

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI “ROMA TRE”

FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI

Dipartimento di Fisica “Edoardo Amaldi”



Analisi del contributo degli stop alla sezione d'urto di produzione del bosone di Higgs

Autore:

Agostini Alessio

Relatori:

Prof. Giuseppe Degrassi

Dott. Davide Meloni

Anno Accademico 2012/2013

*“A l’alta fantasia qui mancò possa;
ma già volgeva il mio disio e ’l velle,
sì come rota ch’igualmente è mossa,
l’amor che move il sole e l’altre stelle.”*

Dante Alighieri, Divina Commedia, Paradiso: Canto XXXIII.

*“... a me si rappresentano miracolose
tutte l’opere della natura e di Dio.”*

Galileo Galilei, Opere VII, 448.

Indice

Introduzione	6
1 Il Modello Standard	9
1.1 Particelle e interazioni	10
1.2 Rottura spontanea di simmetria	14
1.3 Oltre il Modello Standard	16
1.3.1 Correzioni radiative alla massa del bosone di Higgs	19
1.3.2 Il “problema gerarchico”	21
2 Supersimmetria	23
2.1 Notazioni	24
2.2 Algebra supersimmetrica e supermultipletti	25
2.3 Lagrangiana di un modello supersimmetrico semplice	26
2.3.1 Lagrangiana di un supermultipletto chirale libero	26
2.3.2 Lagrangiana e interazioni per supermultipletti chirali	28
2.3.3 Lagrangiana e interazioni per supermultipletti di gauge	31
2.4 Rottura spontanea della supersimmetria e rottura soffice	36
2.5 MSSM: il Modello Standard Supersimmetrico Minimale	39
2.5.1 Il pMSSM: phenomenological MSSM	41
2.5.2 Il superpotenziale del pMSSM	45
2.5.3 Masse di squark e sleptoni	46
2.5.4 Settore di Higgs e rottura di simmetria elettrodebole	48
3 Sezione d’urto di produzione e decadimenti del bosone di Higgs	55
3.1 Modello a partoni e fattorizzazione	56
3.2 Sezione d’urto per processi Drell-Yan	61
3.3 Produzione dell’Higgs nei collider adronici	64
3.4 Sezione d’urto LO e NLO nel SM	66

3.5	Sezione d'urto LO e NLO nel MSSM	70
3.6	Decadimenti del bosone di Higgs	75
3.6.1	Decadimenti nel SM	75
3.6.2	Decadimenti nel MSSM	78
4	Analisi dati e risultati	82
4.1	Il codice Fortran: utilizzo di FeynHiggs e di SusHi	83
4.2	Implicazioni della scoperta del bosone di Higgs nel pMSSM	86
4.3	Sezione d'urto e Branching Ratios nel pMSSM	91
4.4	Analisi dell'errore	99
	Conclusioni	101
	Appendici	106
	A Calcolo degli integrali per la sezione d'urto	107
	Bibliografia	112

Introduzione

La presentazione, nel Luglio 2012 al CERN di Ginevra, dei risultati degli esperimenti ATLAS e CMS di LHC, ha messo fine a circa 50 anni di ricerca del bosone di Higgs, una nuova particella scalare con massa circa di 125 GeV, necessaria nel quadro del Modello Standard (SM) delle particelle e delle interazioni fondamentali. La scoperta, sicuramente di portata storica, che ha permesso la vittoria del nobel della Fisica a coloro che postularono teoricamente il bosone, di fatto chiude un'epoca della fisica delle particelle. Infatti ora che il Modello Standard è ormai completo, il mondo della Fisica è alla ricerca di nuove teorie più estese, che certamente inglobino il Modello Standard e ne superino alcuni problemi. Queste nuove teorie, oltre ad ampliare probabilmente il panorama delle particelle conosciute, dovranno essere in grado ad esempio di includere la gravità nel quadro delle altre interazioni e spiegare le problematiche aperte della materia oscura e dell'energia oscura, ormai necessarie per lo sviluppo e l'attuale forma dell'Universo.

I fisici teorici hanno lavorato e lavorano in questa direzione elaborando diversi modelli, definiti di grande unificazione (GUT). Una proposta che si è sviluppata dalla fine degli anni '60, è la cosiddetta teoria supersimmetrica (SUSY:SUper SYmmetry) che ha come idea di base l'introduzione di una nuova simmetria tra bosoni e fermioni. Il concetto di simmetria è estremamente importante in fisica, basti pensare che il Modello Standard stesso ha alla base il teorema CPT, cioè le leggi della fisica sono contemporaneamente invarianti sotto le trasformazioni di parità (P), coniugazione di carica (C) e inversione temporale (T). Quindi il concetto stesso di legare fermioni e bosoni, quindi materia ed interazioni, attraverso una nuova simmetria, rappresenta un punto di partenza indubbiamente interessante.

Una importante conseguenza dell'imposizione di questa nuova simmetria è quella che per ogni particella del SM ne compare una nuova, il cosiddetto partner supersimmetrico o superparticella. Molti sono i modelli supersimmetrici proposti e tra i più studiati si collocano i cosiddetti Modelli Minimali (MSSM), cioè estensioni supersimmetriche del SM, minimali nel senso che presentano il minimo set di campi supersimmetrici in grado

di riprodurre la fenomenologia del SM.

