalls eingezeichneten entfalteten Lorentzverteilung. Für die  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ - $K_{32}$ -Konversionselektronen ergibt sich eine mittlere Energie von  $E_{K_{32}} = E_0 = 17\,826,068(24)$  eV und eine Breite von  $\Gamma_{K_{32}} = \Gamma = 2,82(7)$  eV. Während der gesamten Messung war die Hochspannung im sub-ppm-Bereich stabil, d. h. auch wiederholtes Anfahren des gleichen Spannungswertes im sub-ppm-Bereich ist möglich. Die mittlere Standardabweichung der HV-Überwachung je Messpunkt ist  $\langle\sigma_U\rangle = 5,7$  mV ( $\langle\frac{\sigma_U}{U}\rangle = 0,32$  ppm). Dieses Beispiel zeigt, dass es mit dem Mainzer Spektrometer in Kombination mit der kondensierten Kryptonquelle und dem Präzisionsspannungsteiler möglich ist, die Energie der  $K_{32}$ -Konversionselektronen durch eine Einzelmessung auf etwa  $\Delta E_0 = 24$  meV ( $\frac{\Delta E_0}{E_0} = 1,35$  ppm) zu bestimmen. Fügt man die oben diskutierte Kalibrationsunsicherheit der Spannungsmessung von 1,6 ppm aus Gleichung (6.8) und  $\langle\frac{\sigma_U}{U}\rangle$  hinzu, so ergibt sich eine Gesamtunsicherheit von 38 meV, was 2,1 ppm entspricht.

Im nun folgenden Abschnitt sollen die Spezifikationen und Eigenschaften der verwendeten Feldkonfigurationen des Mainzer Spektrometers erläutert werden.

## 6.2 Das Mainzer Spektrometer als Monitorspektrometer für KATRIN

Im Rahmen dieser Arbeit wurden verschiedene Einstellungen der elektromagnetischen Parameter des Mainzer Spektrometers getestet, um die Eignung als KATRIN Monitorspektrometer zu zeigen. In diesem Zusammenhang wurde auch der experimentelle Aufbau verändert und dabei vereinfacht. Die folgenden Abschnitte erläutern die einzelnen Modifikationen anhand von Simulationsrechnungen und den dazu durchgeführten Messreihen.

### 6.2.1 Modifikation zum Monitorspektrometer

Die Anforderungen an das Monitorspektrometer basieren auf der zu messenden Energie und der Verteilung der Signalelektronen. Zur Kalibration der Energieskala in der Nähe des Tritiumendpunktes bei 18,6 keV werden  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ - $K_{32}$ -Konversionselektronen mit einer Energie von 17,8 keV und einer Halbwertsbreite von etwa 2,83 eV vermessen [Pi92b]. Um die Position und damit die Energie der Signalelektronen mit einer Genauigkeit von besser als 61 meV zu bestimmen, wird die Auflösung des Spektrometers feiner als die Breite der Energieverteilung der Signalelektronen eingestellt.

Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messreihen wurden Standardauflösungen von 0,90 eV, bzw. 0,92 eV für 17,8 keV Elektronen verwendet, dies sind die sogenannten Mainz-05-, bzw. Mainz-06-Konfigurationen. Die hierfür und für weitere Auflösungseinstellungen notwendigen Feldkonfigurationen werden in Abschnitt 6.2.2 erläutert.

Die ursprüngliche Konfiguration des Aufbaus bestand aus drei supraleitenden Solenoiden, zwei für das Spektrometermagnetfeld und einer für das Detektormagnetfeld. Der Verbrauch an flüssigem Helium (LHe) ist bei den Spektrometersolenoiden relativ gering, ihr Reservoir muss etwa einmal wöchentlich nachgefüllt werden. Der Detektorsolenoid zeigt aufgrund eines Isolationsschadens einen sehr viel höheren LHe-Verbrauch und muss alle zwei Tage nachgefüllt werden, was zu einem viermal höheren Serviceaufwand und den damit verbundenen höheren Kosten führt. Der Detektorsolenoid wurde zwischen den beiden Krypton-Messphasen aus dem Aufbau entfernt und das Detektorvakuum wird seitdem von einer Turbomelekularpumpe erzeugt, es wird ebenfalls ein Druck von etwa  $10^{-8}$  mbar erreicht. Um vergleichbare Bedingungen wie vor dem Umbau zu schaffen, wurde der Detektor so nahe an den zweiten Spektrometersolenoiden herangefahren, dass er wieder in einem Magnetfeld von  $B_D = 0,35$  T steht. Allerdings stehen die Magnetfeldlinien jetzt nicht mehr senkrecht auf der Detektoroberfläche, sondern sind bis zu  $15^\circ$  geneigt. Wie in Abschnitt 6.1.3 erläutert wurde, ist die höhere Rückstreuwahrscheinlichkeit aufgrund des gestiegenen Einfallswinkels der Elektronen noch immer geringer als während einer Tritiummessphase. Um den Detektor nahe genug an den zweiten Spektrometersolenoiden heran zu fahren, war es erforderlich, die kryogene Pumpe und das SAES-Getter-Material zu entfernen und den Vakuumaufbau anzupassen. Letzterer wurde entsprechend verkürzt und das Vakuum wird seitdem von einer Turbomolekularpumpe (TMP) erzeugt. Die geringen Schwingungen, die die Pumpe (TMP) auf den Detektoraufbau überträgt, führen zu keiner Beeinträchtigung seiner Funktion. Die eingesetzte Vorpumpe wurde jedoch aufgrund ihrer starken Vibrationen entsprechend entkoppelt.

### 6.2.2 Magnetfeld- und Spulenkonfigurationen

Um die im letzten Abschnitt geforderte hohe Auflösung im Mainzer Spektrometer einzustellen, muss das Magnetfeld in der Analysierebene sehr stark mit Hilfe der Luftspulen abgeschwächt werden, denn ohne Luftspulen würde es auf  $B_{\text{ana}} = B_{z=0\text{ m}} = 1,1 \cdot 10^{-3}$  T ansteigen, was bei einem maximalen Magnetfeld von  $B_{\text{max}} = B_{z=-2,01\text{ m}} = 6,014$  T zu einem Magnetfeldverhältnis von 5467:1 führen würde. Dadurch ergibt sich eine Auflösung von 3,26 eV für Elektronen mit 17 825 eV Energie und dies reicht nicht aus, um die Anforderungen zu erfüllen. Es wurden eine Reihe von Magnetfeldkonfigurationen entworfen und berechnet, die mit Mainz-0x bezeichnet werden, wobei x die Numerierung der unterschiedlichen Konfigurationen ist. Die verschiedenen Spulenparameter für die getesteten Auflösungseinstellungen wurden in Zusammenarbeit mit Dr. F. Glück<sup>12</sup> optimiert. Dabei wurden die gleichen Randbedingungen angesetzt, die auch für das elektromagnetische Design der anderen KATRIN-Spektrometer gelten. Es kommen die in [Val04] beschriebenen Programme zur Berechnung der elektrischen und magnetischen Felder in der aktuellsten Version zum Einsatz. Die gegebenen Bedingungen und die zu erfüllenden Kriterien sind:

- Maximales Magnetfeld fest vorgegeben:  $B_{\text{max}} = 6,014$  T.
- Minimales Magnetfeld  $B_{\text{ana}} < 1$  mT entsprechend der Zielauflösung.
- Relative Inhomogenität des Magnetfeldes in der Analysierebene über den ausgewerteten Flussschlauch  $< 10$  %.
- Reduzierung von nichtadiabatischen Effekten beim Transport der Elektronen bis zur Analysierebene. In diesem Zusammenhang ist vor allem die Vermeidung der in [Val04]

<sup>12</sup>Institut für Kernphysik, Forschungszentrum Karlsruhe

**Tabelle 6.3: Überarbeitete Spulengeometrie für Mainz.** Diese Aufstellung fasst alle Spulenparameter zusammen, die konsistent mit den durchgeführten Magnetfeldmessungen sind. Für alle elektromagnetischen Berechnungen und Optimierungen bilden diese Parameter die Grundlage.

Bezeichnung	z	Innenradius r	Spulendicke d	Spulenlänge l	Windungen
Solenoid A	2,01 m	0,058 m	0,008 m	0,36 m	36447
Solenoid B	-2,01 m	0,058 m	0,008 m	0,36 m	36447
Solenoid C	2,67 m	0,122 m	0,015 m	0,08 m	6004
Luftspule LS 1	-0,46 m	0,85 m	0,003 m	0,19 m	45
Luftspule LS 2	0,0 m	0,85 m	0,003 m	0,20 m	46
Luftspule LS 3	0,46 m	0,85 m	0,003 m	0,19 m	45
Luftspule LS 4	0,0 m	0,61 m	0,003 m	0,30 m	73

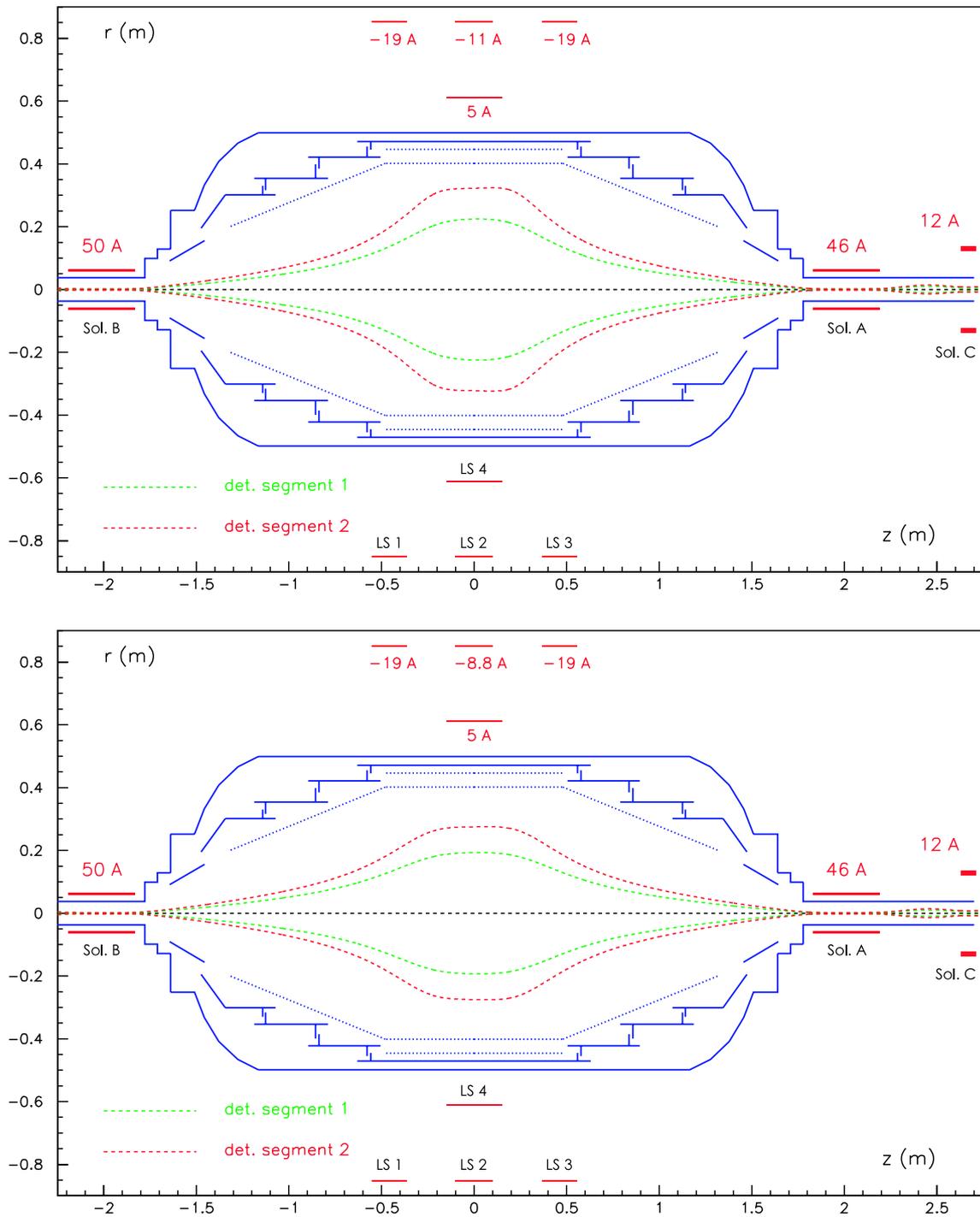
beschrieben zu frühen Retardierung der Elektronen, bevor diese die Analysierebene erreichen, zu nennen.

Für die erste optimierte Spulenkonfiguration Mainz-04 war geplant, eine Auflösung von etwa 1 eV für 18 keV einzustellen. Nach den ersten Testreihen wurde allerdings festgestellt, dass die Daten auf eine höhere Auflösung hinweisen. Magnetfeldmessungen mit einer kalibrierten Hall-Sonde (Fluxgate  $B_{\max} = 0,1$  T) in Zusammenarbeit mit Dr. F. Glück ergaben, dass die Berechnungen nicht mit den realen Feldern übereinstimmen. Als Ursache wurde eine fehlerhafte Geometrie der supraleitenden Spulen sowie der Luftspulen identifiziert. Nach Überarbeiten der Spulenparameter (s. Tab. 6.3) wurde Mainz-04 neu berechnet und es ergaben sich die in Abb. 6.11 oben dargestellten Bedingungen mit einer Auflösung von 0,68 eV für Elektronenenergien von 17,825 keV. Dies bestätigt den Hinweis aus den durchgeführten Messreihen, dass die eigentliche Auflösung besser als 1 eV war.

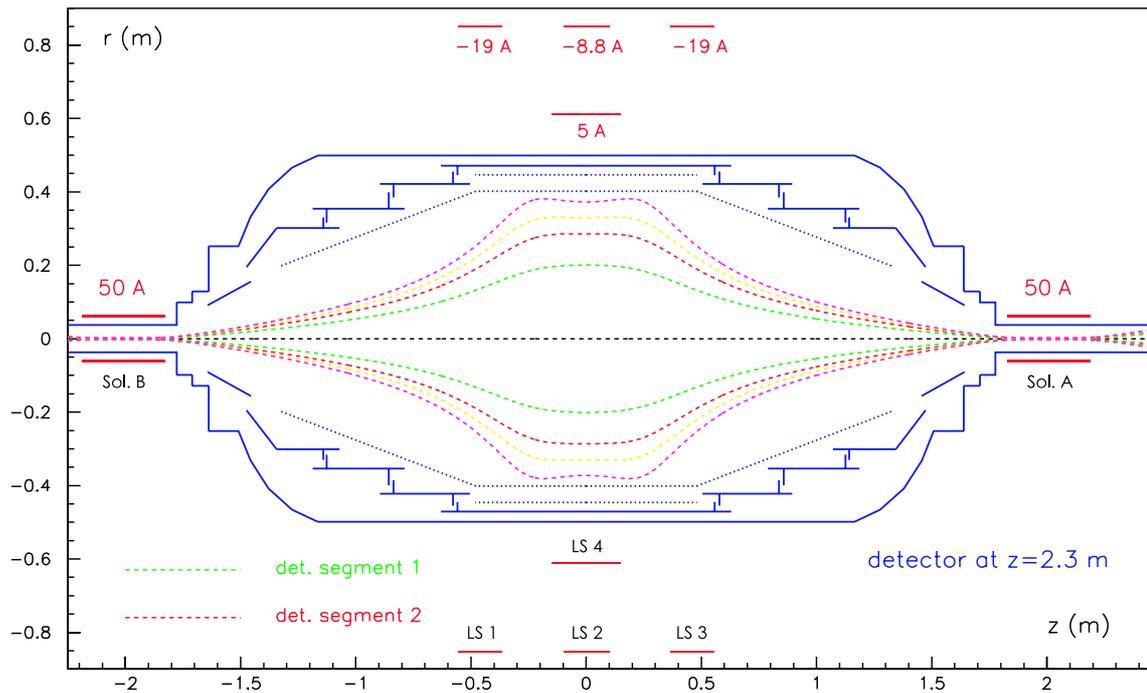
Auf Basis der neuen Spulenparameter wurde eine optimierte Magnetfeldkonfiguration mit 0,9 eV Auflösung für 17,825 keV-Elektronen erstellt. Diese sogenannten Mainz-05-Konfiguration ist in Abb. 6.11 unten dargestellt. Wie in allen Magnetfeldkonfigurationen ist das maximale Magnetfeld in Solenoid B auf  $B_{\max} = B_{z=-2,01\text{ m}} = 6,014$  T festgelegt. Durch die Luftspulen wird das Magnetfeld in der Analysierebene auf  $B_{\text{ana}} = B_{z=0\text{ m}} = 3,05 \cdot 10^{-4}$  T abgesenkt, es ergibt sich ein Magnetfeldverhältnis von 19718:1, d. h. 0,90 eV Auflösung für 17,825 keV-Elektronen. Die Magnetfeldkonfigurationen Mainz-06, Mainz-07 und Mainz-08 mit Auflösungen von 0,92 eV, 1,5 eV und 2,0 eV für 17,825 keV-Elektronen wurden für die Bedingungen nach dem Entfernen des Detektorsolenoiden erstellt. Sie sind in den Abbildungen 6.12 (Mainz-06), 6.16 (Mainz-07) und 6.17 (Mainz-08) dargestellt und ihre Parameter werden in Tabelle 6.4 aufgeführt.

Zur Vollständigkeit soll hier noch erwähnt werden, dass die Feldkonfigurationen Mainz-01 bis -03 nur zur Inbetriebnahme und zu Testmessungen dienten und keiner Optimierung unterzogen wurden, sie werden hier nicht behandelt.

Zur Qualifizierung der verwendeten Magnetfeldkonfigurationen für den MAC-E-Filter-Betrieb wurden die Transmissionseigenschaften und die Magnetfeldhomogenität in der Analysierebene untersucht. Die Transmissionseigenschaften wurden bestimmt, indem die Flugbahnen und die kinematischen Parameter von Elektronen mit extremen Startparametern mittels mikroskopischen Bahnverfolgungsrechnungen betrachtet wurden. Als Beispiel für eine solche Untersuchung ist in Abbildung 6.13 das Ergebnis des Transmissionstests für die Feldkonfiguration



**Abbildung 6.11: Magnetfeldkonfiguration Mainz-04 und Mainz-05.** Diese Zeichnungen zeigen Schnitte durch das Mainzer Spektrometer bevor der Detektorsolenoid entfernt wurde. Vakuumbehälter und Elektrodensystem (blau), sowie die Luftspulen und die Spektrometersolenoiden (rot) sind eingezeichnet, der jeweilige Spulenstrom ist angegeben (positiv für verstärkendes, negativ für abschwächendes Zusatzfeld). Die rot und grün gestrichelten Linien beschreiben den magnetischen Flusschlauch für die jeweilige Magnetfeldkonfiguration. Der grüne Flusschlauch beschreibt den sensitiven Bereich des ersten Detektorsegments. Im Bild oben ergibt sich ein maximales Magnetfeld von  $B_{\text{max}} = B_{z=-2,01\text{ m}} = 6,014\text{ T}$  und ein Minimum in der Analysierebene von  $B_{\text{ana}} = B_{z=0\text{ m}} = 2,31 \cdot 10^{-4}\text{ T}$ . Dies führt zu der sogenannten Mainz-04-Konfiguration mit einem Magnetfeldverhältnis von 26035:1, d. h. 0,68 eV Auflösung für 17,825 keV-Elektronen. Im Bild unten ist die Mainz-05-Konfiguration mit identischem maximalem Feld und  $B_{\text{ana}} = B_{z=0\text{ m}} = 3,05 \cdot 10^{-4}\text{ T}$  dargestellt. Das Magnetfeldverhältnis ist hierbei 19718:1, d. h. 0,90 eV Auflösung für 17,825 keV-Elektronen.

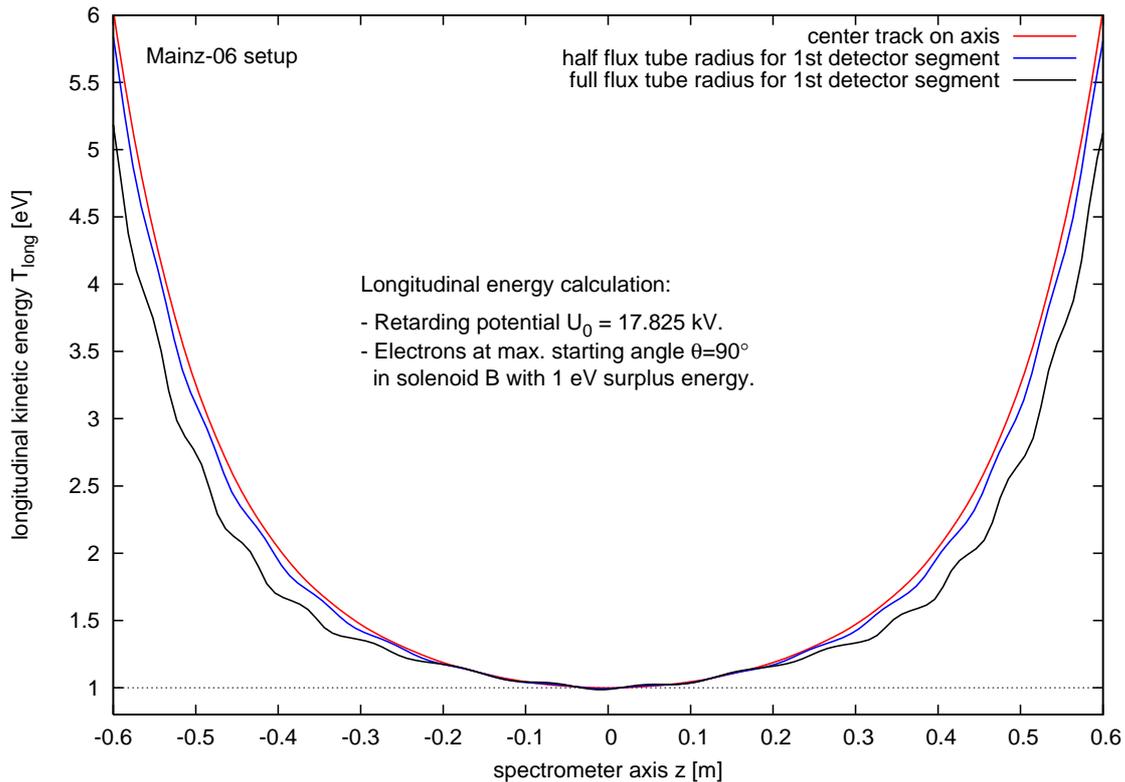


**Abbildung 6.12: Magnetfeldkonfiguration Mainz-06.** Analog zu Abbildung 6.11 ist hier nun die Konfiguration des Mainzer Spektrometers ohne den Detektorsolenoiden dargestellt. Die Flusschlauchgrenzen für alle vier Detektorsegmente sind eingezeichnet, jedoch nur der grün gestrichelte Flusschlauch wird ausgewertet, da dieser das erste Detektorsegment komplett abdeckt. Der Detektor steht nun bei  $z = 2,3$  m im gleichen Magnetfeld ( $B_D = 0,35$  T) wie ursprünglich innerhalb des Detektorsolenoiden von Konfiguration Mainz-04 und -05. Durch Wegfall des Detektorsolenoiden und die Anpassung der Spulenströme ergibt sich nun ein minimales Magnetfeld in der Analysierebene von  $B_{\text{ana}} = B_{z=0\text{m}} = 3,09 \cdot 10^{-4}$  T, das Maximale Feld ist identisch zu Mainz-04 und -05. Dies führt zu der sogenannten Mainz-06-Konfiguration mit einem Magnetfeldverhältnis von 19463:1 und einer Auflösung von 0,92 eV für 17,825 keV-Elektronen.

**Tabelle 6.4: Zusammenfassung der Magnetfeld- und Auflösungsparameter.** Aufgelistet sind die fünf verschiedenen Magnetfeldkonfigurationen und die sich dabei ergebenden Auflösungen bei einem maximalen Magnetfeld von  $B_{\text{max}} = 6,014$  T.

Bezeichnung	$B_{\text{ana}} [10^{-4} \text{ T}]$	$r_{\text{max}} [\text{cm}]$	Auflösung		
			relativ	[eV] bei 17,8 keV	[eV] bei 30,5 keV
Mainz-04	2,31	22,9	26035:1	0,68	1,17
Mainz-05	3,05	19,5	19718:1	0,90	1,55
Mainz-06	3,09	19,3	19463:1	0,92	1,57
Mainz-07	5,05	14,9	11909:1	1,50	2,56
Mainz-08	6,74	12,9	8923:1	2,00	3,42

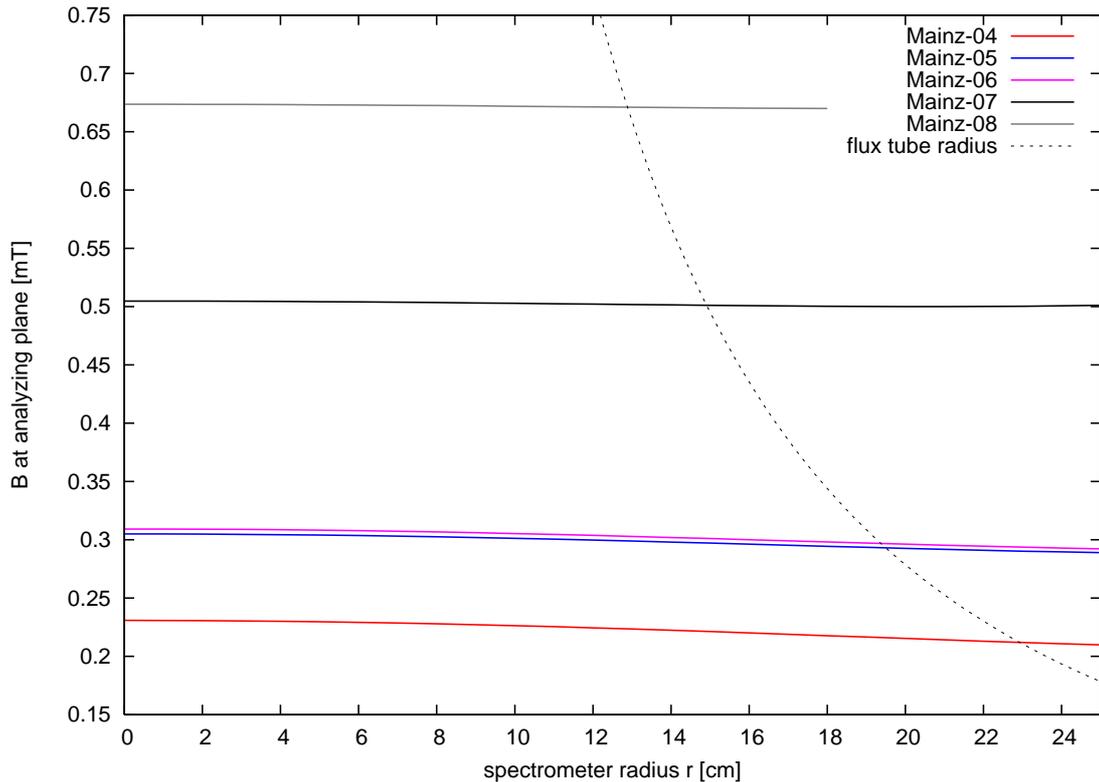
Mainz-06 dargestellt. Es wurden Elektronen mit maximalem Startwinkel ( $\theta = 90^\circ$  in Zentrum von Solenoid B) und minimaler Überschussenergie von  $E_{\text{kin}} = qU + E_{\text{surplus}} = qU + 1$  meV in der Analysierebene untersucht. Der Azimutalwinkel zum Startzeitpunkt  $\phi_S$  war für alle simulierten Elektronen gleich ( $\phi_S = 90^\circ$ ). Das Diagramm zeigt die longitudinale kinetische Energie der Elektronen als Funktion des Ortes entlang der Spektrometerachse in unmittelbarer Nähe der Analysierebene bei  $z = 0$  m. Die drei Elektronen wurden bei unterschiedlichen Quellradi-



**Abbildung 6.13: Transmissionstest der Mainz-06-Konfiguration.** Diese Grafik zeigt die longitudinale kinetische Energie von Elektronen, die mit maximalem Startwinkel  $\theta(B_{\text{max}}) = 90^\circ$  und minimaler Überschussenergie  $E_{\text{surplus}} = 1$  eV die Analysierebene überqueren. Es ist der Verlauf für drei Elektronen mit den Startradien  $r = 0$  mm,  $r = 0,68$  mm und  $r = 1,36$  mm im Feld des Solenoiden B dargestellt. Dies entspricht dem Zentrum des Spektrometers, dem halben Flusschlauch und dem vollen Flusschlauch, der auf Detektorsegment 1 abgebildet wird. Mit steigendem Radius wachsen die Fluktuationen an und es tritt eine Abweichung von der eingestellten Überschussenergie von 1 meV bei zentraler Flugbahn und 8 meV bei maximalem Radius auf. Da diese Werte vernachlässigbar gering sind und keine verfrühte Retardierung auftritt, hat diese Konfiguration den Transmissionstest bestanden.

en gestartet, so dass sie sich auf der Spektrometerachse, auf halben Radius des Flusschlauchs und am Rand des Flusschlauchs, der auf Detektorsegment 1 abgebildet wird, bewegen. Auf dem Weg zur Analysierebene sollte sich die longitudinale kinetische Energie der Elektronen auf die Überschussenergie reduzieren und sie sollten transmittiert werden, beides wird erfüllt. Allerdings sind mit steigendem Radius anwachsende Fluktuationen zu erkennen und es tritt eine Abweichung von der vorgegebenen Überschussenergie von 1 meV bei zentraler Flugbahn auf, die auf etwa 8 meV ansteigt, wenn sich das Elektron am Rand des Flusschlauchs bewegt. Eine Abweichungen von 8 meV ist angesichts der Potenzialinhomogenität von etwa 9 meV/cm am Rand des Flusschlauchs in der Analysierebene (s. Abb. 6.15) und eines Zyklotronradius des Elektrons von etwa 1 cm verständlich und vernachlässigbar gering. Des Weiteren tritt hierbei keine verfrühte Retardierung auf, so dass der Transmissionstest dieser Konfiguration als bestanden gewertet wird. Alle verwendeten Magnetfeld- und Spulenkonfigurationen wurden so optimiert, dass sie den Transmissionstest erfolgreich bestehen.

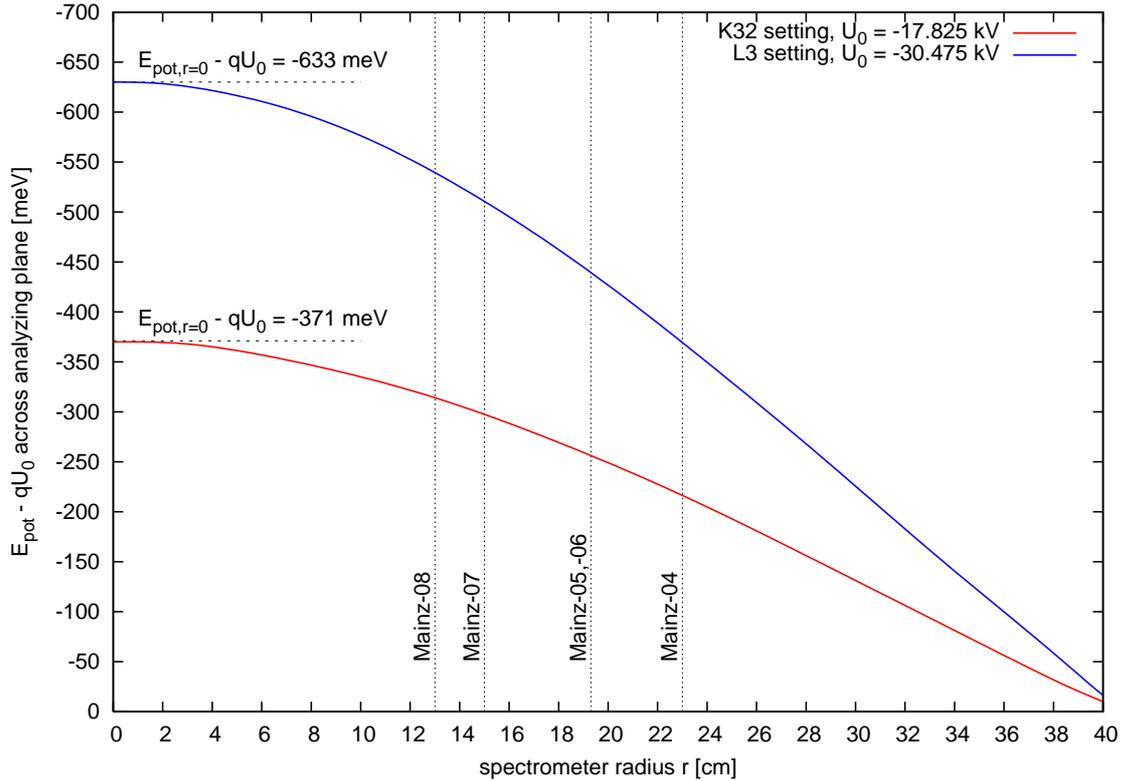
Ein weiteres Kriterium der Qualität einer Magnetfeldkonfiguration ist die radiale Homogenität in der Analysierebene. In Abbildung 6.14 ist das Magnetfeld als Funktion des Radius in der Analysierebene für alle Feldkonfigurationen dargestellt. Die gestrichelte Begrenzung markiert den magnetfeldabhängigen Radius des Flusschlauches, der sich aus der Querschnitts-



**Abbildung 6.14: Magnetfeld in der Analysierebene.** Diese Übersicht zeigt den radialen Magnetfeldverlauf in der Analysierebene für alle eingesetzten Magnetfeldkonfigurationen. Die gestrichelte Kurve bezeichnet den magnetfeldabhängigen Maximalradius, des auf das erste Detektorsegment abgebildeten Flusschlauches. Innerhalb dieses Maximalradius zeigen die Konfigurationen Inhomogenitäten von 8,8 % (Mainz-04), 3,9 % (Mainz-05,-06), 6,9 % (Mainz-07) und 4,0 % (Mainz-08).

fläche von Gleichung (6.1) ergibt und auf das erste Detektorsegment abgebildet wird. Innerhalb dieses Flusschlauches zeigen die verschiedenen Magnetfeldkonfigurationen unterschiedliche Inhomogenitäten von 8,8 % (Mainz-04), 3,9 % (Mainz-05,-06), 6,9 % (Mainz-07) und 4,0 % (Mainz-08). Diese magnetischen Inhomogenitäten werden, wie in Abschnitt 6.1.7 beschrieben, vom Auswerteprogramm berücksichtigt.

Schließlich zeigt auch das elektrostatische Feld in der Analysierebene eine radiale Abhängigkeit, die in der endlichen Länge des Spektrometers und dem Potenzialdurchgriff der Erdelektroden begründet liegt. Abbildung 6.15 zeigt den berechneten radialen Potenzialverlauf in der Analysierebene für Elektroden Spannungen von  $U_0^{K32} = -17\,825\text{ eV}$  und  $U_0^{L3} = -30\,475\text{ eV}$ . Aufgrund von nicht auszuschließenden Abweichungen zwischen der simulierten und der realen Geometrie wird eine abgeschätzte Unsicherheit von 5 % miteinbezogen. Analog zu Abb. 6.14 ist mit gestrichelten Linien die Flusschlauchbegrenzung der verschiedenen Magnetfeldkonfigurationen eingezeichnet. Die mit  $U_0$  belegte Drahtelektrode liegt bei  $r = 41\text{ cm}$ , die Elektronen durchqueren die Analysierebene jedoch im Zentrum des Spektrometers und bis zum maximalen Radius des Flusschlauches. Daher erfahren die Elektronen ein entsprechend der Differenz  $E_{\text{pot}} - qU_0$  positiveres Potenzial. Im Auswerteprogramm wird die radiale Abhängigkeit relativ zu  $r = 0\text{ cm}$  berücksichtigt, d. h. die Gesamtverschiebung durch  $E_{\text{pot}} - qU_0$  muss nachträglich korrigiert werden, dies geschieht durch  $\delta E_{\text{shift}}$  in (6.13) und (6.14) bei der Verarbeitung der Rohdaten.



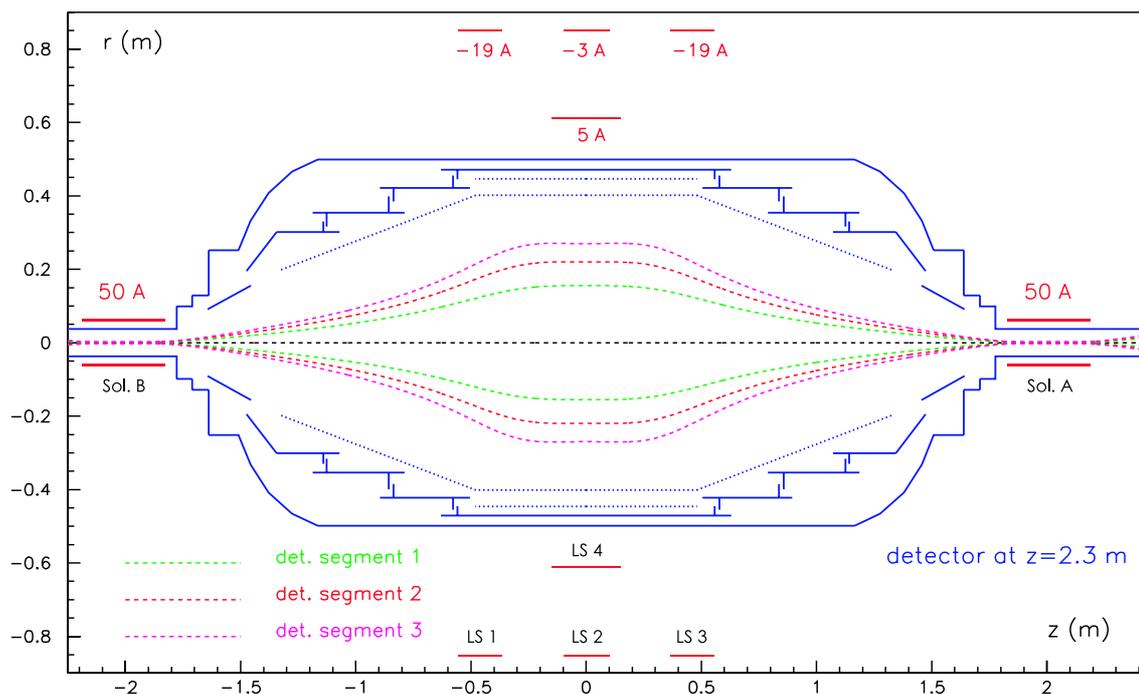
**Abbildung 6.15: Potenzialdurchgang in der Analysierebene.** Diese Diagramm zeigt die radiale Abhängigkeit des Potentials in der Analysierebene anhand der Differenz zum Elektrodenpotential  $E_{\text{pot}} - qU_0$ . Der Potenzialdurchgang ist für die Elektrodenpotenziale  $U_0^{\text{K}32} = -17\,825\text{ V}$  und  $U_0^{\text{L}3} = -30\,475\text{ V}$  berechnet worden. Der jeweils maximale Radius des Flusschlauches der einzelnen Auflösungsstufen ist eingezeichnet. Für die K<sub>32</sub>-Einstellung ergibt sich eine Energiekorrektur von  $E_{\text{pot},r=0} - qU_0^{\text{K}32} = -371(19)\text{ meV}$ , für die L3-Einstellung  $E_{\text{pot},r=0} - qU_0^{\text{L}3} = -633(32)\text{ meV}$ . Hierbei wurde eine Unsicherheit von 5% angenommen.

Nach diesen Untersuchungen ist die magnetische und elektrostatische Charakteristik der verschiedenen Magnetfeldkonfigurationen und des Spektrometers bekannt und kann bei der Auswertung der Daten berücksichtigt werden. Es wurden fünf Magnetfeldkonfigurationen optimiert, wobei nach Entfernen des Solenoiden C nur noch drei Konfigurationen zu benutzen sind. In Tabelle 6.4 sind die wichtigen Parameter der Magnetfeldkonfigurationen aufgelistet und in den Abbildungen 6.11, 6.12, 6.16 und 6.17 dargestellt.

Damit ist die Erstellung und Optimierung der Magnetfeldkonfigurationen für den Betrieb des Mainzer Spektrometers als KATRIN-Monitorspektrometer abgeschlossen. Im nächsten Abschnitt schließen sich Messungen der Transmissionsfunktion bei hohen Überschussenergien an. In Abschnitt 6.3 wird anhand von Simulationsrechnungen versucht, das Ergebnis der Messungen zu verstehen und zu interpretieren.

### 6.2.3 Messung der Transmissionseigenschaften

Das Transmissionsverhalten des Mainzer Spektrometers wurde in [Pi92b] untersucht und es wurde ein Transmissionseinbruch bei hohen Überschussenergien und niedrigen Magnetfeldern beobachtet, siehe Abbildung 6.18. Das Transmissionsverhalten ist insbesondere für das KATRIN-Vorspektrometer von Interesse, da dieses üblicherweise etwa 300 eV unterhalb



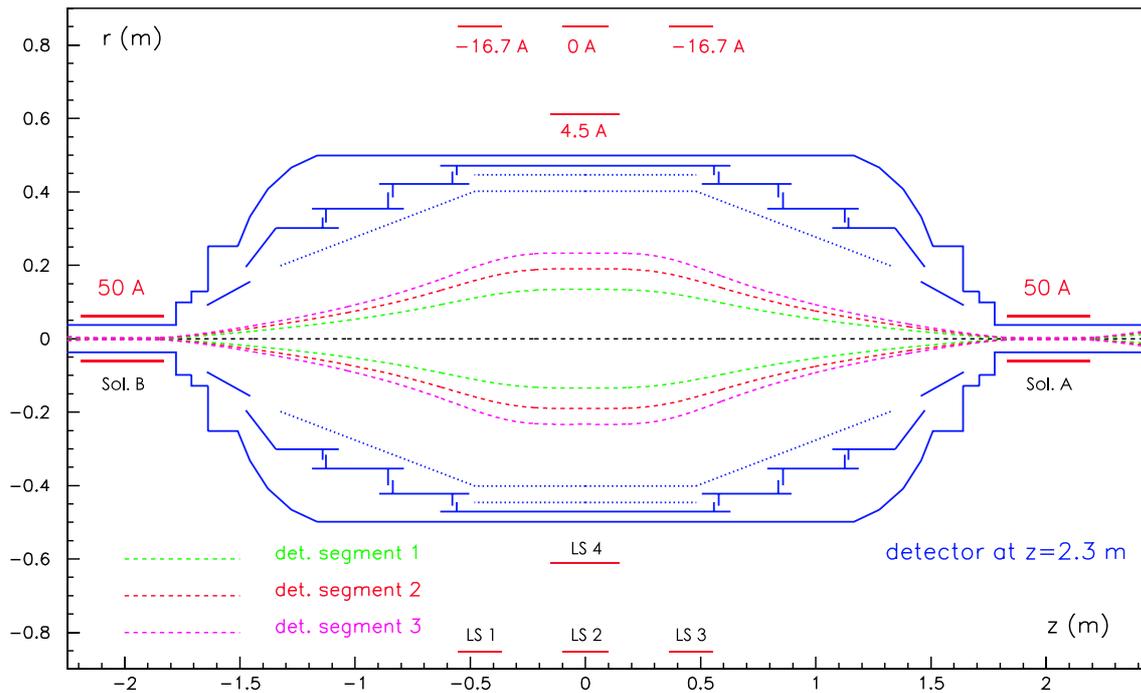
**Abbildung 6.16: Magnetfeldkonfiguration Mainz-07.** Diese Zeichnung zeigt den gleichen Aufbau wie in Abbildung 6.12, nur die Ströme der Luftspulen wurden geändert, um eine niedrigere Auflösungsstufe zu realisieren. Das minimale Magnetfeld in der Analysierebene beträgt bei dieser Einstellung  $B_{\text{ana}} = B_{z=0\text{m}} = 5,05 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ , das Maximale Feld ist identisch zu Mainz-05. Dies führt zu der sogenannten Mainz-07-Konfiguration mit einem Magnetfeldverhältnis von 11909:1 und einer Auflösung von 1,50 eV für 17,825 keV-Elektronen.

des Tritium-Endpunktes den niederenergetischen Teil des  $\beta$ -Spektrum abschneiden soll. Die Signalelektronen des Endpunktbereichs passieren es dann mit entsprechend hohen Überschussenergien. Dieses Verhalten kann am Monitorspektrometer exemplarisch untersucht werden, ist aber nicht direkt mit dem Vorspektrometer vergleichbar, da dessen minimales Magnetfeld mit 20 mT um fast zwei Größenordnungen höher ist.

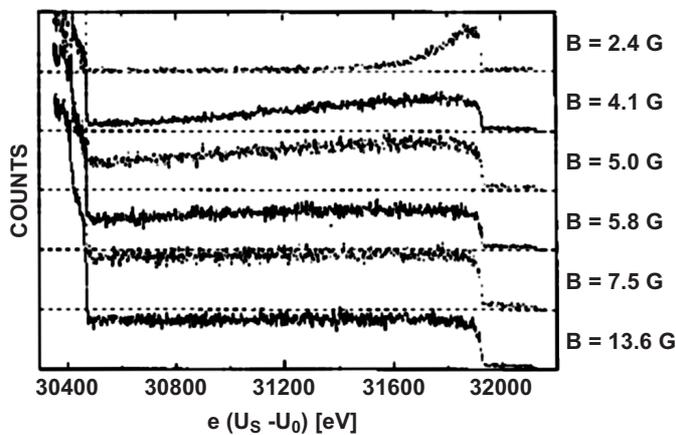
Zur Untersuchung des Transmissionsverhaltens der unterschiedlichen Magnetfeldkonfigurationen werden die Konversionselektronen des  $K_{32}$ -Übergangs und der  $L2/L3_{32}$ -Übergänge betrachtet. Um den Verlauf der Transmission bei hohen Überschussenergien zu messen, wurde das Retardierungspotenzial um bis zu 210 eV ( $K_{32}$ ), bzw. 270 eV ( $L2/L3_{32}$ ) unter die Energie der Konversionselektronen abgesenkt. Gleichzeitig wurde der Detektor während der hier durchgeführten Messreihen 10 cm weiter vom Solenoiden A entfernt positioniert, was dazu führt, dass der magnetische Flusschlauch ( $\phi = 0,35 \text{ Tcm}^2$ ) bei einem Feld von  $B_D(z = 2,4 \text{ m}) = 0,116 \text{ T}$  die Quelle jetzt auf drei Detektorsegmente abbildet. Dadurch wird es möglich den Flusschlauch radial aufgelöst zu vermessen. Die stärkere Rückstreuungswahrscheinlichkeit aufgrund des nun flacheren Einfallswinkels der Elektronen muss man dabei in Kauf nehmen.