L'esperimento LHC già con la scoperta del bosone di Higgs e la misura delle sue proprietà, rappresenta per i modelli SUSY un possibile punto di svolta, cioè quello di poter porre dei decisi limiti all'interno del quadro teorico. La futura ripresa dell'esperimento, con il raggiungimento dell'energia nel centro di massa di 16 TeV, ha tra i principali obiettivi quello di rilevare segnali diretti e/o indiretti di nuova fisica, ad esempio produzione e decadimento di nuove particelle che possono essere ben spiegati nelle teorie SUSY.

In questo lavoro si descriverà il quadro generale del Modello Standard, le tre interazioni fondamentali e le particelle elementari che ne costituiscono la fenomenologia, approfondendo poi il discorso sul meccanismo di Higgs e di rottura spontanea di simmetria. Verrà mostrato l'ottimo accordo tra teoria ed esperimento, in particolare le misure di LEP, e analizzati i problemi intrinseci del modello. Uno su tutti che verrà discusso è il problema gerarchico o di naturalezza, legato alle correzioni quantistiche alla massa del bosone di Higgs. Il problema delle correzioni nel SM viene elegantemente trattato attraverso la rinormalizzazione, ma nel caso del bosone scalare le cancellazioni reciproche di quantità divergenti appare un pò forzata e appunto poco naturale.

Come soluzione alla gerarchia e ad altri problemi, viene proposta la supersimmetria, della quale verranno introdotte brevemente le principali basi teoriche. Il discorso verrà poi focalizzato su un modello supersimmetrico in particolare, il pMSSM, cioè il modello fenomenologico supersimmetrico minimale. Tale estensione si basa su delle valide assunzioni di base atte a riprodurre la fenomenologia del SM e allo stesso tempo a semplificare il quadro generale del modello supersimmetrico stesso.

Una questione fondamentale, che riguarda tutti i modelli SUSY, è che la supersimmetria deve essere una simmetria rotta, per capirlo basti pensare che se la SUSY fosse esatta il superpartner dell'elettrone avrebbe la sua stessa massa e sarebbe facile da rilevare, invece non c'è alcuna evidenza sperimentale a tale riguardo. La rottura quindi è necessaria ma ancora non è stata esattamente spiegata, l'unica cosa certa è che essa avviene in una scala di energia ben superiore di quella elettrodebole del SM, cosicché la differenza di masse tra SM e mondo supersimmetrico sia importante, almeno dell'ordine del TeV. Un aspetto interessante nei modelli minimali è che nel settore di Higgs sono necessarie nuove particelle oltre il bosone di Higgs del SM, 3 bosoni neutri h^0 , H^0 e A (dove h^0 è quello più leggero) e 2 carichi H^\pm .

Infine per chiudere il quadro teorico, verranno discusse le sezioni d'urto adroniche di produzione del bosone di Higgs nel SM e nel MSSM. Dopo una breve introduzione generale sulle varie problematiche di calcolo nella QCD per le sezioni d'urto, quest'ultime saranno calcolate al primo ordine dello sviluppo perturbativo.

L'idea alla base di questo lavoro è di identificare la particella da poco scoperta come il bosone più leggero nello spettro di Higgs supersimmetrico. Questo comporterà, come già detto, una importante restrizione dei parametri del pMSSM. La parte originale della tesi riguarderà lo studio, attraverso il calcolo numerico, della sezione d'urto e dei decadimenti nei canali WW^* , ZZ^* e $f\bar{f}$.

Utilizzando due codici Fortran e imponendo per alcuni parametri secondari del pMSSM un determinato valore, si calcoleranno con FeynHiggs, uno dei due codici, il resto dei parametri supersimmetrici. Quando questi parametri soddisferanno la condizione che la massa dell'Higgs rientri nell'intervallo $123 \leq m_h \leq 128$ GeV, allora si utilizzerà il secondo codice, SusHi, in grado di calcolare la sezione d'urto di produzione del bosone. In particolare si cercherà di capire quali sono e quantificare le principali differenze tra il pMSSM e il SM. Tali variazioni verranno anche analizzate al variare di alcuni parametri importanti del pMSSM.

Lo scopo di questo lavoro è quindi quello di impostare un quadro generale che spieghi in modo chiaro quali parametri del pMSSM influenzano la sezione d'urto e se l'entità delle variazioni tra i due modelli possa essere tale da permettere un confronto con le misure sperimentali, così da poterne ricavare indizi indiretti di supersimmetria.

Capitolo 1

Il Modello Standard

Il Modello Standard delle particelle e delle interazioni fondamentali è la teoria fisica testata, fin ora, con maggior precisione. Nonostante l'enorme successo fenomenologico, il Modello Standard presenta diversi limiti teorici e può essere considerato come una teoria effettiva a bassa energia di una teoria più estesa, come lo è stato, storicamente, il modello di Fermi con le interazioni deboli.

Un'analisi della fenomenologia delle particelle elementari e delle interazioni è alla base dello sviluppo del Modello Standard. Le particelle "materiali" e le forze fondamentali vengono descritte in termini di eccitazioni di campi quantistici: i costituenti materiali sono rappresentati da campi fermionici (spin=1/2), mentre i campi di gauge (che descrivono le interazioni fondamentali) sono bosonici (spin=1). Le simmetrie sono alla base del modello, in particolare l'applicazione dell'invarianza di gauge consente di trovare l'espressione delle densità di lagrangiana corrispondenti alle interazioni tra i campi.

Le forze descritte nel SM sono tre: forte, debole ed elettromagnetica. L'interazione gravitazionale è descritta dalla teoria della Relatività Generale in modo classico e non come teoria di campo quantistica. La formulazione quantistica della interazione gravitazionale rimane uno dei problemi centrali della fisica teorica moderna. Comunque, alle energie (distanze) finora raggiunte sperimentalmente, non si è misurato alcun effetto gravitazionale, effetto che diventerà importante, nel mondo subatomico, alle energie prossime alla massa di Planck, $M_{Pl} \sim 10^{19} \text{ GeV}/c^2$.

1.1 Particelle e interazioni

Il SM è una teoria di gauge basata sul gruppo di simmetria $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ [1]. Questo gruppo ha $8+3+1=12$ generatori, in generale non commutanti e quindi viene definito non abeliano. In una teoria di gauge, ad ogni generatore T è associato un bosone vettore con gli stessi numeri quantici di T , che rappresenta il mediatore della corrispondente interazione. Il gruppo $SU(3)$ descrive l'interazione forte o di colore attraverso lo scambio di 8 bosoni di gauge a massa nulla, i gluoni, mentre $SU(2) \otimes U(1)$ rappresenta l'unificazione delle interazioni debole ed elettromagnetica. In questo caso ci sono 4 bosoni vettori: il fotone a massa nulla e i tre bosoni massivi W^\pm , Z . La materia fermionica è suddivisa in leptoni e quark, organizzati in tre famiglie come descritto in tabella 1.1.

	Leptoni	Quark
Prima famiglia	$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u_{r,g,b} \\ d_{r,g,b} \end{pmatrix}$
Seconda famiglia	$\begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c_{r,g,b} \\ s_{r,g,b} \end{pmatrix}$
Terza famiglia	$\begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t_{r,g,b} \\ b_{r,g,b} \end{pmatrix}$

Tabella 1.1: *Suddivisione dei fermioni.*

I quark appaiono in tre differenti colori (convenzionalmente Rosso, Blu e Verde) e quelli di tipo up hanno carica elettrica $+2/3|e|$ e i quark di tipo down $-1/3|e|$. Infine per ogni particella esiste la relativa antiparticella con i numeri quantici e carica elettrica di segno opposto.

L'interazione elettromagnetica è descritta dal gruppo di simmetria $U(1)_{el}$, la cui densità di lagrangiana può essere scritta come:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} , \quad (1.1.1)$$

dove $D_\mu = \partial_\mu + iQA_\mu$ è la derivata covariante, Q l'autovalore della carica elettrica, $F^{\mu\nu}$ il tensore del campo elettromagnetico e A_μ è il quadrivettore del campo elettromagnetico. Applicando ai campi una trasformazione globale di fase, la lagrangiana (1.1.1) resta invariata e tale simmetria comporta la conservazione della carica elettrica. L'utilizzo della derivata covariante sopra citata, deriva invece dalla richiesta di invarianza rispetto a una trasformazione di fase locale, le cosiddette trasformazioni di gauge, che introducono i termini di interazione tra i campi di materia e il campo di gauge A_μ . Infine la lagrangiana

(1.1.1) sotto lo scambio delle coordinate resta inalterata, cioè l'interazione elettromagnetica è invariante sotto trasformazioni di parità.

Le interazioni deboli invece violano massimamente la parità; definendo $\psi_l(x)$ e $\psi_{\nu_l}(x)$ i campi quantizzati per i leptoni e i neutrini, le interazioni deboli a corrente carica sono descritte solo dalle seguenti combinazioni:

$$\begin{aligned} \sum_l \bar{\psi}_l(x) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_l}(x) , \\ \sum_l \bar{\psi}_{\nu_l}(x) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \psi_l(x) , \end{aligned} \tag{1.1.2}$$