In den durchgeführten Messreihen wurde eine Messzeit von 50 s je Spannungseinstellung gewählt, wobei die in 6.1.7 beschriebene lineare Lebensdauerkorrektur verwendet wurde, d. h. durch doppeltes Abtasten aller Spannungstufen in entgegengesetzter Richtung erhöht sich die Gesamtmesszeit auf 100 s je Spannungswert.

Ein Messdurchlauf beginnt bei maximaler Überschussenergie (minimale Spannung) und läuft bis 10 eV oberhalb der Energie der Konversionselektronen (maximale Spannung), wendet



**Abbildung 6.17: Magnetfeldkonfiguration Mainz-08.** Diese Zeichnung zeigt den gleichen Aufbau wie in Abbildung 6.12, nur die Ströme der Luftspulen wurden geändert, um eine niedrigere Auflösungsstufe zu realisieren. Das minimale Magnetfeld in der Analyseebene beträgt bei dieser Einstellung  $B_{\text{ana}} = B_{z=0\text{ m}} = 6,74 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ , das Maximale Feld ist identisch zu Mainz-05. Dies führt zu der sogenannten Mainz-08-Konfiguration mit einem Magnetfeldverhältnis von 8923:1 und einer Auflösung von 2,00 eV für 17,825 keV-Elektronen.

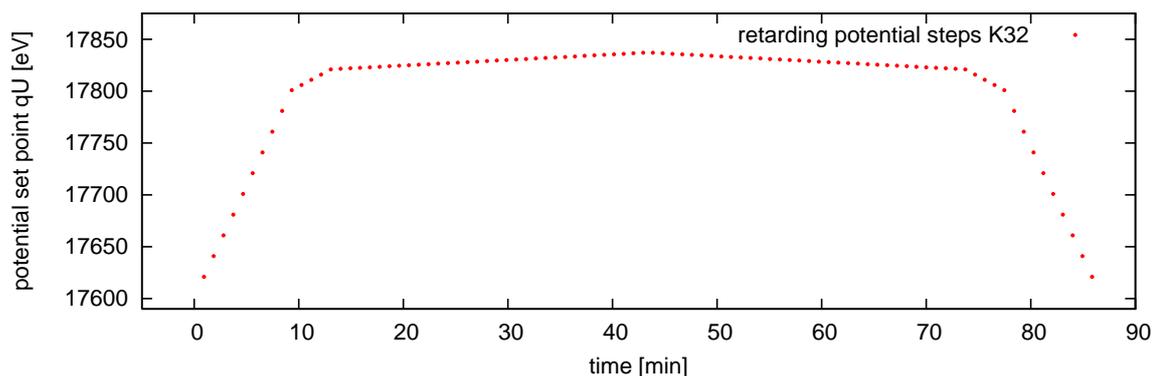


**Abbildung 6.18: Magnetfeldabhängiges Transmissionsverhalten aus [Pi92b].** Dargestellt ist der Zählratenverlauf über die  $L_{32}$ -,  $M_{32}$ - und  $N_{32}$ -Konversionselektronenlinien für verschiedene minimale Magnetfelder in der Analyseebene. Die Transmission der  $M_{32}$ - und  $N_{32}$ -Linien bricht bei kleinen Magnetfeldern ab einer bestimmten Überschussenergie ein.

hier und läuft wieder zurück bis zur minimalen Spannung. Die Messwertpaare der Konversionselektronenlinie liegen daher sehr zeitnah beieinander, wohingegen die Zeitdifferenz der Messwertpaare bei hohen Überschussenergien relativ groß ist. Da die Ausgangsspannung des HV-Netzteils<sup>13</sup> nach Setzen des Spannungswertes noch ein leichtes Einlaufverhalten zeigt, wurde vor Beginn jedes Datenerfassungszyklus eine Pause von 6 Sekunden gemacht.

Bei 46 programmierten, unterschiedlichen Spannungsstufen (92 Einzelstufen) für die  $K_{32}$ -Messungen dauerte ein Messdurchlauf daher etwa 1,5 Stunden (s. Abb. 6.19). Für die  $L2/L3_{32}$ -

<sup>13</sup>Verwendet wurde das F.u.G. HCN 140-35000



**Abbildung 6.19: Vorgegebene Potenzialstufen zur Messung des  $K_{32}$ -Transmissionsverlaufs.** Dargestellt sind die Potenzialstufen als Funktion der Zeit während des Messdurchlaufs. Im Bereich der  $K_{32}$ -Linie wird mit 0,5 eV-Stufen abgetastet, bis 30 eV Überschussenergie mit 5 eV-Stufen und darüber hinaus mit 20 eV-Stufen. Die Messzeit je Stufe ist 50 s und es wird vor Beginn der Datenerfassung eine Pause von 6 s eingefügt. Dargestellt sind alle 92 vorprogrammierten Potenzialstufen. Jedes Potenzial kommt darin doppelt vor, d. h. die Messergebnisse gleicher Stufe werden für die Auswertung gemittelt.

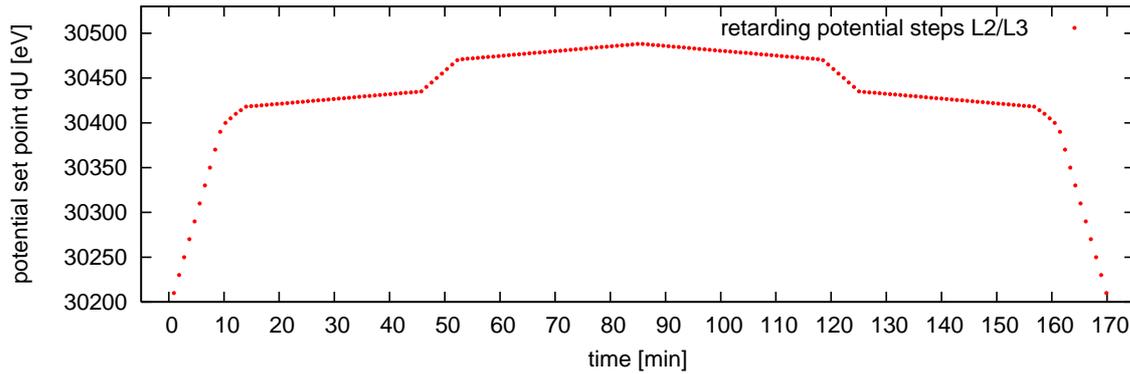
Messungen wurden 91 unterschiedliche Spannungsstufen (182 Einzelstufen) programmiert und ein Messdurchlauf dauerte knapp 3 Stunden (s. Abb. 6.20). Dies ist aufgrund der Halbwertszeit von 1,83 Stunden nicht mit einer einfachen  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Quelle realisierbar. Für diese Tests wurde daher eine Langzeitquelle auf reinem HOPG-Substrat verwendet, bei der das  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Gas auch während der Messung permanent einströmt. Auf diese Weise erhält man eine Quelle mit einer über viele Stunden, bis zu einigen Tagen, konstanten Zählrate, die allenfalls eine geringe lineare Änderung zeigt. Die Quelle wurde am 22.05.2006 präpariert und die Messungen zum Transmissionsverhalten fanden 24. und 25.05.2006 statt.

Die relative Standardabweichung aller vier<sup>14</sup> Spannungsmessungen lag im Bereich der Konversionselektronenlinien, die in 0,5 V-Schritten abgetastet wurden, bei etwa 0,5 ppm (< 1 ppm bei  $L_{32}$ -Messungen). Dieser Wert entspricht dem üblichen Rauschverhalten des Digitalvoltmeters. Aufgrund des größeren zeitlichen Abstands der paarweisen Abtastung der  $L_{232}$ -Linie stieg hierbei die rel. Standardabweichung auf bis zu 2 ppm an. Die großen Spannungsschritte von 20 V und die lange Zeitdifferenz zwischen den Messwertpaaren während der Aufnahme des Transmissionsverlaufs führen zu rel. Standardabweichung von etwa 6 bis 10 ppm. Hierbei reicht die Wartezeit von 6 s zum Stabilisieren der Ausgangsspannung bis in den sub-ppm-Bereich nicht mehr aus, wird diese Pause verlängert, sinken die Abweichungen deutlich. Des Weiteren werden identisch programmierte Spannungsstufen vom HV-Netzteil nach der Zeitdifferenz von etwa einer Stunde nur noch auf etwa 3 ppm reproduziert. Für die Untersuchung des Transmissionsverlaufs ist dies aber vernachlässigbar.

Ein negativer Einfluß des Spannungsteilers ist bei diesen Messungen nicht zu erwarten, da dieser zum Zeitpunkt der Messungen schon einige Tage unter Hochspannung betrieben wurde, so dass kein Einlaufverhalten mehr sichtbar ist. Zudem zeigen sämtliche bei der PTB durchgeführten Messreihen (s. Kap. 5), dass der Spannungsteiler bei Messungen über einige Stunden eine relative Stabilität im sub-ppm-Bereich erreicht.

In den Abbildungen 6.21 und 6.22 ist der Transmissionsverlauf für die Mainz-06-Konfiguration dargestellt, d. h. 0,92 eV Auflösung für  $K_{32}$ -Elektronen und 1,57 eV Auflösung für  $L_2/L_{32}$ -Elektronen. Ausgehend von Abb. 2.5 erwartet man oberhalb der Konversionselektronenlinie

<sup>14</sup>Spannungen wurden bei Hin- und Rücklauf, jeweils vor und nach der Datenaufnahme, gemessen und gemittelt.



**Abbildung 6.20: Vorgegebene Potenzialstufen zur Messung des L2/L3<sub>32</sub>-Transmissionsverlaufs.** Analog zu Abb. 6.20 sind hier die Potenzialstufen der L2/L3<sub>32</sub>-Messung als Funktion der Zeit während des Messdurchlaufs dargestellt. Im Bereich der L2/L3<sub>32</sub>-Linien wird mit 0,5 eV-Stufen abgetastet, dazwischen und bis 30 eV Überschussenergie über die L2-Linie mit 5 eV-Stufen und darüber hinaus mit 20 eV-Stufen. Die Messzeit je Stufe ist 50 s und es wird vor Beginn der Datenerfassung eine Pause von 6 s eingefügt. Dargestellt sind alle 182 vorprogrammierten Potenzialstufen. Jedes Potenzial kommt darin doppelt vor, d. h. die Messergebnisse gleicher Stufe werden für die Auswertung gemittelt.

einen konstanten Verlauf der Zählrate, die allenfalls durch Shake up/off-Elektronen weiter ansteigt. Die Messungen zeigen jedoch schon bei etwa 15 eV Überschussenergie eine fallende Zählrate, obwohl hier das Shake up/off-Spektrum beginnen sollte [Pi92b]. An der radial segmentierten Auftragung wird deutlich, dass dieser Effekt für Elektronen mit zentraler Flugbahn (Segment 1) am niedrigsten ist. Weiter außen fliegende Elektronen, die von den Segmenten 2 und 3 detektiert werden, zeigen einen mit dem Radius der Flugbahn stärker werdenden Effekt, am deutlichsten zu erkennen am unterschiedlich steilen Zählratenverlauf zwischen (10 eV bis 50 eV Überschussenergie) der L3- und der L2-Konversionselektronenlinie in Abb. 6.22.

Analog dazu ist in den Abbildungen 6.23 und 6.24 der Transmissionsverlauf für die Mainz-07-Konfiguration dargestellt (1,50 eV Auflösung für K<sub>32</sub>-Elektronen, 2,56 eV Auflösung für L2/L3<sub>32</sub>-Elektronen). Hier ist der Zählratenanstieg um etwa 20 % durch die Shake up/off-Elektronen bei etwa 50 eV Überschussenergie deutlich zu erkennen, aber auch hier ist ein Transmissionseinbruch festzustellen, der sich allerdings erst bei Überschussenergien von mehr als 60 eV deutlich zeigt. Die radiale Abhängigkeit ist nicht so stark wie bei der Mainz-06-Konfiguration, aber dennoch zu erkennen. Dabei ist zu beachten, dass Mainz-06 einen Flussschlauchradius von 19,3 cm und Mainz-07 von nur 14,9 cm hat, d. h. der maximale Flugbahnradius ist bei Mainz-07 um etwa 23 % geringer. Zum Vergleich eignet sich daher die Differenz zwischen Segment 1 und 2 aus Abb. 6.22 und Segment 1 und 3 aus Abb. 6.24 am besten.

Das Ergebnis für die Mainz-08-Konfiguration in Abbildung 6.25 (2,0 eV Auflösung für K<sub>32</sub>-Elektronen) und Abbildung 6.26 (3,42 eV Auflösung für L2/L3<sub>32</sub>-Elektronen) zeigt erst bei Überschussenergien von mehr als 100 eV einen beginnenden Transmissionseinbruch. Auch die radiale Segmentierung zeigt nun keinen signifikanten Unterschied mehr im Transmissionsverlauf.

Neben dem erneut geringeren Maximalradius in der Analysierebene (12,9 cm bei Mainz-08), der nur sekundär die Ausprägung des Effektes beeinflusst, ist das minimale Magnetfeld in der Analysierebene der einzige unterschiedliche Parameter zwischen den Magnetfeldkonfigurationen. Die Annahme ist daher, dass bei einem geringeren Magnetfeld in der Analysierebene, die adiabatischen Bedingungen für die Elektronenbewegung nicht mehr erfüllt sind. Je niedriger

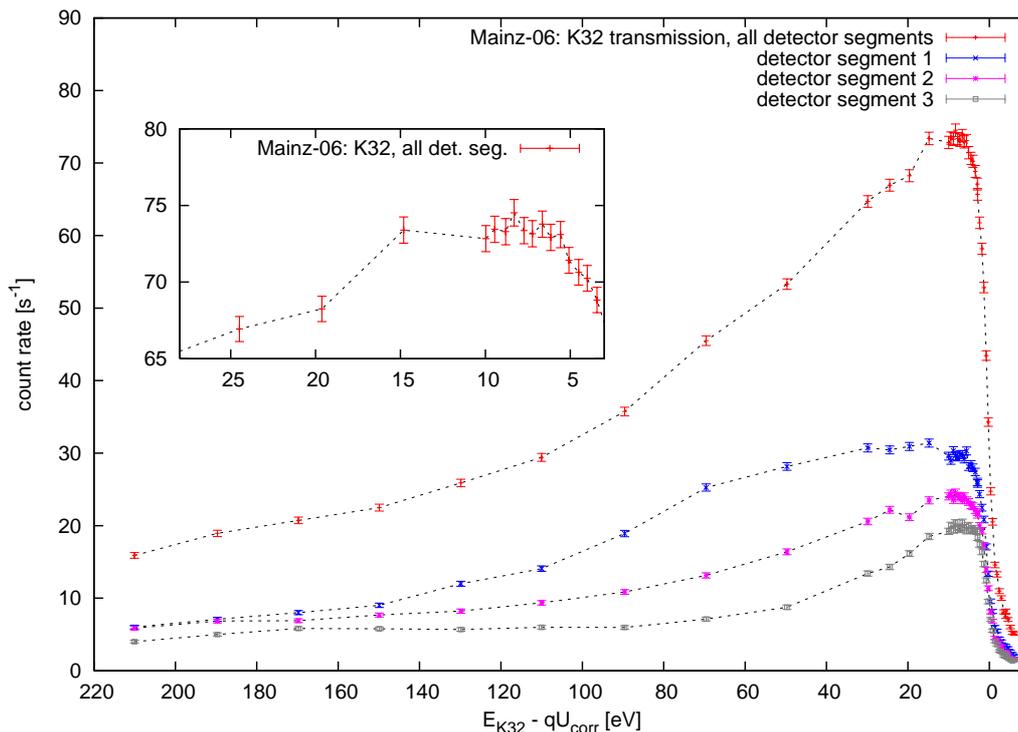


Abbildung 6.21: Messung des Transmissionsverhaltens bei 17,8 keV für Mainz-06. Messung der  $K_{32}$ -Konversionselektronen bei 100 s Messzeit pro Datenpunkt inklusive des Transmissionsverlaufs bei 0,92 eV Auflösung (Mainz-06) bis zu einer Überschussenergie von 210 eV.

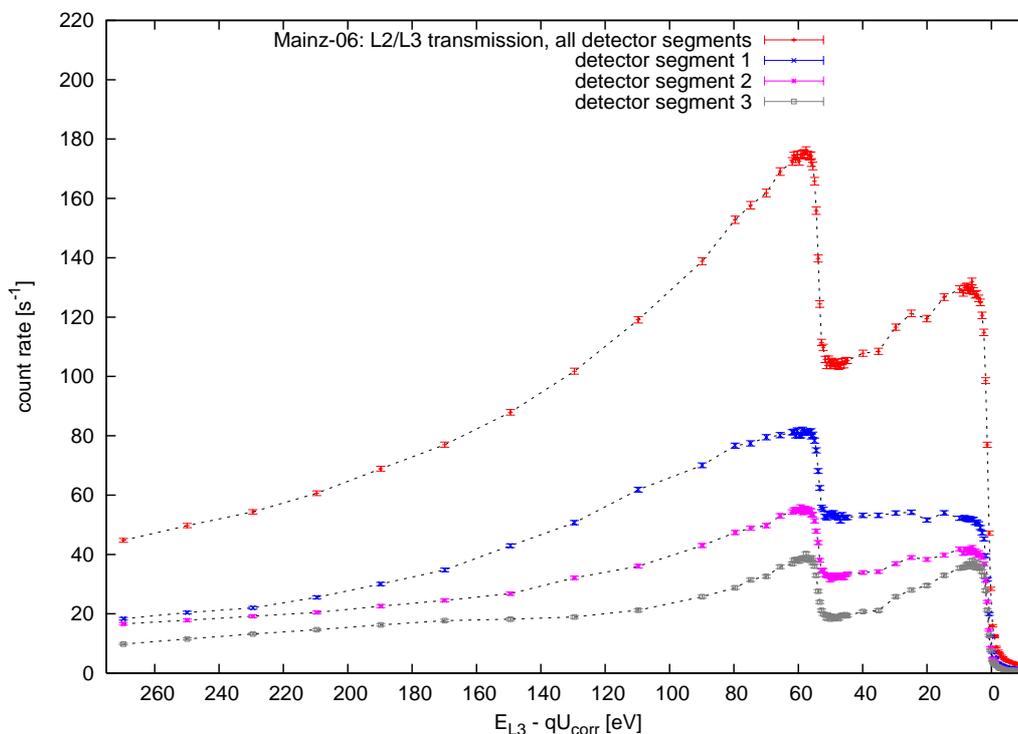


Abbildung 6.22: Messung des Transmissionsverhaltens bei 30,4 keV für Mainz-06. Messung der  $L2/L3_{32}$ -Konversionselektronen bei 100 s Messzeit pro Datenpunkt inklusive des Transmissionsverlaufs bei 1,57 eV Auflösung (Mainz-06) bis zu einer Überschussenergie von 270 eV.

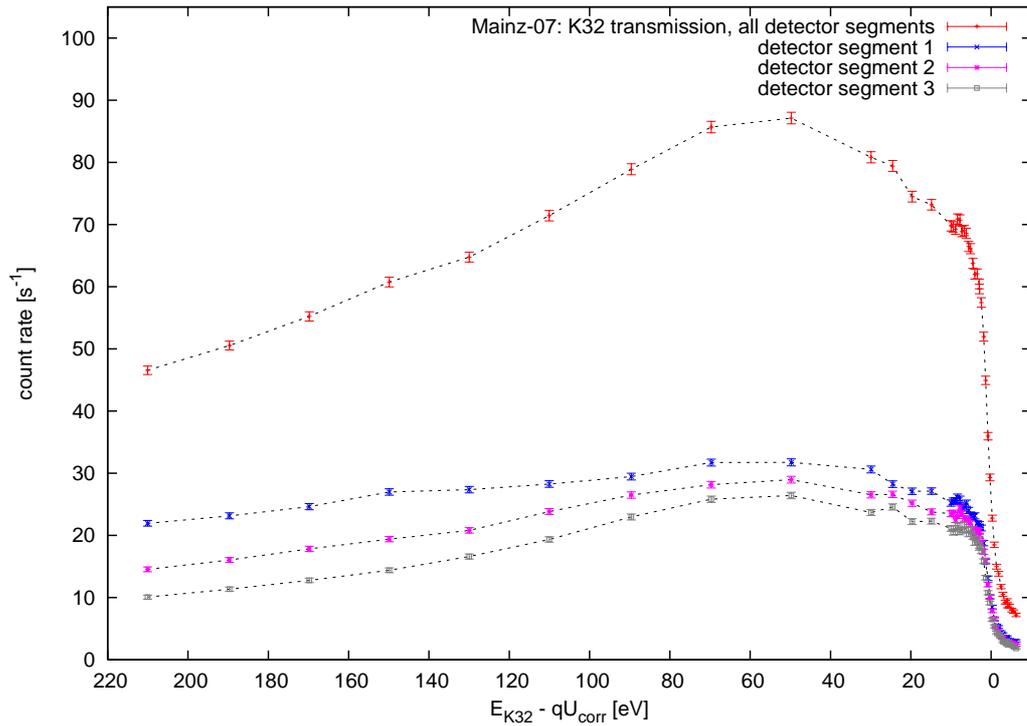


Abbildung 6.23: Messung des Transmissionsverhaltens bei 17,8 keV für Mainz-07. Messung der  $K_{32}$ -Konversionselektronen bei 100 s Messzeit pro Datenpunkt inklusive des Transmissionsverlaufs bei 1,50 eV Auflösung (Mainz-07) bis zu einer Überschussenergie von 210 eV.

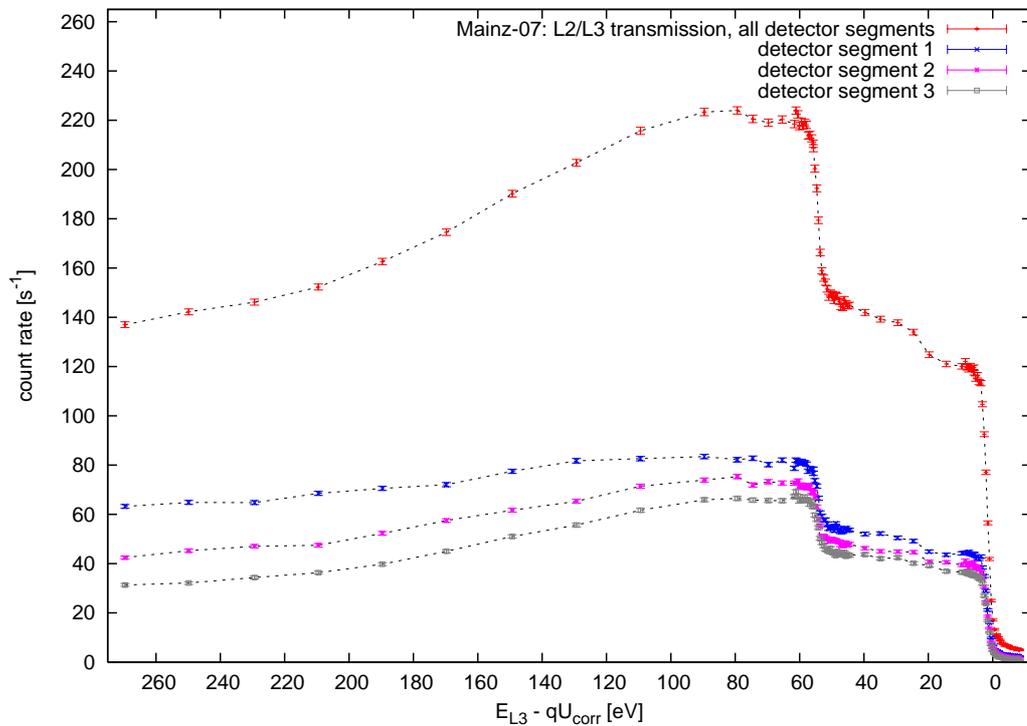


Abbildung 6.24: Messung des Transmissionsverhaltens bei 30,4 keV für Mainz-07. Messung der  $L2/L3_{32}$ -Konversionselektronen bei 100 s Messzeit pro Datenpunkt inklusive des Transmissionsverlaufs bei 2,56 eV Auflösung (Mainz-07) bis zu einer Überschussenergie von 270 eV.

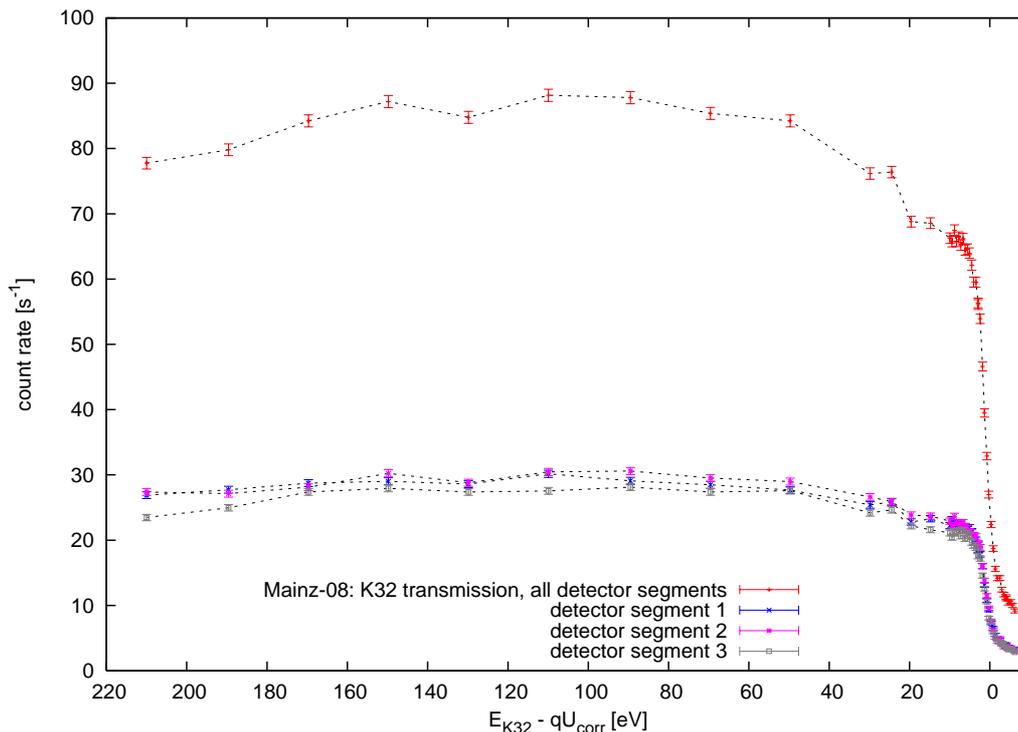


Abbildung 6.25: Messung des Transmissionsverhaltens bei 17,8 keV für Mainz-08. Messung der  $K_{32}$ -Konversionselektronen bei 100 s Messzeit pro Datenpunkt inklusive des Transmissionsverlaufs bei 2,00 eV Auflösung (Mainz-08) bis zu einer Überschussenergie von 210 eV.

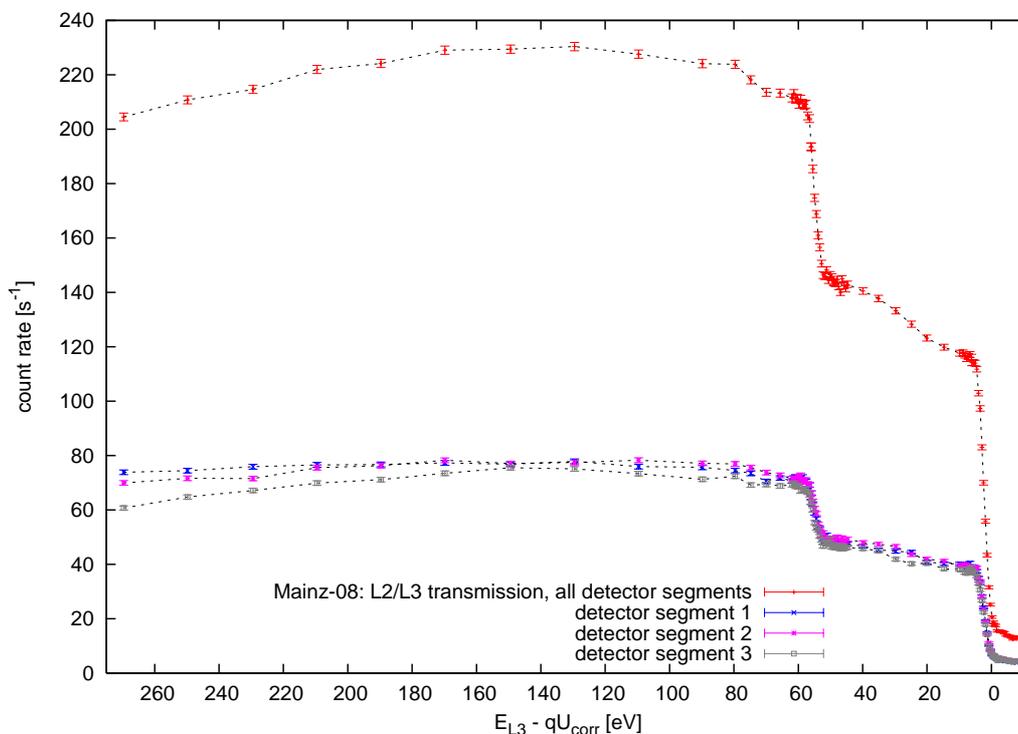


Abbildung 6.26: Messung des Transmissionsverhaltens bei 30,4 keV für Mainz-08. Messung der  $L2/L3_{32}$ -Konversionselektronen bei 100 s Messzeit pro Datenpunkt inklusive des Transmissionsverlaufs bei 3,42 eV Auflösung (Mainz-08) bis zu einer Überschussenergie von 270 eV.

das Magnetfeld in der Analysierebene ist, desto größer wird der zu durchlaufende Magnetfeldgradient auf dem Weg in Richtung des zweiten Spektrometersolenoiden. In [Thü03] konnte gezeigt werden, dass die Krümmung  $|\vec{\nabla}_{\perp} B(l)|$  der Magnetfeldlinie<sup>15</sup> in Zusammenhang mit nichtadiabatischen Effekten steht. Der adiabatische Faktor  $\delta^*$  stellt mit

$$\delta^* = \int \frac{|\vec{\nabla}_{\perp} B(l)|}{B^2(l)} dl \quad (6.16)$$

das Integral über die Krümmung der vom Elektron durchlaufenen Flugbahn dar, welche mit dem Magnetfeld quadratisch gewichtet wird. Der Faktor  $\delta^*$  ist klein, wenn das Magnetfeld in der Analysierebene groß und die Elektronenflugbahn nur gering gekrümmt ist, wie es bei Magnetfeldkonfiguration Mainz-08 der Fall ist. Umgekehrt steigt  $\delta^*$  an, wenn man das Spektrometer bei hoher Auflösung, wie in Magnetfeldkonfiguration Mainz-06, betreibt. Das Magnetfeld ist dann klein und die Flugbahn ist stärker gekrümmt. Da  $\delta^*$  nur eine relative Aussage liefert, sind Simulationen auf Basis mikroskopischer Teilchenbahnverfolgungen viel aussagekräftiger, um mehr über den Einbruch der Transmission zu lernen (s. Kap. 6.3).

In diesem Zusammenhang spielt auch der Zyklotronradius der Elektronen eine Rolle, da dieser immer größer wird, wenn niedrige Magnetfelder bei hohen Spektrometerauflösungen herrschen. Die Zyklotronschrittlänge steigt an und das Elektron kann dem starken Magnetfeldgradienten bzw. der Krümmung der Magnetfeldlinie nicht mehr folgen. In diesem Fall kann das magnetische Moment (s. Gl. (2.12)) nicht mehr als Konstante der Bewegung betrachtet werden, die Elektronen werden daher nicht mehr adiabatisch geführt.

Die Beobachtung eines einbrechenden Transmissionsverlaufs wurde auch in [Pi92b] und [Gro92] gemacht und wird in Abschnitt 6.3 mit Simulationsrechnungen detailliert untersucht.

#### 6.2.4 Auswertung bei verschiedenen Auflösungen

Zur weiteren Einschätzung der unterschiedlichen Magnetfeldkonfigurationen wird die Energie und die Halbwertsbreite, der im Zusammenhang mit dem Transmissionsverlauf gemessenen Konversionselektronen, durch die oben beschriebene Anpassungsfunktion (s. Gl. (6.12)) bestimmt. Dabei wird die Summe der Ereignisse aller Detektorsegmente ausgewertet, da dies auch später im Regelmessbetrieb der Fall sein wird. Die Messungen fanden am 24. und 25. Mai 2006 statt, daher gilt laut Tabelle 6.2 ein Maßstabfaktor von

$$M_{\text{Mai}} = 1972,47354 \quad (6.17)$$

und ein Korrekturfaktor (s. Abb. 6.6: Tag 153) von

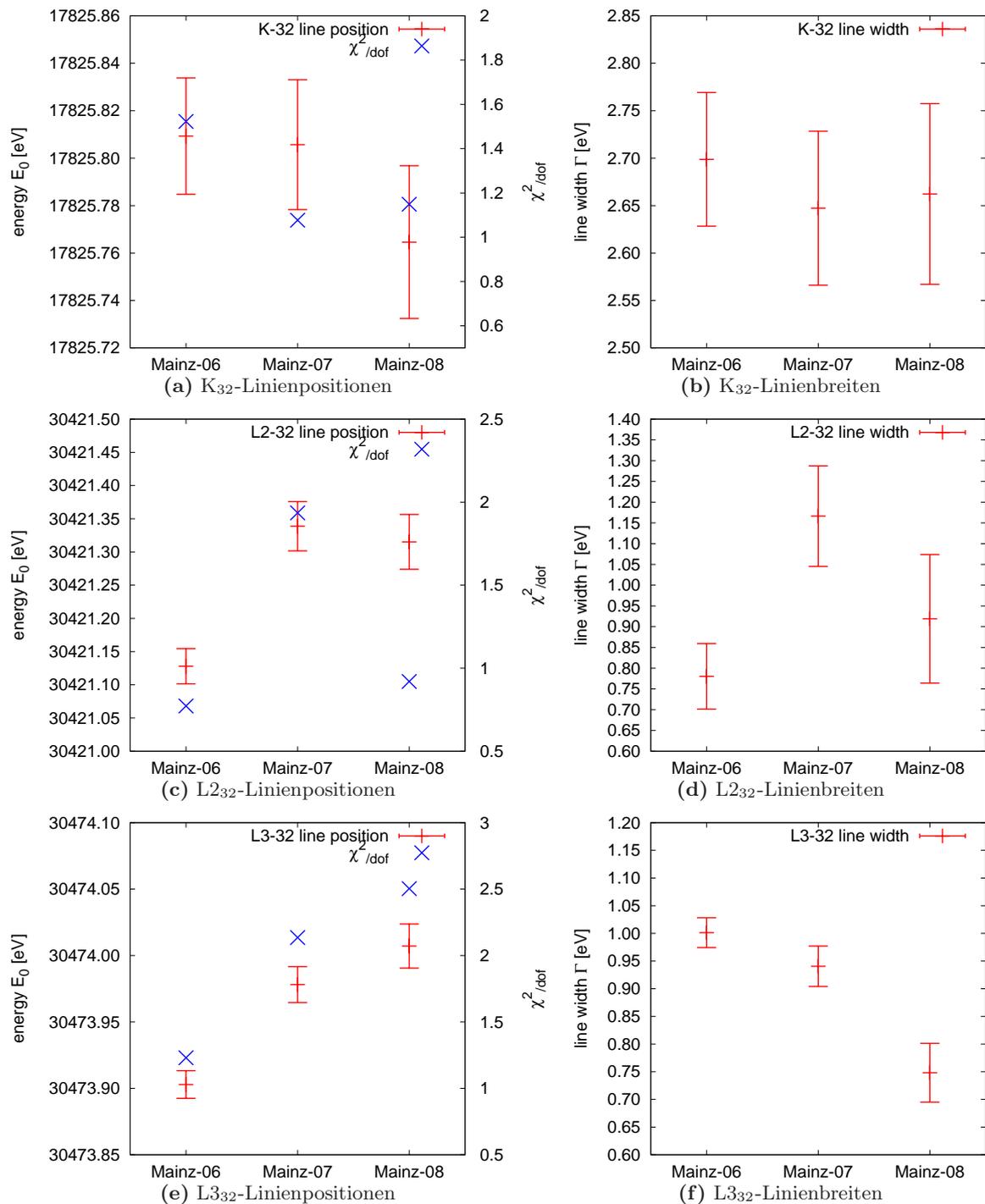
$$K_{24.\text{Mai}} = 0,999998807. \quad (6.18)$$

Ausgewertet wurde die gemessene Energie  $E'_k$ , d. h. es wurden noch keine Korrekturen der apparativen Effekte berücksichtigt. Die von der Anpassungsfunktion ermittelte Linienenergie  $E_0 = E'_k$  sind größer als die wirkliche kinetische Energie  $E_k$  (s. Abs. 6.1.2). Da in den hier durchgeführten Untersuchungen nur das relative Verhalten betrachtet wird, ist eine absolute Energiebestimmung nicht relevant.

In Abbildung 6.27(a) sind die Linienenergien der  $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronen dargestellt, die sich bei den verschiedenen Auflösungseinstellungen der Magnetfeldkonfigurationen Mainz-06, Mainz-07 und Mainz-08 ergeben. Für Mainz-06 und Mainz-07 ergeben sich fast identische

---

<sup>15</sup> $|\vec{\nabla}_{\perp} B(l)|$  ergibt die zur Magnetfeldlinie senkrechte Komponente des Magnetfeldgradienten und beschreibt die Krümmung der Magnetfeldlinie.



**Abbildung 6.27: Fitergebnisse der Konversionselektronenlinien bei verschiedenen Auflösungen.** Diese sechs Diagramme zeigen die mittlere gemessene Energie  $E_0 = E'_k$  (nicht die Absolutenergie  $E_k$ ) der Linienpositionen inklusive  $\chi^2/dof$ -Werten in (a), (c) und (e), sowie die zugehörigen Linienbreiten  $\Gamma$  in (b), (d) und (f). Für die K<sub>32</sub>-Linie in (a) und (b) liefern alle drei Auflösungen gleichwertige Resultate, allerdings steigen die Unsicherheiten mit niedrigerer Auflösung leicht an. Für die L<sub>2</sub>/L<sub>332</sub>-Linien in (c) bis (f) zeigt sich eine starke Abhängigkeit von der Spektrometerauflösung, die im Text detailliert diskutiert wird.

Ergebnisse, nur bei Mainz-08 weicht die Linienenergie um etwa 40 meV ab, was aber angesichts einer Unsicherheit von  $\pm 32$  meV nicht signifikant ist. Die zugehörigen Linienbreiten in Abb. 6.27(b) zeigen keinen signifikanten Unterschied und widersprechen nicht dem erwarteten Wert von  $\Gamma_{K_{32}} = 2,83(12)$  eV aus [Pi92b].

Betrachtet man das Ergebnis der  $L_{2/32}$ -Konversionselektronen in Abb. 6.27(c) und (d), so fällt auf, dass hier stärkere Schwankungen sowohl in der Linienenergie, als auch in der Linienbreite auftreten. Die starke Abweichung um etwa 250 meV beim Wert von Mainz-06 könnte durch die Überlagerung des Transmissionseinbruchs der  $L_{3/32}$ -Linie verursacht werden (s. Abb. 6.22). Eine Erweiterung der Anpassungsfunktion um einen linear energieabhängigen Untergrund ergab  $E_{0,L_2} = 30421,132(27)$  eV und  $\Gamma_{L_2} = 0,96(15)$  eV mit  $\chi^2/dof = 0,71$ . Dies ist keine signifikante Änderung im Vergleich zur Anpassung einer konstanten Untergrundrate. Des Weiteren ist, wie oben erwähnt, die rel. Standardabweichung der Spannungsmessungen mit bis zu 2 ppm deutlich größer als bei den  $K_{32}$ - und  $L_{3/32}$ -Messungen, aber auch dadurch ist ein Sprung um etwa 250 meV nicht zu erklären.

Auch die Ergebnisse der  $L_{3/32}$ -Konversionselektronen in Abb. 6.27(e) und (f) zeigen starke Abweichungen von bis zu 100 meV in der Linienenergie. Besonders die Ergebnisse der Linienbreiten sind nicht stabil und variieren ebenso wie bei den  $L_{2/32}$ -Linienbreiten um bis zu 30 %. Da hier die rel. Standardabweichung der Spannungsmessungen  $< 1$  ppm war, kann die Spannungsmessung als Ursache ausgeschlossen werden. Eine Betrachtung der erwarteten Linienbreiten von  $\Gamma_{L_2} = 1,85(5)$  eV und  $\Gamma_{L_3} = 1,40(2)$  eV aus [Pi92b] und der Vergleich mit den eingestellten Auflösungen (s. Tab. 6.4) von 1,57 eV (Mainz-06), 2,56 eV (Mainz-07) und 3,42 eV (Mainz-08) für Elektronenenergien um 30,5 keV zeigt, dass die Linienbreiten geringer sind, als die eingestellten Auflösungen. Eine mögliche Folgerung daraus ist, dass es bei Linienbreiten, die schmäler als die Auflösung sind, nur noch bedingt möglich ist, die Linienenergie genau zu bestimmen. Zudem deuten die großen  $\chi^2/dof$ -Werte auf einen zusätzlichen nicht beachteten systematischen Effekt hin. Die Ergebnisse der  $L_2/L_{3/32}$ -Konversionselektronen der Magnetfeldkonfigurationen Mainz-07 und Mainz-08 können daher nur unter Vorbehalt betrachtet werden. Um diese Problematik vollständig zu klären sind weitere Messreihen notwendig, die nicht im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden, da der Schwerpunkt auf die Stabilitätsmessungen der  $K_{32}$ -Linie gelegt wurde.

Auf Basis dieser Ergebnisse kann daher vorläufig nur die Mainz-06-Konfiguration für die Messung der  $L_2/L_{3/32}$ -Konversionselektronen empfohlen werden.

Die Messungen der  $K_{32}$ -Konversionselektronen haben gezeigt, dass jede eingestellte Auflösung die Linienenergie und die Linienbreite reproduzieren kann. Hierbei sind alle eingestellten Auflösungen feiner als die erwartete Linienbreite. Die bei Mainz-08 auftretende geringe Abweichung ist zwar nicht signifikant, zeigt jedoch, dass sich die hohen Auflösungen von Mainz-06 und Mainz-07 besser eignen. Zudem hat das Ergebnis der  $K_{32}$ -Messung mit Mainz-06-Konfiguration gezeigt, dass sich der bei 10 eV bis 15 eV Überschussenergie einsetzende Zählrateneinbruch des Transmissionsverlaufs bei einem Auswertintervall von  $\pm 10$  eV um die Linienenergie nicht negativ auf das Messergebnis auswirkt.

Für die Stabilitätsuntersuchungen in Kap. 6.4 und die Energiebestimmung in Kap. 6.5.1 wird daher die Mainz-06-Konfiguration verwendet, d. h. 0,92 eV Auflösung für 17,8 keV-Elektronen.

## 6.3 Simulationsrechnungen zur Transmissionsfunktion

Wie schon in Abschnitt 6.2.3 erwähnt, wurde auch in [Pi92b] und [Gro92] ein Einbrechen der Transmission beobachtet (s. Abb. 6.18). In [Pi92b] wurde festgestellt, dass das minimale Magnetfeld in der Analysierebene nicht mehr in der Lage ist, die Elektronen adiabatisch zu führen. Damals wurde angenommen, dass die Elektronen die Magnetfeldlinie verlassen, die Elektrode treffen und damit verloren gehen. Diese Problematik wurde daraufhin in [Gro92] sehr viel ausführlicher untersucht. Die Elektronen verlassen nicht die Magnetfeldlinie, wie ursprünglich angenommen, sondern sie unterliegen einer nichtadiabatischen Energietransformation. Die dazu durchgeführten Simulationsrechnungen waren durch die Rechengeschwindigkeit der verfügbaren Computer limitiert, d. h. es konnte nicht der gesamte Parameterraum untersucht werden.

Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationsrechnungen standen neue Programme zur Teilchenbahnverfolgung mit mikroskopischer Bahnberechnung zur Verfügung. Die Programme wurden von Dr. Ferenc Glück<sup>16</sup> im Rahmen der Spezifikation des KATRIN-Hauptspektrometers entwickelt und werden seitdem in Zusammenarbeit mit dem Institut für Kernphysik (Universität Münster) weiterentwickelt. Die Programme zur Berechnung elektrischer und magnetischer Felder basieren auf einer Reihe von vorberechneten Quelltermen<sup>17</sup> an Stützpunktstellen, von denen ausgehend das Feld am gewünschten Raumpunkt<sup>18</sup> durch eine Reihenentwicklung mit Legendrepolyomen bestimmt wird. Das Programm zur mikroskopischen Teilchenbahnverfolgung basiert auf relativistisch formulierten Bewegungsgleichungen, die mittels Runge-Kutta 8. Ordnung gelöst werden<sup>19</sup>. Auf das Prinzip und die Bedienung der Programme wird an dieser Stelle nicht weiter eingegangen, beides wird sehr ausführlich in [Val04] behandelt. Der aktuelle Status und Funktionsumfang des Programmpaketes und seiner Erweiterungen wird in [Vöc07] erläutert.