dove $l = e, \mu, \tau$, il campo ψ_l assorbe una particella o crea un'antiparticella e $\bar{\psi}_l$, al contrario, crea una particella e assorbe un'antiparticella. Quindi è utile utilizzare gli operatori di proiezione di elicità¹ $P_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)$, per descrivere i campi levogiri e destrorgiri dei leptoni. Oltre alla corrente debole carica, che come si vede dalle (1.1.2) coinvolge solo leptoni sinistrorsi o antileptoni destrorsi, per l'interazione debole esiste anche una corrente neutra in cui interagiscono leptoni destrorsi. I campi vengono allora suddivisi in doppietti levogiri e singoletti destrorgiri. Il gruppo di simmetria utilizzato non è più $U(1)$ ma il gruppo $SU(2)$, i generatori del quale sono convenzionalmente identificati con le tre matrici di Pauli τ_i non-commutanti, $SU(2)$ è dunque non-abeliano. Applicando una trasformazione di gauge globale tramite l'operatore $U(\alpha) = \exp(i\alpha_i \tau_i/2)$ (α_i sono tre numeri reali), si trovano due nuove quantità conservate: la carica di isospin debole I e l'ipercarica debole Y^2 . Questa e la terza componente dell'isospin sono legate con la carica elettrica tramite la nota relazione di Gell-Mann - Nishijima, $Q = I_3 + Y/2$, ed indica che se c'è una relazione tra la carica elettrica e l'isospin debole allora le interazioni elettromagnetiche e deboli sono interconnesse. L'idea dell'unificazione tra $SU(2)$ e $U(1)$ è stata per la prima volta proposta da Yang e Mills nel 1957, nell'ambito però dell'interazione forte. Nel 1961 fu Glashow ad introdurre una lagrangiana che descrivesse in modo gauge-invariante le interazioni elettrodeboli. In tale modello però le masse delle particelle venivano aggiunte "ad hoc" rompendo l'invarianza di gauge della teoria. Il modello standard di unificazione elettrodebole fu ideato da Glashow, Weinberg e Salam [2] in cui era compresa la rottura spontanea di simmetria e il meccanismo di Higgs, che però verrà trattato in maniera specifica nella prossima sezione.

Per ottenere i termini di interazione della lagrangiana elettrodebole, si impone l'invarianza

¹L'elicità descrive l'orientazione dello spin di una particella rispetto al verso del momento della particella stessa, $h = \frac{\vec{P} \cdot \vec{S}}{|\vec{P} \cdot \vec{S}|}$. Evidentemente $h = \pm 1$.

²In realtà l'ipercarica debole può essere facilmente ricavata anche dall'invarianza da una trasformazione di fase globale in $U(1)$.

di gauge al sistema e si ottiene per la parte puramente leptonica:

$$\mathcal{L} = i \left[\bar{\Psi}_l^L(x) \not{D} \Psi_l^L(x) + \bar{\psi}_l^R(x) \not{D} \psi_l^R(x) + \bar{\psi}_{\nu_l}^R(x) \not{D} \psi_{\nu_l}^R(x) \right], \quad (1.1.3)$$

dove $\Psi_l^L(x)$ è il doppietto levogiro che si definirà ora di isospin debole, $\psi_l^R(x)$ il singoletto di isospin debole e $D_\mu = \partial_\mu + ig'YB_\mu + ig\tau_i W_{\mu,i}/2$ è la derivata covariante. I campi di gauge associati ad $SU(2)_L$, con costante di accoppiamento g , prendono il nome di W^1, W^2, W^3 , mentre quello associato a $U(1)_Y$ viene indicato con B^0 ed ha costante di accoppiamento g' . I campi relativi ai bosoni, per ora ancora tutti a massa nulla, sono descritti da combinazioni lineari dei campi W^1 e W^2 per il W , mentre il fotone e la Z^0 possono essere ottenuti come combinazione dei campi neutri nel modo seguente:

$$\begin{cases} W_\mu^3 = \cos \theta_W Z_\mu + \sin \theta_W A_\mu \\ B_\mu^0 = -\sin \theta_W Z_\mu + \cos \theta_W A_\mu, \end{cases} \quad (1.1.4)$$

dove θ_W è l'angolo di Weinberg.

La teoria elettrodebole deve anche descrivere i processi semi-leptonici e non-leptonici che coinvolgono i quark, quindi quest'ultimi, in riferimento alle interazioni deboli, devono essere organizzati in doppietti levogiri di isospin debole e in singoletti destrigiri. Ma gli autostati di massa dei quark dell'interazione forte non sono gli stessi che interagiscono debolmente, comunemente vengono ruotati gli stati down attraverso la matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa. La matrice CKM ha dimensione 3×3 ed è descritta da tre angoli di mescolamento ($\cos \alpha_i = c_i$, $\sin \alpha_i = s_i$ con $i = 1, 2, 3$) e un angolo di fase (δ) e una delle forme utilizzate per rappresentarla è:

$$M_{CKM} = \begin{pmatrix} c_1 & c_3 s_1 & s_1 s_3 \\ -c_2 s_1 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + c_3 s_2 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & -c_1 c_3 s_2 - c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 + c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}. \quad (1.1.5)$$

Gli stati ruotati dalla matrice CKM sono indicati con un apice e in tabella 1.2 vengono riassunti i multipletti dell'interazione debole con i relativi numeri quantici.

L'interazione forte, invece, è responsabile del confinamento dei quark in sistemi legati (adroni) ed è descritta dalla Cromodinamica Quantistica (QCD). Numerose evidenze mostrano come i quark contenuti in mesoni e barioni siano dotati di un numero quantico detto colore (da cui il nome cromodinamica), che può assumere tre valori diversi e agisce quindi soltanto fra particelle dotate di colore. Lo stato di un quark nello spazio del colore può essere rappresentato come un vettore a tre dimensioni e l'interazione forte

	Multipletti fermionici	I	I_3	Q	Y_W
Leptoni	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	1/2	+1/2	0	-1
	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$		-1/2	-1	-1
	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$				
	e_R	0	0	-1	-2
Quark	$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L$	1/2	+1/2	+2/3	+1/3
	$\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L$		-1/2	-1/3	+1/3
	$\begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$				
	u_R	0	0	+2/3	+4/3
	d'_R	0	0	-1/3	-2/3