Die Simulationsrechnungen wurden auf dem GridIKP-Cluster<sup>20</sup> des Instituts für Kernphysik (Universität Münster) durchgeführt, das mit 96 (später 136) Rechenknoten ausgestattet ist. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Programme soweit angepasst, dass die aufwendigen Simulationsrechnungen auf dem GridIKP-Cluster durchgeführt werden können. Des Weiteren wurde das Teilprogramm `traj.c` zur Teilchenbahnverfolgung soweit modifiziert, dass der gesamte Parameterbereich der Elektronen mit Monte-Carlo-Methoden untersucht werden kann.

Zur Erzeugung der Zufallszahlen wird ein Quasizufallsgenerator verwendet, dessen Startwert („*random seed*“) frei wählbar ist. Die so erhaltenen Zufallszahlen  $0 \leq w \leq 1$  werden zur Erzeugung der Startparameter der simulierten Elektronen verwendet. Da es sich um einen deterministischen Algorithmus handelt, erzeugt der Zufallsgenerator bei jedem Programmaufruf die gleiche Abfolge voneinander unabhängiger Zahlen, sogenannte Quasizufallszahlen. Als Elektronenquelle wird das virtuelle Abbild der isotrop emittierenden realen Quelle im Zentrum des ersten Spektrometersolenoiden ( $z = -2,01$  m) verwendet. Dabei skaliert der Quellradius mit der Wurzel des Magnetfeldverhältnisses. Wenn daher von der realen Quelle ein Radius von 1,63 mm ( $B_S = 4,193$  T) auf das erste Detektorsegment abgebildet wird,

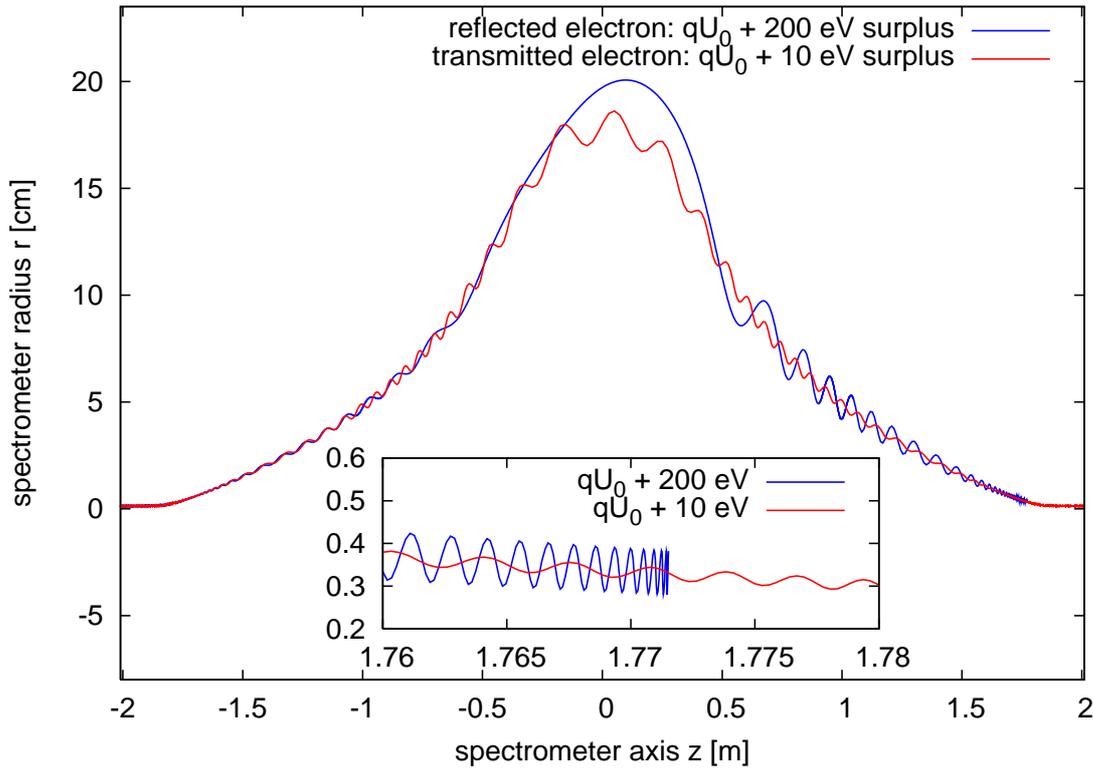
<sup>16</sup>Institut für Kernphysik, Forschungszentrum Karlsruhe

<sup>17</sup>Das Programmpaket dient auch zur relativ zeitaufwendigen Berechnung der Quellterme an definierten Stützpunktstellen, die allerdings nur einmal durchgeführt werden muss.

<sup>18</sup>Der Raumpunkt muss sich innerhalb des Konvergenzradius der Reihenentwicklung befinden.

<sup>19</sup>Das ebenfalls unterstützte, weniger genaue, Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung wird in den vorgestellten Simulationen nicht verwendet.

<sup>20</sup>Es handelt sich um AMD Opteron Systeme, die mit Linux betrieben werden [GridIKP].



**Abbildung 6.28: Trajektorienvergleich eines transmittierten und reflektierten Elektrons.** Dargestellt sind die Trajektorien zweier Elektronen mit stark unterschiedlichen Überschussenergien von  $E_{S,1} = qU_0 + 200 \text{ eV}$  und  $E_{S,2} = qU_0 + 10 \text{ eV}$ . Beim Elektron mit hoher Überschussenergie ereignet sich eine nichtadiabatische Energietransformation von  $E_{\parallel}$  zu  $E_{\perp}$  und es wird kurz vor dem zweiten Soleniden magnetisch reflektiert (siehe Ausschnittvergrößerung). Das Elektron mit geringer Überschussenergie wird adiabatisch geführt, erreicht den zweiten Solenoiden und wird transmittiert.

so muss die virtuelle Quelle im Zentrum des Magneten ( $B_{\text{max}} = 6,014 \text{ T}$ ) einen Radius von  $r_{\text{max}} = 1,36 \text{ mm}$  haben. Der Startradius der Elektronen wird durch  $r_Q = \sqrt{w \cdot r_{\text{max}}^2}$  quadratisch gewichtet gewürfelt, um der beitragenden Quellfläche Rechnung zu tragen.

Die von der realen Quelle emittierten Elektronen werden ab einem Startwinkel von  $\theta_{\text{max}} = 56,61^\circ$  relativ zur Magnetfeldrichtung vom ersten Solenoiden reflektiert (s. Gl. (2.18)). Für die Elektronen der virtuellen Quelle gibt es keine Winkelbegrenzung, sie werden auch bei Winkeln von bis zu  $90^\circ$  noch transmittiert, allerdings muss eine zur realen Quelle identische Winkelverteilung gewährleistet werden. Dies geschieht, indem ein für die reale Quelle gewürfelter Startwinkel von  $\theta_{\text{real}} = \cos^{-1}(w \cdot \theta_{\text{max}})$  durch  $\theta_{\text{vi}} = \sin^{-1}\left(\sin(\theta_{\text{real}}) \cdot \sqrt{\frac{B_{\text{max}}}{B_Q}}\right)$  entsprechend für die virtuelle Quelle skaliert wird.

Der Azimutalwinkel wird im Bereich  $0^\circ < \phi \leq 360^\circ$  frei gewürfelt. Die übrigen Parameter, wie die Überschussenergie relativ zum Analysierpotenzial im Zentrum der Analysierebene und die Anzahl der zu simulierenden Elektronen, wird dem Programm fest übergeben. Um einen kompletten Transmissionsverlauf zu berechnen, wird eine ganze Reihe von separaten Simulationsaufträgen bei unterschiedlichen Überschussenergien zwischen  $1 \text{ eV}$  und  $200 \text{ eV}$  an das GridIKP-Cluster übergeben.

Das Programm verfolgt die Elektronenbahn, indem es jede Zyklotronperiode  $T_c$  in 100 Zeitschritte unterteilt. Im niedrigen Magnetfeld im Bereich der Analysierebene wächst die Zyklotronschrittlänge  $l_c$  jedoch bis auf einige Meter an, in diesem Bereich werden die Zeitschritte

daher dynamisch reduziert, so dass kein Rechenschritt mit einer Schrittweite größer 0,5 mm auftritt<sup>21</sup>.

Die Elektronen werden bis zum zweiten Spektrometersolenoiden bei  $z = 2,01$  m verfolgt. Wird dieser erreicht, so wird die simulierte Startparameterkombination als transmittiert gewertet. Stellt der Simulationsalgorithmus allerdings fest, dass das Elektron auf eine Elektrode trifft oder reflektiert<sup>22</sup> wird, so wird die Parameterkombination als nicht transmittiert gewertet.

Im Folgenden soll geklärt werden, wie es zu einem Elektronenverlust kommen kann und welche Mechanismen dabei eine Rolle spielen.

In einem idealen, axialsymmetrischen MAC-E-Filter ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron auf eine Elektrode trifft, verschwindend gering. Die Simulationen in [Thü02] haben allerdings gezeigt, dass radiale Inhomogenitäten des magnetischen Feldes sowie nicht zueinander parallele elektrische und magnetische Felder (verursacht  $\vec{E} \times \vec{B}$ -Drift) zu einer azimuthalen Rotation (Magnetronbewegung) des gesamten Flusschlauches um die Symmetrieachse ( $z$ -Achse) führen. Ist eines der beteiligten Felder nicht axialsymmetrisch, so wird diese azimuthale Magnetronbewegung zudem elliptisch verformt und senkrecht zur Symmetrieachse des Spektrometers verschoben. Daraus folgt, dass Elektronen, auch wenn sie sich rein adiabatisch bewegen, aufgrund einer nicht idealen Feldsymmetrie auf eine Elektrode treffen können und es zu einem Transmissionsverlust kommt.

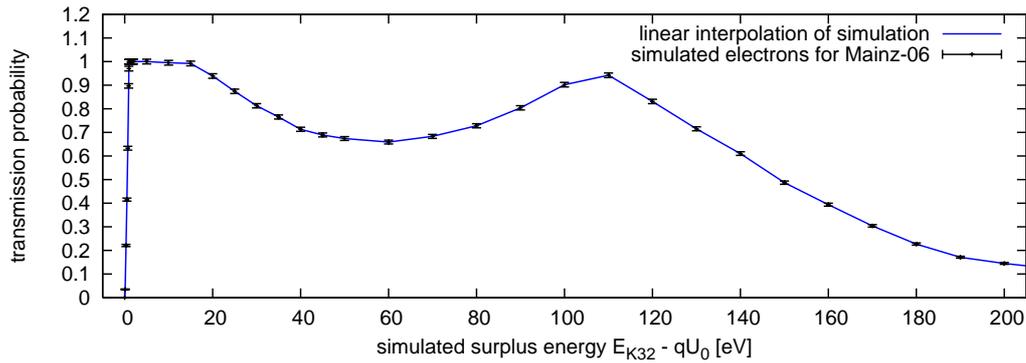
Im Mittelbereich des Spektrometers ist das Magnetfeld mit  $B \approx 0,3$  mT (Mainz-06-Konfiguration) sehr gering und die adiabatische Führung der Elektronen wird schwächer. Ein Elektron mit einer nur geringen Überschussenergie wird dennoch adiabatisch geführt und transmittiert. Besitzt das Elektron jedoch eine große Überschussenergie, so wird die Zyklotronschrittlänge  $l_c$  aufgrund des niedrigen Magnetfeldes und der hohen longitudinalen kinetischen Energie extrem groß. In Abbildung 6.28 werden die Trajektorien zweier Elektronen mit hoher (200 eV) und niedriger (10 eV) Überschussenergie verglichen. Beide Elektronen wurden bei maximalem Radius der virtuellen Quelle mit  $\theta_{\text{real}} = 45^\circ$  und  $\phi = 0^\circ$  gestartet. Das Elektron mit niedriger Überschussenergie hat im Mittelbereich des Spektrometers eine Zyklotronschrittlänge von  $l_c \approx 25$  cm, setzt seinen Weg ungehindert bis zum zweiten Solenoiden ( $z = 2,01$  m) fort und wird daher transmittiert. Bei hoher Überschussenergie verhält es sich anders, die Zyklotronschrittlänge im Mittelbereich des Spektrometers steigt auf  $l_c \approx 1,2$  m an. Als Folge der Änderung des Magnetfeldes während dieses großen Zyklotronschrittes, ereignet sich eine nichtadiabatische Energietransformation von longitudinaler zu transversaler kinetischer Energie. Dies bedeutet, dass der Winkel  $\theta$  nichtadiabatisch größer wird und schließlich den Grenzwinkel für eine Reflexion am zweiten Solenoiden (s. Gl. (2.18)) überschreitet. Diese Situation ist auch in Abb. 6.28 dargestellt. Die Trajektorie des Elektrons mit hoher Überschussenergie erreicht nicht den zweiten Solenoiden. Der vergrößert dargestellte Bereich zeigt, dass aufgrund des angestiegenen Winkels eine Reflexion am ansteigenden Magnetfeld des zweiten Solenoiden stattfindet. Der Bahnverfolgungsalgorithmus hat hier einen Vorzeichenwechsel der  $z$ -Komponente des Geschwindigkeitsvektors festgestellt und die Berechnung beendet.

### 6.3.1 Simulationen mit perfekter Axialsymmetrie

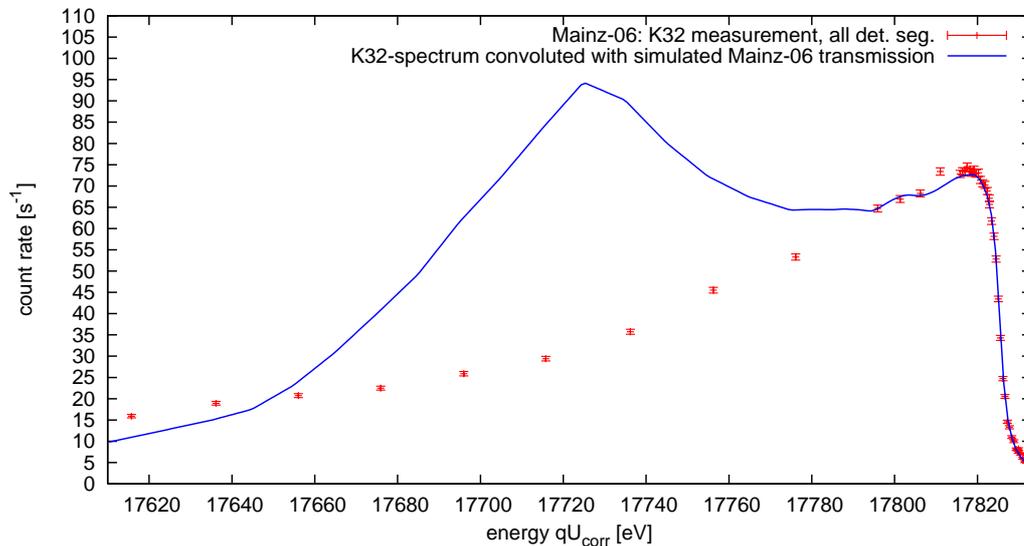
Um nun den gesamten Parameterbereich der Elektronen einer isotrop emittierenden Quelle zu untersuchen und mit den Messungen aus Abschnitt 6.2.3 zu vergleichen, wird ein Spektrum zwischen 1 eV und 200 eV Überschussenergie berechnet. Wie oben erläutert werden die

<sup>21</sup>Die Schrittweitensteuerung wurde im Rahmen dieser Arbeit in `traj.c` integriert.

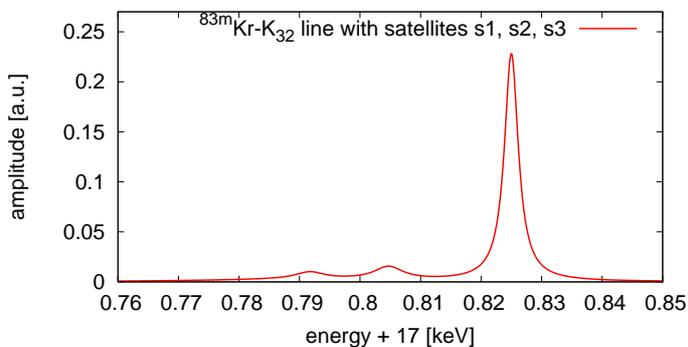
<sup>22</sup>Die  $z$ -Komponente des Geschwindigkeitsvektors ändert das Vorzeichen.



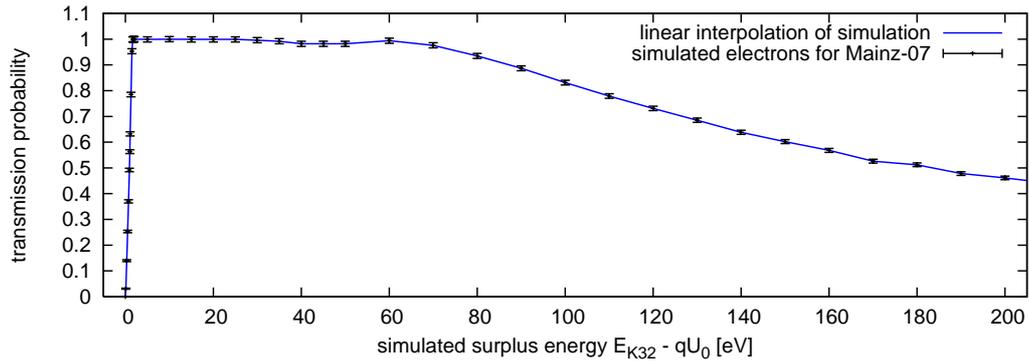
**Abbildung 6.29: Ergebnis der Simulation des Transmissionsverlaufs für Mainz-06.** Dargestellt ist der simulierte Transmissionsverlauf bis 200 eV Überschussenergie für  $K_{32}$ -Elektronen in der Mainz-06-Konfiguration. Es tritt ein Transmissionseinbruch ab etwa 15 eV Überschussenergie auf, der sich jedoch oberhalb von 60 eV Überschussenergie beginnt zu erholen (siehe Diskussion im Text).



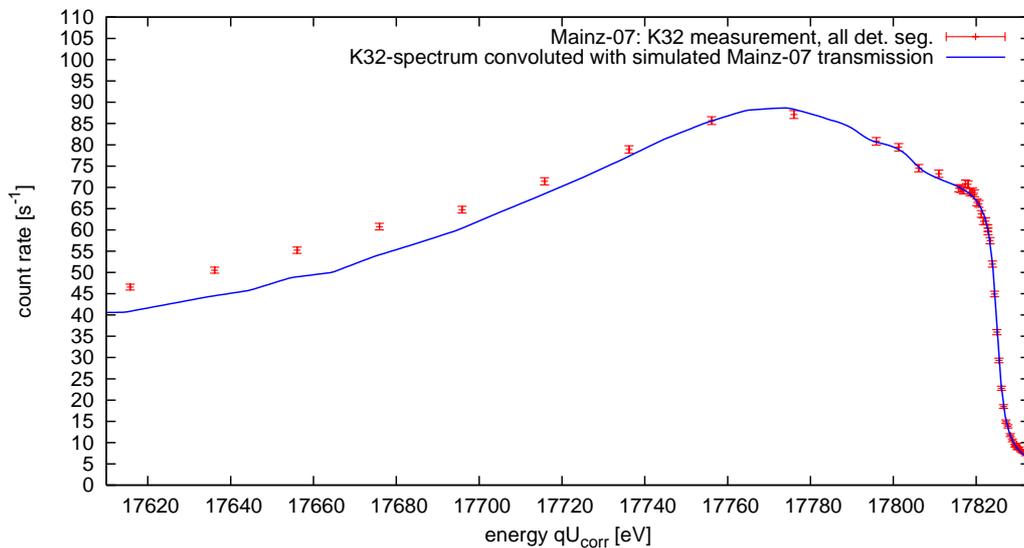
**Abbildung 6.30: Vergleich von Simulation und Messung des Transmissionsverlaufs für Mainz-06.** Dargestellt ist der gemessene Transmissionsverlauf für die  $K_{32}$ -Linie im Vergleich zur Faltung des simulierten Verlaufs mit dem Konversionselektronenspektrum (Abb. 6.31). Der errechnete Verlauf reproduziert die Messung bis etwa 30 eV unterhalb der  $K_{32}$ -Linie. Die in Abb. 6.29 aufgefallene Erholung des Transmissionseinbruchs verursacht eine starke Abweichung von der Messung im Bereich zwischen 17660 eV und 17790 eV. Erst unterhalb von 17650 eV, d. h. oberhalb von 175 eV Überschussenergie, ist die Messung wieder mit der Simulation verträglich (siehe Diskussion im Text).



**Abbildung 6.31: Krypton- $K_{32}$ -Satellitenspektrum nach [Pi92b].** Dargestellt ist das aus den Messwerten von [Pi92b] erstellte Spektrum der  $K_{32}$ -Elektronen inklusiver der Shake up/off-Satelliten. Die Satelliten S1, S2 und S3 liegen 20,3 eV, 33,3 eV und 35,0 eV unter der Hauptlinie bei 17825 eV und haben Breiten von etwa 5,9 eV (S1, S2) und 38 eV (S3). Relativ zur Hauptlinie (100 %) sind ihre Beiträge 10 %, 6,5 % und 13,3 %.



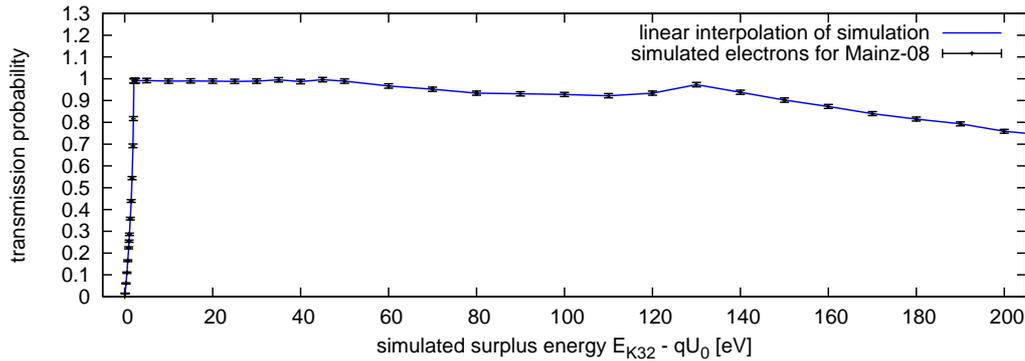
**Abbildung 6.32: Ergebnis der Simulation des Transmissionsverlaufs für Mainz-07.** Analog zu Abbildung 6.29 ist hier der simulierte Transmissionsverlauf für  $K_{32}$ -Elektronen in der Mainz-07-Konfiguration dargestellt. Es ergibt sich ein Einbruch der Transmission, bei etwa 60 eV Überschussenergie beginnt.



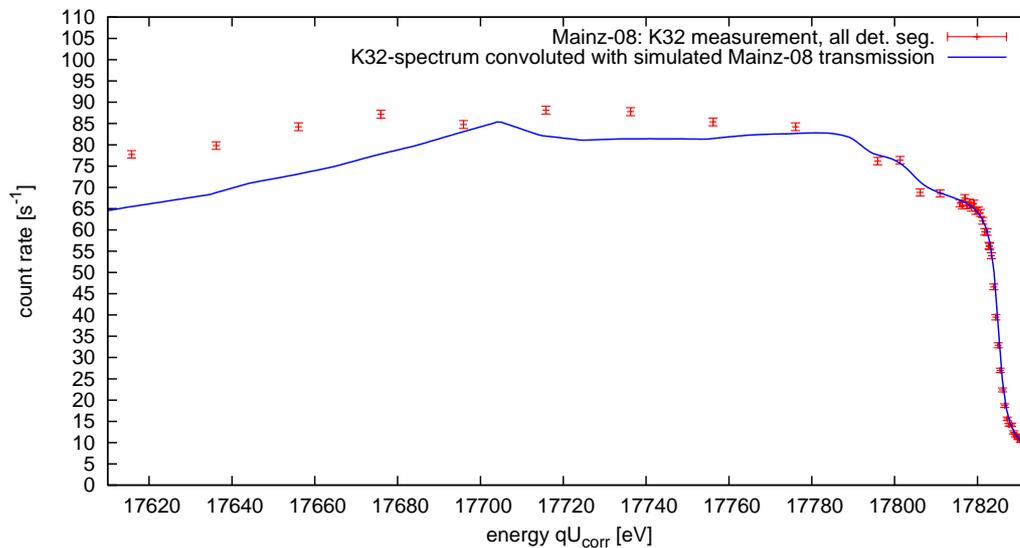
**Abbildung 6.33: Vergleich von Simulation und Messung des Transmissionsverlaufs für Mainz-07.** Analog zu Abbildung 6.30 wird hier der, mit dem Konversionselektronenspektrum (Abb. 6.31) gefaltete, simulierte Transmissionsverlauf mit dem gemessenen Spektrum für die Mainz-07-Konfiguration verglichen. Es ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung und auch der Transmissionseinbruch wird gut reproduziert.

Startparameter ( $r$ ,  $\theta$  und  $\phi$ ) per Zufallsgenerator ermittelt. Für jede vorgegebene Überschussenergie werden 10 000 Elektronen simuliert und aus dem Anteil der Elektronen, die den zweiten Solenoiden erreichen, wird die Transmissionswahrscheinlichkeit bestimmt.

In Abbildung 6.29 ist das Ergebnis eines Simulationslaufs von rund 300 000 Elektronen (Rechenzeit  $\approx 50$  CPU · Tage) für die Mainz-06-Konfiguration und den Energiebereich der  $K_{32}$ -Linie dargestellt. Es zeigt sich ein Transmissionseinbruch, der bei etwa 15 eV Überschussenergie beginnt, sich aber oberhalb von 60 eV wieder erholt, um dann erneut einzubrechen. Ein Vergleich mit den Messergebnissen aus Abb. 6.21 ist in Abb. 6.30 dargestellt. Dazu wurde der simulierte Transmissionsverlauf mit dem Konversionselektronenspektrum aus Abb. 6.31 gefaltet, mit der Zählrate der Messung korrigiert und eingezeichnet. Der errechnete Verlauf reproduziert die Messung bis etwa 30 eV unterhalb der  $K_{32}$ -Linie. Anschließend führt die in Abb. 6.29 beobachtete Erholung des Transmissionseinbruchs zu einer stärker werdenden



**Abbildung 6.34: Ergebnis der Simulation des Transmissionsverlaufs für Mainz-08.** Analog zu Abbildung 6.29 ist hier der simulierte Transmissionsverlauf für  $K_{32}$ -Elektronen in der Mainz-08-Konfiguration dargestellt. Es ergibt sich erst bei sehr großen Überschussenergien von  $> 130$  eV ein deutlicher Einbruch der Transmission.

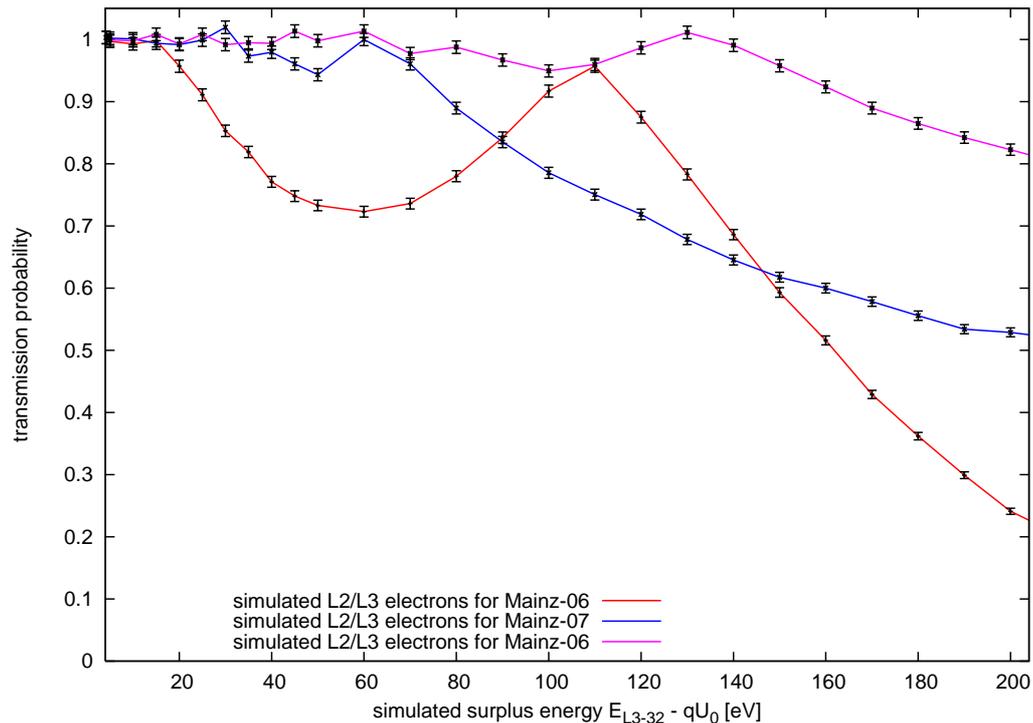


**Abbildung 6.35: Vergleich von Simulation und Messung des Transmissionsverlaufs für Mainz-08.** Analog zu Abbildung 6.30 wird hier der, mit dem Konversionselektronenspektrum (Abb. 6.31) gefaltete, simulierte Transmissionsverlauf mit dem gemessenen Spektrum für die Mainz-08-Konfiguration verglichen. Bis zu Energien von etwa  $17780$  eV stimmt der simulierte Verlauf sehr gut mit den Messwerten überein. Bei niedrigeren Energien ergeben sich leichte Abweichungen von grob  $10\%$ , der Transmissionsverlauf sowie der Einbruch werden jedoch auch weiterhin reproduziert.

Abweichung von der Messung, die den Energiebereich zwischen  $17660$  eV und  $17790$  eV beeinflusst. Erst unterhalb von  $17650$  eV bzw. oberhalb von  $175$  eV Überschussenergie ist die Messung wieder mit der Simulation verträglich.

Betrachtet man das Simulationsergebnis für die Mainz-07-Konfiguration in Abb. 6.32 und den zugehörigen Vergleich mit der Messung in Abb. 6.33 so fällt auf, dass hier keine Erholung des Transmissionseinbruchs sichtbar ist. Das Ergebnis der Faltung des simulierten Transmissionsverlaufs mit dem Konversionselektronenspektrum zeigt sehr gute Übereinstimmung mit der Messung. Die Differenz von etwa  $5\%$  zwischen Messung und Simulation im Bereich unter  $17700$  eV wird nicht simulierten, anderen Untergrundbeiträgen zugeschrieben.

Die Ergebnisse für die Magnetfeldkonfiguration Mainz-08 sind in den Abbildungen 6.34 und 6.35 dargestellt. Bis zu Überschussenergien von grob  $50$  eV, d. h. bis zu einer Absenkung der

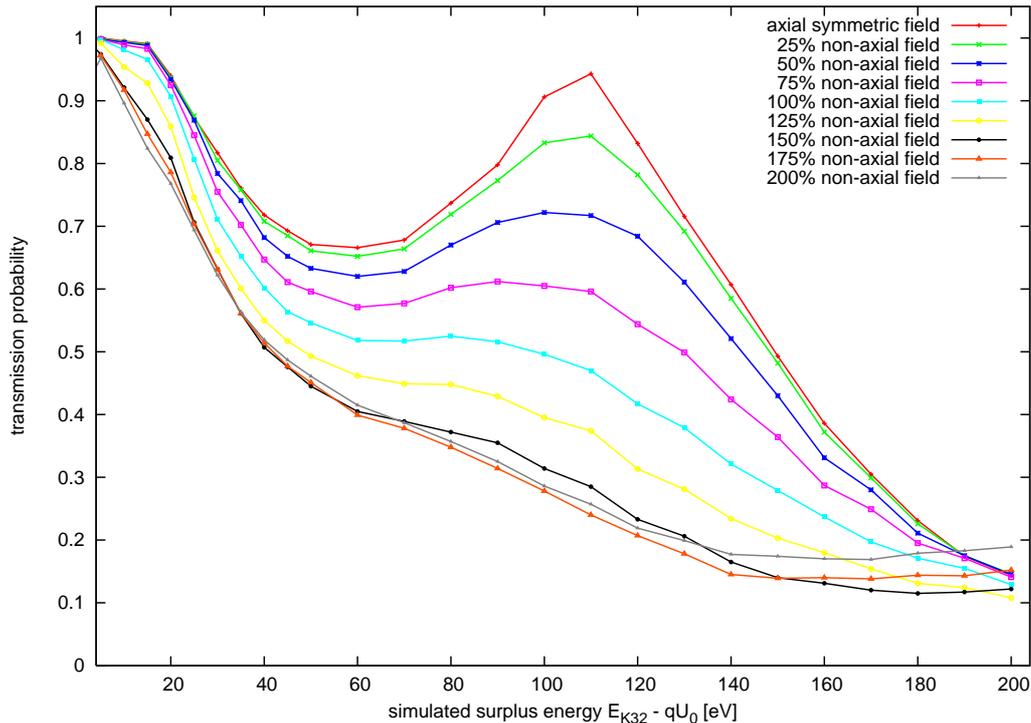


**Abbildung 6.36: Simulierter Transmissionsverlauf für L2/L3<sub>32</sub>-Elektronen.** Dieses Diagramm zeigt die Transmissionsverläufe für die Mainz-06, Mainz-07 und Mainz-08-Konfigurationen bei L2/L3<sub>32</sub>-Energien und axialsymmetrischem Magnetfeld. Bis auf die aufgrund des Energiebereichs angestiegene Auflösung ergibt sich für jede Magnetfeldkonfiguration ein mit den Simulationen für K<sub>32</sub>-Energien vergleichbares Ergebnis.

Filterschwelle auf etwa 17780 eV, beschreibt der simulierte Verlauf sehr gut den gemessenen. Erst bei niedrigeren Energien, d. h. bei höheren Überschussenergien, ergeben sich leichte Abweichungen von etwa 10 % zwischen Messung und Simulation, der grobe Verlauf der Transmission und besonders ihr Einbruch werden jedoch auch in diesem Bereich reproduziert.

Wie schon die Messungen des Transmissionsverlaufs in Abschnitt 6.2.3 zeigten, bestätigen auch die Simulationen die Magnetfeldabhängigkeit des Transmissionseinbruchs. Die Vermutung liegt nun nahe, dass auch die Erholung des Transmissionseinbruchs in den Mainz-06-Simulationen eine Magnetfeldabhängigkeit hat. Dies wurde durch Simulationen mit Mainz-06-Konfiguration und Variation des minimalen Magnetfeldes um  $\pm 0,1$  mT bestätigt. Je höher die Spektrometerauflösung, d. h. je kleiner das Magnetfeld in der Analysierebene ist, desto niedriger wird die Überschussenergie, bei welcher der Transmissionsüberschuss auftritt. In den Mainz-07- und Mainz-08-Konfigurationen ist das Magnetfeld in der Analysierebene so hoch, dass der Transmissionsüberschuss erst bei sehr viel höheren Überschussenergien einsetzt.

Die Simulationsergebnisse aller Magnetfeldkonfigurationen bei Energien der L2/L3<sub>32</sub>-Konversionselektronen sind in Abbildung 6.36 zusammengefasst. Die hierbei simulierten Transmissionsverläufe sind ohne Ausnahme mit den Ergebnissen des K<sub>32</sub>-Energiebereichs vergleichbar und es wird auf eine kombinierte Darstellung mit den Messdaten verzichtet.



**Abbildung 6.37: Auswirkungen eines nicht axialsymmetrischen Magnetfeldes auf den Transmissionsverlauf.** Dieses Diagramm zeigt den Transmissionsverlauf für die Mainz-06-Konfiguration bei  $K_{32}$ -Energien. Dem axialsymmetrischen Magnetfeld wurde eine senkrechte Komponente von  $0,06\text{ mT/m}$  überlagert, dabei wurde dieses nicht axialsymmetrische Feld in 25 %-Schritten zwischen 0 % und 200 % gewichtet. Es ist eine klare Abhängigkeit des Transmissionsüberschusses bei  $110\text{ eV}$  von dieser Feldkomponente zu erkennen.

### 6.3.2 Simulationen mit leicht gebrochener Axialsymmetrie

Als Grundlage der Simulationen wurde bisher ein Modell eines idealen axialsymmetrischen Spektrometers verwendet. Die Messungen wurden jedoch mit einem realen Spektrometer durchgeführt, welches ganz sicher kein perfektes axialsymmetrisches Magnetfeld besitzt. Im Mainzer Experiment werden senkrecht zur Spektrometerachse auftretende Magnetfelder, wie das Erdmagnetfeld und Magnetfelder der Laborumgebung, durch vier Luftspulenschleifen kompensiert. Diese Luftspulenschleifen werden jedoch auch zur Justierung des Flusschlauches verwendet, um die Quelle optimal auf den Detektor abzubilden. Bei einer leicht dezentralen Position von Quelle oder Detektor wird dadurch dem Spektrometermagnetfeld eine nicht axiale Komponente überlagert. Während der Messungen des Transmissionsverlaufs wurden die Korrekturspulen mit  $I_1 = 45\text{ A}$  und  $I_2 = 20\text{ A}$  betrieben, um die maximale Zählrate auf dem innersten Detektorsegment zu erhalten.

Um die Auswirkungen eines nicht axialen Magnetfeldes auf die Simulationsergebnisse zu untersuchen, wurde dem axialsymmetrischen Magnetfeld eine senkrechte Komponente von bis zu  $0,12\text{ mT/m}$  überlagert. Die Simulation des Transmissionsverlaufs von Abb. 6.21 wurde nun mit 5 000 Elektronen<sup>23</sup> je programmierter Überschussenergie wiederholt. Insgesamt wurden für diese Untersuchung etwa 1,2 Millionen Elektronen simuliert, dazu war eine Rechenzeit von etwa  $250\text{ CPU} \cdot \text{Tagen}$  auf dem GridIKP-Cluster notwendig. Abbildung 6.37 zeigt das

<sup>23</sup>Aufgrund des nicht axialen Magnetfeldes erhöht sich die Rechenzeit um etwa den Faktor zwei, daher wurde die Anzahl der Elektronen reduziert.

Ergebnis dieser Simulationen. Ohne das nicht axialsymmetrische Magnetfeld ergibt sich das Ergebnis aus Abb. 6.21 inklusive der in den Messungen nicht beobachteten Erholung des Transmissionseinbruchs bei 110 eV. Wird nun das nicht axialsymmetrische Magnetfeld mit zunehmender Stärke überlagert, so verschwindet die Erholung des Transmissionseinbruchs schrittweise. Ab einem nicht axialsymmetrischen Magnetfeld von 0,075 mT/m (125 %) ist die Erholung des Transmissionseinbruchs fast verschwunden. Allerdings stimmt bei diesen Feldbedingungen der simulierte Transmissionseinbruch bei etwa 15 eV Überschussenergie nicht mehr genau mit dem gemessenen überein. Zudem zeigen die Simulationen ab einem nicht axialsymmetrischen Magnetfeld von 150 %, einen erneuten Transmissionsanstieg bei hohen Überschussenergien. Dennoch lässt sich aus diesen Simulationen folgern, dass die simulierte Erholung der Transmission nur bei idealen axialsymmetrischen Magnetfeldern auftritt und dass eine nicht axialsymmetrische Magnetfeldkomponente diesen Effekt unterdrückt. Das reale Magnetfeld des Mainzer Experiments ist nicht inklusive aller Störfelder bekannt und kann daher nicht realistisch simuliert werden. Obwohl nur ein ideales axialsymmetrisches Magnetfeld mit einer einfachen nicht axialen Störung simuliert wurde, ist die Übereinstimmung mit dem gemessenen Transmissionsverlauf dennoch relativ groß.

### 6.3.3 Fazit der Messungen und Simulationen zum Transmissionsverlauf

Als Ergebnis der Messungen der Transmissionseigenschaften kann festgehalten werden, dass Präzisionsmessungen mit den Magnetfeldkonfigurationen Mainz-06, Mainz-07 und Mainz-08 möglich sind. Mainz-07 und Mainz-08 zeigen zwar einen Transmissionseinbruch, dieser ist aber nur bei sehr hohen Überschussenergien von  $> 60$  eV bzw.  $> 130$  eV von Bedeutung. Die Mainz-06-Konfiguration eignet sich trotz des deutlichen Transmissionseinbruchs oberhalb von 15 eV Überschussenergie für die Vermessung der  $K_{32}$ -Konversionselektronen, da für die genaue Bestimmung der Energie ein Auswertintervall von  $\pm 10$  eV um die Linienenergie vollkommen ausreicht. Die Messungen der L2/L3<sub>32</sub>-Konversionselektronen haben gezeigt, dass die Auflösungen von Mainz-07 und Mainz-08 sehr wahrscheinlich zu grob sind, um die Energie und die relativ schmale Breite der Konversionselektronenlinie präzise zu messen.

Die mikroskopischen Bahnverfolgungsrechnungen haben gezeigt, dass eine nichtadiabatische Energietransformation im niedrigen Magnetfeld der Analysierebene für den Transmissionseinbruch verantwortlich ist. Dies bestätigt die Annahmen aus [Gro92], damals konnte nur ein sehr begrenzter Parameterbereich untersucht werden. Mit den neuen Simulationsprogrammen und dem zur Verfügung stehenden GridIKP-Cluster war es möglich den gesamten Parameterbereich von Elektronen einer isotrop emittierenden Quelle zu untersuchen. Der Transmissionsverlauf und -einbruch der Mainz-07- und Mainz-08-Konfigurationen konnte anhand der Simulationen nachvollzogen werden. Zur Erklärung der Erholung des Transmissionseinbruchs und der sich dadurch ergebenden Diskrepanz zwischen Simulationen und Messungen für die Mainz-06-Konfiguration musste das Simulationsmodell um eine nicht axiale Magnetfeldkomponente erweitert werden. Das axialsymmetrische Magnetfeld reicht vollkommen aus, um den Transmissionseinbruch bei Mainz-06 zu beschreiben. Die nicht axiale Komponente wird erst wichtig bei Überschussenergien von mehr als 50 eV. Die Effekte, welche zur Erholung des Transmissionseinbruchs führen bzw. diese bei nicht axialsymmetrischen Feldern unterdrücken, bedürfen einer detaillierten Untersuchung, die nicht mehr Teil dieser Arbeit ist. In der Realität sind inhomogene nicht axiale Magnetfeldkomponenten sowie nicht axiale elektrische Felder zu erwarten.

Abschließend soll nochmals betont werden, dass sich das modifizierte Mainzer Spektrometer uneingeschränkt als KATRIN-Monitorspektrometer eignet. Tests des Zusammenspiels

von Quelle, Spektrometer und Hochspannungssystem bei der Vermessung der  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ - $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronen schließen sich im nächsten Abschnitt an.

## 6.4 Stabilitätsmessungen mit der $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Kalibrationsquelle

In diesem Abschnitt wird über die ersten ausgedehnten Stabilitätsmessungen der  $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronen der CKrS berichtet. Im Standardbetrieb der CKrS wird ein  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Film präpariert, in die Messposition gebracht und für etwa zwei Stunden vermessen. Diese Zeit reicht aus, um etwa drei komplette  $\text{K}_{32}$ -Spektren zu vermessen. Dabei hat sich allerdings gezeigt, dass aufgrund der durch die  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Halbwertszeit begrenzten Messzeit keine Aussage zur Stabilität des Spannungsteilers gemacht werden kann. Für die Untersuchung der Stabilität des Spannungsteilers wurden daher nur die sogenannte Langzeitquellen eingesetzt, bei denen das  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Gas auch während der Messung kontinuierlich einströmt und eine relativ konstante Zählrate über viele Stunden bis Tage erreicht wird.

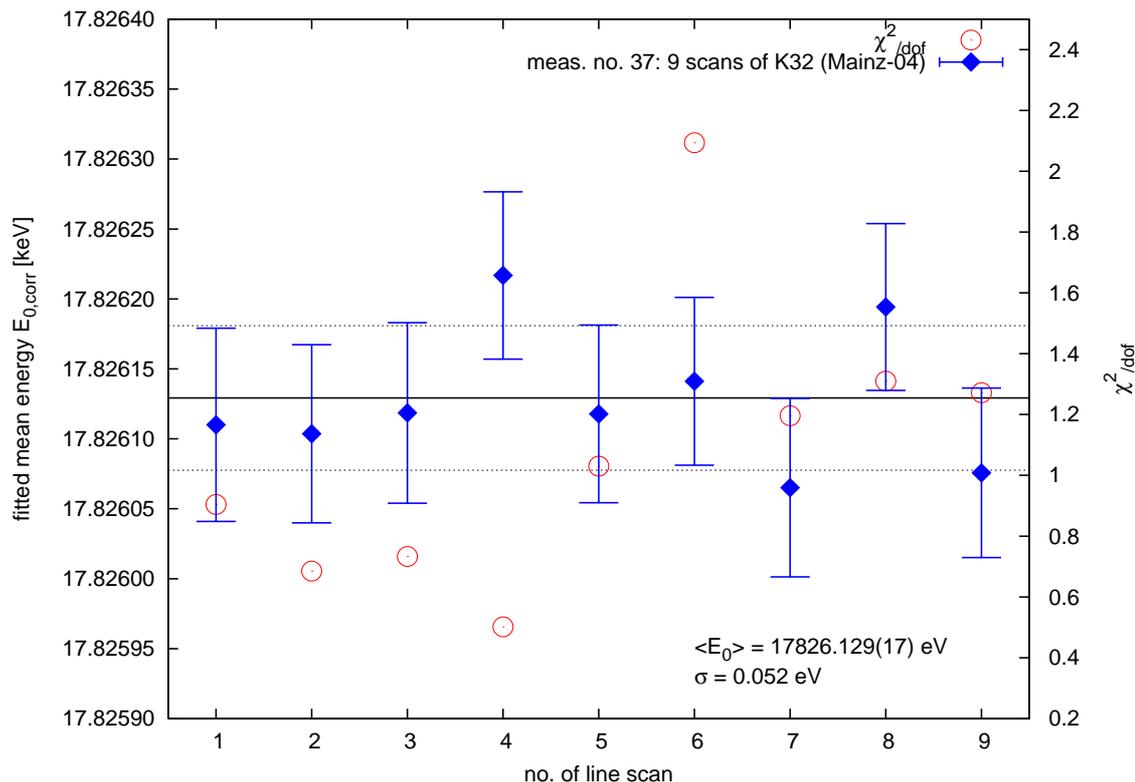
Mit der Quellapparatur in dieser Ausbaustufe konnte die geplante Zählrate von über 1 000 Ereignissen/s nicht erreicht werden. Während der ersten Messphase im Februar und März 2006 wurde eine Zählrate von etwa 200 Ereignissen/s erreicht, welche sich in der zweiten Messphase von Mai bis Juni 2006 auf nur noch 100 Ereignisse/s reduzierte. Diese Problematik wird in [Hil07] ausführlich diskutiert.

Wie in Abschnitt 6.1.2 beschrieben, ermöglicht es der Quellaufbau, eine Schicht stabilen Krypton-Gases als Unterlage unter das radioaktive  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Gas zu frieren, das sogenannte „Preplating“. Ziel des Preplatings ist es, das  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  vom Einfluss des HOPG-Substrates zu entkoppeln und damit die Reproduzierbarkeit der Energie der Konversionselektronen zu erhöhen. In den ersten Tests wurde eine deutliche Abhängigkeit der Energie der  $\text{K}_{32}$ -Elektronen von der Dicke der Preplating-Schicht beobachtet, es zeichnete sich jedoch auch ein Bereich bei mittlerer Preplating-Dicke ab, in welchem die Linienenergie relativ stabil war. Die Untersuchungen zum Preplating-Modus sind Teil der Dissertation von B. Ostrick [Ost08] und werden dort ausführlich diskutiert. Da zum Zeitpunkt der durchgeführten Messreihen noch keine optimale Dicke des Preplating-Films gefunden war, werden zur Untersuchungen der Stabilität der Spannungsüberwachung nur Quellfilme ohne Preplating, d. h. direkt auf der Oberfläche des HOPG-Substrats, betrachtet.

### 6.4.1 Langzeit- und Serienmessungen der $\text{K}_{32}$ -Linie ohne Preplating

Die ersten Langzeitmessungen wurden im Februar 2006 mit der Mainz-04-Magnetfeldkonfiguration durchgeführt. Abbildung 6.38 zeigt das Ergebnis der Auswertung der ersten Serienmessung der  $\text{K}_{32}$ -Linienenergie (Messreihe 037). Während eine Langzeitquelle auf nacktem HOPG-Substrat für eine konstante Zählrate sorgte, wurden neun Messdurchläufe der  $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronen aufgenommen. Das integrale Energiespektrum in einem Bereich von  $\pm 10$  eV um die erwartete Elektronenenergie von etwa 17,825 keV wurde dazu in 1 eV-Schritten abgetastet. Je Energieschritt wurden 20 s an Daten aufgezeichnet<sup>24</sup>. Die gesamte Messung inklusive Pausen zur Spannungsstabilisierung dauerte 2,66 Stunden und fand am 03.02.2006 statt. Es wurden daher der Maßstabfaktor für Februar  $M = 1972,47005$  aus Tab. 6.2 und der Spannungskorrekturfaktor  $K = 0,999999429$  entsprechend Abb. 6.6 verwendet. Die relativen Standardabweichungen der Spannungsmessungen jedes Energieschrittes lagen während der

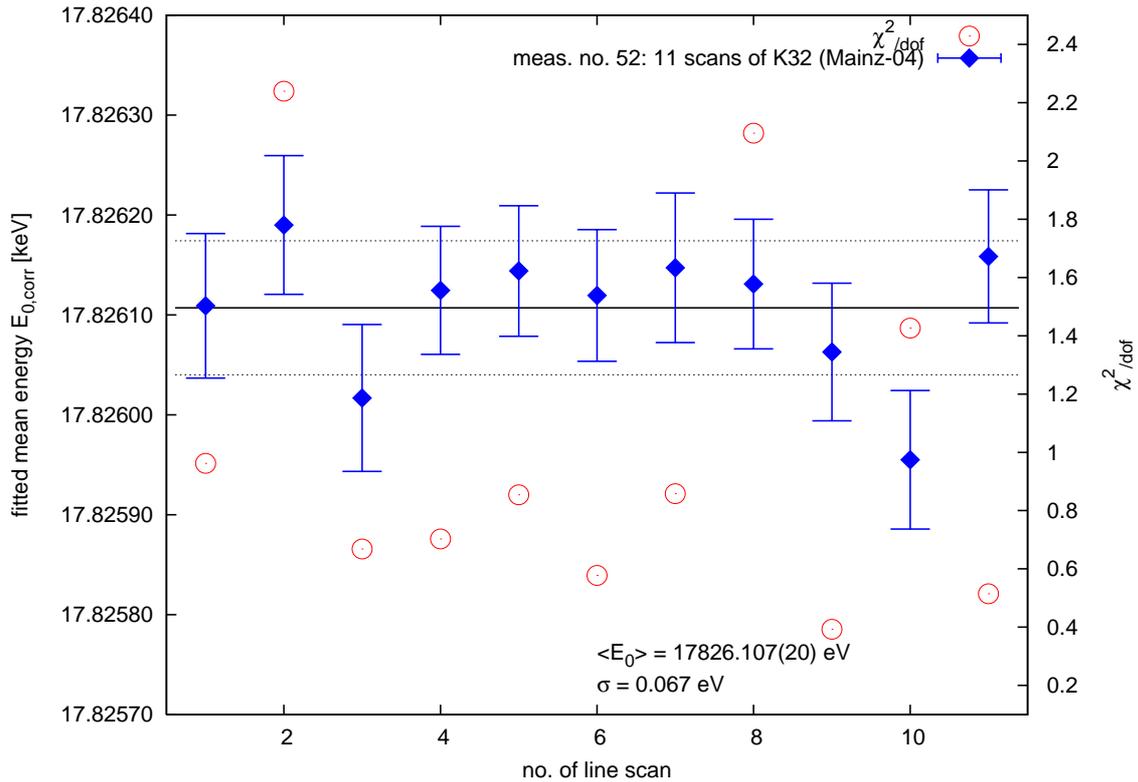
<sup>24</sup>Auch hier wurde das Energiespektrum zweimal in entgegengesetzter Richtung abgetastet und Ereignisse gleicher Energie wurden gemittelt. Die 20 s Messzeit gelten für Messwertpaare.



**Abbildung 6.38: Erste Serienmessung der  $K_{32}$ -Linie mit Mainz-04-Konfiguration.** Dargestellt sind die mithilfe der Anpassungsfunktion ermittelten Linienenergien von neun aufeinanderfolgenden Messdurchläufen einer Langzeitquelle auf naktem HOPG-Substrat (Messreihe 037) bei 0,68 eV Auflösung (Mainz-04). Das Spektrum wurde jeweils in 1 eV-Schritten abgetastet, dabei wurden je Schritt 20 s an Daten genommen. Die Gesamtmesszeit war 2,66 Stunden. Die Messung fand am 03.02.2006 statt, es gilt daher  $M = 1972,47005$  und  $K = 0,999999429$ . Die Werte streuen um 52 meV und es ergibt sich ein Mittelwert (Konstantenfit) von  $\langle E_0 \rangle = 17\,826,129(17) \text{ eV}$ . Die mittlere Linienbreite ist  $\langle \Gamma \rangle = 2,71(5) \text{ eV}$ . Über alle Messungen ergibt sich  $\langle \chi^2/dof \rangle = 1,08(16)$ .

gesamten Messreihe unter 1 ppm, was einem leicht erhöhten Rauschverhalten des Digitalvoltmeters in Kombination mit dem Hochspannungsnetzteil (Typ F.u.G. HCN) entspricht. Da die Auflösung bei der Mainz-04-Konfiguration mit 0,68 eV sehr hoch ist und das minimale Magnetfeld nur  $B_{\text{ana}} = 0,231 \text{ mT}$  beträgt, kommt es schon bei etwa 6 eV unterhalb der Linienenergie zu einem Transmissionseinbruch. Für die Anpassungsfunktion musste eine untere Grenze von 17 819 eV eingestellt werden, um Störungen durch den Transmissionseinbruch zu reduzieren. Durch die Anhebung der unteren Anpassungsgrenze fallen einige Datenpunkte weg und die Anpassungsqualität sinkt, d. h. die resultierende Unsicherheit der Energiebestimmung steigt. Ein gewichteter Mittelwert in Form eines Konstantenfits über alle in Abb. 6.38 dargestellten Ergebnisse liefert eine mittlere Linienenergie von  $\langle E_0 \rangle = 17\,826,129(17) \text{ eV}$  und eine mittlere Linienbreite von  $\langle \Gamma \rangle = 2,71(5) \text{ eV}$  bei  $\langle \chi^2/dof \rangle = 1,08(16)$ .

Die ersten drei Serienmessungen (Messreihen 037, 041 und 052) wurden mit Mainz-04-Konfiguration durchgeführt. Die Ergebnisse dieser drei Messreihen sowie aller übrigen, sind in Tabelle 6.5 zusammengefasst. In Abbildung 6.39 ist die Messreihe 052 dargestellt. Die ermittelten Linienenergien streuen mit 67 meV relativ stark, der Mittelwert ist leicht zu niedrigeren Energien verschoben, ist aber innerhalb der Unsicherheiten dennoch verträglich mit den Ergebnissen der Messreihen 037 und 041. Die Standardabweichung der Spannungsmessungen zeigt keine starke Schwankung, bleibt unter 1 ppm und ist daher nicht für die starke

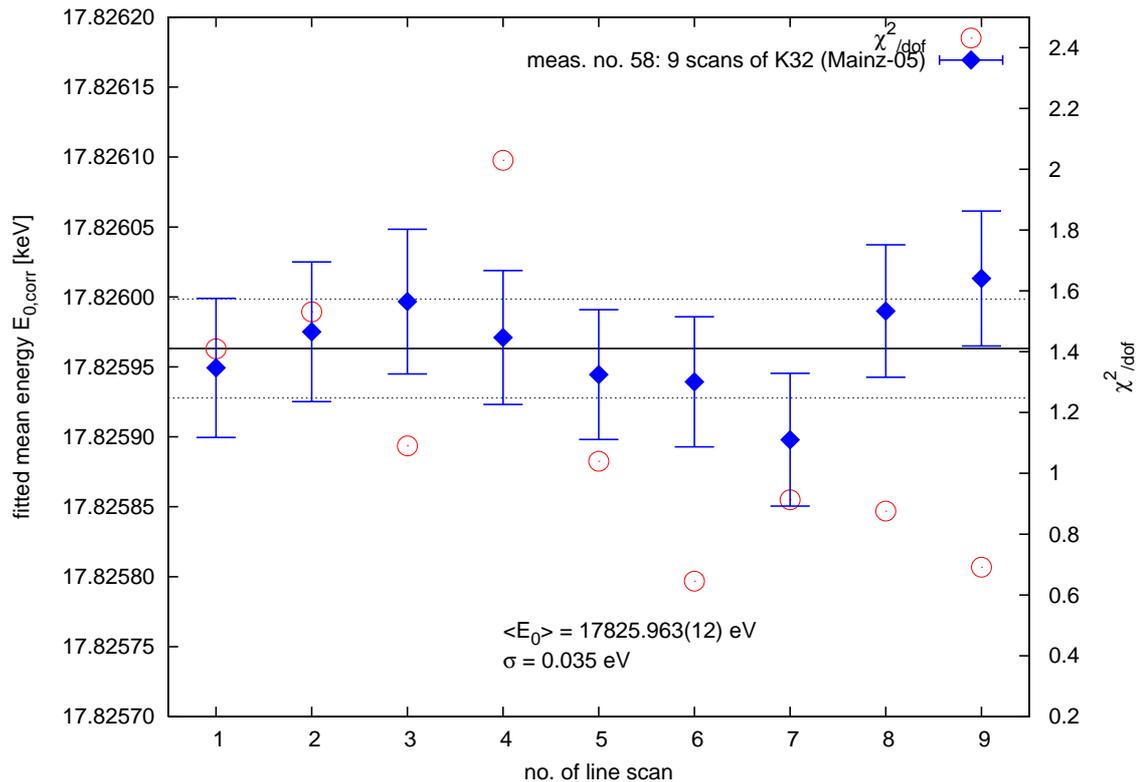


**Abbildung 6.39: Dritte Serienmessung der  $K_{32}$ -Linie mit Mainz-04-Konfiguration.** Analog zu Abb. 6.38 sind hier die Linienenergien von 11 aufeinanderfolgenden Messdurchläufen bei 0,68 eV Auflösung (Mainz-04) dargestellt. Das Spektrum wurde ebenfalls in 1 eV-Schritten mit 20 s Datennahme abgetastet. Die Messung fand 20 Tage nach Messreihe 037 statt (23.02.2006) und dauerte etwa 4,3 Stunden. Es gilt  $M = 1972,47005$  und  $K = 0,999999309$ . Die Werte streuen relativ stark um 67 meV, es ergibt sich ein Mittelwert (Konstantenfit) von  $\langle E_0 \rangle = 17\,826,107(20)$  eV und eine mittlere Linienbreite von  $\langle \Gamma \rangle = 2,61(4)$  eV bei  $\langle \chi^2/\text{dof} \rangle = 1,03(19)$ .

Streuung der Messergebnisse verantwortlich. Immerhin zeigen diese drei Messreihen, dass die  $K_{32}$ -Energie über eine Periode von 20 Tagen auf ppm-Niveau reproduzierbar vermessen werden konnte.

Die folgenden Serienmessungen wurden mit Mainz-05-Konfiguration durchgeführt. Hierbei ist das minimale Magnetfeld  $B_{\text{ana}} = 0,305$  mT größer als bei Mainz-04 und es kommt erst bei  $> 10$  eV Überschussenergie zu einem Transmissionseinbruch. Die untere Grenze für die Anpassungsfunktion kann daher bei Mainz-05 auf 17 815 eV abgesenkt werden, wodurch die Unsicherheiten der Anpassung sinken. Abbildung 6.40 zeigt Messreihe 058, welche zwei Tage nach Messreihe 052 durchgeführt wurde. Einstellungen wie Messzeit und Anzahl der Abtaststufen sind dabei identisch zu den vorhergehenden Messreihen. Durch die abgesenkte untere Anpassungsgrenze sinkt die Fitunsicherheit der Linienenergie einer Einzelmessung von über 60 meV bei Mainz-04 auf nun unter 50 meV. Dies wirkt sich auch auf die Streuung aller Linienenergien der Serienmessung aus, welche sich auf 35 meV um einen Mittelwert von  $\langle E_0 \rangle = 17\,825,963(12)$  eV reduziert. Die mittlere Linienbreite ist  $\langle \Gamma \rangle = 2,82(3)$  eV. Der deutlich gesunkene Mittelwert zeigt, dass sich die Tendenz zu niedrigeren Energien fortsetzt. Die anschließend im Abstand von wenigen Tagen durchgeführten Messreihen 062 und 066 zeigen stärker werdende Schwankungen der Linienenergien, der Mittelwert und die mittlere Breite bleiben jedoch auf dem Niveau von Messreihe 058 (s. Tab. 6.5).

Zur Diskussion der beobachteten Abweichung sind in Abbildung 6.41 alle Mittelwerte der

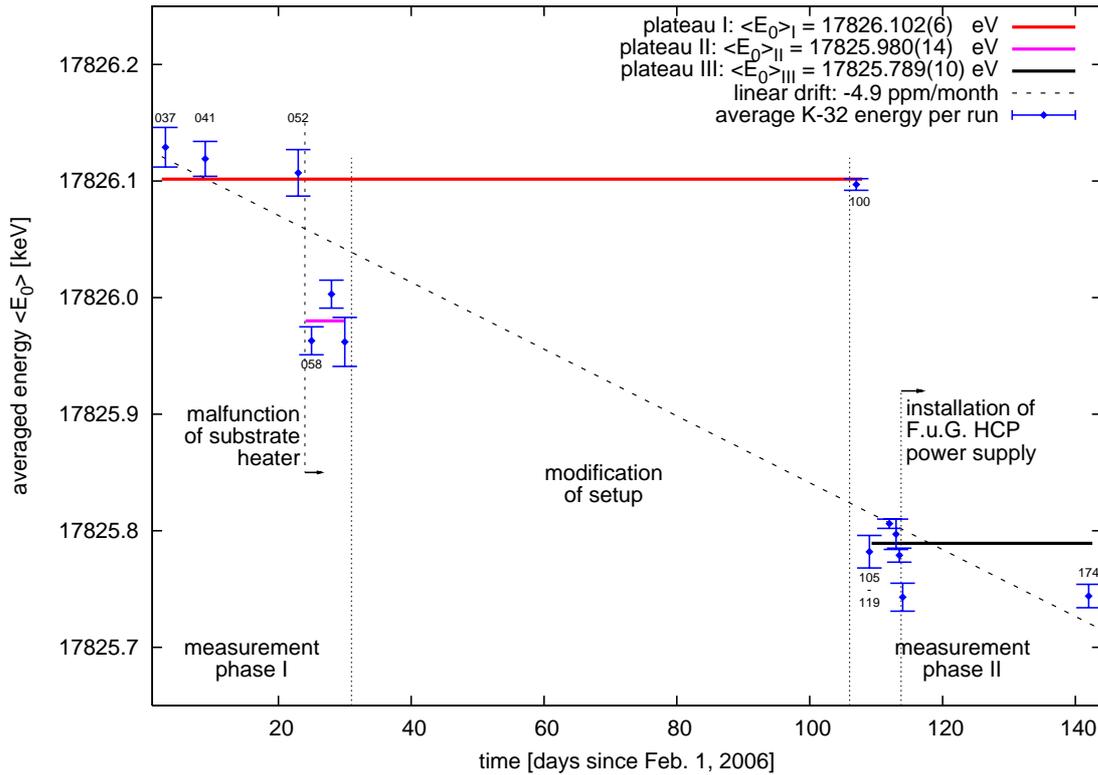


**Abbildung 6.40: Serienmessung der  $K_{32}$ -Linie mit Mainz-05-Konfiguration.** Analog zu Abb. 6.38 sind hier die Linienenergien von neun aufeinanderfolgenden Messdurchläufen bei 0,90 eV Auflösung (Mainz-05) dargestellt. Das Spektrum wurde ebenfalls in 1 eV-Schritten mit 20 s Datennahme abgetastet. Die Gesamtmesszeit war 2,17 Stunden. Die Messung fand am 25.02.2006 statt, es gilt daher  $M = 1972,47005$  und  $K = 0,999999297$ . Die Werte streuen um 35 meV und es ergibt sich ein Mittelwert (Konstantenfit) von  $\langle E_0 \rangle = 17\,825,963(12)$  eV. Die mittlere Linienbreite ist  $\langle \Gamma \rangle = 2,82(3)$  eV. Über alle Messungen gemittelt ergibt sich  $\langle \chi^2/\text{dof} \rangle = 1,14(15)$ .

Langzeitmessungen als Funktion der Zeit aufgetragen. In dieser Darstellung zeigt sich eine deutliche zeitliche Abhängigkeit der mittleren Linienenergie. Ein Geradenfit an die Daten liefert eine Drift von  $-4,9$  ppm ( $\approx 87$  meV) pro Monat. Dieser Wert ist um etwa einen Faktor 8 größer als der an der PTB (s. Kap. 5.3) ermittelte Wert für die Langzeitdrift des Spannungsteilers von etwa 0,6 ppm/Monat<sup>25</sup>. Ein Zusammenhang der beobachteten Abweichung mit der Langzeitstabilität des Spannungsteilers erscheint daher unwahrscheinlich.

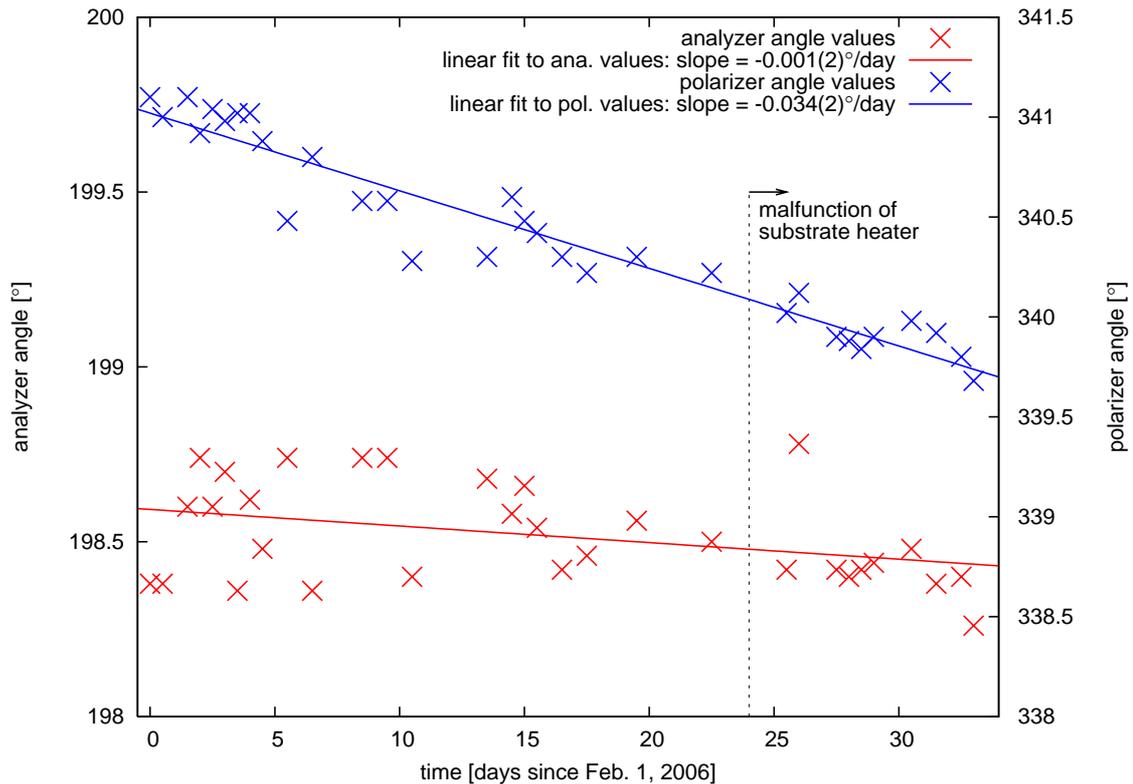
Zum Verständnis der Abweichungen ist eine differenziertere Analyse dieser Daten unter Einbeziehung des Zustandes der Quellapparatur notwendig. Abbildung 6.42 zeigt an der zeitlichen Entwicklung der Nullstellung der Polarisatoren des Ellipsometrieaufbaus eine anwachsende Schichtdicke auf der Substratoberfläche während der ersten Messphase. Hierbei ist eine Winkeländerung um  $1^\circ$  gerade äquivalent zu etwa 10 Atomlagen Krypton [Hil07]. Diese Werte wurden jeweils nach der Heizphase zur Reinigung der Oberfläche und unmittelbar bevor ein neuer Quellfilm präpariert wurde gemessen. Durch die Substrateheizung sollten sämtliche Reste eines verbrauchten Quellfilms entfernt und immer der gleiche Ausgangszustand hergestellt werden. Die Abbildung zeigt, dass dies nur zu Beginn der ersten Messphase der Fall ist. Die Schichtdickenbestimmung durch Laser-Ellipsometrie zeigt eine konstant anwachsende,

<sup>25</sup>Eine unerkannte positive Drift der Maßstabfaktors des Spannungsteilers verursacht eine negative Drift der ausgewerteten Energie, daher die unterschiedlichen Vorzeichen.



**Abbildung 6.41: Übersicht aller Langzeitmessungen der  $\text{K}_{32}$ -Linie.** Dargestellt sind alle Werte der Linienenergien aus Tabelle 6.5 als Funktion der Zeit. Die Nummerierung der Messreihen ist neben einigen Messwerten eingetragen. Es fällt eine zeitliche Abhängigkeit der Linienenergie auf. Ein Geradenfit über alle Werte ergibt eine Drift von  $-4,9$  ppm/Monat ( $\approx 87$  meV/Monat). Unter Einbeziehung des abgeschätzten Zustandes des HOPG-Substrats zeigt die Analyse drei Plateaus (Details s. Text): Bei einer sauberen Substratoberfläche als Ausgangszustand wird im Mittel eine Linienenergie von  $\langle E_0 \rangle_{\text{I}} = 17826,102(6)$  eV gemessen. Bei eingeschränkter Funktion der Substratheizung stellt sich eine mittlere Linienenergie von  $\langle E_0 \rangle_{\text{II}} = 17825,980(9)$  eV ein. Dieser Effekt verstärkt sich während der zweiten Messphase und die mittlere Linienenergie ist nur noch  $\langle E_0 \rangle_{\text{III}} = 17825,789(10)$  eV. Die Modifikationen des Detektorbereichs (s. Kap. 6.2) fanden zwischen Tag 31 (03.03.2006) und Tag 106 (17.05.2006) statt. Vor Messreihe 128 (Tag 113 bzw. 24.05.2006) wurde das F.u.G. HCP-Hochspannungsnetzteil eingebaut. Die darauf folgenden Messreihen sind systematisch zu niedrigeren Energien verschoben. Mögliche Ursachen werden im Text und in Abs. 6.5.1 diskutiert.

unbekannte Schicht auf dem HOPG-Substrat, die nicht durch den Heizwiderstand entfernt wird. Unter diesen Bedingungen können sich die Austrittsarbeit und die Spiegelladungseffekte ändern. Die Austrittsarbeit von HOPG ist mit  $\phi_{\text{graphite,HOPG}} = -4,55(15)$  eV [Pel02] nur auf  $\pm 150$  meV bekannt, was durchaus in der Größenordnung der beobachteten Verschiebungen liegt. Die Beobachtung deckt sich auch mit der Tatsache, dass der Betriebsstrom der Substratheizung kontinuierlich erhöht werden musste, um die Solltemperatur zu erreichen. Es muss davon ausgegangen werden, dass die Funktion der Substratheizung soweit eingeschränkt war, dass die Substratoberfläche nicht mehr ausreichend erwärmt wurde, um das adsorbierte Gas zu entfernen. Der totale Ausfall der Substratheizung am 24.02.2006 zeigt keinen sichtbaren Einfluss auf die zeitliche Entwicklung der Elliprometrieergebnisse. Es ist jedoch nicht auszuschließen, dass beide Effekte zur Energieverschiebung der Konversionselektronenlinie in Abb. 6.41 beitragen. So wäre es z. B. denkbar, dass während des Durchbrennens des Heizwiderstandes der Substratheizung ein unbekanntes Material abdampfte, das sich auf



**Abbildung 6.42: Polarisator- und Analysatorwinkel während der ersten Messphase [OBH07].** Aufgetragen sind die Nullpunktstellungen des Analysators und des Polarisators des Ellipsometrieaufbaus als Funktion der Zeit während der ersten Messphase. Die abgeschätzte Unsicherheit der Winkelbestimmung in  $0,04^\circ$ . Bei Raumtemperatur zeigt sich eine saubere Substratoberfläche an einem Polarisatorwinkel von  $341,14^\circ$ . In kaltem Zustand entspricht ein Polarisatorwinkel von  $340,9(2)^\circ$  einer sauberen Substratoberfläche. Eine Winkeländerung um  $1^\circ$  ist äquivalent zu etwa 10 Atomlagen Krypton [Hil07]. Die kontinuierliche Abweichung zu kleineren Werten deutet auf eine anwachsende Schicht eines unbekanntes Adsorbats auf der Substratoberfläche hin, welchen nicht vollständig durch die Substratheizung entfernt wird. Ab Tag 24 versagte der Substratheizer, es zeigt sich keine signifikante Änderung der Verlaufs (für Details siehe [Ost08]).

die Substratoberfläche legen konnte und somit deren Austrittsarbeit veränderte. Für eine detaillierte Diskussion dieses Effekts wird auf [Ost08] verwiesen.

Da die erste Gruppe von Messungen (Messreihen 037, 041 und 052) stabile Ergebnisse liefert, wird angenommen, dass hierbei die Substratheizung noch relativ funktionsfähig war. Die systematische Verschiebung der Messreihen 058, 062 und 066 kann eine Konsequenz der nicht ausreichend gereinigten Substratoberfläche sein. Die gewichtete mittlere Linienenergie dieser Gruppe von Messreihen liegt bei  $\langle E_0 \rangle_{\text{II}} = 17\,825,980(14)$  eV mit einer Streuung von 24 meV. Zwischen den Messreihen 066 und 100 wurde der experimentelle Aufbau, wie in Abschnitt 6.2 beschrieben, modifiziert. Die Numerierung aller Messreihen der zweiten Messphase beginnt mit Nummer 100.

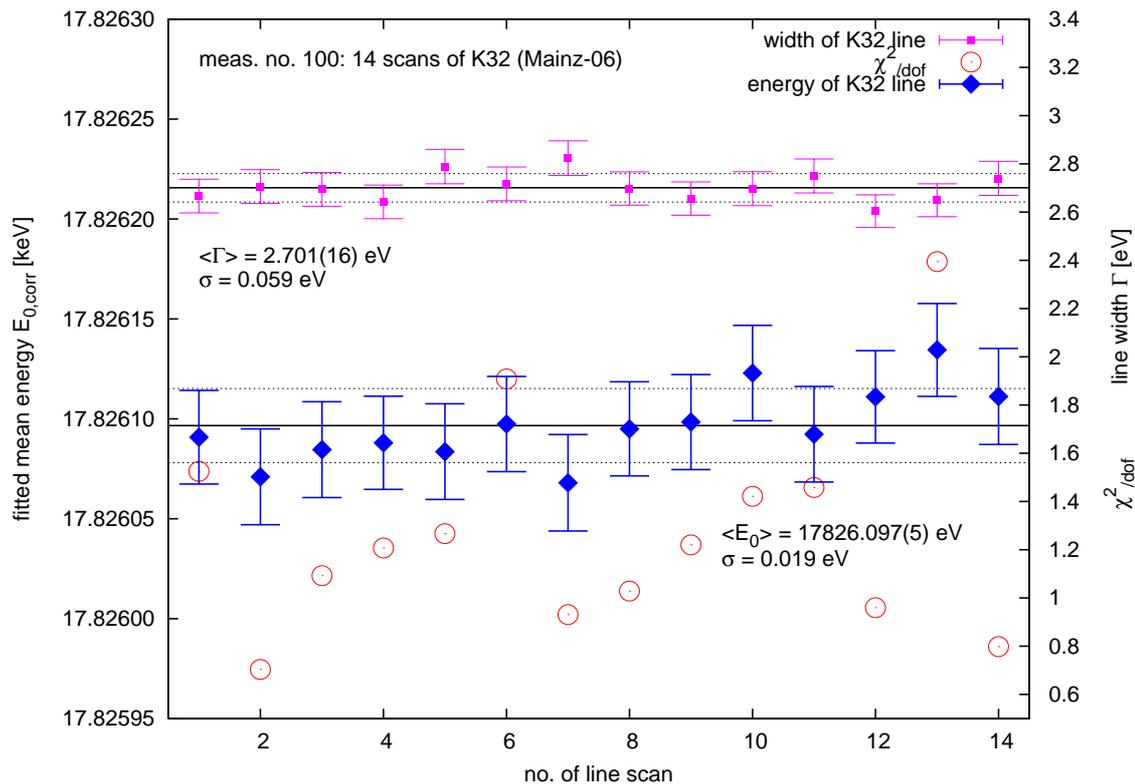
Da die Unsicherheit in der Linienbestimmung der Messreihen der ersten Messphase primär durch die Statistik begrenzt war, wurde die Anzahl der Energieschritte für alle Messreihen nach dem Umbau verdoppelt. Nun wird das integrale Konversionselektronenspektrum generell mit  $0,5$  eV-Schritten abgetastet. Gleichzeitig wurde auch die Messzeit auf 80 s je Energieeinstellung erhöht. Die längere Messzeit wirkt sich nicht negativ auf die Spannungsüberwachung aus. Die mittlere relative Standardabweichung der Spannungsmessungen während Messreihe

**Tabelle 6.5: Ergebnisse der Langzeitmessungen der  $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronen.** Diese Tabelle listet alle durchgeführten Messungen mit Bezeichnung, Datum, Magnetfeldkonfiguration und Anzahl an Messdurchläufen (Linien) auf. Die mittels Konstantenfit ermittelten gewichteten Mittelwerte der Linienenergie, der Halbwertsbreite und von  $\chi^2/dof$  sind angegeben.

Messreihen Bezeichnung	Datum	Magn. Konfig.	Anzahl Linien	Energie $\langle E_0 \rangle$ [eV]	$\langle \Gamma \rangle$ [eV]	$\langle \chi^2/dof \rangle$
037	03.02.06	Mz04	9	17 826,129(17)	2,71(5)	1,08(16)
041	09.02.06	Mz04	15	17 826,119(15)	2,75(4)	1,17(15)
052	23.02.06	Mz04	11	17 826,107(20)	2,67(6)	1,09(16)
058	25.02.06	Mz05	9	17 825,963(12)	2,82(3)	1,14(15)
062	28.02.06	Mz05	13	17 826,003(12)	2,79(4)	0,96(11)
066	02.03.06	Mz05	10	17 825,962(21)	2,79(3)	1,20(9)
100	18.05.06	Mz06	14	17 826,097(5)	2,70(2)	1,30(12)
105-119	20.05.06	Mz06	6	17 825,782(14)	2,66(5)	1,13(11)
120	23.05.06	Mz06	15	17 825,806(4)	2,64(2)	1,17(8)
121-123	24.05.06	Mz06/7/8	3	17 825,797(13)	2,67(2)	1,25(14)
126	24.05.06	Mz06	16	17 825,779(6)	2,67(3)	0,98(6)
128-131	25.05.06	Mz06	7	17 825,743(12)	2,76(3)	1,24(14)
174	22.06.06	Mz06	7	17 825,744(10)	2,71(2)	1,14(12)

100 ist mit  $\langle \frac{\sigma}{U} \rangle = 0,45(2)$  ppm durch das Grundrauschen des Digitalvoltmeters zu erklären. Die effektive Messzeit pro Durchlauf wird um einen Faktor 8 erhöht, während die Quellaktivität jedoch, wie anfangs erwähnt, um 50 % abnimmt, d. h. effektiv gewinnt man einen Faktor 4 in der Statistik. Während der Umbauphase ist der Solenoid C aus dem experimentellen Aufbau entfernt worden. Ab Messreihe 100 wird daher die Mainz-06-Magnetfeldkonfiguration mit 0,92 eV Auflösung für  $\text{K}_{32}$ -Elektronen eingesetzt.

Während des Umbaus wurde versucht den Quellaufbau, bzw. den Substrateizer zu reparieren, das Quellsystem wurde komplett aufgewärmt und ausgeheizt. Jegliche Reste eines Quellfilms oder sonstiger Adsorbate (Restgas,  $\text{H}_2\text{O}$ ) wurden damit sicher entfernt. Unmittelbar nach der erneuten Inbetriebnahme des gesamten Systems wurde eine Langzeitquelle auf der sauberen Substratoberfläche präpariert und eine Langzeitserienmessung durchgeführt. Abbildung 6.43 zeigt das Ergebnis dieser ersten Messreihe (Nr. 100) der zweiten Messphase. Die Streuung der Werte  $\sigma = 19$  meV hat sich im Vergleich zu Messreihe 058 (s. Abb. 6.40) ebenso halbiert, wie die Unsicherheit einer Einzelmessung, die nun nur noch etwa 25 meV beträgt. Die Halbierung dieser Werte ist konsistent mit der oben erwähnten Vervierfachung der gemessenen Ereignisse. Besonders deutlich wird die Stabilität der Messung an der Messzeit, sie ist mit 13,15 Stunden sechs mal so lange wie bei Messreihe 058. Verglichen mit den Messungen zu Beginn der ersten Messphase (Messreihen 037, 041 und 052) fällt auf, dass der nun gemessene Mittelwert der Linienenergie von  $\langle E_0 \rangle = 17 826,097(5)$  eV wieder innerhalb der Unsicherheiten der damals gemessenen mittleren Linienenergie liegt. Die sich ergebende Linienbreite ist ebenfalls eingezeichnet, zeigt keine Korrelation mit der Linienenergie und hat einen Mittelwert von  $\langle \Gamma \rangle = 2,701(16)$ . Messreihe 100 zeigt, dass es möglich ist, die Energie der  $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronenlinie über einen halben Tag lang mit einer Unsicherheit von  $< 20$  meV zu bestimmen. Nimmt man an, dass die Quellen der vier Messreihen (037, 041, 052 und 100) unter gleichen Voraussetzungen auf einer relativ sauberen Substratoberfläche präpariert wurden, so bedeutet dies, dass über eine Zeitspanne von etwa 105 Tagen, die Li-



**Abbildung 6.43: Langzeitserienmessung der  $K_{32}$ -Linie mit Mainz-06-Konfiguration.** Analog zu Abb. 6.38 sind hier die Linienenergien und -breiten von 14 aufeinanderfolgenden Messdurchläufen bei 0,92 eV Auflösung (Mainz-06) dargestellt. Das Spektrum wurde in 0,5 eV-Schritten mit 80 s Datennahme abgetastet. Die Gesamtmesszeit war 13,15 Stunden. Die Messung fand am 18.05.2006 statt, es gilt daher  $M = 1972,47354$  und  $K = 0,999998807$ . Die Energie streut nur um 19 meV und es ergibt sich ein Mittelwert (Konstantenfit) von  $\langle E_0 \rangle = 17826,097(5)$  eV. Die mittlere Linienbreite ist  $\langle \Gamma \rangle = 2,701(16)$  eV. Über alle Messungen ergibt sich  $\langle \chi^2/dof \rangle = 1,30(12)$ .

nienenergie auf ppm-Niveau reproduziert werden konnte. Über diese vier Messreihen ergibt sich eine gewichtete mittlere Linienenergien von  $\langle E_0 \rangle_{\text{I}} = 17826,101(6)$  eV mit einer Streuung von 12 meV.

Im Anschluss an Messreihe 100 tritt erneut eine deutliche Verschiebung zu niedrigeren Energien auf, d. h. schon nach zwei Tagen Messbetrieb konnte die Substratoberfläche wahrscheinlich nicht mehr vollständig gereinigt werden. Die mittlere Linienenergie dieser Gruppe von Messreihen ist mit  $\langle E_0 \rangle_{\text{III}} = 17825,789(6)$  eV um etwa 300 meV verschoben. Unmittelbar vor Messreihe 128 (Tag 53) wurde das F.u.G. HCN-Hochspannungsnetzteil gegen das HCP-Modell ausgetauscht. Das HCP-Modell zeigt eine um den Faktor 2,5 verringerte Langzeitdrift und Temperaturabhängigkeit von nur noch 2 ppm/K, bzw. 2 ppm/8h, sowie eine reduzierte Restwelligkeit von 20 mV ss. Allerdings ist bei diesem Gerät ein Einlaufverhalten von über 2 Stunden Länge zu beobachten. Messreihe 128 wurde allerdings schon 30 min nach Hochfahren der Spannung durchgeführt, das Einlaufverhalten beeinflusst hierbei folglich die Datennahme. Die mittlere rel. Standardabweichung der Spannungsmessungen während der Messreihen 128 bis 131 beträgt  $\langle \frac{\sigma_U}{U} \rangle = 2,7(3)$  ppm und liegt damit deutlich über dem Rauschen des Digitalvoltmeters. Das Ergebnis der Messreihen zeigt eine systematische Abweichung vom Mittelwert  $\langle E_0 \rangle_{\text{III}}$  um  $-45$  meV (entspricht  $-2,5$  ppm), die der nicht stabil eingelaufenen Spannung zugeschrieben werden muss.

Die durchgeführten Messreihen lassen noch keine signifikante Aussage über die Langzeitstabilität des Spannungsteilers zu. Einzig die Messreihen 037, 041, 052 und 100 zeigen eine Langzeitstabilität auf ppm-Niveau. Sämtliche Messreihen sind jedoch zu stark von den systematischen Effekten des Quellaufbaus beeinflusst. Mittlerweile wurde der Quellaufbau um einen Ablationslaser erweitert, der nun zur Reinigung der Substratoberfläche dient. Die ersten vielversprechenden Messungen mit Ablationslaser werden in [Ost08] präsentiert und deuten auf eine deutlich verbesserte Reproduzierbarkeit hin.

Mit der eingesetzten Ausbaustufe des Prototypaufbaus der kondensierten Kryptonquelle konnte wiederholt eine Kurzzeitstabilität des Spannungsteilers im ppm-Bereich über eine Messreihe gezeigt werden. Die Verifikation der Langzeitstabilität des Spannungsteilers ist auf Basis dieser Ergebnisse nur bedingt möglich, wenn der Einfluss der Quelle richtig interpretiert wurde.

## 6.5 Betrachtung weiterer Konversionselektronenlinien.

Da es nur eingeschränkt möglich war, die Langzeitstabilität des Spannungsteilers mit der CKrS zu überprüfen, soll in diesem Abschnitt die Konsistenz der Messungen verschiedener Konversionselektronenlinien mit den Ergebnissen der PTB-Kalibration untersucht werden. Um hierbei die Unsicherheit in der Reproduzierbarkeit zwischen unterschiedlichen Quellfilmen zu umgehen, werden sämtliche zu vergleichende Konversionsübergänge abwechselnd bei demselben Quellfilm vermessen. Auf diese Weise kann man davon ausgehen, dass für alle gemessenen Konversionsübergänge die gleiche Systematik gilt. Dies stellt wiederum hohe Anforderungen an die Stabilität der Hochspannungserzeugung.

In den Messreihen 105 bis 119 wurden abwechselnd die M1-Konversionselektronen des  $\gamma_9$ -Übergangs und die K- und L3-Konversionselektronen des  $\gamma_{32}$ -Übergangs vermessen. Auf diese Weise wird ein Energiebereich von 9 keV bis 30,5 keV abgedeckt. Die Messreihen wurden mit Mainz-06-Konfiguration durchgeführt, die ermittelten  $K_{32}$ -Linienenergien sind konsistent mit den üblichen, während der zweiten Massphase ermittelten Linienenergien (s. Plateau III in Abb. 6.41).

Um die verschiedenen gemessenen Linienenergien miteinander und mit den erwarteten Werten aus Tabelle 3.2 zu vergleichen, müssen die Gleichungen (3.20) und (3.21) betrachtet werden. Für die im Experiment gemessenen kinetischen Energien gilt demnach:

$$E'_k = E_\gamma + E_{\gamma,\text{rec}} - E_b^{\text{vac}} - E_{e,\text{rec}} - (\phi_{\text{spectrometer}} - \phi_{\text{source}}) - C_S \quad (6.19)$$

Die Charakteristik des Quellsubstrates  $C_S$  ist zum gegenwärtigen Zeitpunkt noch nicht bekannt. In dieser Auswertung wird  $C_S = \text{const.}$  für die verschiedene Konversionsübergänge angenommen, obwohl nicht geklärt ist, ob dies auch auf 100 meV-Niveau gerechtfertigt ist. Bei einer Messunsicherheit von etwa 30 meV wie in den übrigen Messreihen, könnte man auf Abweichungen im sub-100 meV-Bereich sensitiv werden. Diese Problematik und die Bestimmung von  $C_S$  sind Teil der Dissertation von B. Ostrick [Ost08] und werden hier nicht behandelt.

Da auch die Austrittsarbeiten aus Quellsubstrat  $\phi_{\text{source}}$  und Elektrodenmaterial  $\phi_{\text{spectrometer}}$  mit großen Unsicherheiten behaftet sind, werden die apparativen Effekte für die hier durchgeführte Analyse in einem konstanten Term zusammengefasst:

$$\Phi_{\text{ges}} = (\phi_{\text{spectrometer}} - \phi_{\text{source}}) + C_S \quad (6.20)$$

### 6.5.1 Vergleich der M1<sub>9</sub>-, K-<sub>32</sub>- und L3-<sub>32</sub>-Energien

Während der zweiten Messphase am Mainzer Spektrometer wurden in den Messreihen 105 bis 119 abwechselnd die M1<sub>9</sub>-, K<sub>32</sub>- und L3<sub>32</sub>-Konversionselektronen untersucht. Insgesamt wurde die M1<sub>9</sub>-Linie vier Mal, die K<sub>32</sub>-Linie sechs Mal und die L3<sub>32</sub>-Linie fünf Mal vermessen. Die M1<sub>9</sub>-Linie (s. Abb. 6.44) ist mit 9,1 keV gerade noch oberhalb des niederenergetischen Detektoruntergrundes mit einer Zählrate von etwa 21 Ereignissen/s zu messen, hat ein Signal-zu-Untergrund-Verhältnis von etwa 3:1 und ist dadurch mit einer erhöhten Unsicherheit behaftet.

Durch die wiederholte, abwechselnde Vermessung der verschiedenen Linien sollen Schankungen ihrer Energie aufgrund von Veränderungen des Quellfilms erkannt werden. Die Vielzahl der notwendigen Messreihen konnte nicht innerhalb einer <sup>83m</sup>Kr-Halbwertszeit von 1,83 h durchgeführt werden. Für diese Untersuchung wurde daher eine sogenannte Langzeitquelle eingesetzt, bei welcher auch während sich das Quellsubstrat in Messposition befindet, weiterhin radioaktives <sup>83m</sup>Kr-Gas einströmt. Wie sich in den übrigen Langzeitmessungen (s. Kap. 6.4.1) gezeigt hat, ist man so in der Lage, über mehrere Tage eine stabile Zählrate zu gewährleisten.