Tabella 1.2: Riepilogo dei multipletti fermionici dell'interazione elettrodebole.

come un operatore unitario che agisce su esso. Il gruppo di simmetria a partire dal quale costruire la lagrangiana forte è pertanto il gruppo non abeliano $SU(3)$ (anche chiamato “di colore”). La densità di lagrangiana QCD ha una forma non molto differente da quella dell'elettrodinamica:

$$\mathcal{L} = \bar{\mathbf{q}}(i\mathbf{D}_\mu\gamma^\mu - m)\mathbf{q} - \frac{1}{2}\text{Tr}(G^{\mu\nu}G_{\mu\nu}), \quad (1.1.6)$$

in cui \mathbf{q} è il vettore tridimensionale che descrive lo stato del quark nello spazio del colore mentre \mathbf{D}_μ e $G^{\mu\nu}$ hanno la forma di matrici 3×3 . Ancora una volta, la richiesta di invarianza per trasformazioni di gauge locali, porta all'introduzione di nuovi campi vettoriali tanti quanti sono i generatori del gruppo (8 per $SU(3)$), da intendersi come i campi associati ai bosoni di gauge (che nella QCD prendono il nome di gluoni). La non abelianità del gruppo $SU(3)_C$ rende la forma delle trasformazioni di gauge e del tensore di campo G più complessa che non nel caso di $U(1)$, con la conseguente comparsa di termini del tipo:

$$\begin{aligned} \alpha_s(\partial_\mu G_\nu - \partial_\nu G_\mu)G^\mu G^\nu \\ g_\alpha^2 G_\mu G_\nu G^\mu G^\nu, \end{aligned} \quad (1.1.7)$$

che descrivono le possibili auto-interazioni fra bosoni di gauge. Tutte le interazioni contenute nella lagrangiana (1.1.6) dipendono da una singola costante di accoppiamento forte α_s (universalità).

1.2 Rottura spontanea di simmetria

La lagrangiana di interazione elettrodebole non può contenere alcun termine di massa. Ciò è valido sia per le masse dei bosoni vettori che per quelle dei fermioni. Nel primo caso, un termine del tipo $M^2 W_\mu W^\mu$ violerebbe esplicitamente l'invarianza di gauge e, cosa ancor più grave, porterebbe a divergenze non rinormalizzabili. I termini di massa fermionici $m\bar{\psi}\psi$ invece non sono invarianti sotto la simmetria di gauge $SU(2) \otimes U(1)$. D'altro canto tali termini sono necessari in una teoria che descriva un universo "fisico". Per fare in modo che nella teoria compaiano termini di massa senza forzare una rottura esplicita della simmetria di gauge (e mantenere la teoria rinormalizzabile, quindi predittiva), è necessario introdurre dei campi aggiuntivi che la rompano spontaneamente [3], [4]. Si consideri un doppietto scalare complesso di $SU(2)$:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix}. \quad (1.2.1)$$

Senza alterare la gauge-invarianza si può aggiungere alla densità di lagrangiana elettrodebole il termine:

$$\mathcal{L}_s = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (1.2.2)$$

con $\lambda > 0$, $\mu^2 < 0$ e D^μ è la derivata covariante già introdotta in precedenza. La richiesta $\mu^2 < 0$ è necessaria affinché la funzione (1.2.2) ammetta una infinità degenera di stati ad energia minima non invarianti per trasformazioni di $SU(2)$ (figura 1.1). Per essi il valore di aspettazione del vuoto (VEV) è:

$$\langle 0 | \Phi^0 | 0 \rangle = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} \equiv \frac{v}{\sqrt{2}}. \quad (1.2.3)$$

La rottura spontanea della simmetria (SSB) avviene proiettando il sistema su un particolare stato di vuoto. Richiedere che solo i bosoni vettori intermedi (e non i fotoni) acquistino massa equivale a fare in modo che la simmetria $SU(2)_L \times U(1)_Y$ venga spontaneamente rotta in $U(1)_{em}$: questa richiesta comporta una limitazione nella scelta dello stato di vuoto, che dovrà necessariamente essere del tipo

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (1.2.4)$$

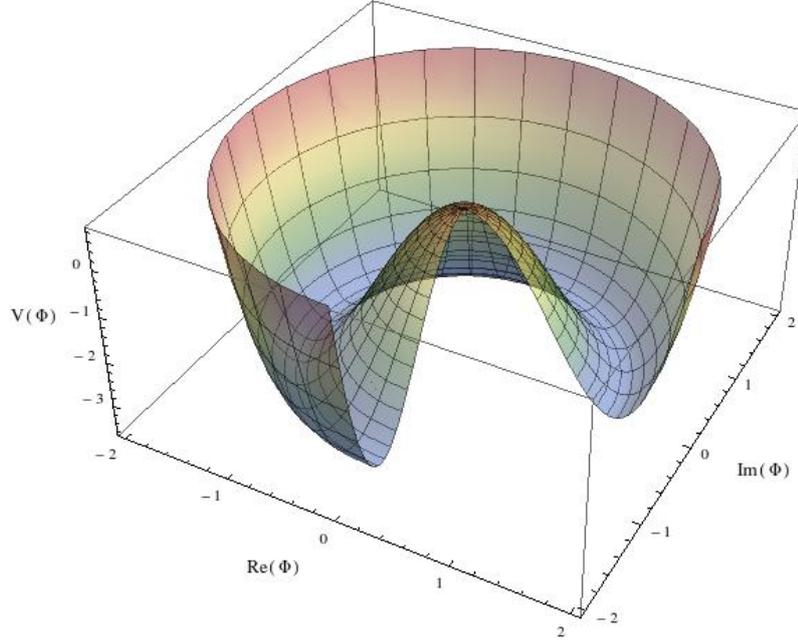


Figura 1.1: *Potenziale di Higgs* $V(\Phi) = \mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2$.

ovvero a componente carica nulla (il campo scalare non deve potersi accoppiare con A_μ). Espandendo adesso la (1.2.2) in serie attorno al valore (1.2.4), sostituendovi cioè:

$$\langle\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}, \quad (1.2.5)$$

si trova:

$$(D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) = \frac{1}{2}\partial_\mu H\partial^\mu H + (v + H)^2 \left\{ \frac{g^2}{4}W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{g^2}{8\cos^2\theta_W}Z_\mu Z^\mu \right\}, \quad (1.2.6)$$

in cui si riconoscono dei termini di massa per W e Z :

$$M_W = M_Z \cos\theta_W = \frac{1}{2}gv. \quad (1.2.7)$$

Tre dei quattro gradi di libertà del doppietto scalare sono stati “assorbiti” dai bosoni di gauge. Il grado di libertà rimanente è associato al campo scalare H (campo di Higgs).

Il meccanismo di rottura spontanea della simmetria (o meccanismo di Higgs) riesce a dare massa ai bosoni di gauge introducendo nella teoria una particella scalare: il bosone di Higgs. Dalla (1.2.2) si osserva inoltre che la massa del bosone di Higgs può scriversi come $m_h = \sqrt{-2\mu^2}$.

Aggiungendo alla (1.2.2) la lagrangiana di Yukawa di interazione fermione-Higgs

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = \sum_f \left\{ c_f \bar{\psi}_L^f \psi_R^f \Phi \right\} , \quad (1.2.8)$$

e ripetendo i passaggi finora descritti, si ottengono anche per i fermioni dei termini di massa del tipo:

$$m_f = \frac{1}{\sqrt{2}} c_f v , \quad (1.2.9)$$

in cui m_f è ancora proporzionale al valore di aspettazione del vuoto v e agli accoppiamenti di Yukawa c_f , tutti parametri liberi del Modello Standard.

1.3 Oltre il Modello Standard

Le conferme sperimentali della validità del Modello Standard sono state numerose, a partire dalla scoperta delle correnti neutre (1973) [5] e dei bosoni vettori intermedi W^\pm e Z (1982 - 1983) [6], [7], fino ad arrivare alla scoperta del bosone di Higgs (2012) [8], [9]. Durante il suo periodo di presa dati (1989 - 2000), il Large Electron-Positron collider (LEP) del CERN, lavorando a $\sqrt{s} = m_Z$ (LEP1) e $\sqrt{s} = 130 - 209 \text{ GeV}$ (LEP2), ha verificato le previsioni quantitative del Modello Standard con una precisione sorprendente, ad ordini perturbativi superiori al livello albero. In figura 1.2 sono riportati i risultati delle misure elettrodeboli che vengono utilizzati per il fit globale ai parametri del SM, effettuate a LEP e SLC (Stanford Linear Collider). Sempre in figura 1.2 sono riportate le deviazioni tra le misure e i valori predetti (pull).

Come si può notare, la sensibilità raggiunta a LEP è notevole (3 ÷ 5 cifre significative) e l'accordo con le previsioni del SM è ottimo. Inoltre tali misure hanno avuto un forte potere predittivo. Ad esempio hanno permesso una previsione della massa del top in accordo con quella direttamente misurata al TeVatron (1995) [11]. Analogamente è stato possibile stimare, dal fit elettrodebole globale, un limite indiretto sulla massa del bosone di Higgs $m_H < 158 \text{ GeV}$ al 95 % di CL [12].

Nonostante lo straordinario successo fenomenologico, il Modello Standard presenta alcuni problemi teorici di fondo che suggeriscono la necessità di una teoria più “profonda” di cui il Modello Standard non sia che una “teoria efficace”.