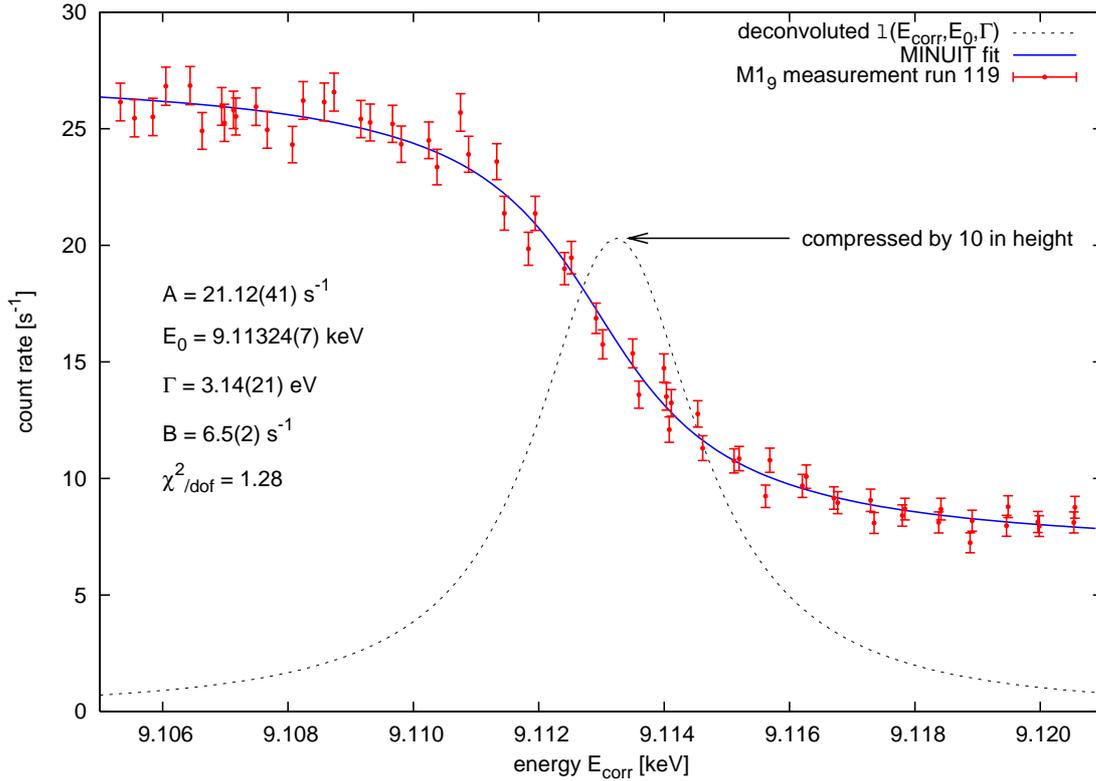
Das integrale Spektrum wurde in 0,5 eV-Schritten mit 40 s Messzeit abgetastet, wobei jede Energiefiltereinstellung doppelt (Hin- und Rücklauf) vermessen wurde. Anders als in den bisherigen Auswertungen (s. Kap. 6.4.1) wird hierbei keine lineare Lebensdauerkorrektur verwendet. Aufgrund der wechselnden Belastung des HV-Netzteils<sup>26</sup> kam es zu einem Nachlaufen des gesetzten Spannungswertes, was zu einer deutlichen Abweichungen von bis zu 80 meV zwischen den Energiefiltereinstellungen des Hin- und Rücklaufs führte. Die Ergebnisse aus Hin- und Rücklauf werden daher nicht paarweise kombiniert, was erst durch die relativ stabile Zählrate der Langzeitquelle möglich ist. Die Auswertung der Zählraten aller K<sub>32</sub>-Messungen zeigt eine zeitliche Änderung von  $-0,77(22) \text{ s}^{-1}/\text{Tag}$  (mittels Geradenfit:  $\chi^2/dof = 1,005$ ) bei einer mittleren Zählrate von  $85,8(6) \text{ s}^{-1}$ . Über einen Messdurchlauf von 50 Minuten ist diese Änderung ( $\approx 0,03\%$ ) vernachlässigbar klein. Dies ist auch an den Datenpunkten in Abbildung 6.46 am Beispiel der L3<sub>32</sub>-Linie zu sehen.

Wegen des unterschiedlichen Potenzialdurchhangs (vgl. Abb. 6.15) in der Analysierebene gilt für die M1<sub>9</sub>-Elektronen eine Energiekorrektur von  $\delta E_{\text{shift},M1_9} = -189(9) \text{ meV}$ , für die K<sub>32</sub>-Elektronen  $\delta E_{\text{shift},K_{32}} = -371(19) \text{ meV}$  und schließlich  $\delta E_{\text{shift},L3_{32}} = -633(32) \text{ meV}$  für die L3<sub>32</sub>-Elektronen. Da es sich hier bei um Berechnungen basierend auf einer zylindersymmetrischen Anordnung der soliden Elektrode inklusive der Drahtelektrode handelt und keine mechanischen Toleranzen des realen Aufbaus bekannt sind, wird für die angegebenen Werte eine abgeschätzte Unsicherheit von 5% angenommen ( $\Delta \delta E_{\text{shift}} = 0,05 \cdot \frac{1}{q} \delta E_{\text{shift}}$ ).

Für den Vergleich werden Messungen bei verschiedenen Spannungen durchgeführt, d. h. auch die Spannungsabhängigkeit des Maßstabfaktors ( $\frac{1}{M} \frac{\partial M}{\partial U} = 0,032(6) \text{ ppm/kV}$ , s. Tab. 5.3) muss berücksichtigt werden, es gilt Gleichung (6.13):

$$\begin{aligned}
 U_{\text{corr}} &= (U_{\text{mess}} - U_{\text{offset}}) \cdot K \cdot \left( M + \frac{\partial M}{\partial U} \underbrace{(M \cdot U_{\text{mess}} - U_{\text{ref}})}_{=\delta U} \right) + \frac{1}{q} \delta E_{\text{shift}} \\
 &= (U_{\text{mess}} - U_{\text{offset}}) \cdot K \cdot M \cdot \left( 1 + \frac{1}{M} \frac{\partial M}{\partial U} \delta U \right) + \frac{1}{q} \delta E_{\text{shift}} \quad (6.21)
 \end{aligned}$$

<sup>26</sup>Es wurde das F.u.G. HCN-Modell eingesetzt und abwechselnd mit 9,1 kV für die M1<sub>9</sub>-Linie, 17,8 kV für die K<sub>32</sub>-Linie und 30,5 kV für die L3<sub>32</sub>-Linie belastet.



**Abbildung 6.44: Integrales Energiespektrum der  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -M1<sub>g</sub>-Konversionselektronen.** Dieses Diagramm zeigt den typischen Verlauf des integralen Spektrums der  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -M1<sub>g</sub>-Konversionselektronen. Diese Messung wurde mit Mainz-06-Konfiguration und einer Auflösung von 0,47 eV (für 9,1 keV-Elektronen) bei 40s Messzeit pro Datenpunkt (rot) ohne Lebensdauerkorrektur durchgeführt. Die blaue Kurve beschreibt die theoretische Anpassung an die Messdaten und liefert mit  $\chi^2/\text{dof} = 1,28$  die Parameter für die gestrichelt dargestellte entfaltete Lorentzverteilung. Die mittlere Energie ist  $E_0 = 9\,113,24(7)$  eV mit einer Breite von  $\Gamma = 3,14(21)$  eV. Der Detektor besitzt nur eine reduzierte Nachweeffizienz für Elektronen dieser Energie. Die Signalelektronen liegen zum Teil schon im niederenergetischen Untergrund des Detektors, es ergibt sich nur ein Signal-zu-Untergrund-Verhältnis von etwa 3:1.

Der  $\frac{\partial M}{\partial U}$ -Term führt zu einer kleinen Verschiebung<sup>27</sup> proportional zu  $\delta U$ , wenn die Messspannung von der Referenzspannung  $U_{\text{ref}} = -20$  kV abweicht. Die Unsicherheit  $\Delta_{\partial M/\partial U}$  skaliert daher ebenfalls mit der Spannungsdifferenz  $\delta U$ , es gilt:

$$\Delta_{\partial M/\partial U} = (U_{\text{mess}} - U_{\text{offset}}) \cdot K \cdot \underbrace{\Delta_{\frac{\partial M}{\partial U}}}_{=M \cdot 0,032 \text{ ppm/kV}} \cdot \delta U \quad (6.22)$$

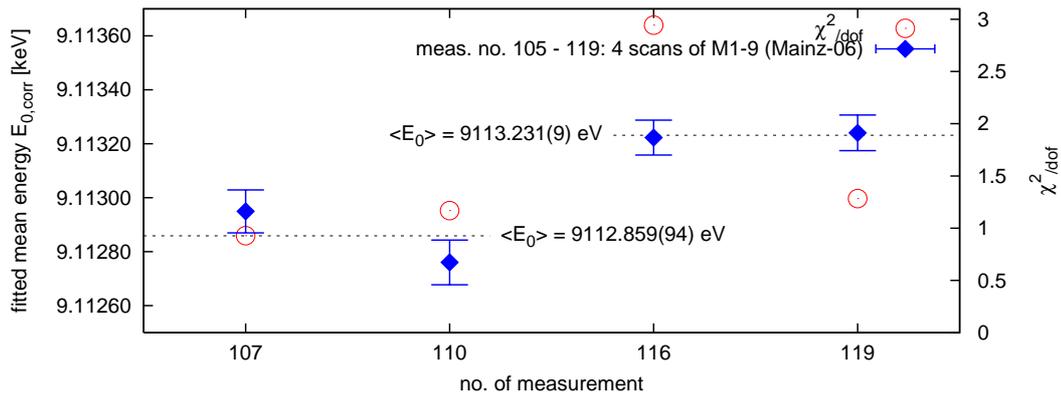
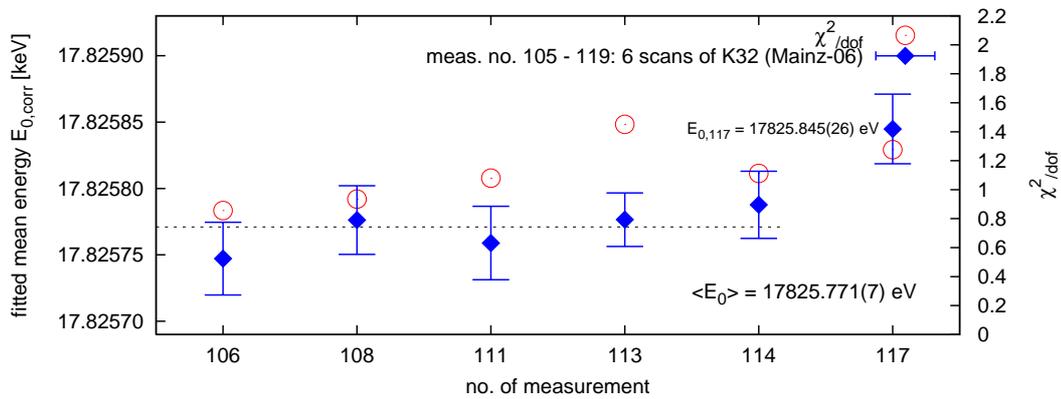
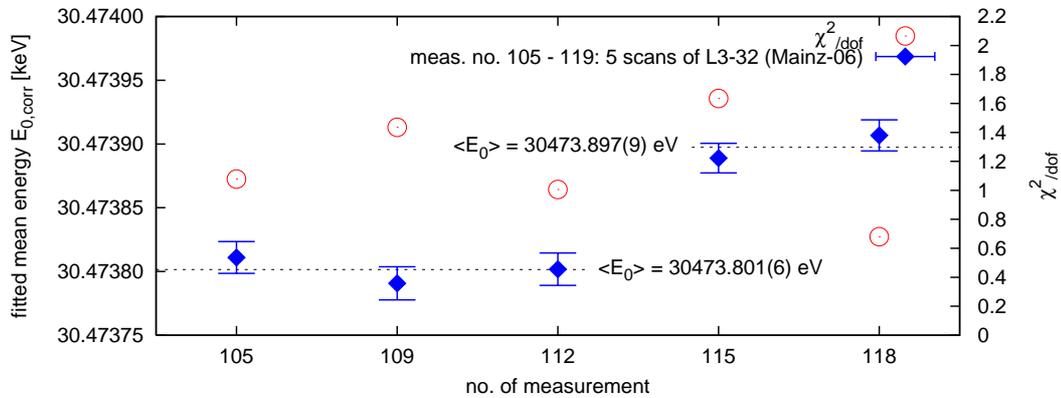
Die über alle Messpunkte der durchgeführten Messreihen gemittelten Standardabweichungen der Spannungsmessungen  $\langle \sigma_U \rangle = \langle \sigma_{U_{\text{mess}}} \rangle \cdot K \cdot M$  bleiben im Rahmen der erwarteten relativen Streuung der Digitalvoltmetermessung von etwa 0,5 ppm und ergeben folgende Absolutwerte:

$$\langle \sigma_U \rangle_{\text{M1}_g} = 5,3(3) \text{ mV} \quad (6.23)$$

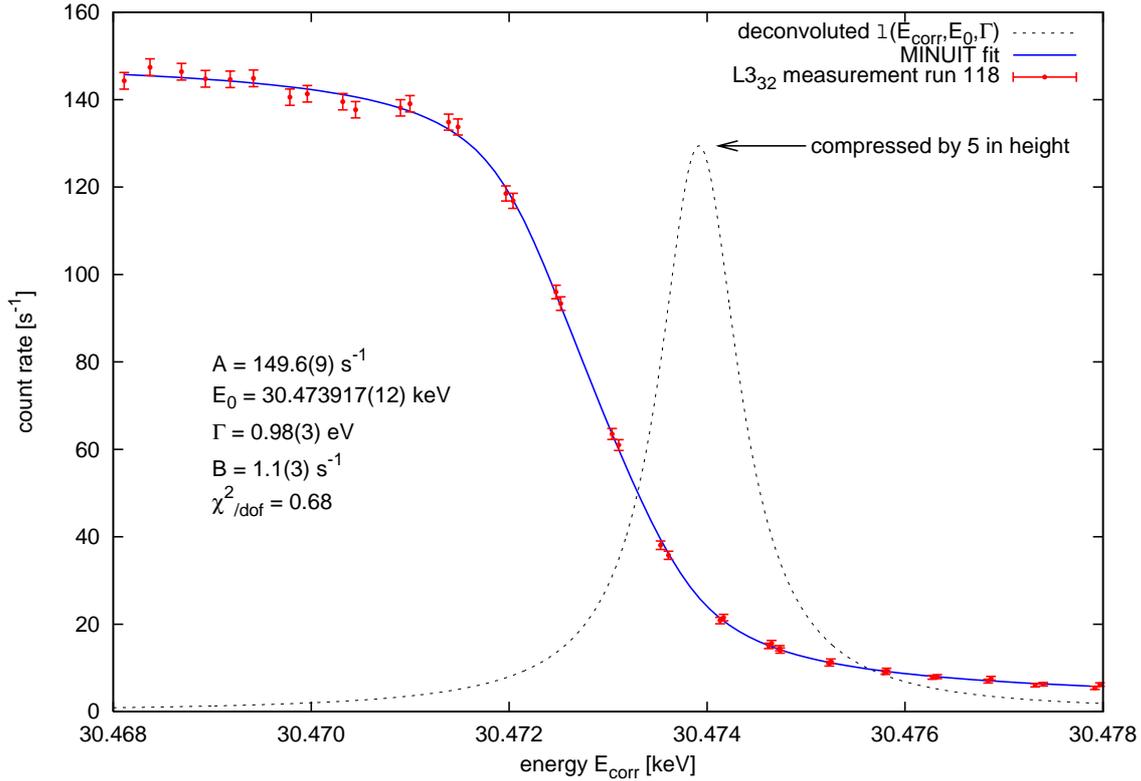
$$\langle \sigma_U \rangle_{\text{K}_{32}} = 5,7(5) \text{ mV} \quad (6.24)$$

$$\langle \sigma_U \rangle_{\text{L}_{332}} = 13,7(9) \text{ mV} \quad (6.25)$$

<sup>27</sup>3,2(6) meV für die M1<sub>g</sub>-Linie, 1,2(2) meV für die K<sub>32</sub>-Linie und -10,2(1,9) meV für die L<sub>332</sub>-Linie.

(a) M1- $\gamma_9$ -Linienpositionen(b) K- $\gamma_{32}$ -Linienpositionen(c) L3- $\gamma_{32}$ -Linienpositionen

**Abbildung 6.45: Vergleichmessung von M1- $\gamma_9$ -, K- $\gamma_{32}$ - und L3- $\gamma_{32}$ -Konversionselektronenlinien.** Dargestellt sind die in Messreihe 105 bis 119 abwechselnd vermessen Energien der (a) M1 $\gamma_9$ -Konversionselektronen, (b) L3- und (c) K $\gamma_{32}$ -Konversionselektronen. Das Spektrum wird in 0,5 eV-Schritten mit 40 s Messzeit je Energieeinstellung abgetastet, eine Lebensdauerkorrektur fand aufgrund der stabilen Zählrate der Langzeitquelle nicht statt. Die Messungen fanden ab dem 22.06.2006 über zwei Tage verteilt statt. Es gelten  $M = 1972,47354$ ,  $K = 0,999998795$  (Tag 1) und  $K = 0,999998777$  (Tag 2). Die Werte des zweiten Tags (115 - 119) zeigen eine deutliche systematische Verschiebung und werden nicht betrachtet (siehe Text). Die mittlere M1 $\gamma_9$ -Energie ist  $\langle E_0 \rangle_{M1\gamma_9} = 9112,859(94) \text{ eV}$ . Für K $\gamma_{32}$ -Elektronen ergibt sich  $\langle E_0 \rangle_K = 17825,771(7) \text{ eV}$  und für L3 $\gamma_{32}$ -Elektronen entsprechend  $\langle E_0 \rangle_{L3} = 30473,801(6) \text{ eV}$ .



**Abbildung 6.46: Integrales Energiespektrum der  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -L3<sub>32</sub>-Konversionselektronen.** Dieses Diagramm zeigt den typischen Verlauf des integralen Spektrums der  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -L3<sub>32</sub>-Konversionselektronen. Diese Messung wurde analog zu Abb. 6.44 bei entsprechend erhöhter Energiefilterschwelle durchgeführt. Die **blaue** Kurve beschreibt die theoretische Anpassung an die Messdaten (**rot**) und liefert mit  $\chi^2/\text{dof} = 0,68$  die Parameter für die gestrichelt dargestellte entfaltete Lorentzverteilung. Die mittlere Energie ist  $E_0 = 30\,473,917(12)$  eV mit einer Breite von  $\Gamma = 0,98(3)$  eV. Es wurde keine lineare Lebensdauerkorrektur angewendet, da die verwendete Langzeitquelle hinreichend stabile Zählraten lieferte.

Der Beitrag der Nullpunktverschiebung ist im Mittel  $\langle \sigma_{U_{\text{offset}}} \rangle \cdot K \cdot M = 3$  meV. Für die Unsicherheit des Maßstabfaktors  $M$  des Spannungsteilers inklusive der Unsicherheit des Kalibrationsfaktors  $K$  wird nach Gleichung (6.8) die relative Unsicherheit  $\Delta M/M = 1,6$  ppm für mittlere Spannungen ( $U_{\text{ref}} = -20$  kV) berücksichtigt. Es gilt dann  $\Delta_M = (U_{\text{mess}} - U_{\text{offset}}) \cdot K \cdot M \cdot \frac{\Delta M}{M}$ . Zusammenfassend ergibt sich die quadratisch addierte Unsicherheit aus der Spannungsmessung zu:

$$\Delta U_{\text{corr}} = \sqrt{\langle \sigma_U \rangle^2 + \langle \sigma_{U_{\text{offset}}} \rangle^2 + (\Delta_{\delta E_{\text{shift}}})^2 + (\Delta_M)^2 + (\Delta_{\partial M/\partial U})^2} \quad (6.26)$$

Komplettiert wird die Fehlerbetrachtung durch die Unsicherheiten, die sich aus dem MINUIT-Fit ergeben. Aufgrund der unbekannt systematischen Effekte der Quelle können aus den gemessenen Energien jedoch keine Absolutwerte abgeleitet werden.

Die Messungen der verschiedenen Energien (s. Abb. 6.45) zeigen zwischen Messreihe 114 und 115 einen deutlichen Sprung von 372(94) meV (M1<sub>9</sub>), 74(27) meV (K<sub>32</sub>) und 96(11) meV (L3<sub>32</sub>). Der große Sprung bei M1<sub>9</sub>-Energien und die Vergleichbarkeit der Sprünge bei K<sub>32</sub>- und L3<sub>32</sub>-Energien widerspricht der Annahme, dass der Spannungsteiler oder die Spannungsmessung als Ursache in Frage kommen. Vom Spannungsteiler verursachte Abweichungen skalieren i. Allg. linear mit der angelegten Spannung, was hier nicht der Fall ist. Die verschobenen Messreihen (115 - 119) fanden am zweiten Messtag statt, was auf einen Alterungseffekt des

Quellpräparates hindeutet. Der beobachtete Effekt wird daher bis auf Weiteres der Quelle zugeschrieben und für eine Diskussion wird auf [Ost08] verwiesen. Für die hier durchgeführte Untersuchung werden nur die Messreihen einschließlich Nr. 114 betrachtet. Mit den Fitergebnissen aus Abb. 6.45 ergeben sich daraus die folgenden mittleren gemessenen Energien  $E'_k$  der Konversionselektronen:

$$E'_{k,M19} = (9\,112,859 \pm 0,094_{fit} \pm 0,018_{\Delta U_{corr}}) \text{ eV} = 9\,112,859(96) \text{ eV} \quad (6.27)$$

$$E'_{k,K32} = (17\,825,771 \pm 0,007_{fit} \pm 0,035_{\Delta U_{corr}}) \text{ eV} = 17\,825,771(36) \text{ eV} \quad (6.28)$$

$$E'_{k,L332} = (30\,473,801 \pm 0,006_{fit} \pm 0,060_{\Delta U_{corr}}) \text{ eV} = 30\,473,801(61) \text{ eV} \quad (6.29)$$

Die Energie der  $K_{32}$ -Elektronen sind konsistent mit den üblichen Energien während der zweiten Messphase (s. Plateau III in Abbildung 6.41). Unter der Annahme von  $C_S = \text{const.}$  besteht nun die Möglichkeit, die Differenz der gemessenen Energien mit der erwarteten Differenz der Bindungsenergien zu vergleichen. Für diesen Vergleich werden nur die Energien der  $L_{332}$ - und  $K_{32}$ -Elektronen betrachtet, da nur diese vom gleichen  $\gamma$ -Übergang ausgehen, dessen Energiebeitrag sowie die damit verbundene großen Unsicherheit sich dann bei der Differenzbildung gerade aufheben. Nach Gleichung (6.19) gilt:

$$\Delta E_{L3-K} = E'_{k,L3} - E'_{k,K} = E_{b,K}^{\text{vac}} - E_{b,L3}^{\text{vac}} + E_{e,\text{rec}}^{\text{K}} - E_{e,\text{rec}}^{\text{L3}} \quad (6.30)$$

Hierbei wird angenommen, dass die apparativen Effekte (s. Gl. (6.20)) für alle Energien identisch sind und  $\Phi_{\text{ges}}$  herausfällt. Die Differenz der Rückstoßenergien ist  $E_{e,\text{rec}}^{\text{K}} - E_{e,\text{rec}}^{\text{L3}} = -85 \text{ meV}$  (s. Kap. 3.2.1). Für die Differenz der Bindungsenergien (s. Tab. 3.1) abzüglich der Rückstoßenergie ergibt sich:

$$E_{b,K}^{\text{vac}} - E_{b,L3}^{\text{vac}} + E_{e,\text{rec}}^{\text{K}} - E_{e,\text{rec}}^{\text{L3}} = 12\,647,965(50) \text{ eV} \quad (6.31)$$

Die gemessene Differenz der Energien der  $L_{332}$ - und  $K_{32}$ -Elektronen wird nach Gleichung (6.30) berechnet. Dabei dürfen nicht alle Unsicherheiten aus (6.28) und (6.29) berücksichtigt werden. Da hierbei die Differenz der Energien betrachtet wird, müssen die Unsicherheiten des Maßstabfaktors  $\Delta_M$  und der Spannungsabhängigkeit  $\Delta_{\partial M/\partial U}$  nun proportional zur Spannungsdifferenz  $M \cdot K \cdot (U_{\text{mess,L3}} - U_{\text{mess,K}}) \approx 12,648 \text{ kV}$  miteinbezogen werden. Bezüglich der Felddurchgriffe  $\delta E_{\text{shift}}$  ist ebenfalls nur die Differenz ihrer Unsicherheiten  $\Delta_{\delta E_{\text{shift}}}$  von Bedeutung. Der Beitrag der Nullpunktverschiebung  $\langle \sigma_{U_{\text{offset}}} \rangle$  kürzt sich hingegen ganz heraus. Nur die einzelnen Beiträge der Spannungsmessungen  $\langle \sigma_U \rangle$  bleiben unverändert. Mit quadratisch addierten Unsicherheiten ergibt sich dann:

$$E'_{k,L3} - E'_{k,K} = 12\,648,030(28) \text{ eV} \quad (6.32)$$

Dieser Wert liegt im  $1,3\sigma$ -Bereich des erwarteten Wertes (6.31), wobei die Unsicherheit der gemessenen Differenz (6.32) um etwa die Hälfte geringer ist als in (6.31). Aus der Differenz von (6.32) und (6.31) ergibt sich bei quadratischer Summierung der einzelnen Unsicherheiten eine Abweichung von  $(65 \pm 57) \text{ meV}$ , welche angesichts der großen Unsicherheit nicht signifikant ist. An diesem Punkt ist man durch die theoretische Unsicherheit mit der die Bindungsenergien bekannt sind bzw. bestimmt wurden limitiert und es ist nicht möglich, die an der PTB ermittelten Werte zu überprüfen.

Um diese Abweichung dem Spannungsteiler zuzuschreiben, müsste dieser entweder eine relative Spannungsabhängigkeit des Maßstabfaktors von  $0,34 \text{ ppm/kV}$  zeigen<sup>28</sup>, welche jedoch

<sup>28</sup>65 mV bei einer Spannungsdifferenz von 12,7 kV entspricht einer Spannungsabhängigkeit von 5,1 mV/kV, was etwa 0,3 ppm/kV bei Spannungen von 17,8 kV entspricht.

um einen Faktor 10 höher ist, als der 1972:1-Wert der PTB-Kalibration (s. Kap. 5) von 0,032(4) ppm/kV, oder der Absolutwert des Maßstabfaktors ist bei der PTB um  $-30$  ppm falsch<sup>29</sup> bestimmt worden, was sehr unwahrscheinlich ist.

Diese Auswertung zeigt aber auch, dass etwaige Energieabhängigkeiten der Festkörpereffekte des Quellpräparates auf den sub-100 meV-Bereich eingegrenzt werden können. Für Details hierzu muss jedoch auf die Analyse und die Diskussion der Eigenschaften des Quellpräparates in [Ost08] verwiesen werden.

## 6.6 Zusammenfassung der Messungen in Mainz

Der neue KATRIN-Spannungsteiler wurde am Mainzer Spektrometer in Kombination mit dem Prototypaufbau der neuen, kondensierten  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Quelle (CKrS) getestet. Für die Tests am Mainzer Spektrometer wurde ein neues ppm-stabiles Hochspannungssystem aufgebaut, mit welchem die Retardierungsspannung in etwa 1 ppm-Schritten ( $\approx 34,2$  mV) bis 35 kV eingestellt werden kann. Der experimentelle Aufbau des Spektrometers wurde im Laufe der Testmessungen vereinfacht und im Hinblick auf seine zukünftige Funktion als KATRIN-Monitorspektrometer modifiziert.

Für den Betrieb als KATRIN-Monitorspektrometer wurden verschiedenen Magnetfeldkonfiguration entwickelt. Diese wurden mit den Methoden des elektromagnetischen Designs des KATRIN-Hauptspektrometers untersucht, um die gleichen hohen Anforderungen an Auflösung, Transmissionseigenschaften und Feldhomogenität zu erfüllen. Die Messungen in Mainz haben gezeigt, dass es möglich ist, das Mainzer Spektrometer bei einer zum KATRIN-Hauptspektrometer äquivalenten Auflösung von 0,92 eV für 17,8 keV Elektronen stabil zu betreiben.

Die Transmissionseigenschaften der verschiedenen Magnetfeldkonfigurationen wurden mit MC-Methoden und mikroskopischer Teilchenbahnverfolgung simuliert. Dabei konnte zum ersten Mal der komplette Parameterbereich von Elektronen einer isotrop emittierenden Elektronenquelle in einem MAC-E-Filter mithilfe des GridIKP-Clusters simuliert werden. Es wurde ein Einbruch des Transmissionsverlaufs bei hohen Überschussenergien beobachtet, der mit der nichtadiabatischen Energietransformation der Elektronen im niedrigen Magnetfeld der Analysierebene zu erklären ist. Messungen der Transmissionseigenschaften zeigen in weiten Bereichen sehr gute Übereinstimmung mit den Simulationen. Eine Diskrepanz zwischen Messung und Simulation konnte nur durch ein realistischeres Simulationsmodell mit einer nicht axialsymmetrischen Magnetfeldkomponente verstanden werden. Simulationen und Messungen sind nun hinreichend konsistent.

Die Stabilität des KATRIN-Spannungsteilers wurde anhand von Langzeitmessungen der Energie der  $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronen überprüft. In sämtlichen Messreihen war es möglich die Energie der Konversionselektronen mit einer Stabilität auf 20 meV-Niveau zu überwachen. Dabei wurden die Methoden der PTB-Braunschweig zur Kalibration der Messstrecke und des Digitalvoltmeters erfolgreich umgesetzt. Aufgrund von Problemen mit dem Prototypaufbau der CKrS konnte die Langzeitstabilität der Spannungsmessung nur bedingt verifiziert werden. Zu Beginn der ersten Messphase und am Ende der zweiten Messphase wurde die  $\text{K}_{32}$ -Energie über 20 Tage bis zu etwa einem Monat auf 20 meV-Niveau reproduziert. Allerdings tritt eine systematische Energieverschiebung von etwa 300 meV zwischen dem Anfang der ersten und dem Ende der zweiten Messphase auf, die nicht mit der Charakteristik des Spannungsteilers

<sup>29</sup>Durch Skalierung des Maßstabfaktors um  $-30$  ppm wird die betrachtete Differenz (6.32) um etwa 70 meV verringert.

erklärt werden kann. Mittlerweile wurde der CKrS-Aufbau um einen Ablationslaser erweitert, die vielversprechenden neuen Ergebnisse werden in [Ost08] präsentiert.

Messreihen zur Überprüfung der Linearität des Spannungsteilers sind durch die relativ großen Unsicherheiten in den theoretischen Bindungsenergiewerten limitiert. Diesen Untersuchungen liegen die Bindungsenergien aus [Dra04] und die  $\gamma_{32}$ -Energie aus [Ven06] zugrunde. In den Messungen zur Linearität des Spannungsteilers wurde eine nicht signifikante Abweichung von 65(57) meV gefunden, welche auf Effekte der kondensierten Kryptonquelle zurückgeführt wurde. Die erzielte Genauigkeit reichte insbesondere auch aufgrund der nicht genau genug bekannten Elektronenbindungsenergien nicht aus, um die PTB-Ergebnisse zu verifizieren. Allerdings werden durch dieses Ergebnis etwaige Energieabhängigkeiten der Festkörpereffekte des Quellpräparates auf den sub-100 meV-Bereich eingegrenzt. Erst die Diskussion der Festkörpereffekte der kondensierten Kryptonquelle in [Ost08] wird eine signifikante Aussage zu diesem Thema zulassen.

Auf Basis der durchgeführten Messreihen kann die kinetische Energie  $E'_k$  der Konversionselektronen nur inklusive der Quellcharakteristik und den Austrittsarbeiten aus Spektrometer und Quellsubstrat angegeben werden. Über alle 134 Einzelmessungen ergibt sich für die  $K_{32}$ -Konversionselektronen:

$$\begin{aligned} E'_{k,K_{32}} &= (17\,825,909 \pm 0,013_{fit} \pm 0,036_{\Delta U_{corr}}) \text{ eV} \\ &= 17\,825,909(38) \text{ eV} \end{aligned} \quad (6.33)$$

$$\sigma_E = 0,150 \text{ eV} \quad (6.34)$$

$$\Gamma_{K_{32}} = 2,701(9) \text{ eV} \quad (6.35)$$

$$\sigma_\Gamma = 0,104 \text{ eV} \quad (6.36)$$

Für die  $L_{32}$ -Konversionselektronen ergibt sich aus 12 Einzelmessungen:

$$\begin{aligned} E'_{k,L_{32}} &= (30\,473,845 \pm 0,010_{fit} \pm 0,145_{\Delta U_{corr}}) \text{ eV} \\ &= 30\,473,845(146) \text{ eV} \end{aligned} \quad (6.37)$$

$$\sigma_E = 0,035 \text{ eV} \quad (6.38)$$

$$\Gamma_{L_{32}} = 1,059(18) \text{ eV} \quad (6.39)$$

$$\sigma_\Gamma = 0,062 \text{ eV} \quad (6.40)$$

Die vier Einzelmessungen der  $M_{19}$ -Konversionselektronen ergeben:

$$\begin{aligned} E'_{k,M_{19}} &= (9\,113,069 \pm 0,113_{fit} \pm 0,048_{\Delta U_{corr}}) \text{ eV} \\ &= 9\,113,069(123) \text{ eV} \end{aligned} \quad (6.41)$$

$$\sigma_E = 0,226 \text{ eV} \quad (6.42)$$

$$\Gamma_{M_{19}} = 3,29(22) \text{ eV} \quad (6.43)$$

$$\sigma_\Gamma = 0,43 \text{ eV} \quad (6.44)$$

Hierbei wurden die Unsicherheiten wie in Kap. 6.5.1 beschrieben inklusive der Spannungsabhängigkeit des Maßstabfaktors des Spannungsteilers berücksichtigt. Die Werte für die  $K_{32}$ -Konversion sind aufgrund der hohen Anzahl an Einzelmessungen sehr viel signifikanter, als die der übrigen untersuchten Konversionselektronenlinien. Allerdings beinhalten die Werte

auch die systematischen Effekte der Quelle. Nachdem die Quellcharakteristik in [Ost08] bestimmt wurde – eine Korrektur von etwa  $\Phi_{\text{ges}} = (-1,5 \pm 0,2)$  eV wird erwartet – können diese Werte nochmals korrigiert werden, um die Absolutwerte zu erhalten.

Die ermittelte Breite der  $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronenlinie ist geringer als der Referenzwert von  $\Gamma_{\text{K}_{32}} = 2,83(12)$  eV aus [Pi92b], jedoch innerhalb der Unsicherheiten mit diesem verträglich. Die geringere gemessene Breite kann durch das verbesserte Hochspannungssystem mit seiner reduzierten Restwelligkeit erklären werden. Eigentlich hätte man die Messdaten von [Pi92b] unter Verwendung von Voigt-Profilen<sup>30</sup> analysieren müssen, da das damalige Hochspannungssystem eine Restwelligkeit von einigen 100 mV ss hatte und somit eine nicht zu vernachlässigende zusätzliche Verbreiterung auftritt. Das neue Hochspannungsnetzteil hat laut Hersteller nur noch eine Restwelligkeit von etwa 20 mV ss, was durch eine Messung über einen kapazitiven Abgriff bestätigt werden konnte. Eine zusätzliche Verbreiterung aufgrund dieses 1%-Effektes kann in den neuen Messungen vernachlässigt werden. Diese Frage wird auch nochmal in [Ost08] aufgegriffen.

Die gemessene Breite der  $\text{L}_{332}$ -Konversionselektronen ist deutlich geringer als der Wert aus [Pi92b] von  $\Gamma_{\text{L}_{332}} = 1,40(2)$  eV. Das gleiche gilt für die Breite der  $\text{M}_{19}$ -Konversionselektronenlinie, deren Breite etwa 1 eV geringer ist, als in [Pi92b]. Ob diese deutlich geringeren Breiten allein durch die geringere Restwelligkeit der Hochspannung bedingt ist, ob ein Messfehler vorliegt oder andere Effekte eine Rolle spielen, kann erst durch weitere Untersuchungen des gesamten Konversionselektronenspektrums von  $^{83\text{m}}\text{Kr}$  in [Ost08] geklärt werden.

---

<sup>30</sup>Unter einem Voigt-Profil versteht man die Faltung einer Lorentz-Kurve mit einer Gauß-Kurve.

## Kapitel 7

# Zusammenfassung und Ausblick

Neutrinos wurden lange Zeit als masselos betrachtet, doch Oszillationsexperimente konnten das Gegenteil beweisen. Neutrinomassen spielen eine wichtige Rolle bei der Strukturbildung im Universum, sie liefern einen Beitrag zur Dunklen Materie und ermöglichen es, zwischen verschiedenen Theorien jenseits des Standardmodells der Teilchenphysik zu unterscheiden. Bisher ist es jedoch noch nicht gelungen, die Neutrinomasse absolut zu bestimmen. Aus den sensitivsten  $\beta$ -Zerfallsexperimenten konnte nur eine Obergrenze von  $m_{\nu_e} < 2 \text{ eV}$  [PDG06] ermittelt werden.

Das KATRIN(KARlsruhe TRITium Neutrino)-Experiment stellt einen Generationssprung in der Bestimmung der Neutrinomasse aus der Kinematik des Tritium- $\beta$ -Zerfalls dar. Durch den Einsatz eines hochauflösenden MAC-E-Filters und der Weiterentwicklung der experimentellen Technologie auf Basis der Erfahrungen mit den Vorgängerexperimenten in Mainz und Troitsk, strebt KATRIN eine Sensitivität auf die Neutrinomasse von 0,2 eV an. Um dieses Ziel zu erreichen, muss eine ganze Reihe von Technologien auf hohem Niveau weiterentwickelt und ihr Beitrag zur systematischen Unsicherheit begrenzt werden. Einer der fünf Hauptbeiträge zur systematischen Unsicherheit stellt die Messung und Überwachung des elektrostatischen Filterpotenzials dar. Dabei ist zur präzisen Energiebestimmung der  $\beta$ -Elektronen eine genaue Kenntnis der Potenzialdifferenz zwischen Quelle und Spektrometer auf ppm-Niveau erforderlich. Eine unbekannte Fluktuation  $\sigma$  der Hochspannungsüberwachung ist direkt mit einer Verschiebung der Messgröße des Neutrinomassenquadrats  $m_{\nu_e}^2$  verknüpft:

$$\Delta m_{\nu_e}^2 c^4 = -2 \sigma^2 \quad (7.1)$$

Im Tritium-Messbetrieb müssen Spannungen von  $U_0 = -18,6 \text{ kV}$  permanent mit einer maximalen Unsicherheit von 3,3 ppm ( $\approx 61 \text{ mV}$  bei  $U_0$ ) überwacht werden, um nicht mehr als  $\Delta m_{\nu_e}^2 c^4 \leq 0,0075 \text{ eV}^2$  zur systematischen Unsicherheit beizutragen. Da für den genannten Hochspannungsbereich keine kommerziellen Produkte existieren, die die geforderte Genauigkeit erreichen, war es das Ziel dieser Arbeit, in Kooperation mit der PTB Braunschweig einen neuen Präzisionshochspannungsteiler aufzubauen, der Unsicherheiten von etwa 1 ppm erreicht. Die permanente Spannungsüberwachung und Rekalibration wird im KATRIN-Aufbau durch den Einsatz des Spektrometers des ehemaligen Mainzer Neutrinomassenexperiments als sogenanntes Monitorspektrometer komplettiert, an welchem verschiedene monoenergetische Kalibrationsquellen betrieben werden können.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde basierend auf dem erfolgreichen Konzept des PTB-Referenzspannungsteilers für Spannungen bis 100 kV – dieser erreicht eine Gesamtunsicherheit von etwa 2 ppm – ein neuer Spannungsteiler bis 35 kV unter Verwendung eines neuen Typs von

Präzisionswiderständen aufgebaut. Im Labor in Münster wurde dazu ein neuer Präzisionsmessplatz nach den hohen Standards des Gleichspannungslabors der PTB Braunschweig aufgebaut, um die präzise Vermessung der Widerstände zu ermöglichen. Es wurden 200 Präzisionswiderstände unter maximal zulässiger Belastung (600 V) auf ihre Aufwärmabweichung im ppm-Bereich untersucht, so dass schließlich 100 Exemplare selektiert werden konnten, deren kombinierte Aufwärmabweichung mit  $< 0,02$  ppm rechnerisch um einen Faktor 100 geringer ist, als die eines Einzelwiderstandes. Die Kette der 100 Präzisionswiderstände wurde in einem abgeschirmten, temperaturstabilisierten Behälter unter  $N_2$ -Atmosphäre aufgebaut. Der Spannungsteiler bietet zwei Abgriffe mit Maßstabfaktoren von 1972:1 und 3944:1, die es ermöglichen den Spannungsbereich bis 20 kV bzw. bis 35 kV auf den 10 V- bzw. 20 V-Messbereich verschiedener Präzisionsvoltmeter (Nanovoltmeter,  $8\frac{1}{2}$ -Stellen) zu skalieren. In den ersten Testmessungen im Labor in Münster zeigte der neue Spannungsteiler geringere relative Unsicherheiten, als zwei der besten kommerziellen Spannungsteiler (Fluke 752A für  $U < 1100$  V, Julie Research Labs KV-50 für  $U < 50$  kV).

Mit dem fertiggestellten Präzisions-Hochspannungsteiler wurden im Abstand von etwa einem Jahr (Oktober 2005, November 2006) zwei ausgedehnte Messphasen im Gleichspannungslabor der PTB Braunschweig (Abt. 2.31 Messwandler und Hochspannung) durchgeführt. Die Kalibrationsmessungen haben gezeigt, dass der neue Spannungsteiler zum PTB Referenzspannungsteiler vergleichbare Stabilitätswerte erreicht. Während beider Kalibrationsphasen konnte eine relative Spannungsabhängigkeit von weniger als 1 ppm im Spannungsbereich zwischen 8 kV und 32 kV reproduzierbar gemessen werden. Für beide Maßstabfaktoren ergaben sich Temperaturabhängigkeiten, die im Betrag kleiner als 0,2 ppm/K sind, jedoch unterschiedliche Vorzeichen zeigen. In Kombination mit der auf 0,1 °C stabilisierten Umgebungstemperatur ist dies jedoch vernachlässigbar. Während beider Kalibrationsphasen konnten die Absolutwerte der Maßstabfaktoren mit sub-ppm-Präzision bestimmt werden. Über einen Zeitraum von einem Monat ergab sich eine Reproduzierbarkeit der Messwerte von etwa  $\frac{1}{3}$  ppm. Aus der Abweichung von etwa 8 ppm zwischen den Absolutwerten der beiden Kalibrationsphasen (2005 und 2006) konnte eine Langzeitstabilität von 0,604 ppm/Monat (1972:1) und 0,564 ppm/Monat (3944:1) abgeleitet werden. Die Gesamtunsicherheit des Spannungsteilers während eines KATRIN-Messzyklus von etwa 60 Tagen und für die Messung im Endpunktbereich des Tritium- $\beta$ -Spektrums, liegt damit um etwa einen Faktor 2 unter den geforderten 3,3 ppm aus der Betrachtung der systematischen Unsicherheiten. Damit erfüllt der neue Spannungsteiler die Anforderungen des KATRIN-Experiments und es ist gelungen, neben dem PTB Referenzspannungsteiler, einen der stabilsten Spannungsteiler der Welt für Spannungen bis 35 kV aufzubauen. Ein Schwachpunkt des neuen Spannungsteilers ist die Langzeitdrift, die eine Konsequenz des Alterungseffekts der nicht vorgealterten Präzisionswiderstände ist. Mit den Erfahrungen aus dem ersten KATRIN-Spannungsteiler wird in Münster im Rahmen der Diplomarbeit von F. Hochschulz [Hoc08] ein weiterer Spannungsteiler konstruiert, der u. a. aus nochmals verbesserten und vorgealterten Präzisionswiderständen bestehen wird.

Die Praxistauglichkeit des Spannungsteilers wurde bei Testmessungen mit dem Prototypaufbau der kondensierten  $^{83m}\text{Kr}$ -Kalibrationsquelle (CKrS) am Mainzer Spektrometer überprüft. Diese Messungen fanden in der ersten Jahreshälfte 2006, zwischen den beiden PTB-Kalibrationsphasen, statt. Für die Testmessungen wurde das Mainzer Spektrometer zum ersten Mal bei etwa 1 eV Auflösung betrieben, was sehr starke Korrekturfelder in den Luftspulen erforderte. Die Magnetfeldkonfigurationen wurden entsprechend den Maßstäben des elektromagnetischen Designs des KATRIN-Hauptspektrometers optimiert. Das Transmissionsverhalten bei diesen, für solch hohe Auflösungen erforderlichen, relativ niedrigen Magnetfeldern ( $\approx 0,3$  mT) in der Analysierbene des MAC-E-Filters, wurde mit mikroskopischen

Teilchenbahnverfolgungsrechnungen in Zusammenarbeit mit Dr. F. Glück (Forschungszentrum Karlsruhe) überprüft und mit den Messungen erfolgreich verglichen. Die Simulationen können das Messergebnis bis etwa 30 - 50 eV unterhalb der Konversionselektronenenergie reproduzieren. Damit ist der prinzipielle Nachweis erbracht, dass das Mainzer Spektrometer als hochauflösendes KATRIN-Monitorspektrometer eingesetzt werden kann. Um auch tiefer im Spektrum noch realistische Simulationen durchzuführen, bedarf es einer noch realistischeren Beschreibung des Magnetfeldes, welche auch nicht axialsymmetrische Störungen berücksichtigt. Für das Mainzer Spektrometer konnte die prinzipielle Wirkung nicht axial-symmetrischer Magnetfeldkomponenten simuliert werden, aber erst die definierte Umgebung der neuen KATRIN-Spektrometer in Karlsruhe wird es ermöglichen, das Spektrometermagnetfeld realistisch zu modellieren.