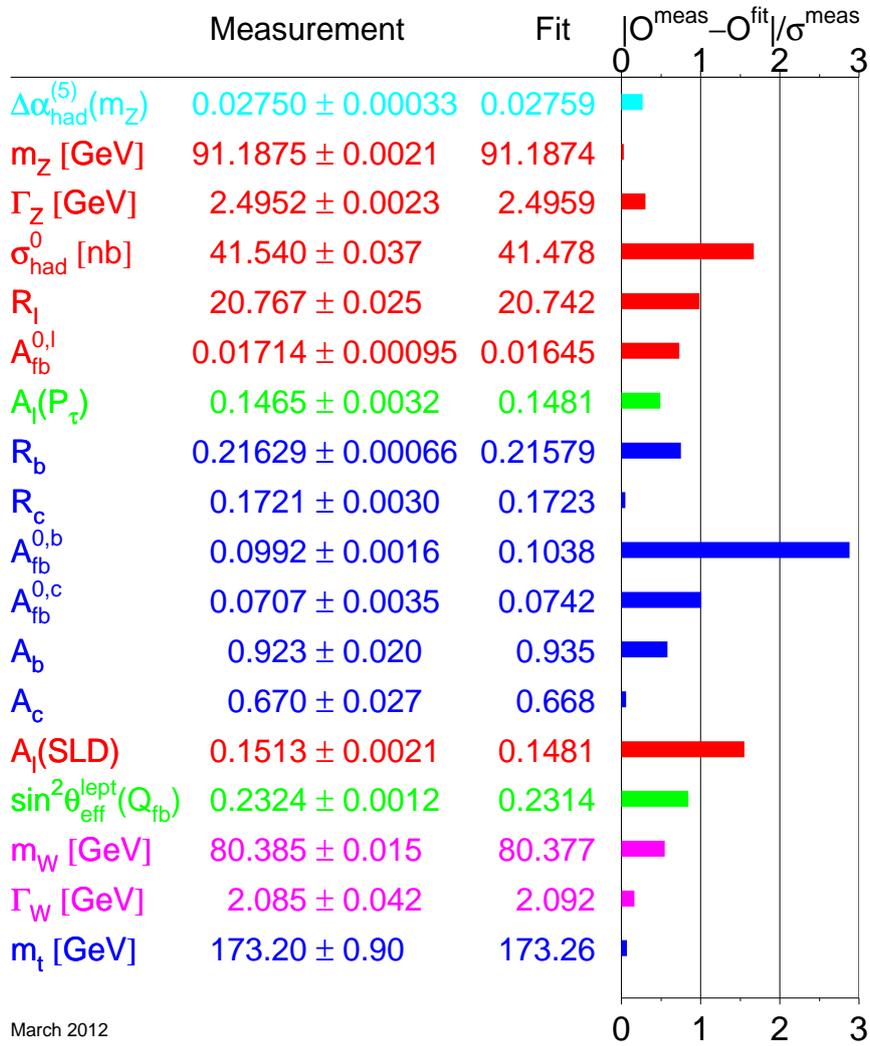


Figura 1.2: Risultati dello SM Global Fit e relativi pull rispetto ai parametri direttamente misurati, presentati dal LEPWWG nel 2012 [10]. Lo scarto fra misura e previsione non va mai oltre i 3σ , indice di un sostanziale accordo fra teoria ed esperimento.

Il Modello Standard contiene ben 18 parametri liberi:

- **3 nel settore di gauge:** le costanti di accoppiamento α_s e α_{em} associate alle interazioni forti ed elettromagnetiche, nonché l'angolo di mixing elettrodebole;
- **2 nel settore di Higgs:** la massa m_H o alternativamente il VEV del campo di Higgs, v , e il parametro μ^2 ;
- **13 nel settore di Yukawa:** quattro parametri di mescolamento ($\theta_{1,2,3}, \delta_{13}$) della matrice CKM e le 9 masse fermioniche (tre leptoni carichi e sei quark),

un numero forse troppo alto per una “teoria ultima delle particelle e delle interazioni fondamentali”.

Benché il Modello Standard sia una teoria di gauge perfettamente consistente e rinormalizzabile ad ogni ordine [13], bisogna notare come la scelta dei gruppi di simmetria sia del tutto “ad hoc” e che fra i gruppi che descrivono le diverse interazioni sembra non esserci alcuna correlazione. Anche il settore di Higgs è inserito appositamente “dall'esterno” nella lagrangiana elettrodebole per indurre la rottura spontanea della simmetria: la forma del potenziale di Higgs (in particolare il segno di μ^2) non è un risultato naturale della teoria. Inoltre, come già accennato, l'interazione gravitazionale non è contemplata dal SM. Altre domande fondamentali quali la presenza di 3 famiglie di fermioni, il fatto che le interazioni presentino la caratteristica struttura levogira/destrogira, etc., non trovano una risposta all'interno del Modello Standard. Un'altra questione molto importante che non trova riscontro nel SM è sulla massa del neutrino. Infatti molte evidenze sperimentali hanno dimostrato il fenomeno dell'oscillazione dei neutrini, che è intrinsecamente legato al fatto di avere massa diversa da zero, quando invece nel SM i neutrini sono comunemente considerati a massa nulla. Il problema gerarchico è un ulteriore, forte argomento e sarà trattato nel prossimo paragrafo.

Al di là delle questioni teorico - estetiche appena indicate, alcuni argomenti sperimentali avvalorano l'ipotesi dell'esistenza di “nuova fisica”. Numerose osservazioni astrofisiche, ad esempio, dimostrano l'esistenza di materia ed energia oscura per le quali il Modello Standard non propone validi candidati. Sebbene i suddetti argomenti puntino fortemente ad una teoria oltre il Modello Standard, nessuno di questi di fatto suggerisce la scala di energia alla quale la nuova fisica si debba manifestare.