Im Zuge der Testmessungen in Mainz wurden ausgedehnte Stabilitätsmessungen der  $K_{32}$ -Konversionselektronenlinie durchgeführt. Diese Messungen haben gezeigt, dass es bei Serienmessungen über mehr als 13 Stunden möglich ist, die Linienenergie auf etwa 1 ppm genau zu bestimmen. Dies bestätigt, dass die Stabilität des Spannungsteilers, der gesamten Messkette und des Quellpräparates im geforderten Präzisionsbereich liegt. Zu Beginn der Messphase in Mainz war es möglich, die Linienenergie über 20 Tage im ppm-Bereich reproduzierbar zu messen. Auf längeren Zeitskalen kann die Reproduzierbarkeit des gesamten Systems nur bedingt beurteilt werden, da im Zuge der Messungen deutliche Störungen und Abweichungen auftraten, die zum einen dem Prototypenstatus der CKrS und zum anderen einer Unsicherheit in der Austrittsarbeit der Spektrometerelektrode zugeschrieben werden. Mittlerweile wurde der Aufbau der CKrS weiterentwickelt und ausgebaut, er zeigt eine vielversprechende Verbesserung der Reproduzierbarkeit, über die in der Dissertation von B. Ostrick [Ost08] berichtet wird. Durch die Vermessung weiterer Konversionselektronenübergänge bei bis zu 30,5 keV konnte die Konformität der Messungen und der Linearität des Spannungsteilers mit den Bindungsenergien der untersuchten Konversionsübergänge aus [Dra04] auf 100 meV-Niveau gezeigt werden. Aufgrund der relativ großen Unsicherheiten der theoretischen Bindungsenergiewerte war es nicht möglich, die an der PTB ermittelte Spannungsabhängigkeit zu überprüfen, es kann aber davon ausgegangen werden, dass die während beider PTB-Kalibrationsphasen innerhalb ihrer geringen Unsicherheiten reproduzierten Werte zuverlässig sind.

Nach Abschluss der CKrS-Messungen in Mainz, bei denen mittlerweile eine ganze Reihe von weiteren Konversionsübergängen vermessen wurde [Ost08], wird der Spannungsteiler nun bei Stabilitätsmessungen der Festkörper-Rb/Kr-Quelle eingesetzt. Die Messungen in Mainz werden ihren Abschluss finden, wenn der gesamte Aufbau im Laufe des Jahres 2008 nach Karlsruhe transportiert wird, um dort modernisiert und als KATRIN-Monitorspektrometer weiterbetrieben zu werden.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass mit Unterstützung der PTB ein neuer Spannungsteiler für KATRIN gebaut wurde, der ppm-Stabilität und -Reproduzierbarkeit erreicht und die KATRIN-Anforderungen mehr als erfüllt. Die Entwicklung geht weiter und es wird ein weiterer Spannungsteiler gebaut, der als notwendiges Ersatzsystem (z. B. während Kalibrationsphasen) oder Kalibrationspartner zur Verfügung stehen wird. Dabei fließen die Erfahrungen aus den Tests des ersten Spannungsteilers in die Entwicklung des zweiten KATRIN-Spannungsteilers ein.

Bei den Messungen in Mainz konnte, obwohl einige technische Schwierigkeiten auftraten, gezeigt werden, dass die Kombination aus CKrS, Spannungsteiler und Monitorspektrometer (modifiziertes Mainzer Spektrometer) unter optimalen Bedingungen die KATRIN-Anforderungen an ein permanentes Monitor- und Kalibrationssystem erfüllt.

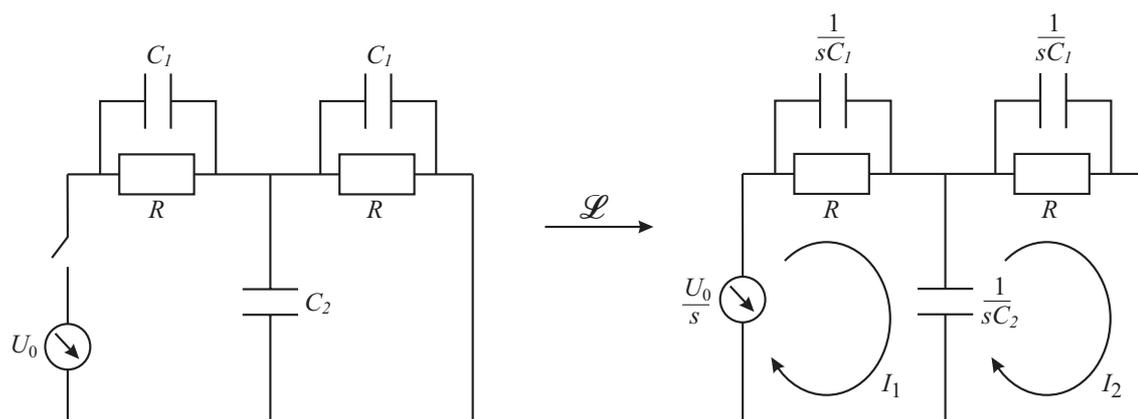


## Anhang A

# Mathematischer Anhang

### A.1 Einschaltverhalten in Laplacedarstellung

Zum Verständnis der Überbelastung einzelner Widerstände bei Einschaltprozessen und schnellen Spannungsschwankungen wird ein vereinfachtes Ersatzschaltbild eines zweistufigen Spannungsteilers betrachtet (Abb. A.1).



**Abbildung A.1: Ersatzschaltbild und Laplacedarstellung.** Das Ersatzschaltbild eines zweistufigen Spannungsteilers wird zur Berechnung des Einschaltverhaltens in die Laplacedarstellung überführt.

Die Berechnung des Einschaltverhaltens findet mittels Laplacetransformation im Bildraum statt. Dazu wird wie in Abb. A.1 das Ersatzschaltbild in die Laplacedarstellung überführt. Für die beiden Maschen mit den Strömen  $I_1$  und  $I_2$  ergeben sich die Maschengleichungen

$$\frac{U_0}{s} = I_1 Z_1 + \frac{1}{sC_2} (I_1 - I_2) \quad (\text{A.1})$$

$$0 = \frac{1}{sC_2} (I_2 - I_1) + I_2 Z_1 \quad (\text{A.2})$$

mit

$$Z_1 = R \parallel \frac{1}{sC_1} = \frac{R}{1 + sC_1 R} \quad (\text{A.3})$$

für die parallele Kombination aus Widerstand  $R$  und Kapazität  $C_1$ .

Mittels Gleichung (A.2) lässt sich  $I_2$  aus (A.1) eliminieren und die Lösung der ersten Masche ist:

$$\frac{U_0}{s} = I_1 Z_1 \frac{2 + sC_2 Z_1}{1 + sC_2 Z_1} \quad (\text{A.4})$$

Der gesuchte Spannungsabfall über den ersten Widerstand ergibt sich hier aus  $U_1(s) = I_1 Z_1$ :

$$\frac{U_0}{s} = U_1(s) \frac{2 + sC_2 Z_1}{1 + sC_2 Z_1} \quad (\text{A.5})$$

Betrachtet man nun den Fall, dass die Kapazität  $C_1$  vernachlässigbar klein ist, so kann man  $Z_1$  durch  $R$  ersetzen.

$$\frac{U_0}{s} = U_1(s) \frac{2 + sC_2 R}{1 + sC_2 R} \quad (\text{A.6})$$

Auflösen nach  $U_1(s)$  und Rücktransformation<sup>1</sup> in die Zeitdarstellung ergibt den gesuchten Spannungsverlauf.

$$U_1(s) = \frac{U_0}{s} \frac{1 + sC_2 R}{2 + sC_2 R} \quad (\text{A.7})$$

$$= \frac{U_0}{s} \left( \frac{1}{2 + sC_2 R} + \frac{sC_2 R}{2 + sC_2 R} \right) \quad (\text{A.8})$$

$$= U_0 \left( \frac{\frac{1}{C_2 R}}{s \left( \frac{2}{C_2 R} + s \right)} + \frac{1}{\frac{2}{C_2 R} + s} \right) \quad (\text{A.9})$$

$$\mathcal{L}^{-1} [U_1(s)] = U_1(t) = U_0 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{-\frac{2t}{C_2 R}} \right) \quad (\text{A.10})$$

An Gleichung (A.10) wird nun deutlich, warum es zu einer Überbelastung des ersten Widerstandes kommt. Für große Zeiten ergibt sich wie erwartet  $U(t \rightarrow \infty) = \frac{1}{2} U_0$ , die dem Teilverhältnis entsprechende Belastung. Jedoch ergibt sich für kleine Zeiten  $U(t \rightarrow 0) = U_0$  und damit fällt die gesamte Spannung am ersten Widerstand ab.

Da hier die Kapazitäten  $C_1$  völlig vernachlässigt wurden, kann man anhand von Gleichung (A.10) noch keine Aussage über die benötigte Größe der Kapazitäten machen. Werden die Kapazitäten in die Betrachtung mit einbezogen, so ergibt sich analog zu Gleichung (A.7) die Lösung der Maschengleichung zu:

$$U_1(s) = \frac{U_0}{s} \frac{1 + sC_1 R + sC_2 R}{2 + 2sC_1 R + sC_2 R} = \frac{U_0}{s} \frac{1 + sR(C_1 + C_2)}{2 + sR(2C_1 + C_2)} \quad (\text{A.11})$$

$$= U_0 \left( \frac{\frac{1}{R(2C_1 + C_2)}}{s \left( \frac{2}{R(2C_1 + C_2)} + s \right)} + \frac{\frac{C_1 + C_2}{2C_1 + C_2}}{\frac{2}{R(2C_1 + C_2)} + s} \right) \quad (\text{A.12})$$

Die Rücktransformation in Zeitdarstellung ergibt dann den gesuchten Spannungsverlauf über den ersten Widerstand unter der Annahme, dass die Streukapazitäten nicht vernachlässigbar sind.

$$U_1(t) = U_0 \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \exp \left\{ \frac{-2 \cdot t}{R(2C_1 + C_2)} \right\} + \frac{1 + \frac{C_2}{C_1}}{2 + \frac{C_2}{C_1}} \exp \left\{ \frac{-2 \cdot t}{R(2C_1 + C_2)} \right\} \right] \quad (\text{A.13})$$

<sup>1</sup>Rücktransformation:  $\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s(s+\alpha)} \right] = \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t})$  und  $\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s+\alpha} \right] = e^{-\alpha t}$

Gleichung (A.13) zeigt, dass die Stärke der Überbelastung bei  $t = 0$  hauptsächlich vom Verhältnis der Streukapazitäten  $\frac{C_2}{C_1}$  abhängt. Ist  $C_1 \ll C_2$ , so dominiert der dritte Term über den zweiten und die Anfangsspannung liegt deutlich über  $\frac{1}{2}U_0$ .

Bei  $C_1 \gg C_2$  kompensieren sich die Exponentialterme gegenseitig, auch für  $t = 0$  ergibt sich keine Überbelastung mehr und  $U_1(t \rightarrow 0) = \frac{1}{2}U_0$ . In Abbildung 4.4 des Abschnitts 4.1.5 ist der zeitliche Verlauf der Spannung über den ersten Widerstand für verschiedene Verhältnisse der Kapazitäten dargestellt.



## Anhang B

# Ergebnisse der Widerstandsselektion

### B.1 Übersicht aller Widerstände

**Tabelle B.1: Übersicht aller Widerstände.** Die Tabelle zeigt eine Auflistung der Ergebnisse der Messung der Aufwärmabweichung für alle Vishay VHA 518-11-Widerstände. Auch Produktionsserie und Verpackungsnummer sind angegeben. Neben der mittleren Aufwärmabweichung und ihrer Varianz, ist für jeden Widerstand eine Bewertung des Aufwärmverhaltens, seiner Gleichförmigkeit und des Rauschverhaltens angefügt. Für die Zahlenwerte wurde die englische Notation mit „.“ als Dezimaltrennzeichen verwendet.

Lot	Package	Resistor	Warmup Mean	Warmup RMS	Validation
1	229169	001	-7.818	0.1462	ok
1	229166	002	-10.32	0.1216	ok
1	229163	003	-10.56	0.1124	ok
1	229162	004	-6.767	0.1374	ok
1	229162	005	-7.826	0.1534	ok
1	229165	006	-11.98	0.2135	ok
1	229165	007	-7.692	0.1988	ok
1	229169	008	-7.852	0.1453	ok
1	229169	009	-8.485	0.1101	ok
1	229169	010	-7.437	0.1544	ok
1	229169	011	-8.335	0.04265	ok
1	229167	012	-8.826	0.1171	ok
1	229167	013	-8.119	0.0457	ok
1	229167	014	-8.197	0.1656	ok
1	229167	015	-9.747	0.1035	ok
1	229164	016	-8.611	0.1853	ok
1	229164	017	-14.17	0.3004	less ok
1	229164	018	-10.25	0.07305	ok
1	229164	019	-9.752	0.1144	ok
1	229170	020	-9.966	0.1566	ok
1	229170	021	-9.579	0.0988	ok
1	229170	022	-11.31	0.5537	bad

Lot	Package	Resistor	Warmup Mean	Warmup RMS	Validation
1	229169	023	-9.72	0.2326	ok
1	229169	024	-9.442	0.7383	bad
1	229169	025	-8.084	0.1388	gut
1	229169	026	-7.639	0.1412	gut
1	229171	027	-5.291	0.1144	very good
1	229171	028	-8.17	0.1148	ok
1	229171	029	-8.316	0.5059	bad
1	229168	030	-9.111	0.131	ok
1	229168	031	-8.264	0.3303	bad
1	229168	032	-9.403	0.05152	ok
1	229168	033	-7.208	0.6032	bad
1	229167	034	-6.914	0.05022	ok
1	229167	035	-7.515	0.1104	ok
1	229167	036	-9.682	0.2182	ok
1	229162	037	-9.364	0.06595	ok
1	229162	038	-8.26	0.09958	ok
1	229162	039	-7.559	0.2117	ok
1	229162	040	-8.862	0.105	ok
1	229170	041	-7.526	0.1934	ok
1	229170	042	-9.409	0.1077	ok
1	229170	043	-10.86	0.0516	ok
1	229170	044	-8.274	0.04497	ok
1	229163	045	-6.723	0.07062	ok
1	229163	046	-9.246	0.1199	ok
1	229163	047	-9.383	0.1172	ok
1	229163	048	-9.115	0.05268	ok
1	229166	049	-10.27	0.05476	ok
1	229166	050	-7.593	0.09772	ok
1	229166	051	-10.13	0.136	ok
1	229166	052	-8.361	0.06929	ok
1	229164	053	-11.54	0.07197	ok
1	229164	054	-16.53	0.07705	bad
1	229164	055	-12.69	0.1307	bad
1	229164	056	-9.598	0.188	ok
1	229164	057	-9.509	0.2521	ok
1	229164	058	-11.17	0.5228	bad
1	229164	059	-9.919	0.7794	very bad
1	229164	060	-11.2	0.7241	vary bad
1	229168	061	-9.822	0.7459	vary bad
1	229168	062	-9.24	0.6305	very bad
1	229168	063	-7.893	0.3632	ok
1	229168	064	-6.58	0.7851	very bad
1	229167	065	-7.049	0.257	ok
1	229167	066	-80	2.264	unstable

Lot	Package	Resistor	Warmup Mean	Warmup RMS	Validation
1	229167	067	-8.091	0.462	bad
1	229167	068	-10.46	0.3904	ok
1	229170	069	-9.496	0.7393	very bad
1	229170	070	-38.14	1.899	very bad
1	229170	071	-8.378	0.1621	ok
1	229170	072	-9.427	0.1162	ok
1	229166	073	-10.16	0.09794	ok
1	229166	074	-9.316	0.08344	ok
1	229166	075	-8.545	0.4401	bad
1	229166	076	-8.944	0.1017	ok
1	229162	077	-7.699	0.04663	ok
1	229162	078	-8.002	0.1942	ok
1	229162	079	-10.17	0.04689	ok
1	229162	080	-58.97	1.451	very bad
1	229163	081	-9.791	0.1014	ok
1	229163	082	-9.716	0.1857	ok
1	229163	083	-8.797	0.09145	ok
1	229163	084	-10.23	0.1119	ok
1	229165	085	-7.617	0.04827	ok
1	229165	086	-8.333	0.05672	ok
1	229165	087	-7.835	0.1782	ok
1	229165	088	-6.542	0.08472	ok
1	229163	089	-10.88	0.1076	ok
1	229163	090	-11.25	0.1994	ok
1	229163	091	-8.62	0.1284	ok
1	229163	092	-10.61	0.08645	ok
1	229165	093	-9.899	0.1058	ok
1	229165	094	-6.973	0.08647	ok
1	229165	095	-10.11	0.1669	ok
1	229165	096	-6.787	0.07102	ok
1	229168	097	-9.35	0.2558	ok
1	229168	098	-7.527	0.2074	ok
1	229168	099	-9.207	0.5086	bad
1	229168	100	-7.982	0.08913	ok
2	231187	101	3.597	0.2075	ok
2	232042	102	4.243	1.039	unstable
2	232256	103	-1.916	0.09387	ok
2	232256	104	-3.106	0.09656	ok
2	229181	105	7.936	0.1902	ok
2	229181	106	6.024	0.07771	ok
2	229181	107	2.527	0.3661	noisy
2	229181	108	4.811	0.2173	ok
2	231187	109	-2.35	0.2263	unstable
2	231187	110	1.15	0.08451	very good

Lot	Package	Resistor	Warmup Mean	Warmup RMS	Validation
2	231187	111	3.217	0.1911	ok
2	231187	112	0.6489	0.07213	very good
2	231188	113	1.321	0.1016	ok
2	231188	114	3.465	0.08434	ok
2	231188	115	4.729	0.1003	ok
2	231188	116	3.216	0.1637	ok
2	229180	117	3.246	0.198	ok
2	229180	118	-4.499	0.4358	unstable
2	229180	119	2.85	0.09451	ok
2	229180	120	2.662	0.1557	ok
2	229181	121	7.505	0.156	ok
2	229181	122	5.253	0.3093	ok
2	229181	123	7.18	0.09346	ok
2	229181	124	6.081	0.1338	ok
2	231187	125	2.603	0.2491	less ok
2	231187	126	3.163	0.04831	very good
2	231187	127	2.271	0.1657	ok
2	231187	128	-6.721	0.915	unstable
2	232256	129	-2.229	0.4565	unstable
2	232256	130	-1.618	0.109	ok
2	232256	131	-3.964	0.6198	bad
2	232256	132	-1.782	0.1708	ok
2	229180	133	1.855	0.132	ok
2	229180	134	2.192	0.117	ok
2	229180	135	1.191	0.1467	ok
2	229180	136	3.26	0.1844	ok
2	229180	137	0.2211	0.2262	ok
2	229180	138	4.522	0.1261	ok
2	229180	139	2.775	0.1045	ok
2	229180	140	-4.368	0.2216	unstable
2	229179	141	3.788	0.1551	ok
2	229179	142	2.924	0.2193	less ok
2	229179	143	2.126	0.1523	ok
2	229179	144	1.728	0.09683	ok
2	232256	145	-2.159	0.4238	unstable
2	232256	146	-2.446	0.08377	ok
2	232256	147	-2.675	0.1297	ok
2	232256	148	-8.12	0.3874	bad
2	232042	149	-4.076	0.1279	ok
2	232042	150	-7.016	0.5493	unstable
2	232042	151	-5.119	0.0608	ok
2	232042	152	-5.782	0.1297	ok
2	232042	153	-4.301	0.1811	ok
2	232042	154	-4.392	0.1041	ok

Lot	Package	Resistor	Warmup Mean	Warmup RMS	Validation
2	232042	155	-3.352	0.1296	ok
2	232042	156	-7.265	0.8983	unstable
2	229179	157	4.148	0.1427	ok
2	229179	158	3.959	0.1938	ok
2	229179	159	3.153	0.08268	ok
2	229179	160	2.793	0.06919	ok
2	229179	161	0.9463	0.1674	very good
2	229179	162	4.713	0.1967	ok
2	229179	163	0.1261	0.3359	unstable
2	229179	164	2.409	0.09279	ok
2	232042	165	-3.016	0.1663	ok
2	232042	166	-3.128	0.1084	ok
2	232042	167	-5.368	0.1971	ok
2	232042	168	-4.024	0.1678	ok
2	232256	169	-13.38	1.478	unstable
2	232256	170	-9.433	0.1878	ok
2	232256	171	-15	4.851	unstable
2	232256	172	-3.562	0.5264	less ok
2	229180	173	4.769	0.04722	ok
2	229180	174	3.632	0.08002	ok
2	229180	175	2.495	0.07478	ok
2	229180	176	2.852	0.198	ok
2	231187	177	2.868	0.09115	ok
2	231187	178	1.965	0.06461	ok
2	231187	179	2.942	0.09924	ok
2	231187	180	5.292	0.2789	ok
2	229179	181	3.784	0.07438	ok
2	229179	182	-2.078	0.2632	ok
2	229179	183	3.256	0.09652	ok
2	229179	184	2.207	0.1601	ok
2	231187	185	3.189	0.2486	ok
2	231187	186	1.625	0.1125	ok
2	231187	187	4.0074	0.07242	very good
2	231187	188	3.018	0.08908	ok
2	231188	189	2.049	0.1307	ok
2	231188	190	0.3533	0.1102	ok
2	231188	191	4.376	0.08657	ok
2	231188	192	-8.1	0.8148	unstable
2	grün1	193	5.671	0.2922	ok
2	grün2	194	6.912	0.3006	ok
2	grün3	195	8.174	0.05655	ok
2	grün4	196	3.185	0.6065	unstable
2	PTB R1	197	-5.805	0.09324	ok
2	PTB R2	198	-1.659	0.05808	ok

Lot	Package	Resistor	Warmup Mean	Warmup RMS	Validation
2	PTB R3	199	5.635	0.1176	ok
2	PTB R4	200	4.19	0.1195	ok

Die Verpackungsnummer der mit „grün 1 bis 4“ bezeichneten Widerstände (193, 194, 195 und 196) ist unbekannt, sie ging vermutlich beim Umzug von Bonn nach Münster verloren. Diese Widerstände sind grün markiert.

Bei den mit „PTB R1 bis R4“ bezeichneten Widerständen (197, 198, 199 und 200) handelt es sich um Exemplare, die zu Tests im Widerstandslabor der PTB waren und deren Verpackung nicht mehr existiert.

## B.2 Zum Einbau ausgewählte Widerstände

**Tabelle B.2: Übersicht eingebauter Widerstände.** Die Tabelle zeigt eine Auflistung der Widerstände, die für den Aufbau des Spannungsteilers ausgewählt wurden und ihre Position innerhalb der Widerstandskette. Die Widerstände wurden so angeordnet, dass sich Paare und Gruppen von Widerständen, die sich gegenseitig kompensieren, in unmittelbarer Nachbarschaft befinden. Für die Zahlenwerte wurde die englische Notation mit „.“ als Dezimaltrennzeichen verwendet.

Position in Setup	Resistor Number	Warmup Mean	Warmup RMS	Position in Setup	Resistor Number	Warmup Mean	Warmup RMS
1	172	-3.562	0.5264	51	120	2.662	0.1557
2	116	3.216	0.1637	52	137	0.2211	0.2262
3	155	-3.352	0.1296	53	180	5.292	0.2789
4	117	3.246	0.198	54	41	-7.526	0.1934
5	166	-3.128	0.1084	55	35	-7.515	0.1104
6	185	3.189	0.2486	56	122	5.253	0.3093
7	104	-3.106	0.09656	57	190	0.3533	0.1102
8	126	3.163	0.04831	58	125	2.603	0.2491
9	165	-3.016	0.1663	59	175	2.495	0.07478
10	159	3.153	0.08268	60	112	0.6489	0.07213
11	147	-2.675	0.1297	61	108	4.811	0.2173
12	188	3.018	0.08908	62	10	-7.437	0.1544
13	146	-2.446	0.08377	63	65	-7.049	0.257
14	179	2.942	0.09924	64	173	4.769	0.04722
15	7	-7.692	0.1988	65	161	0.9463	0.1674
16	105	7.936	0.1902	66	164	2.409	0.09279
17	26	-7.639	0.1412	67	127	2.271	0.1657
18	121	7.505	0.156	68	110	1.15	0.08451
19	85	-7.617	0.04827	69	115	4.729	0.1003
20	123	7.18	0.09346	70	94	-6.973	0.08647
21	154	-4.392	0.1041	71	34	-6.914	0.05022
22	101	3.597	0.2075	72	162	4.713	0.1967
23	140	-4.368	0.2216	73	135	1.191	0.1467
24	114	3.465	0.08434	74	184	2.207	0.1601
25	153	-4.301	0.1811	75	134	2.192	0.117
26	136	3.26	0.1844	76	113	1.321	0.1016
27	149	-4.076	0.1279	77	138	4.522	0.1261

Position in Setup	Resistor Number	Warmup Mean	Warmup RMS	Position in Setup	Resistor Number	Warmup Mean	Warmup RMS
28	183	3.256	0.09652	78	96	-6.787	0.07102
29	168	-4.024	0.1678	79	4	-6.767	0.1374
30	111	3.217	0.1911	80	191	4.376	0.08657
31	182	-2.078	0.2632	81	186	1.625	0.1125
32	142	2.924	0.2193	82	143	2.126	0.1523
33	103	-1.916	0.09387	83	189	2.049	0.1307
34	177	2.868	0.09115	84	144	1.728	0.09683
35	132	-1.782	0.1708	85	200	4.19	0.1195
36	176	2.852	0.198	86	45	-6.723	0.07062
37	198	-1.659	0.05808	87	88	-6.542	0.08472
38	119	2.85	0.09451	88	157	4.148	0.1427
39	130	-1.618	0.109	89	133	1.855	0.132
40	160	2.793	0.06919	90	178	1.965	0.06461
41	32	-9.403	0.05152	91	197	-5.805	0.09324
42	195	8.174	0.05655	92	187	4.0074	0.07242
43	50	-7.593	0.09772	93	158	3.959	0.1938
44	124	6.081	0.1338	94	152	-5.782	0.1297
45	39	-7.559	0.2117	95	167	-5.368	0.1971
46	106	6.024	0.07771	96	141	3.788	0.1551
47	98	-7.527	0.2074	97	181	3.784	0.07438
48	199	5.635	0.1176	98	27	-5.291	0.1144
49	163	0.1261	0.3359	99	151	-5.119	0.0608
50	139	2.775	0.1045	100	174	3.632	0.08002

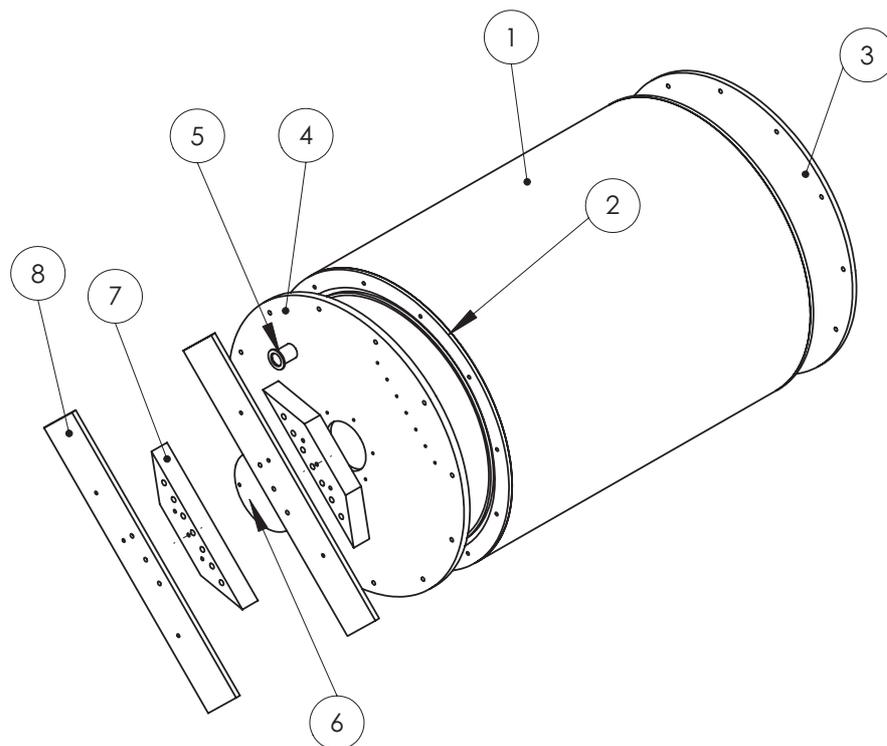


## Anhang C

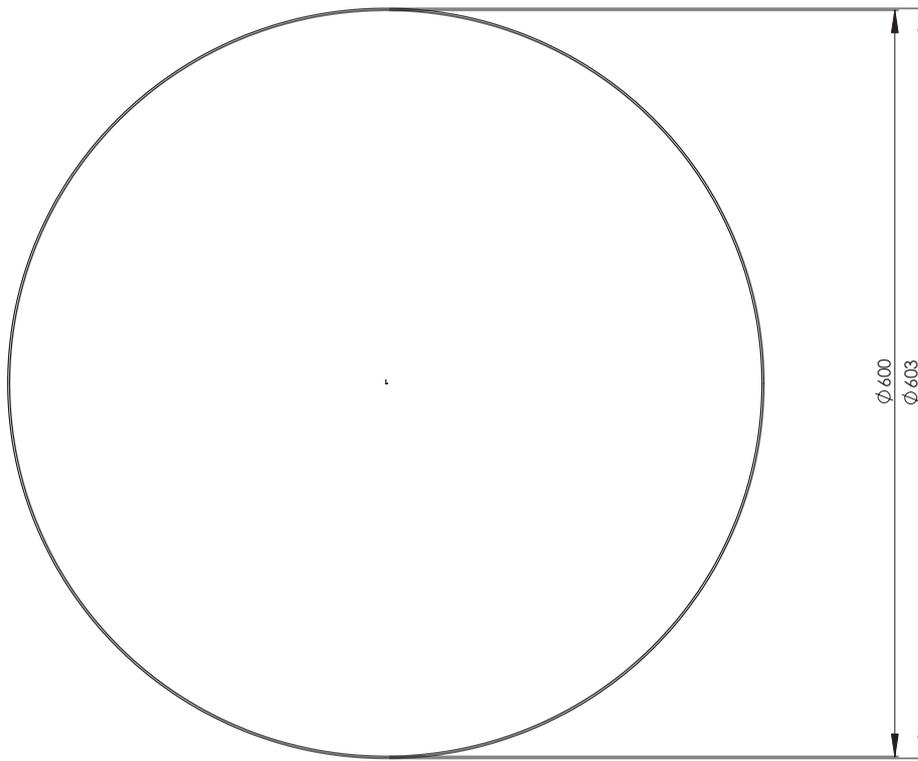
# Technische Zeichnungen

### C.1 Spannungsteilergehäuse

Die technischen Zeichnungen des Spannungsteilergehäuses wurden von Dr. Konrad Peithmann (Institut für Strahlen- und Kernphysik, Universität Bonn) zur Verfügung gestellt.

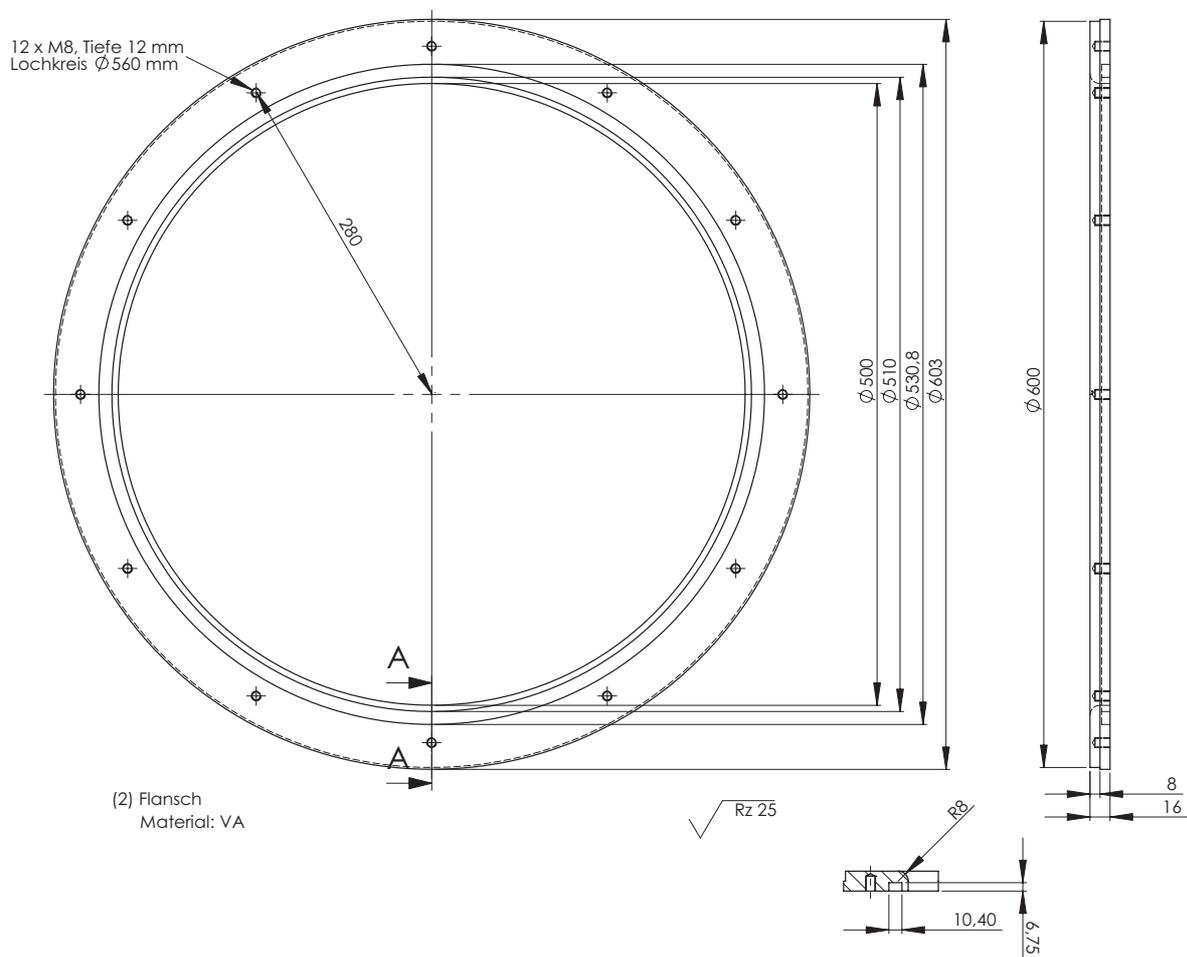


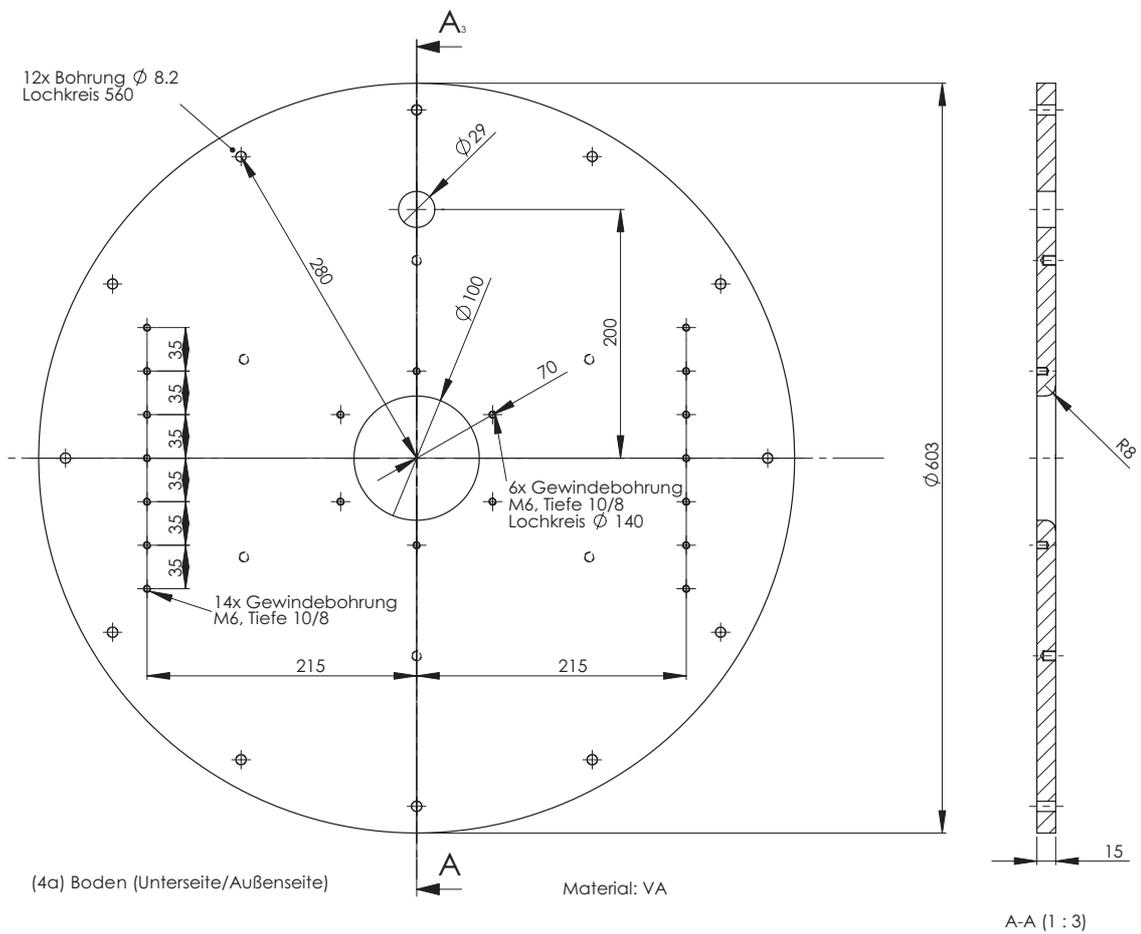
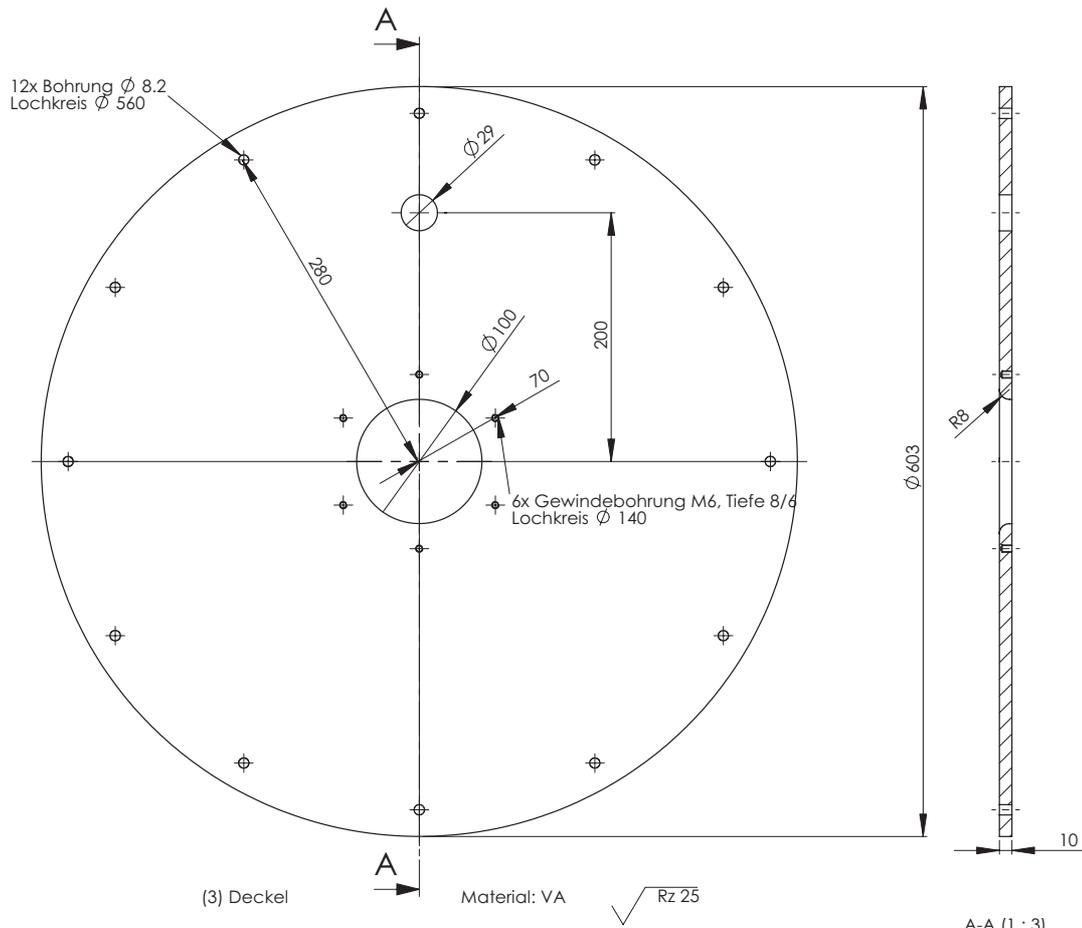
POS.NR.	MENGE	BENENNUNG	BESCHREIBUNG
1	1	Korpus	aus VA-Blech 1.5 mm
2	2	Flansch	
3	1	Deckel	
4	1	Boden	
5	2	KF-Flansch 40	z. B. novotek 1526
6	2	Blindflansch	
7	2	Trägerbogen	
8	2	Träger	
9	2	O-Ring 110x4	
10	2	O-Ring 510x8	



(1) Korpus

Material: VA, Stärke 1.5 mm  
Länge des Teils: 764 mm



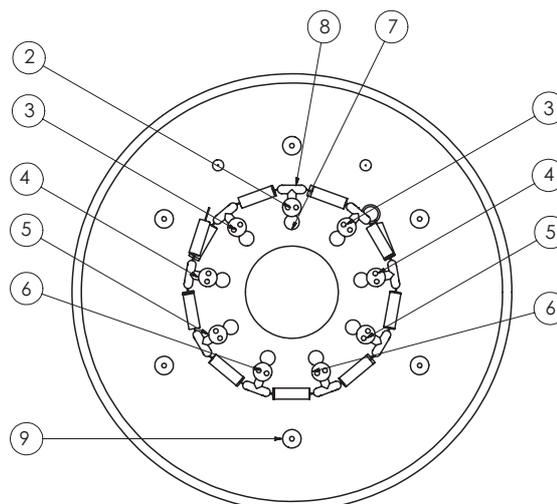
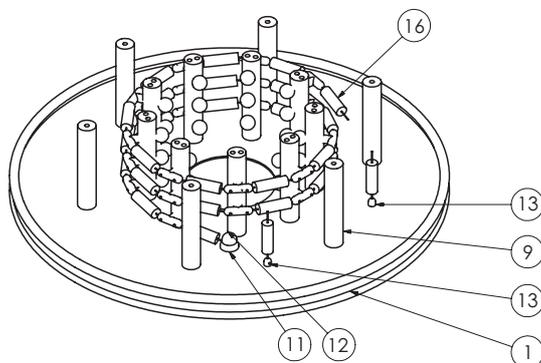
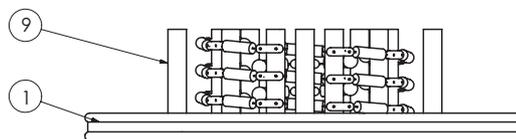
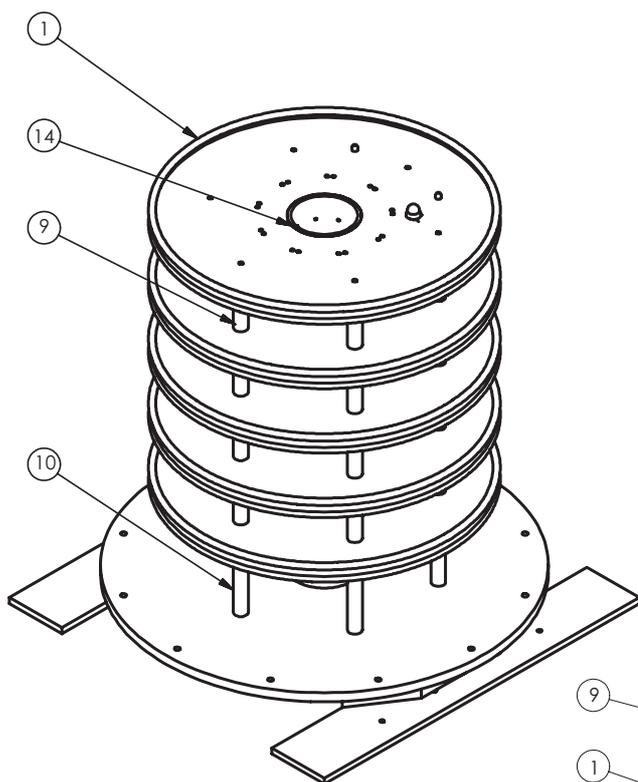




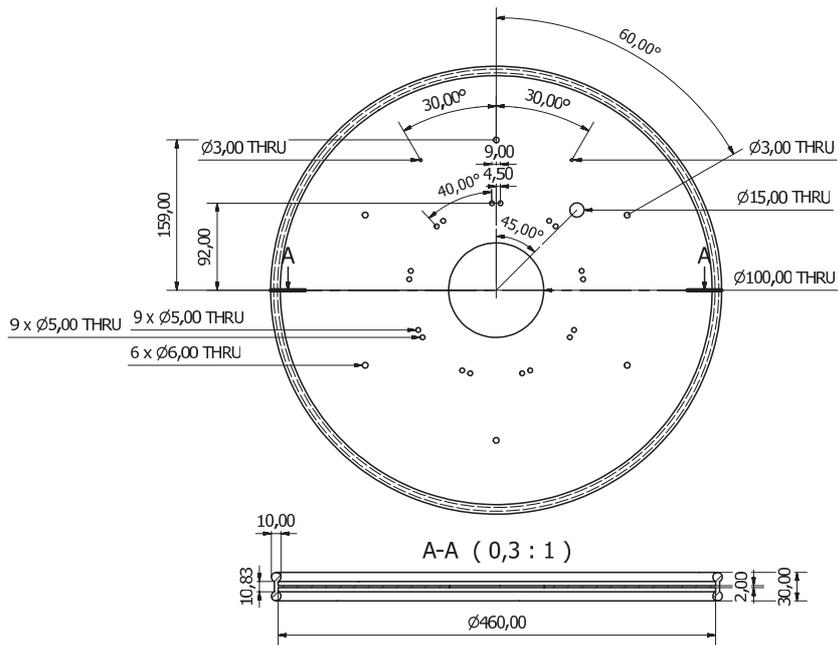
### C.2 Zusammenbauskizze

Die technischen Zeichnungen des Spannungsteilers wurden von Frank Hochschulz im Rahmen seiner Diplomarbeit [Hoc08] im Zuge des Aufbaus eines zweiten KATRIN-Spannungsteilers überarbeitet. Die hier und in den folgenden Abschnitten abgedruckten Zeichnungen stellen die Konstruktion des ersten KATRIN-Spannungsteilers da.

POS.NR.	MENGE	BENENNUNG
1	5	Elektrode
2	4	Stab A
3	8	Stab B
4	8	Stab C
5	8	Stab D
6	8	Stab E
7	96	Kugelmutter
8	96	Widerstandshalterung T
9	24	Stützstab 105
10	6	Stützstab 150
11	5	Elektrodendurchführung Isolator
12	5	Elektrodendurchführung
13	10	Steuerteileranschluss
14	1	Gasverteilerrohr
15	1	Gasverteilerrohr Sockel
16	100	Vishay VHA 518-11 Widerstand

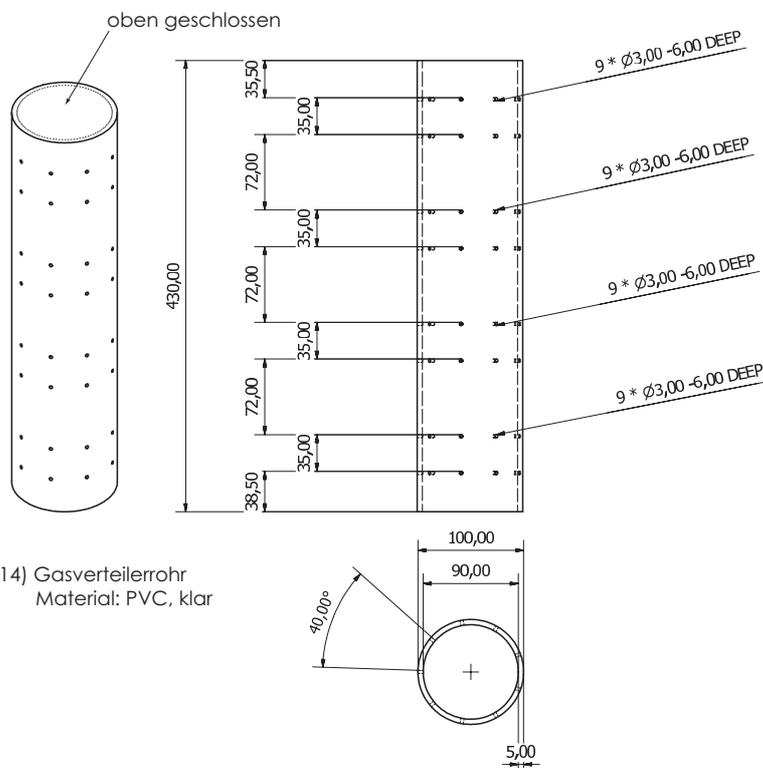


### C.3 Elektroden

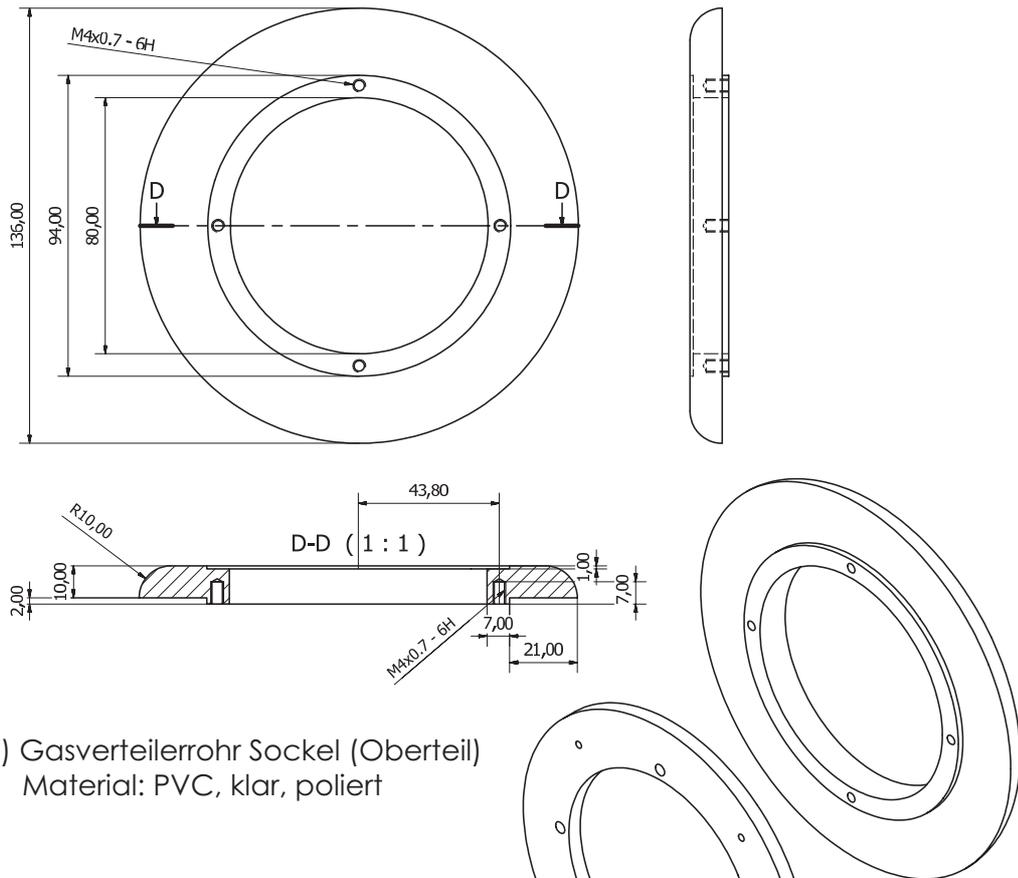


(1) Elektrode  
Material: Kupfer (hochglanzpoliert)

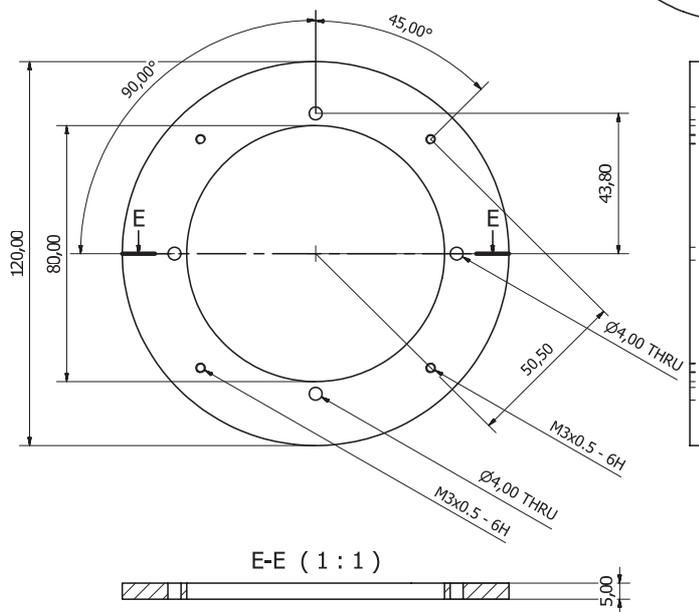
### C.4 Gasverteilerrohr



(14) Gasverteilerrohr  
Material: PVC, klar

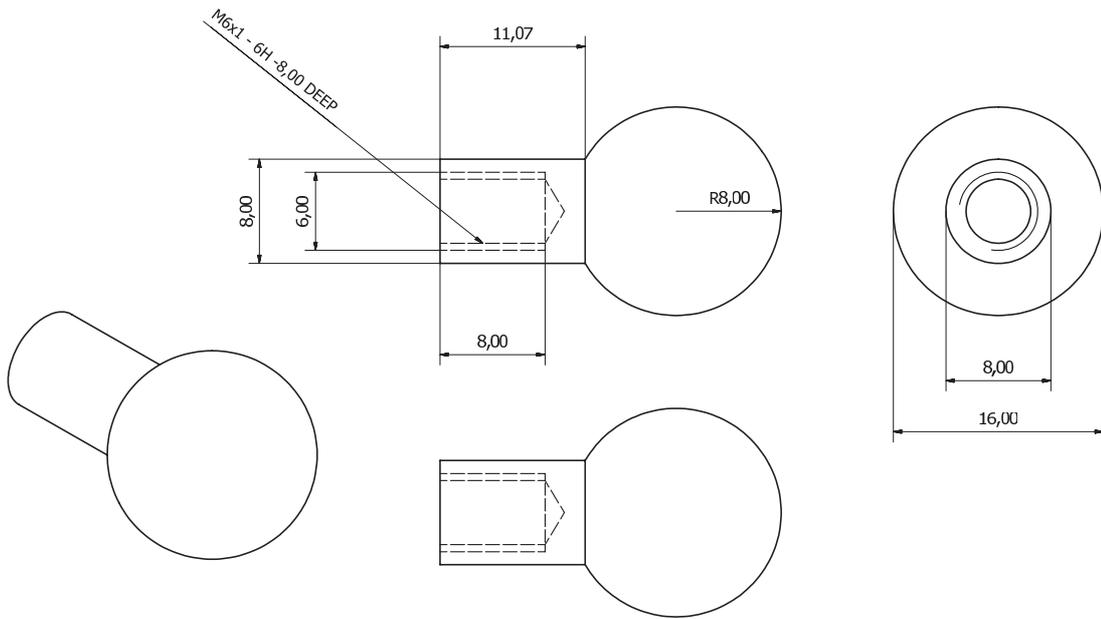


(15) Gasverteilerrohr Sockel (Oberteil)  
Material: PVC, klar, poliert

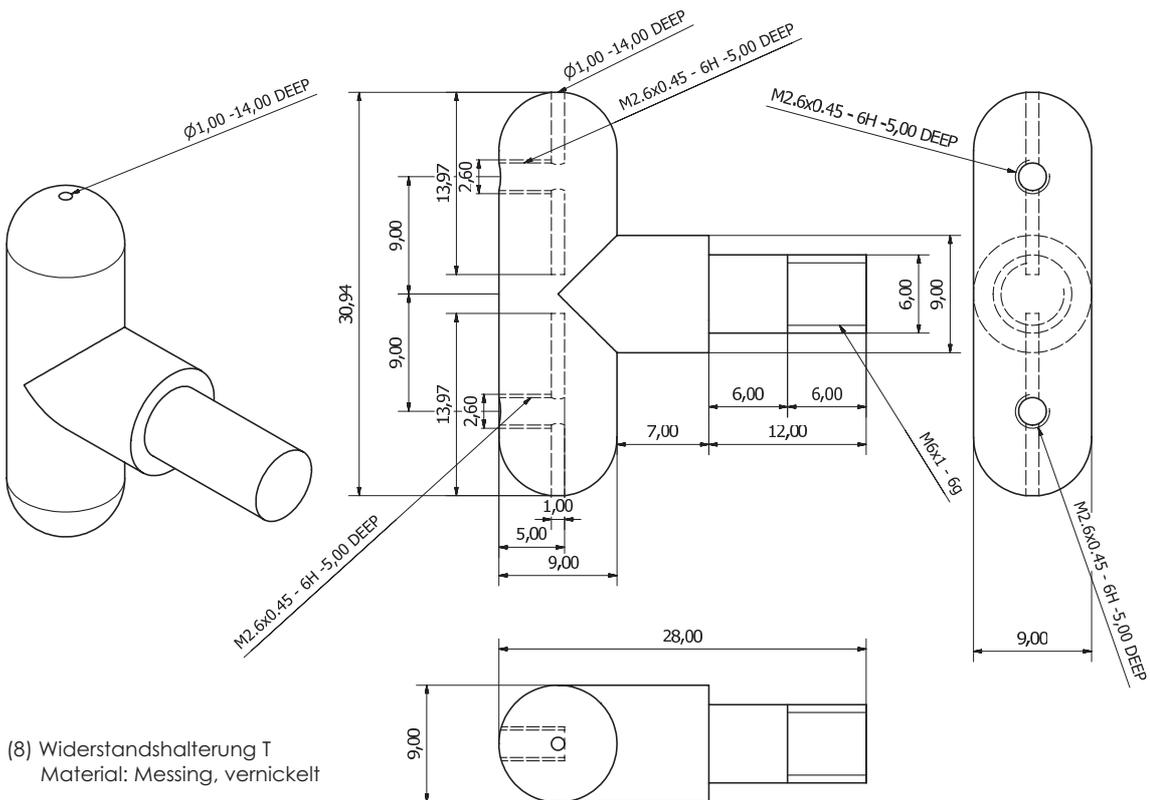


(15) Gasverteilerrohr Sockel (Unterteil)  
Material: POM

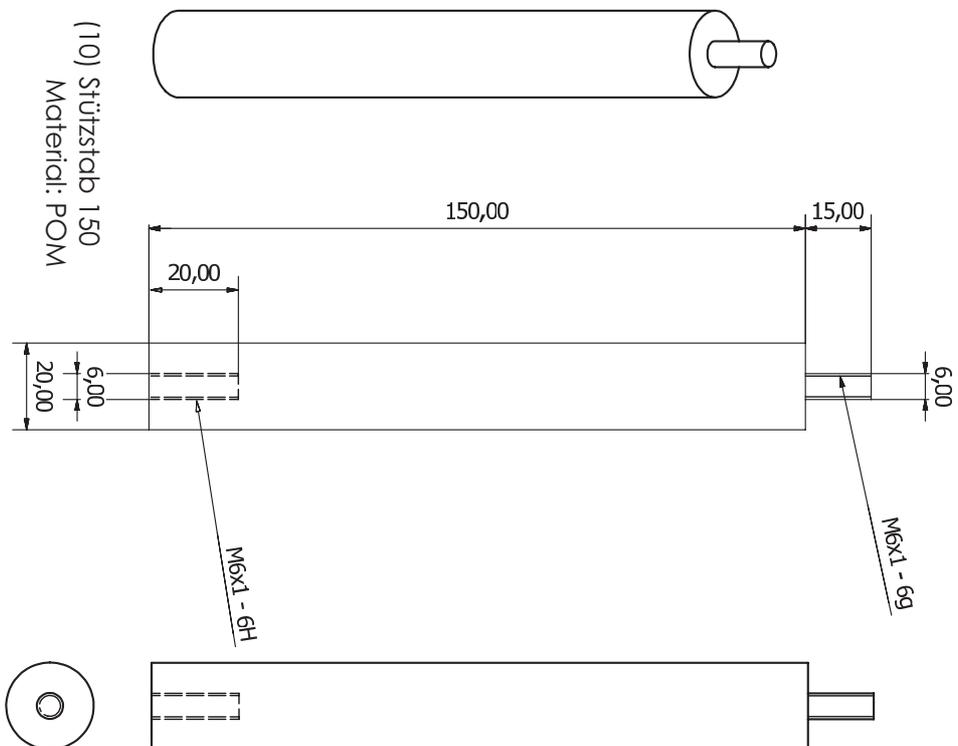
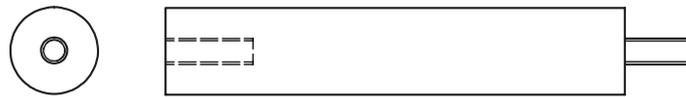
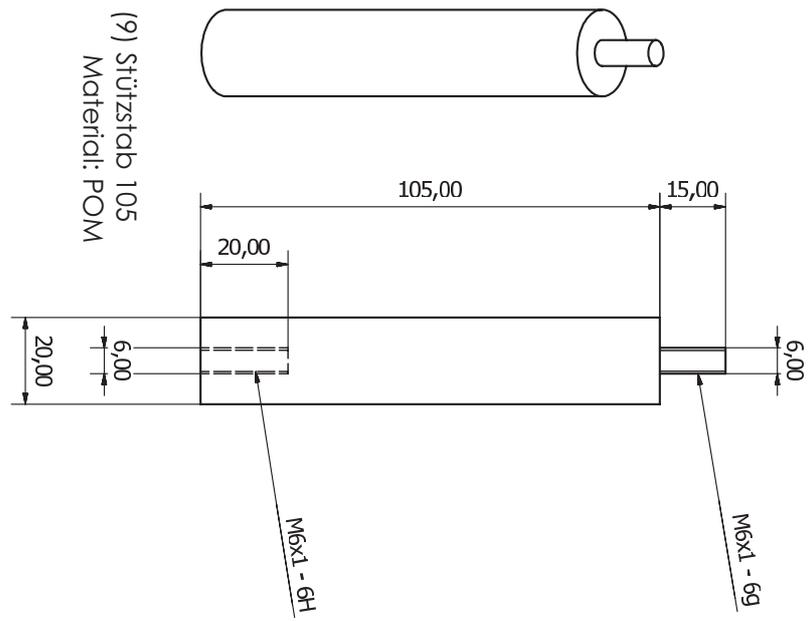




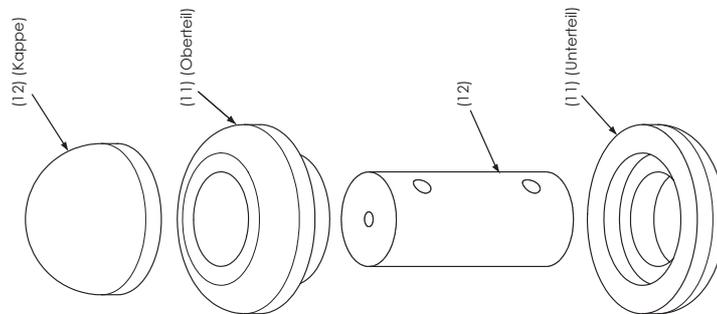
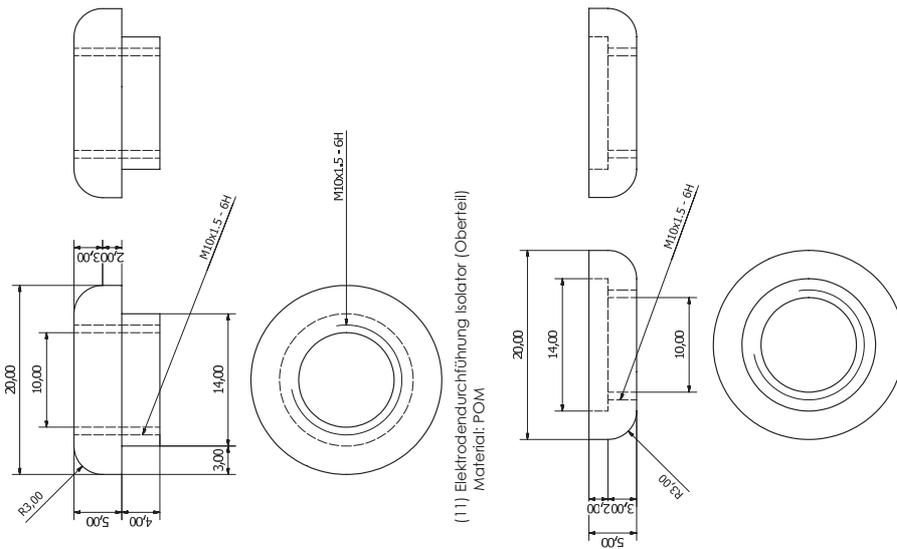
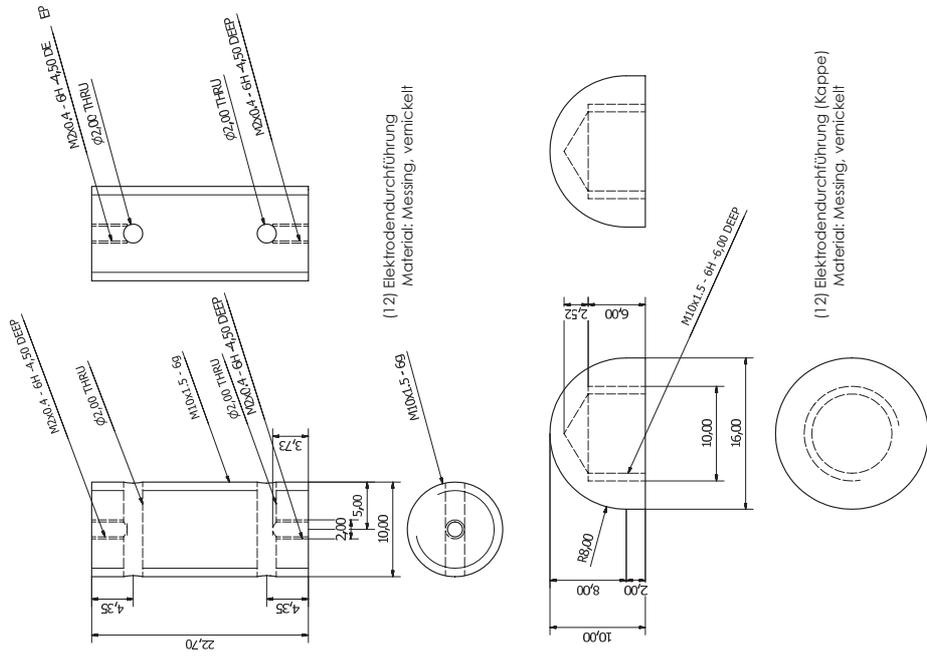
(7) Kugelmutter  
 Material: Gewindestück = Messing, Kugel = Edelstahl (Kugellager)  
 (komplett vernickelt)



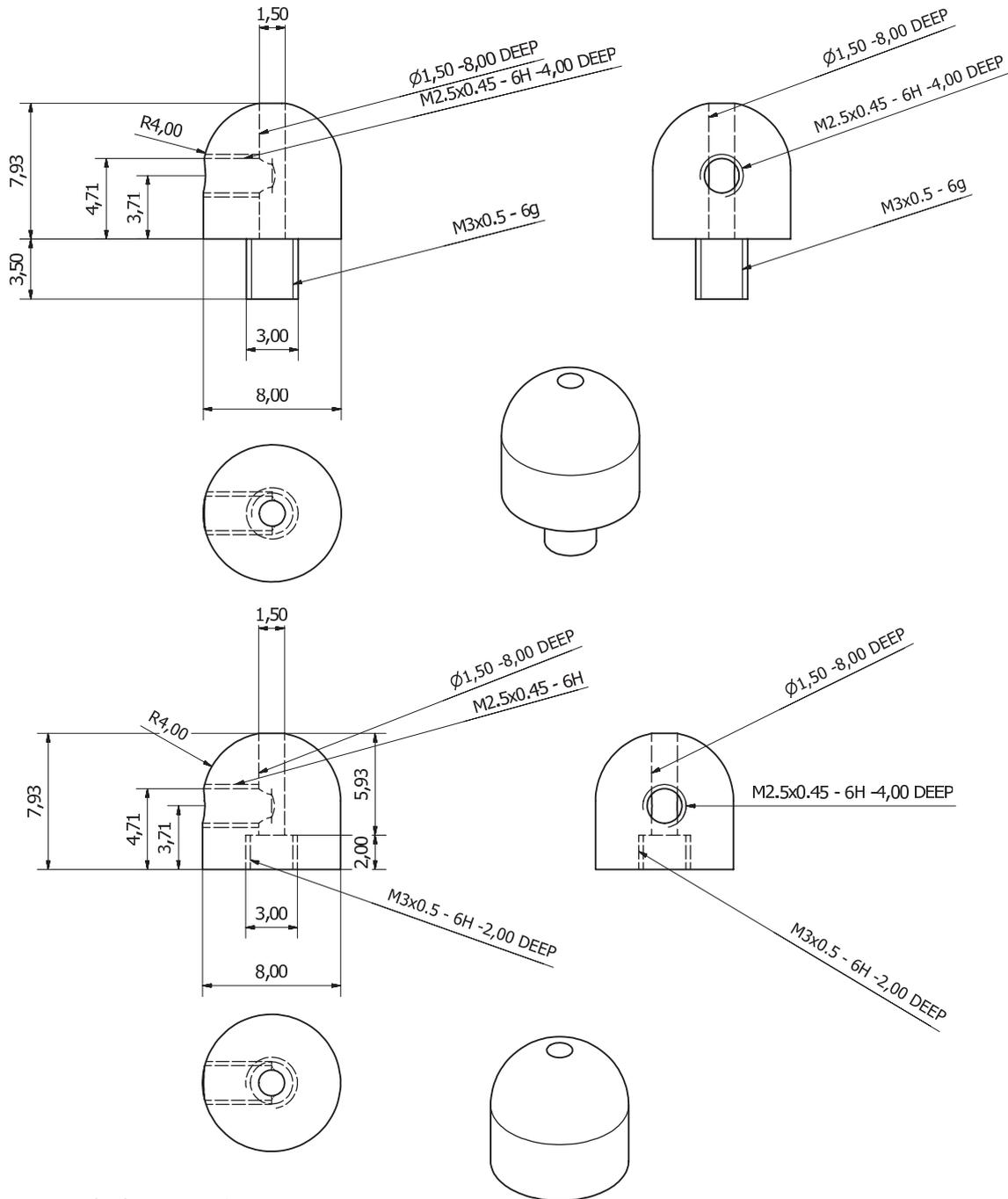
(8) Widerstandshalterung T  
 Material: Messing, vernickelt



## C.6 Elektrodendurchführung



## C.7 Steuerteileranschluss

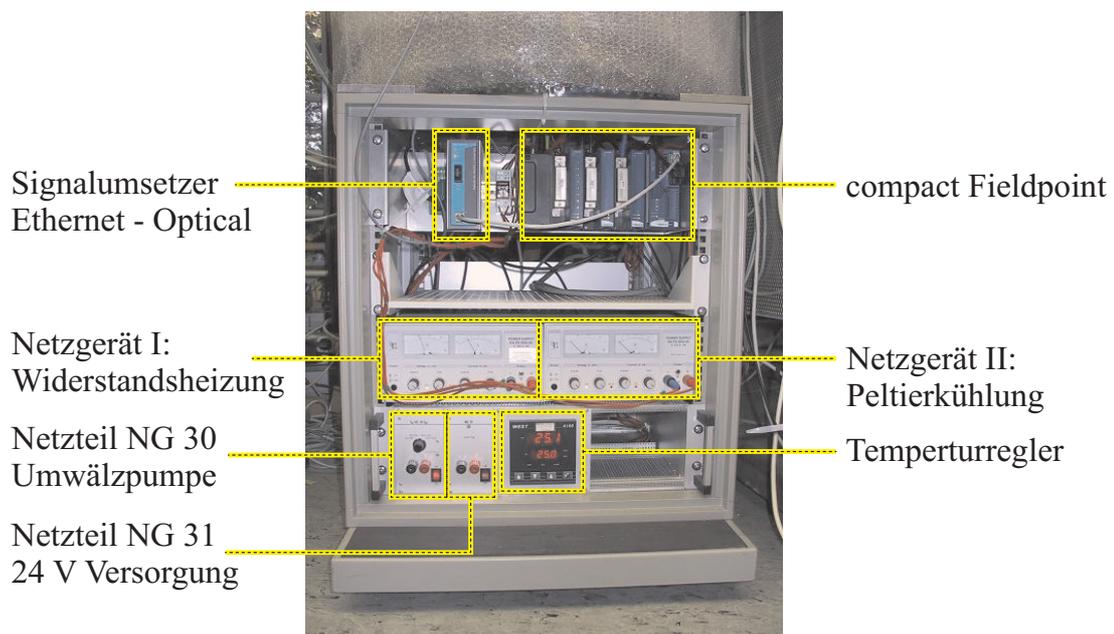


(13) Steuerteileranschluss  
Material: Messing

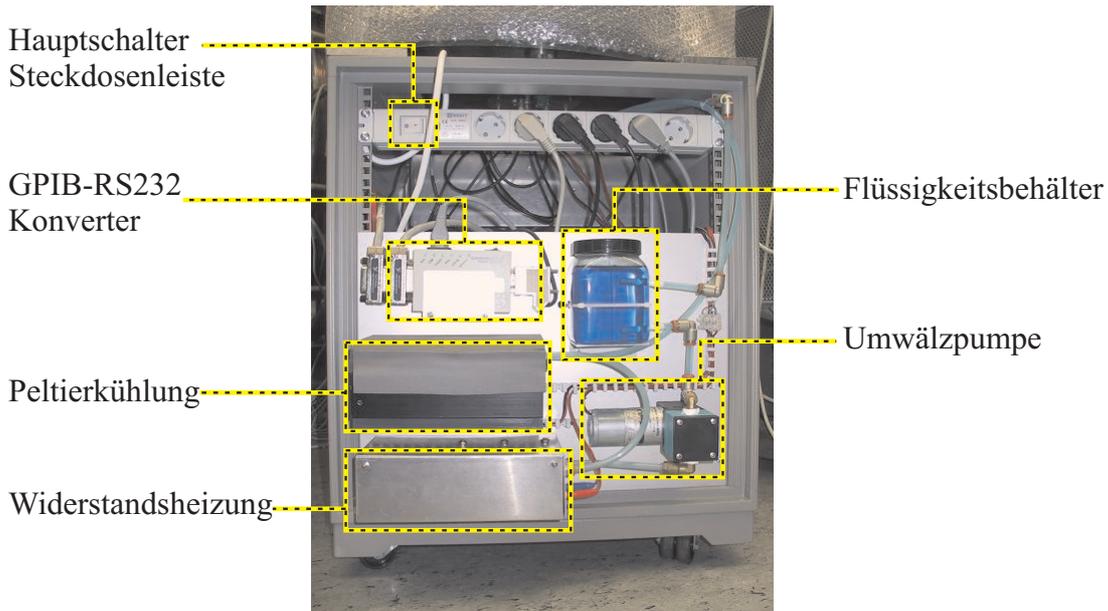
## Anhang D

# Bedienungs- und Arbeitsanweisungen

In diesem Kapitel sind grundlegende Bedienungsanleitungen und Arbeitsanweisungen für den Betrieb des Spannungsteilers zusammengefasst.



**Abbildung D.1: Spannungsteiler Vorderseite.** Diese Abbildung zeigt und erläutert die Bedienelemente und Komponenten, die von der Vorderseite des Spannungsteilers aus erreichbar sind. Kernkomponente ist hier die Steuereinheit (cFP, compact Fieldpoint), die alle Funktionen des Spannungsteilers überwacht und protokolliert. Des Weiteren sind der Temperaturregler und die Leistungsverstärker für Heizung und Peltierkühlung zu nennen.



**Abbildung D.2: Spannungsteiler Rückseite.** In dieser Abbildung sind die Komponenten der Rückseite des Spannungsteilers dargestellt. Im Wesentlichen sind dies die flüssigkeitführenden Komponenten der Temperaturregelung.

## D.1 Befüllen des Innenvolumens mit N<sub>2</sub>-Gas

Zum kompletten Gasaustausch des als Isolatorgas dienenden Stickstoffs, sind folgende Materialien notwendig:

### Vorbereitung, Materialien:

- Stickstoff 5.0 Gasflasche mit 10l Volumen.
- Druckminderer mit Schlauch passend zu Handventil am Spannungsteiler.

### Durchführung:

- Spannungsteiler spannungsfrei machen.
- Gasflasche, Druckminderer und Schlauch miteinander verbinden und den Schlauch mit etwas Gas aus der Flasche spülen und trocknen.
- Schlauch an das Handventil im Deckelflansch des Spannungsteilers anschließen.
- Gasflasche öffnen und einen Überdruck von etwa 8 % bis 10 % einstellen.
- Das Spannungsteilervolumen (etwa 240l) wird mit Druck befüllt, bis das Überdruckventil im Bodenflansch bei 7 % Überdruck öffnet.
- Während des Gasaustausch- und Spülvorgangs sollte die Luftumwälzung des Spannungsteilers laufen.

- Der Komplette Inhalt der Gasflasche wird durch den Spannungsteiler strömen lassen, d. h. er wird mit dem 8fachen seines Eigenvolumens durchspült.
- Nachdem die Gasflasche leer ist und das Überdruckventil wieder schließt, ist das Handventil zu schließen und der Schlauch zu entfernen.
- Erst wenn die Temperaturregelung die Temperatur wieder auf Sollwert geregelt hat, ist der Spannungsteiler wieder betriebsbereit und kann unter Spannung gesetzt werden.

## D.2 Inbetriebnahme des Spannungsteilers

Bevor der Spannungsteiler eingeschaltet wird, sollte sein Status überprüft werden und ggf. die folgende Ausgangssituation hergestellt werden:

### Rückseite:

- Netzstecker der Steckdosenleiste gezogen.
- Hauptschalter der Steckdosenleiste abgechaltet.
- GPIB-RS232 Konverter abgeschaltet.
- Füllstand der Flüssigkeit des Wärmetauschersystems an oberer Markierung.
- Deckel des Flüssigkeitsbehälters geschlossen.
- Keine losen Kabel sichtbar.

### Vorderseite:

- Netzschalter der Heiz- und Kühlnetzteile (EA-PS 3032-05) abgeschaltet.
- Netzteil NG 30 abgeschaltet.
- Spannungseinstellung an NG 30 auf 12V/3A.
- Netzteil NG 31 abgeschaltet.
- Temperaturregler WEST 4100 abgeschaltet.
- Keine losen Kabel sichtbar.

### Oberseite:

- Handventil am Gaseinlaß geschlossen.
- Kein HV-Stecker verbunden, schwarze Blindkappe deckt Buchse ab.

Von diesem Zustand ausgehend kann der Spannungsteiler durch folgende Schritte in Betrieb genommen werden:

### Rückseite:

- Netzstecker der Steckdosenleiste mit Netzspannung verbinden.
- Hauptschalter der Steckdosenleiste einschalten.
- GPIB-RS232 Konverter bei Bedarf einschalten<sup>1</sup>.
- Deckel des Flüssigkeitsbehälters am Wärmetauschersystem um 1/4 Umdrehung öffnen.

**Vorderseite:**

- Netzteile NG 30 und NG 31 einschalten.
- Direkt danach Temperaturregler WEST 4100 einschalten.
- Etwa 30 s warten:
  - Compact Fieldpoint (cFP) Controller startet und macht Selbsttest.
  - Steuerprogramm des Spannungsteilers im cFP wird aktiviert.
  - Einschalten der Relais ist deutlich zu hören.
  - Pumpe des Wärmetauschersystems startet.
  - Am cFP-RLY-Modul leuchten die Anzeigen 0 und 1.
  - Am cFP-Hauptmodul leuchten die Anzeigen D und B grün. Anzeige A leuchtet im 30 Sekundentakt grün auf, B wechselt dabei kurz auf rot<sup>2</sup>.
- Heiz-/Kühlnetzgeräte können eingeschaltet werden, Strom und Spannungsanzeigen sollten den aktuellen Regelzustand anzeigen.
- Einstellung des WEST 4100 Temperaturreglers kontrollieren. Sollwert ist ggf. auf 25,0 einzustellen.
- Messleitung des 1972:1- oder 3944:1-Abgriffs mit dem Digitalmultimeter verbinden.

**Oberseite:**

- Schwarze Blindkappe aus HV-Buchse entfernen.
- HV-Stecker mit Alkohol reinigen und trocknen lassen.
- Bei Bedarf auch HV-Buchse mit Alkohol auswischen und trocknen lassen.
- HV-Stecker mit HV-Buchse verbinden und komplett verschrauben.

Nachdem diese Schritte erfolgreich abgearbeitet wurden, benötigt die Temperaturregelung noch etwa eine Stunde, um den Sollwert stabil zu erreichen.

Beim Einschalten der Hochspannung ist zu beachten, dass nach jedem Transport des Spannungsteilers ein vorsichtiger manueller Hochspannungstest mit langsam angefahrener Spannung erfolgen muß, um Transportschäden zu erkennen.

Der Spannungsteiler ist nun Betriebsbereit, sollte jedoch regelmäßig wie in Abschnitt D.4 beschrieben kontrolliert werden.

<sup>1</sup>Wird nur bei Betrieb des Fluke 8508A Voltmeters am compact Fieldpoint des Spannungsteilers benötigt.

<sup>2</sup>Anzeige D bedeutet Steuerprogramm läuft. Anzeige B leuchtet bei Messbetrieb grün, A leuchtet 5 Sekunden vor einer Messdatenerfassung grün auf, während der Messdatenerfassung leuchtet B rot.

## D.3 Abschalten des Spannungsteilers

Bevor der Spannungsteiler abgeschaltet wird, sollte der folgende Status hergestellt werden:

- Spannungsteiler spannungsfrei machen und 5 Minuten warten.
- HV-Stecker von Spannungsteiler trennen und schwarze Blindkappe auf HV-Buchse anbringen.
- Messleitung von Voltmeter trennen und aufgewickelt am Spannungsteilersockel befestigen.

Durch die folgenden Schritte wird der Spannungsteiler definiert abgeschaltet:

### Vorderseite:

- Netzschalter der Heiz- und Kühlnetzteile (EA-PS 3032-05) abschalten.
- Temperaturregler WEST 4100 abschalten.
- Netzteil NG 30 abschalten.
- Netzteil NG 31 abschalten.

### Rückseite:

- GPIB-RS232 Konverter ggf. abschalten.
- Hauptschalter der Steckdosenleiste abschalten.
- Netzstecker der Steckdosenleiste von Netzspannung trennen.
- Deckel des Flüssigkeitsbehälters am Wärmetauschersystem komplett schließen.

Nachdem diese Schritte erfolgreich abgearbeitet wurden, ist der Spannungsteiler komplett deaktiviert und vom Rest des Aufbaus getrennt.

Der Spannungsteiler kann nun zum Transport verpackt werden oder solange gelagert werden, bis er wieder benötigt wird.

## D.4 Wartung des Spannungsteilers

Der Spannungsteileraufbau muß während er in Betrieb ist, in regelmäßigen Abständen gewartet werden. Zu wartende Komponenten sind hauptsächlich die mechanisch beanspruchten Verschleißteile und die Flüssigkeit des Wärmetauschersystems.

Die folgenden Komponenten sind zu prüfen:

- Alle Leitungen und Verbinder des Wärmetauschersystems auf Flüssigkeitsverlust prüfen.
- Füllstand des Flüssigkeitsbehälters prüfen und ggf. bis zur Markierung mit destilliertem Wasser auffüllen.

- Ein geringer Flüssigkeitsverlust durch Verdunstung ist normal, kommt es jedoch zu größeren und kurzfristigeren Verlusten, die nicht zu erklären sind, muß das Innere des Spannungsteilers überprüft werden.
- Steckverbinder der Zuleitungen des Heizungsmoduls prüfen.
- Strombegrenzung des Netzgerätes der Peltierkühlung prüfen:
  - Am Temperaturregler den Sollwert auf 15,0 einstellen, d. h. maximale Kühlleistung wird angefahren.
  - Am rechten Netzgerät muss nun die Strombegrenzung so eingestellt werden, dass ein Wert von 24 V und 3 A nicht überschritten wird.
  - Anschließend den Sollwert der Temperaturregelung wieder auf 25.0 einstellen.
- Überwachung der Betriebsparameter durchführen

Falls ein Flüssigkeitsverlust festgestellt wird, der zum Öffnen des Spannungsteilergehäuses führt, ist Folgendes zu beachten:

- Spannungsteiler komplett abschalten und vom System trennen.
- Es wird ein Kran samt Hebezeug benötigt, um den Behälter anzuheben.
- Drei Schrauben des Deckelflansches müssen entfernt werden, um die Hebehaken zu befestigen.
- Alle Schrauben des Bodenflansches können anschließend entfernt werden.
- An der linken und rechten Seite des Bodenflansches haben die Bohrungen und Gewin-desacklöcher genug Überstand, um zwei Führungsstangen aus Messing anzubringen.
- Wenn die Führungsstangen angebracht sind, kann der Behälter langsam um 10 cm angehoben werden.
- Der Behälter sollte nicht über die unterste Kupferelektrode angehoben werden und sie auch nicht berühren.
- Der gesamte Niedervoltbereich ist nun zugänglich und kann überprüft werden.
- Abschließend den Behälter wieder auf den Bodenflansch setzen, vollständig verschrauben und einen kompletten Gasaustausch durchführen.

## D.5 Überwachung der Betriebsparameter

Die Betriebsparameter des Spannungsteilers sind im laufenden Betrieb täglich zu überprüfen und zu protokollieren.

- Pumpe des Wärmetauschersystems läuft.
- Niederspannungs Netzteile NG 30 und NG 31 sind eingeschaltet.
- Netzteil NG 30 Spannungswahl ist 12 V/3 A.

- Zustand des cFP überprüfen:
  - Am Hauptmodul leuchten D und B grün.
  - Im 30 Sekunden Takt leuchtet A für einige Sekunden grün und kündigt damit eine Messwerterfassung an.
  - Während der Messwerterfassung leuchtet B rot, danach erlischt A und B wechselt wieder zu grün.
  - Am RLY-Modul leuchten die Anzeigen 0 und 1 grün, d. h. Wärmetauscherpumpe und interner Ventilator sind in Funktion.
- Am Temperaturregler ist 25,0 als Sollwert eingestellt.
- Istwert liegt innerhalb  $\pm 0,1$  um den Sollwert.
- Umgebungstemperatur liegt zwischen  $18^{\circ}\text{C}$  und  $27^{\circ}\text{C}$ .
- Die Leistungsnetzteile für Heizung und Peltierkühlung sind eingeschaltet und zeigen keine Fehlfunktion.

Treffen alle diese Punkte zu, so läuft der Spannungsteiler innerhalb normaler Parameter.

## D.6 Voltmeter Kalibrationsanleitung

Für die Reproduzierbarkeit von Messungen im ppm- und sub-ppm-Bereich ist es wichtig, die zeitlichen Veränderungen und Abweichungen durch Temperaturschwankungen der Spannungsmessung zu kompensieren. Hierbei sind es vor allem die Thermospannungen der Messleitungen und die Alterung der Bauteile im Voltmeter, die sich negativ auf die Stabilität auswirken.

Im Folgenden wird eine Anleitung gegeben, um die Nullpunktverschiebung (Offset) und die Verstärkung (Maximalspannung des Messbereichs) zu erfassen und daraus einen Korrekturfaktor zu berechnen, der auf alle Messwerte angewendet werden muss.

Diese Kalibration sollte vor und nach jeder Präzisionsmessung oder mindestens einmal täglich durchgeführt werden, um auch kleine Veränderungen zu erkennen.

### Zur Durchführung benötigt werden:

- Digitalvoltmeter Fluke 8508A oder Agilent/HP 3458A in warmgelaufenen Zustand, d. h. seit mindestens drei Stunden eingeschaltet.
- Spannungsreferenz Fluke 732A in kalibriertem Zustand, d. h.  $U_{10\text{V}}^{\text{ref}}$  muss bekannt sein.
- Geschirmte zweiadrige Messleitung aus PTFE Kabel (Firma LEMO) mit Kupfer-Tellur Steckern (Firma MultiContact).
- Kalibriertes Thermometer zur Messung der Umgebungstemperatur.
- Einfaches Programm zur Erfassung und Verarbeitung der Messwerte des Digitalvolmeters.

**Verkabelung:**

Die Schirmung der Messleitung wird an beiden Geräten mit Guard oder Ground verbunden, Guard und Ground sollten kurzgeschlossen sein. Plus- und Minuspol der Messleitung mit den 10 V-Buchsen des Fluke 732A verbinden. Am Digitalvoltmeter die Messleitung invers gepolt anschließen, damit -10 V am Voltmeter anliegen. Nun kann die Messung der Verstärkung durchgeführt werden.

Zur Messung der Nullpunktverschiebung ist die gleiche Verkabelung zu benutzen, nur dass Plus- und Minuspol der Messleitung am Fluke 732A abgezogen und kurzgeschlossen werden. Man zeichnet so den Offset inklusive der Messleitung auf.

**Durchführung einer Messung:**

- Geräte laut Anleitung verkabeln und eine Minute abwarten bis zum Temperaturengleich der Stecker.
- Digitalvoltmeter vorbereiten:
  - Fluke 8508A: 20 V Messbereich,  $7\frac{1}{2}$  Stellen Auflösung, Fast-Modus und Ext-Guard einstellen.
  - Agilent/HP 3458A: 10 V Messbereich, NPLC auf 100, Ext-Guard einstellen.
- Umgebungstemperatur protokollieren.
- Mit 4 Sekunden Abstand 22 Messwerte aufzeichnen.
- Ersten und zweiten Messwert verwerfen, die restlichen 20 werden gemittelt.
- Bei starken Schwankungen während der Messung und relativen Standardabweichungen über 1 ppm, ist die Messung nicht zu gebrauchen und muss wiederholt werden.
- Alle Messwerte und Korrekturfaktoren sind zusammen mit der jeweiligen Umgebungstemperatur in einem Kalibrationsordner abzuheften.

**Auswertung:**

Nachdem der Verstärkungswert  $U_{10V}$  und der Offset  $U_{0V}$  aufgenommen wurden, kann der Korrekturfaktor folgendermaßen berechnet werden:

$$K = \frac{U_{10V}^{\text{ref}}}{U_{10V} - U_{0V}} \quad (\text{D.1})$$

Die Unsicherheit von K wird nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung auf Basis der Standardabweichungen der Einzelwerte bestimmt:

$$\Delta K = K \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{10V}^{\text{ref}}}{U_{10V}^{\text{ref}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{10V}}{U_{10V} - U_{0V}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{0V}}{U_{10V} - U_{0V}}\right)^2} \quad (\text{D.2})$$

Nachdem dieser Korrekturfaktor bestimmt wurde, muss jeder Messwert  $U_{\text{mess}}$  des Digitalvoltmeters mit Offset und Verstärkung korrigiert werden. Es gilt:

$$U_{\text{mess}}^{\text{kor}} = K \cdot (U_{\text{mess}} - U_{0V}) \quad (\text{D.3})$$

Für die Unsicherheit des korrigierten Messwertes  $\Delta U_{\text{mess}}^{\text{kor}}r$  gilt dann:

$$\Delta U_{\text{mess}}^{\text{kor}}r = \sqrt{\Delta K^2 + \sigma_{\text{mess}}^2 + \sigma_0^2} \quad (\text{D.4})$$

Zu bemerken bleibt, dass der Korrekturfaktor und der Offset nur begrenzt gültig sind und eine starke Temperaturabhängigkeit haben. Ändert sich die Umgebungstemperatur um mehr als  $\pm 1^\circ\text{C}$  oder wurde das Digitalmultimeter zwischenzeitlich abgeschaltet, so muss neu kalibriert werden.

In keinem Fall sollte die Fluke 732A Referenz ausfallen oder vom Netz getrennt werden, bis das Akkupack entladen ist (etwa 12 Stunden). In diesem Fall muss eine Neukalibration der Referenz durchgeführt werden, die nur ein Kalibrationslabor durchführen kann. Dazu muss das Gerät eingeschickt werden.

## D.7 Eigenkalibration eines HV-Teilers

In diesem Abschnitt soll die Methode beschrieben werden, mit der die Maßstabfaktoren der Referenzspannungsteiler der PTB kalibriert werden. Eine detaillierte Anleitung aller Messschritte ist in der PTB-Arbeitsanweisung „Bestimmung des Teilverhältnisses MT100 10 V Ausgang“ zu finden, die im Labor in Münster vorliegt und jederzeit bei der PTB eingesehen und erneut kopiert werden kann.

Für die Kalibrationsprozedur werden die folgenden Geräte benötigt:

- Zwei Präzisionsvoltmeter (Nanovoltmeter,  $8\frac{1}{2}$ -Stellen), vom Typ Fluke 8508A oder HP/Agilent 4358A.
- Eine frisch kalibrierte Fluke 732A 10 V-Referenzquelle.
- Einen Fluke 752A-Referenzspannungsteiler, dessen 100:1-Abgriff entsprechend seiner Betriebsanleitung frisch kalibriert wurde.
- Einen Kalibrator vom Typ Fluke 5700A oder 5720A.
- Eine Referenzquelle für 1000 V Ausgangsspannung. Dafür wird von der PTB ein Fluke 335A-Kalibrator verwendet, dessen Ausgangsspannung fest auf 1000 V eingestellt ist.
- Ein stabiles Hochspannungsnetzgerät mit geringer Restwelligkeit vom Typ F.u.G. HCN oder HCP, das den Spannungsbereich des KT abdeckt.
- Ein kalibrierter Hochspannungsteiler als Normalteiler (NT). Dieser muss keinen 100:1-Abgriff besitzen.
- Der zu kalibrierende Hochspannungsteiler (KT). Hierbei ist der 100:1-Abgriff Voraussetzung.

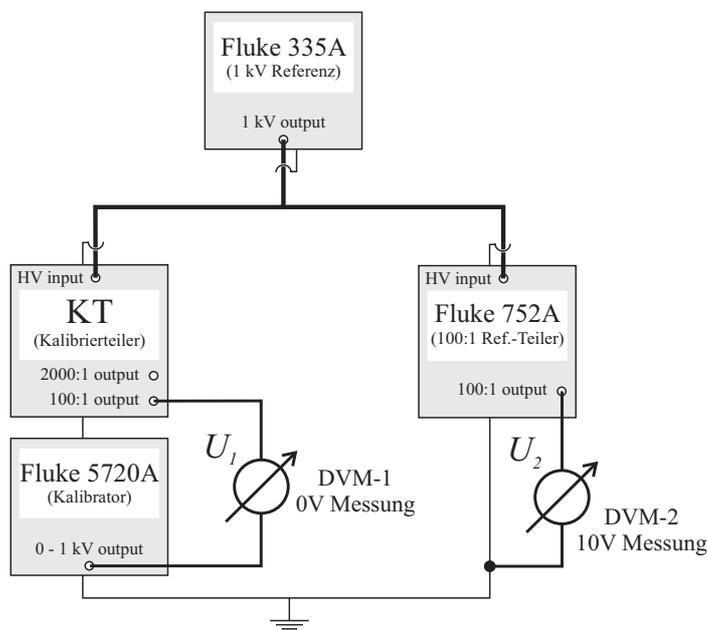
Der grobe Ablauf der Kalibrationsprozedur gliedert sich in die folgenden Teilmessungen:

1. Kalibration des 100:1-Maßstabfaktors (KT) bei 1000 V (Fluke 335A) relativ zum Referenzspannungsteiler (Fluke 752A).
2. Verifikation des 100:1-Maßstabfaktors (KT) bei Hochspannung (20 kV, 35 kV) und Kalibration, bzw. Verifikation des Maßstabfaktors des NT.

3. Wechsel des Maßstabfaktors (KT) im laufenden Betrieb zu 2000:1 oder 4000:1 und abschließende Kalibration dieser Maßstabfaktoren.

Wichtige Voraussetzungen für die Kalibrationsprozedur sind eine sorgfältig durchgeführte 10 V- und 0 V-Offset-Korrektur aller DVM, mindestens 2 Stunden lang warmgelaufene Messgeräte und Spannungsquellen und die Verwendung von Messleitungen mit vernachlässigbaren Thermospannungen (LEMO-Kabel + Kupfer-Tellur-Stecker oder Fluke Kalibrationsmessleitungssatz). Sind andere Messleitungen in Gebrauch (vergoldet oder BNC) sollte nach Wechsel der Anschlussleitungen aufgrund der Thermospannungen etwa 4 min gewartet werden, bis die nächste Datennahme beginnt. Wenn möglich sollten die Geräte mit Netzfiltern und in einem HF-abgeschirmten Schaltschrank betrieben werden. Es sollte sichergestellt werden, dass die Labortemperatur konstant ist und protokolliert wird. Die Messwerte sollten galvanisch getrennt (optische Signalumsetzer) von den DVM ausgelesen werden.

### D.7.1 100:1-Kalibration bei 1000 V

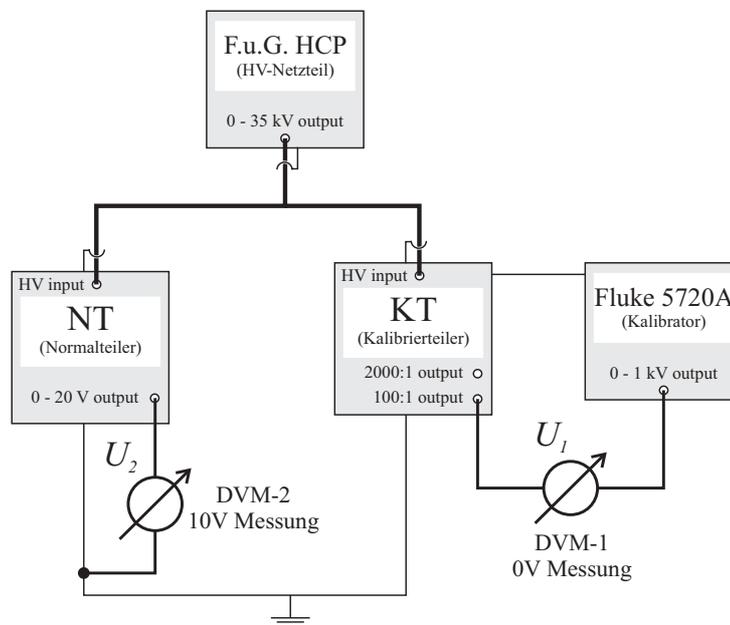


**Abbildung D.3: Verschaltung für 100:1-Kalibration bei 1000 V.** Schematische Darstellung der Verkabelung für die kalibration des KT relativ zum Fluke 752A-Referenzteiler bei maximal 1000 V. Anleitung siehe Text.

Im ersten Schritt wird das 100:1-Verhältnis des KT ( $M_{KT,100}$ ) bestimmt. Dazu werden beide Teiler (KT, Fluke 752A) von einer konstanten 1000 V-Quelle (hier Fluke 335A) versorgt (s. Abb. D.3). Der Fluke 752A ist frisch kalibriert, d. h. sein 100:1-Verhältnis hat eine Unsicherheit von 1 ppm. Am DVM-2 wird  $U_2$  im 10 V-Bereich abgelesen und mit  $M_{752A} = 100 \pm 1 \cdot 10^{-6}$  ergibt sich die ppm-genaue Ausgangsspannung des Fluke 335A. Das DVM-1 dient als Nullvoltmeter zwischen dem 100:1-Ausgang des KT und dem Kalibrator (Fluke 5720A). Am Kalibrator wird nun die Spannung um 10 V so lange variiert, bis  $U_1 < 1 \mu\text{V}$  ist. Bei guter Kalibration des Fluke 5720A ist  $M_{KT,100}$  nun bekannt, andernfalls muss die Ausgangsspannung des Kalibrators separat überprüft werden. Hierbei ist zu beachten, dass für alle Geräte

die 10 V-Verstärkung und die Nullpunktverschiebung vor und nach einer Messung kontrolliert werden muss. Alle Messwerte müssen korrigiert werden, um  $M_{KT,100}$  zu bestimmen. Damit ist Schritt eins beendet.

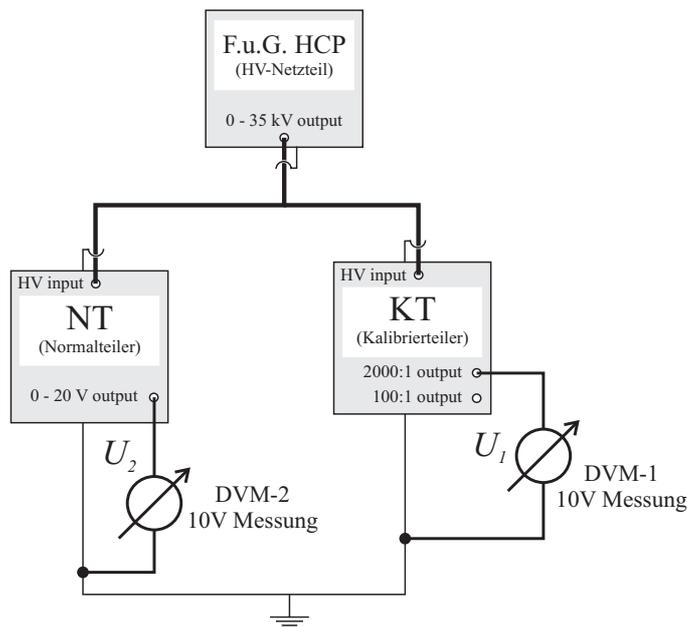
### D.7.2 100:1-Kalibration bei HV



**Abbildung D.4: Verschaltung für 100:1-Kalibration bei HV.** Schematische Darstellung der Verkabelung zur Verifikation des 100:1-Verhältnisses des KT bei HV von bis zu 35 kV. Anleitung siehe Text.

In Schritt zwei wird das 100:1-Verhältnis des KT bei Hochspannung von 35 kV aus einem präzisen und langzeitstabilen (2-5 ppm/8h) Hochspannungsnetzteil (F.u.G. HCN / HCP) mit geringer Restwelligkeit (20-50 mV ss) verifiziert. Parallel zum KT ist ein zweiter Hochspannungsteiler (NT) angeschlossen, der ebenfalls die Ausgangsspannung des HV-Netzteils überwacht (s. Abb. D.4). Das DVM-1 dient wieder als Nullvoltmeter zwischen dem 100:1-Ausgang des KT und dem Kalibrator (Fluke 752A). Da nun höhere Spannungen anliegen, muss am Kalibrator eine Spannung im Bereich von 350 V soweit variiert werden, dass die Schwankung  $U_1 < 0,35 \mu\text{V}$  ist. Die Ausgangsspannung des Kalibrators muss anschließend durch eine Messung über den Fluke 752A-Teiler überprüft werden. Der Widerstand des 100:1-Messabgriffs des KT sollte so ausgewählt werden, dass er keine Aufwärmabweichung bei 350 V zeigt. Ist dies nicht möglich, sollte die Aufwärmabweichung sehr gut bekannt und reproduzierbar sein oder es sollte eine Reihe von sich gegenseitig kompensierenden Widerständen verbaut werden, so dass eine Abweichung  $< 1$  ppm auftritt. Da sich unter dieser Voraussetzung das 100:1-Verhältnis von Schritt eins zu Schritt zwei nicht geändert hat, kann nun die Kalibration des NT überprüft, bzw. korrigiert werden. Dies setzt natürlich voraus, dass auch die hochohmigen Widerstände der Präzisionskette des KT keine Spannungsabhängigkeit von  $> 1$  ppm zeigen. Die Hochspannung ist nun bekannt und der Maßstabfaktor des NT wurde bestimmt. Ohne die Spannungsquelle und damit die Spannungsteiler abzuschalten geht es in Abs. D.7.3 mit Schritt drei weiter.

### D.7.3 2000:1 (4000:1) -Kalibration bei HV



**Abbildung D.5: Verschaltung für 2000:1-Kalibration bei HV.** Schematische Darstellung der Verkabelung für die kalibration des 2000:1-Verhältnisses des KT relativ zum NT bei HV von bis zu 35 kV. Anleitung siehe Text.

Dies ist nun der dritte und letzte Schritt der Kalibrationsprozedur. Wie Abbildung D.5 dargestellt, wird das DVM-1 nun in laufendem Betrieb von der Nullvoltmessung am 100:1-Ausgang auf die Messung der Ausgangsspannung des 2000:1-Abgriffs umgesteckt. Dabei ist mit der entsprechenden Vorsicht vorzugehen, da bei hochohmigem Kurzschluss die Hochspannung außerhalb des geschirmten Bereichs, d. h. außerhalb des Spannungsteilers abfällt. Da die anliegende Hochspannung durch den NT auf etwa 1 ppm bekannt ist, kann nun das 2000:1-Verhältnis des zu kalibrierenden KT bestimmt werden.

### D.7.4 Bemerkung zur Unsicherheit der Eigenkalibration

Ausgehend von einer Messunsicherheit der DVM von 0,2 ppm bei unmittelbarer Kalibration an der 10 V-Referenz (Unsicherheit 0,1 ppm), spielt die Unsicherheit des Fluke 752A-Teilers von 1 ppm die Hauptrolle. Es wurde insgesamt zweimal<sup>3</sup> auf die Referenzwerte des Fluke 752A-Teilers zurückgegriffen. Die Unsicherheit aus diesen beiden unabhängigen Messungen liegt schon bei  $\sqrt{2} \text{ ppm}^2 = 1,41 \text{ ppm}$ . Inklusiv aller Unsicherheiten kann man eine Kalibration auf 1,5 ppm- bis 2 ppm-Niveau erwarten. Wird die Unsicherheit des Fluke 752A durch eine sehr sorgfältige Kalibration weiter reduziert und wurden die 10 V-Referenzen unmittelbar zuvor an der Josephson-Referenz (s. Kap. 5.1) kalibriert, kann eine Absolutkalibration des großen Maßstabfaktors (2000:1 / 4000:1) des KT auf 1 ppm-Niveau möglich werden.

<sup>3</sup>Anfangskalibration in Schritt eins und Überprüfung der Fluke 5720A-Ausgangsspannung in Schritt zwei.

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Einfluss der Neutrino Ruhemasse auf das $\beta$ -Spektrum (nach Fermi) . . . . .	2
1.2	Übersicht der 12 fundamentalen Fermionen des Standardmodells . . . . .	4
1.3	Vermessung der Breite des $Z^0$ -Zerfalls (aus [Ale07]) . . . . .	5
1.4	Energieabhängiger Fluss der solaren Neutrinos nach SSM . . . . .	8
1.5	Evidenz für Zwei-Flavour-Oszillationen (Superkamiokande-Experiment) . . .	13
1.6	Zusammenfassung aller Neutrino Flüsse der Phase I des SNO-Experiments . .	14
1.7	Übersicht der Oszillationsparameter bisheriger Experimente . . . . .	15
1.8	Neutrino-Masseneigenwerte als Funktion des kleinsten Wertes . . . . .	17
1.9	Beitrag der Neutrinos zur Materiedichte im Universum . . . . .	18
2.1	Fermi-Funktion . . . . .	24
2.2	Energiespektrum des Tritium- $\beta$ -Zerfalls . . . . .	25
2.3	Prinzip des MAC-E-Filters . . . . .	28
2.4	Transmissionsfunktion des MAC-E-Filters . . . . .	31
2.5	KATRIN-Ansprechfunktion . . . . .	32
2.6	Referenzaufbau des KATRIN-Experiments . . . . .	33
2.7	Quellsäulendichte bei KATRIN . . . . .	35
2.8	Tritium führende Teile von KATRIN . . . . .	36
2.9	Vor- und Hauptspektrometer im KATRIN-Aufbau . . . . .	38
2.10	Hauptspektrometer Vakkumtank während des Transports . . . . .	39
2.11	Vorläufiges Detektor Layout . . . . .	41
2.12	Mainzer Spektrometer in Konfiguration V . . . . .	42
3.1	Optimierte Messpunktverteilung aus [Ang04] . . . . .	46
3.2	Abhängigkeit der statistischen Unsicherheit aus [Ang04] . . . . .	47
3.3	Systematische Verschiebung aufgrund von HV-Unsicherheiten . . . . .	52
3.4	Zerfallsschema von $^{83m}\text{Kr}$ . . . . .	54
3.5	Schematischer Aufbau der CKrS . . . . .	57

4.1	Alterung der Vishay-Widerstände . . . . .	63
4.2	Innenansicht und Feldkonfiguration des Spannungsteilers . . . . .	65
4.3	Ersatzschaltbild eines zweistufigen Spannungsteilers . . . . .	68
4.4	Einschaltverhalten: Spannungsverlauf über erstem Widerstand . . . . .	69
4.5	Aufbau des Messabgriffs . . . . .	70
4.6	Messschaltung zur Widerstandsselektion . . . . .	74
4.7	Temperaturabhängigkeit der Präzisionswiderstände . . . . .	75
4.8	Aufwärmabweichung und Temperaturkoeffizient . . . . .	76
4.9	Aufwärmabweichungen der Präzisionswiderstände . . . . .	77
4.10	Kompensierte Aufwärmabweichung . . . . .	78
4.11	Ergebnis von Widerstand 172 . . . . .	79
4.12	Selektierte und kompensierte Auswahl der Widerstände . . . . .	80
4.13	Vergleich des KATRIN-Teilers mit Fluke 752A . . . . .	81
4.14	Temperaturen von KATRIN-Teiler und Fluke 752A . . . . .	82
4.15	Temperaturabhängigkeit des Fluke 752A . . . . .	83
4.16	Eigenschaften des F.u.G. HCN HV-Netzteils . . . . .	84
4.17	Einlaufverhalten beider Spannungsteiler . . . . .	85
4.18	Linearität beider Spannungsteiler . . . . .	86
4.19	Vergleich des TCR beider Spannungsteiler . . . . .	87
4.20	Fertiggestellter Spannungsteiler . . . . .	88
5.1	Referenzspannungsteiler MT100 der PTB . . . . .	91
5.2	Einlaufverhalten des 1972:1-Verhältnisses . . . . .	95
5.3	Einlaufverhalten des 3944:1-Verhältnisses . . . . .	95
5.4	Absolutwerte des Einlauftests . . . . .	96
5.5	Langzeitmessung des 1972:1-Verhältnisses bei $-32$ kV . . . . .	97
5.6	Linearität des Spannungsteilers . . . . .	98
5.7	Langzeitmessung der Spannungsabhängigkeit des 1972:1-Verhältnisses . . . . .	100
5.8	Zusammenfassung für das 1972:1-Verhältnis 2005 . . . . .	101
5.9	Zusammenfassung für das 3944:1-Verhältnis 2005 . . . . .	102
5.10	Einlaufverhalten des 1972:1-Verhältnisses bei $-18$ kV . . . . .	105
5.11	Einlaufverhalten des 1972:1-Verhältnisses bei $-32$ kV . . . . .	105
5.12	Einlaufverhalten des 3944:1-Verhältnisses bei $-18$ kV . . . . .	106
5.13	Einlaufverhalten des 3944:1-Verhältnisses bei $-32$ kV . . . . .	106
5.14	Linearität des Maßstabfaktors 1972:1 . . . . .	107

5.15	Linearität des Maßstabfaktors 3944:1 . . . . .	108
5.16	Spannungsabhängigkeit des 1972:1-Verhältnisses . . . . .	109
5.17	Spannungsabhängigkeit des 3944:1-Verhältnisses . . . . .	110
5.18	Langzeitmessungen der Stabilität des 1972:1-Verhältnisses . . . . .	111
5.19	Langzeitmessungen der Stabilität des 3944:1-Verhältnisses . . . . .	112
5.20	Langzeitmessung über 64 Stunden für das 1972:1-Verhältnis . . . . .	113
5.21	Zusammenfassung für das 1972:1-Verhältnis 2006 . . . . .	114
5.22	Zusammenfassung für das 3944:1-Verhältnis 2006 . . . . .	115
6.1	Skizze des Gaseinlasssystems der CKrS . . . . .	121
6.2	Foto und Skizze des Substratbereichs der CKrS . . . . .	122
6.3	Abhängigkeit der Signalrate . . . . .	123
6.4	Mainzer Detektor . . . . .	125
6.5	HV-Setup Mainz . . . . .	127
6.6	Korrekturfaktoren der Voltmeterkalibration . . . . .	129
6.7	Schema des Datenaufnahmesystems . . . . .	131
6.8	Lorentzverteilung und Transmissionsfunktion . . . . .	133
6.9	ADC-Rohdatenspektren . . . . .	134
6.10	Integrales Energiespektrum der $^{83m}\text{Kr}$ - $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronen . . . . .	136
6.11	Magnetfeldkonfiguration Mainz-04 und Mainz-05 . . . . .	140
6.12	Magnetfeldkonfiguration Mainz-06 . . . . .	141
6.13	Transmissionstest der Mainz-06-Konfiguration . . . . .	142
6.14	Magnetfeld in der Analysierebene . . . . .	143
6.15	Potenzialdurchhang in der Analysierebene . . . . .	144
6.16	Magnetfeldkonfiguration Mainz-07 . . . . .	145
6.17	Magnetfeldkonfiguration Mainz-08 . . . . .	146
6.18	Magnetfeldabhängiges Transmissionsverhalten aus [Pi92b] . . . . .	146
6.19	Vorgegebene Potenzialstufen zur Messung des $\text{K}_{32}$ -Transmissionsverlaufs . . .	147
6.20	Vorgegebene Potenzialstufen zur Messung des $\text{L2/L}_{32}$ -Transmissionsverlaufs	148
6.21	Messung des Transmissionsverhaltens bei 17,8 keV für Mainz-06 . . . . .	149
6.22	Messung des Transmissionsverhaltens bei 30,4 keV für Mainz-06 . . . . .	149
6.23	Messung des Transmissionsverhaltens bei 17,8 keV für Mainz-07 . . . . .	150
6.24	Messung des Transmissionsverhaltens bei 30,4 keV für Mainz-07 . . . . .	150
6.25	Messung des Transmissionsverhaltens bei 17,8 keV für Mainz-08 . . . . .	151
6.26	Messung des Transmissionsverhaltens bei 30,4 keV für Mainz-08 . . . . .	151

6.27	Fitergebnisse der Konversionselektronenlinien bei verschiedenen Auflösungen	153
6.28	Trajektorienvergleich eines transmittierten und reflektierten Elektrons . . . . .	156
6.29	Ergebnis der Simulation des Transmissionsverlaufs für Mainz-06 . . . . .	158
6.30	Vergleich von Simulation und Messung des Transmissionsverlaufs für Mainz-06	158
6.31	Krypton- $K_{32}$ -Satellitenspektrum nach [Pi92b] . . . . .	158
6.32	Ergebnis der Simulation des Transmissionsverlaufs für Mainz-07 . . . . .	159
6.33	Vergleich von Simulation und Messung des Transmissionsverlaufs für Mainz-07	159
6.34	Ergebnis der Simulation des Transmissionsverlaufs für Mainz-08 . . . . .	160
6.35	Vergleich von Simulation und Messung des Transmissionsverlaufs für Mainz-08	160
6.36	Simulierter Transmissionsverlauf für L2/L $3_{32}$ -Elektronen . . . . .	161
6.37	Auswirkungen eines nicht axialsymmetrischen Magnetfeldes auf den Transmissionsverlauf . . . . .	162
6.38	Erste Serienmessung der $K_{32}$ -Linie mit Mainz-04-Konfiguration . . . . .	165
6.39	Dritte Serienmessung der $K_{32}$ -Linie mit Mainz-04-Konfiguration . . . . .	166
6.40	Serienmessung der $K_{32}$ -Linie mit Mainz-05-Konfiguration . . . . .	167
6.41	Übersicht aller Langzeitmessung der $K_{32}$ -Linie . . . . .	168
6.42	Polarisator- und Analysatorwinkel während der ersten Messphase [OBH07] .	169
6.43	Langzeitserienmessung der $K_{32}$ -Linie mit Mainz-06-Konfiguration . . . . .	171
6.44	Integrales Energiespektrum der $^{83m}\text{Kr}$ -M $1_{\gamma}$ -Konversionselektronen . . . . .	174
6.45	Vergleichmessung von M $1$ - $\gamma_9$ -, K- $\gamma_{32}$ - und L $3$ - $\gamma_{32}$ -Konversionselektronenlinien	175
6.46	Integrales Energiespektrum der $^{83m}\text{Kr}$ -L $3_{32}$ -Konversionselektronen . . . . .	176
A.1	Ersatzschaltbild und Laplacedarstellung . . . . .	185
D.1	Spannungsteiler Vorderseite . . . . .	209
D.2	Spannungsteiler Rückseite . . . . .	210
D.3	Verschaltung für 100:1-Kalibration bei 1000 V . . . . .	218
D.4	Verschaltung für 100:1-Kalibration bei HV . . . . .	219
D.5	Verschaltung für 2000:1-Kalibration bei HV . . . . .	220

# Tabellenverzeichnis

3.1	Bindungsenergien von $^{83\text{m}}\text{Kr}$ . . . . .	55
3.2	Energien der Konversionselektronen von $^{83\text{m}}\text{Kr}$ . . . . .	55
4.1	Spezifikationen der VHA518-11 Widerstände . . . . .	64
4.2	Spezifikationen der Caddock Hochspannungswiderstände . . . . .	67
4.3	PID Parameter der Temperaturregelung . . . . .	71
4.4	Ergebnisse der TCR Bestimmung . . . . .	75
5.1	Kalibrationsparameter des PTB-Referenzspannungsteilers . . . . .	92
5.2	Kalibrationsergebnis 2005 des KATRIN-Spannungsteilers . . . . .	103
5.3	Kalibrationsergebnis 2006 des KATRIN-Spannungsteilers . . . . .	116
6.1	Spezifikationen der Hochspannungsnetzteile . . . . .	127
6.2	Verlauf der Maßstabfaktoren während der Messphase . . . . .	128
6.3	Überarbeitete Spulengeometrie für Mainz . . . . .	139
6.4	Zusammenfassung der Magnetfeld- und Auflösungsparameter . . . . .	141
6.5	Ergebnisse der Langzeitmessungen der $\text{K}_{32}$ -Konversionselektronen . . . . .	170
B.1	Übersicht aller Widerstände . . . . .	189
B.2	Übersicht eingebauter Widerstände . . . . .	194



# Literaturverzeichnis

- [Ale07] Homepage des ALEPH-Experiments: <http://aleph.web.cern.ch/aleph/>, (Stand 2007)
- [All03] S. W. Allen, R. W. Schmidt, S. L. Bridle, [astro-ph/0306386 v3](#)
- [Alt03] C. Weinheimer, Laboratory Limits on Neutrino Masses, in: G. Altarelli and K. Winter (Eds.), *Neutrino Mass*, Springer, 2003
- [Agu07] A. A. Aguilar-Arevalo *et al.* (The MiniBooNE Collaboration) *Phys. Rev. Lett.* **98**, 231801 (2007)
- [Aha06] B. Aharmim *et al.* (SNO-Collaboration), [nucl-ex/0610020v1](#)
- [Ahm01] Q. R. Ahmad *et al.* (SNO Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **87**, 071301 (2001)
- [Ahm02] Q. R. Ahmad *et al.* (SNO Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 011301
- [Ahm03] S. N. Ahmed *et al.* (SNO Collaboration), [nucl-ex/0309004 v1](#)
- [Ahn03] M. H. Ahn *et al.* (K2K Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 041801
- [Ang04] J. Angrik *et al.*, KATRIN Design Report 2004, FZK Scientific Report 7090, <http://www-ik.fzk.de/katrin>
- [Apo03] M. Apollonio *et al.*, [hep-ex/0301017v1](#) (2003)
- [Ara04] T. Araki *et al.* (KamLAND Collaboration), [hep-ex/0405035 v3](#)
- [Ard06] F. Ardellier *et al.*, [hep-ex/0606025v4](#) (2006)
- [Arn83] G. Arnison *et al.* (UA1): *Phys. Lett.* **122B** (1983) 103 (*W*); **126B** (1983) 398 (*Z*); **134B** (1984) 469 (*W*); **147B** (1984) 241 (*Z*)
- [Ash04] Y. Ashie *et al.* (Super-Kamiokande Collaboration), [hep-ex/0404034](#)
- [Ath96] K. Assamagan *et al.*: *Phys. Rev.* **D53** (1996) 2685; *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) 3082; **75** (1995) 2650; J. E. Hill: *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995) 2654
- [Bah01] J. N. Bahcall, M. H. Pinsonneault, and S. Basu, *Astrophys. J.* **555** (2001) 990
- [Bah07] Homepage von J. N. Bahcall: <http://www.sns.ias.edu/~jnb/> (Stand 2007)
- [Ban83] M. Banner *et al.* (UA2): *Phys. Lett.* **122B** (1983) 476 (*W*); P. Bagnaia *et al.* (UA2): *Phys. Lett.* **129B** (1983) 130 (*Z*)

- [Bar91] H. Barth, Diplomarbeit, Inst. f. Physik, Universität Mainz, 1991
- [Bar97] H. Barth, Dissertation, Inst. f. Physik, Universität Mainz, 1997
- [Bea80] G. Beamson *et al.*, J. Phys. E: Sci. Instrum. **13** (1980) 64 - 66
- [Bon99] J. Bonn, L. Bornschein, B. Degen, E.W. Otten, Ch. Weinheimer, NIM **A421** (1999) 256
- [Bor00] B. Bornschein, Dissertation, Inst. f. Physik, Universität Mainz, 2000
- [Bus93] D. Buskulic *et al.* (ALEPH): Z. Phys. **C60** (1993) 71
- [Cad04] Caddock High Performance Film Resistors, Index of Datasheets, [http://www.caddock.com/Online\\_catalog/Mrktg\\_Lit/index.html](http://www.caddock.com/Online_catalog/Mrktg_Lit/index.html)
- [Cha14] J. Chadwick, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **16** (1914) 383
- [Cle95] B. T. Cleveland *et al.* (Homestake), Nucl. Phys. **B** (Proc. Suppl.) **38** (1995) 47
- [Dav55] R. Davis, Phys. Rev. **97** 3 (1955) 766
- [Dav94] R. Davis, Prog. Part. Nucl. Phys. **32** (1994) 13; Proc. 13th Intern. Conf. on Neutrino Physics and Astrophysics, Boston, USA, 1988, p. 518, Eds. J. Schneps *et al.*, World Scientific, 1989
- [Dav96] R. Davis, Nucl. Phys. **B** (Proc. Suppl.) **48** (1996) 284
- [Don00] Long Baseline News, Juli 2000, <http://hepunix.rl.ac.uk/minos/longbnews/0007.html>
- [Dos06] N. Doss *et al.*, Physical Review C **73** No. 025502 (2006)
- [Dra04] O. Dragoun, A. Špalek, F.J. Willeumier, Czech. J. Phys. **54** (2004) 833 - 839
- [Eic08] F. Eichelhardt, Dissertation, Institut für Experimentelle Kernphysik, Universität Karlsruhe, voraussichtlich 2008
- [Eit07] K. Eitel, persönliche Mitteilung, KATRIN Kollaborationstreffen, März 2007
- [Ell87] S.R. Elliot *et al.*, Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 2020
- [Far02] Y. Farzan and A. Yu. Smirnov, hep-ph/0211341
- [Fer34] E. Fermi, Z. Phys. **88** (1934) 161 - 177
- [Fey58] R. P. Feynman, M. Gell-Mann, Physical Review **109** (1) (1958) 193
- [Fla04] B. Flatt, Dissertation, Inst. f. Physik, Universität Mainz, 2004
- [Flu07] Fluke Deutschland Corporation, Spezifikationen des 8508A Digitalmultimeters, <http://fluke.informationstore.net/efulfillment.asp?publication=10759-ger>
- [Fuk98] Y. Fukuda *et al.* (Super-Kamiokande Collaboration), Phys. Rev. Lett **81** (1998) 1562, hep-ex/9807003
- [Fuk06] M. Fukugita *et al.*, astro-ph/0605362 v1, 2006
- [Gla61] S. L. Glashow: Nucl. Phys. **22** (1961) 579; Rev. Mod. Phys. **52** (1980) 539

- [Gol58] M. Goldhaber *et al.*, Phys. Rev. **109** (1958) 1015
- [GridIKP] IKP Computer Cluster, Insitut für Kernphysik, Universität Münster,  
<http://qgp.uni-muenster.de/AGWessels/index.php?msel=Forschung&subsel=cluster>
- [Gro92] J.-U. Grooß, Diplomarbeit, Inst. f. Physik, Universität Mainz, April 1992
- [Han03] S. Hannestad, astro-ph/0303076 v1, 2003
- [Han06] S. Hannestad, astro-ph/0607101 v1, 2006
- [Has73] F. J. Hasert *et al.*: Phys. Lett. **46B** (1973) 121
- [Hil07] B. Hillen, Diplomarbeit, Inst. f. Kernphysik, Universität Münster, 2007
- [Hoc08] F. Hochschulz, Diplomarbeit, Inst. f. Kernphysik, Universität Münster, (voraussichtlich 2008)
- [Jos62] B. D. Josephson, „Possible new effects in superconductive tunnelling“, Phys. Lett. **1** (1962) 251-253
- [Kas04] J. Kaspar *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A527** (2004) 423
- [Kau02] W. Kaufmann, Phys. Zeitschr. **4** (1902) 54
- [Kla01] H. V. Klapdor-Kleingrothaus *et al.*, Eur. Phys. J. A **12** (2001) 147 - 154
- [Kla04] H. V. Klapdor-Kleingrothaus *et al.*, Phys. Lett. **B586** (2004) 198 - 212
- [Kod01] K. Kodama *et al.* (DONUT Collaboration), Phys. Lett. **B504** (2001) 218 - 224
- [Koh03] J. Kohlmann, R. Behr und T. Funck, „Josephson voltage standards“, Meas. Sci. Techn. **14** (2003) 1216-1228
- [Kra03] Ch. Kraus, Dissertation, Inst. f. Physik, Universität Mainz, 2003
- [Kra05] Ch. Kraus, B. Bornschein, L. Bornschein, J. Bonn, B. Flatt, A. Kovalik, B. Ostrick, E.W. Otten, J.P. Schall, Th. Thümmler, Ch. Weinheimer, Eur. Phys. J. C **40** (2005) 447
- [Kub92] G. Kube, Diplomarbeit, Inst. f. Physik, Universität Mainz, 1992
- [Lew07] R. Lewis, Dissertation, Department of Physics, University of Wales Swansea, UK, 2007
- [Lob85] V. M. Lobashev *et al.*, Nucl. Instr. Meth. **A240** (1985) 305
- [Lob04] V. M. Lobashev, persönliche Mitteilung
- [Mar01] R. Marx, IEEE Trans. Instr. Meas. Vol. 50, No. 2 (2001)
- [Mas07] S. S. Masood *et al.*, hep-ph/0706.0897 v1 (2007)
- [Nag06] Sz. Nagy *et al.*, Europhys. Lett. **74** (3) (2006) 404410
- [Nas05] A. F. Nastoyashchii, N. A. Titov, I. N. Morozov, F. Glück and E. W. Otten, „Effects of Plasma Phenomena on Neutrino Mass Measurement Process Using a gaseous Tritium  $\beta$ -Source“, Fusion Science and Technology, **48** (2005) 743

- [OBH07] Messwerte zur Verfügung gestellt von B. Ostrick, M. Beck und B. Hillen, Juni 2007
- [Osi01] A. Osipowicz *et al.* (KATRIN Collaboration), [hep-ex/0109033](#) (2001)
- [Ost08] B. Ostrick, Dissertation, Inst. f. Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, (voraussichtlich 2007)
- [Ott06] E. W. Otten, J. Bonn and Ch. Weinheimer, International Journal of Mass Spectrometry **251** Iss. 2-3 (2006) 173-178
- [Pau30] Wolfgang Pauli, „Offener Brief an die Gruppe der Radioaktiven bei der Gauvereins-Tagung zu Tübingen“ (datiert 4. Dez. 1930), wiedergegeben in: R. Kronig and V. Weisskopf (Eds.), Wolfgang Pauli, Collected Scientific Papers, Vol. 2, Interscience, New York (1964) 1316 - 1317
- [PDG06] W.-M. Yao *et al.* (Particle Data Group), J. Phys. G **33**, 1 (2006) (URL: <http://pdg.lbl.gov>)
- [Pel02] O. Pellegrino *et al.*, Materials Science and Engineering **C22** (2002) 367 - 372
- [Per75] M. L. Perl *et al.*, Phys. Rev. Lett. **35** (1975) 1489
- [Pic90] A. Picard, Dissertation, Inst. f. Physik, Universität Mainz, 1990
- [Pi92a] A. Picard *et al.*, Nucl. Instr. Meth. **B63** (1992) 345
- [Pi92b] A. Picard *et al.*, Z. Phys. **A342** (1992) 71 - 78
- [Pra05] M. Prall, Diplomarbeit, Helmholtz-Inst. f. Strahlen- und Kernphysik, Universität Bonn, 2005
- [Rei59] R. Reines and C. L. Cowan, Phys. Rev. **113** (1959) 273
- [Rin05] A. Ringwald, [hep-ph/0505024 v1](#) (2005)
- [Rob88] R. G. H. Robertson and D. A. Knapp, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **38** (1988) 185
- [Rob91] R. G. H. Robertson *et al.*, Phys. Rev. Lett. **67** (1991) 957
- [Rut08] E. Rutherford and H. Geiger, Proc. Roy. Soc. **A81** (1908) 162
- [Rut14] E. Rutherford and E. N. da C. Andrade, Phil. Mag. **27** (1914) 854
- [Sal68] A. Salam, in: Elementary Particle Theory, p. 367, ed. N. Swarthohn, Almquist and Wiksell, Stockholm, 1968; Rev. Mod. Phys. **52** (1980) 525; A. Salam, J. C. Ward: Phys. Lett. **13** (1964) 168
- [Sch90] M. Schrader, Diplomarbeit, Inst. f. Physik, Universität Mainz, 1990
- [Sch97] N. Schmitz, „Neutrino-Physik“, Teubner Verlag, Stuttgart, 1997
- [Sha63] S. Shapiro, „Josephson currents in superconducting tunnelling: the effect of microwaves and other observations“, Phys. Lett. **11** (1963) 80-2
- [SNO07] Homepage des SNO-Experiments: <http://www.sno.phy.queensu.ca/> (Stand 2007)

- [Spe03] D. N. Spergel *et al.* (WMAP), *astro-ph/0302209 v2*
- [Suz00] S. Suzuki *et al.*, *Appl. Phys. Lett.*, Vol. **76**, No. 26 (2000) 4007
- [Thü02] T. Thümmler, Diplomarbeit, Inst. f. Physik, Universität Mainz, 2002
- [Thü03] T. Thümmler *et al.*, KATRIN internal memo **25-ME-2001-1.pdf**, „Violation of adiabaticity in the transport magnets of the KATRIN experiment.“ (2003)
- [Val04] K. Valerius, Diplomarbeit, Helmholtz–Inst. f. Strahlen- und Kernphysik, Universität Bonn, 2004
- [Val08] K. Valerius, Dissertation, Inst. für Kernphysik, Universität Münster, (voraussichtlich 2008)
- [Ven06] D. Vénos *et al.*, *Nucl. Instr. Meth.* **A560** (2006) 352 - 359
- [Vis01] Vishay Foil Resistors, H Series, Vishay Technical Note 63006, 26. Juni 2001, <http://www.vishay.com/doc/63006>
- [Vis05] Seven Technical Reasons to Specify Bulk Metal Foil, Vishay Technical Note 63000, 14. September 2005, <http://www.vishay.com/docs/63000>
- [Vis06] persönliche Mitteilung der Vishay Mitarbeiter, Dirk Sachau und Hero Faienstein.
- [Vöc07] S. Vöcking, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Universität Münster, (voraussichtlich 2007)
- [Wei67] S. Weinberg: *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264; **27** (1971) 1688; *Rev. Mod. Phys.* **52** (1980) 515
- [Wei92] Ch. Weinheimer *et al.*, *Nucl. Instr. Meth.* **A311** (1992) 273
- [Wei93a] Ch. Weinheimer, Dissertation, Inst. f. Physik, Universität Mainz, 1993
- [Wol08] I. Wolf, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Universität Münster, (voraussichtlich 2008)
- [Wu57] C. S. Wu *et al.*, *Phys. Rev.* **105** (1957) 1413
- [Wu59] C. S. Wu, *Rev. Mod. Phys.* **31** 3 (1959) 783



# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen, die zum Gelingen und zur Entstehung dieser Dissertation beigetragen haben, meinen herzlichen Dank aussprechen.

In erster Linie danke ich Prof. Dr. Christian Weinheimer für die Übertragung des Dissertationsthemas und seine Unterstützung und Motivation während aller Phasen meiner Arbeit und des gesamten Projektes.

Meinem Zweitbetreuer, Prof. Dr. J. Wessels, danke ich für sein Interesse, seine Unterstützung und die wegweisenden Diskussionen in der Endphase meiner Arbeit.

Ich danke allen Mitgliedern der KATRIN-Arbeitsgruppe am Institut für Kernphysik der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster für das angenehme Gruppenklima und ihre Zusammenarbeit. Insbesondere dem Hochspannungs- und Kryptonteam gilt mein Dank: B. Ostrick, Dr. M. Beck, Dr. N. Titov, B. Hillen, F. Hochschulz und M. Prall. Für ihre tatkräftige Unterstützung, ihre Hilfe und ihren Ideenreichtum während des Aufbaus und der Tests des neuen Spannungsteilers sowie bei der Inbetriebnahme und den Messungen in Mainz danke ich H.-W. Ortjohann und H. Baumeister.

Bei K. Valerius bedanke ich mich herzlich für die Unterstützung bei der Montage des Spannungsteilers, die vielen physikalischen und nicht physikalischen Diskussionen und ihre Hilfe beim Korrekturlesen dieser Arbeit. Des Weiteren gilt mein Dank der feinmechanischen Werkstatt und der Elektronikwerkstatt, die mit Ideen und Tatkraft einen bedeutenden Teil zur Fertigstellung des Spannungsteilers beigetragen haben.

Der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig, der Abteilung für Messwandler und Hochspannung und ihrem Leiter Dr. K. Schon danke ich für Möglichkeit zwei ausgedehnte Kalibrationsphasen durchführen zu können. Mein außerordentlicher Dank gilt R. Marx, der sein Wissen und seine Erfahrung beim Bau des neuen Spannungsteilers und der Durchführung von Präzisionsmessungen in allen Details an mich weitergegeben hat, was erheblichen Anteil am Erfolg meiner Arbeit hatte. M. Seckelmann danke ich für seine Unermüdlichkeit und seine Begeisterung bei der sorgfältigen Durchführung zahlreicher Präzisionsmessungen.

Dem Institut für Physik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz und insbesondere der Arbeitsgruppe Quantum und Prof. Dr. I. Bloch danke ich für die Gastfreundschaft und für die Möglichkeit, die für meine Arbeit sehr wichtigen Kalibrationsmessungen mit der  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Quelle am Spektrometer des ehemaligen Mainzer Neutrinomassenexperimentes durchführen zu können.

Mein besonderer Dank gilt Dr. J. Bonn, der vom ersten Moment an meine Arbeit und die Messphase in Mainz tatkräftig und mit Begeisterung unterstützt hat. Er versucht jederzeit seine langjährige experimentelle Erfahrung weiterzugeben und ich habe sehr viel von ihm gelernt.

Bei Prof. Dr. E. W. Otten möchte ich mich für die fruchtbaren Diskussionen und sein stetes Interesse an den Fortschritten und Ergebnissen meiner Arbeit bedanken. Schließlich möchte ich mich bei H. Geibel und E. Gries für die ununterbrochene Versorgung mit flüssigem Stickstoff und flüssigem Helium bedanken, ohne sie wäre keine Messphase möglich gewesen.

Für die angenehme freundschaftliche Arbeitsatmosphäre in der Anfangsphase meiner Arbeit möchte ich mich herzlich bei allen Mitgliedern unserer Arbeitsgruppe am Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn bedanken. Den dortigen Werkstätten und besonders der feinmechanischen Werkstatt gilt mein Dank für die aufwendige Anfertigung aller mechanischen Basiskomponenten des neuen Spannungsteilers. Der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. K. Maier und Dr. R. Vianden danke ich für die Herstellung des Rb-Präparates, das uns als  $^{83\text{m}}\text{Kr}$ -Quelle in den Messphasen in Mainz diente.

In diesem Zusammenhang möchte ich mich auch bei der Prager Kalibrationsgruppe und insbesondere bei Prof. Dr. O. Dragoun und J. Kaspar für ihre Unterstützung und die lehrreichen Diskussionen bedanken.

Ich danke allen Mitarbeitern des Forschungszentrums Karlsruhe, insbesondere Dr. F. Glück für die Unterstützung und seine Ideen im Rahmen der Simulationsrechnungen sowie A. Beglarian und S. Wüstling für ihre Hilfe, wenn es um Elektronik oder Datenaufnahmesysteme ging.

Auch bei allen hier nicht namentlich erwähnten Kollegen und der gesamten KATRIN-Kollaboration bedanke ich mich für die gute Zusammenarbeit in den letzten Jahren.

Mein größter Dank gilt meiner Frau Angelika, die mir durch all die Höhen und Tiefen half, die sich während meiner Arbeit ergaben. Sie hat mich voran gebracht, wenn ich auf der Stelle trat, sie hat mich zu Pausen gezwungen, wenn ich sie brauchte und ihr Anteil am Gelingen dieser Arbeit ist nicht mit Worten zu beschreiben.

Schließlich möchte ich mich herzlich bei allen Freunden und Verwandten bedanken, die stets Interesse am Fortschritt meiner Arbeit hatten, auch wenn sie mich immer seltener zu Gesicht bekamen. Ganz besonders meine Eltern, Schwiegereltern und Großeltern haben ein großes Dankeschön verdient, sie haben mich über all die Jahre unterstützt und mir ermöglicht meine Ziele zu erreichen.