1.3.1 Correzioni radiative alla massa del bosone di Higgs

All'interno del Modello Standard la massa del bosone di Higgs è un cosiddetto parametro libero, non può essere predetto dalla teoria. Infatti m_h è scritta come

$$m_h = \sqrt{-2\mu^2} = \sqrt{2\lambda v^2}, \quad (1.3.1)$$

dove $v = (G_F\sqrt{2})^{-1/2} \approx 256$ GeV e uno tra λ e μ può essere solo determinato sperimentalmente. Il calcolo delle correzioni alla massa deve tener conto degli effetti virtuali, diretti e indiretti, di tutte le particelle che si accoppiano al campo di Higgs. Un breve accenno al calcolo sulle correzioni verrà fatto considerando la loop di un generico fermione (1.3 a) e l'auto-accoppiamento dello scalare, cioè i termini di interazioni ϕ^4 (1.3 b).

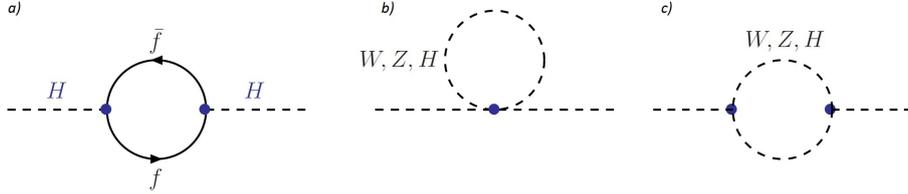


Figura 1.3: Diagrammi di Feynman per le correzioni a una loop alla massa del bosone di Higgs dovuti a un fermione f (a) e ai bosoni (b),(c).

Si consideri un generico campo di materia fermionico ψ_f e il campo scalare neutro del SM $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(h + v)$, la lagrangiana sarà [14]:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_f(i\gamma^\mu\partial_\mu)\psi_f + |\partial_\mu\phi|^2 - m_h^2|\phi|^2 - (\lambda_f\bar{\psi}_f\psi_f\phi + h.c.), \quad (1.3.2)$$

così la massa del fermione all'ordine zero è data da $m_f = \lambda_f v/\sqrt{2}$. L'integrale della loop della figura 1.3 a, definendo p il momento esterno e k il quadrimomento della loop, si può scrivere:

$$\begin{aligned} \Pi_{hh}^f(p^2 = 0) &= (-1) \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[\left(-i\frac{\lambda_f}{\sqrt{2}} \right) \frac{i}{\not{k} - m_f} \left(-i\frac{\lambda_f}{\sqrt{2}} \right) \frac{i}{\not{k} - m_f} \right] \\ &= -2\lambda_f^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{k^2 + m_f^2}{(k^2 + m_f^2)^2}, \end{aligned} \quad (1.3.3)$$

dato che il calcolo della traccia è: $\text{Tr}[(\not{k} + m_f)(\not{k} + m_f)] = 4(k^2 + m_f^2)$. Ora facendo una rotazione di Wick, cioè il cambio di variabili del tipo $k_0 \rightarrow ik_4$, $k^2 \rightarrow -k_E^2$ e $d^4k \rightarrow id^4k_E$,

si può riscrivere l'integrale (1.3.3) come:

$$\Pi_{hh}^f(p^2 = 0) = \frac{i\lambda_f^2}{8\pi^2} \int_0^{\Lambda^2} dk_E^2 \frac{k_E^2(k_E^2 - m_f^2)}{(k_E^2 + m_f^2)^2}, \quad (1.3.4)$$

in cui si è usato $d^4k_E = 2\pi^2 k_E^3 dk_E = \pi^2 k_E^2 dk_E^2$ e si è fissato con Λ il momento di taglio dell'integrale. Infine facendo la sostituzione $x = k_E^2 + m_f^2$ si può calcolare l'integrale:

$$\begin{aligned} \delta m_h^2|_f &= -\frac{\lambda_f^2}{8\pi^2} \int_{m_f^2}^{\Lambda^2+m_f^2} dx \left(1 - \frac{3m_f^2}{x} + \frac{2m_f^4}{x^2} \right) \\ &= -\frac{\lambda_f^2}{8\pi^2} \left[\Lambda^2 - 3m_f^2 \ln \frac{\Lambda^2 + m_f^2}{m_f^2} + \dots \right], \end{aligned} \quad (1.3.5)$$

che è quindi quadraticamente divergente se $\Lambda \rightarrow \infty$ ed indipendente da m_h .

Considerando invece il diagramma di figura 1.3 b, per uno scalare generico con massa m_S , si può scrivere:

$$-i\delta m_h^2|_S = -\frac{\lambda_S}{2} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{1}{q^2 - m_S^2}, \quad (1.3.6)$$

facendo una rotazione di Wick e integrando sulla parte angolare si ottiene:

$$-i\delta m_h^2|_S = -i\frac{\lambda_S}{2} \int \frac{dq_E d\Omega_E}{(2\pi)^4} \frac{q_E^3}{q_E^2 + m_S^2} = -i\frac{\lambda_S}{2} \frac{1}{\Gamma(2)(8\pi^2)} \int dq_E \frac{q_E^3}{q_E^2 + m_S^2}. \quad (1.3.7)$$

Con la sostituzione $y = q_E^2 + m_S^2$ si ricava:

$$\begin{aligned} \delta m_h^2|_S &= \frac{\lambda_S}{16\pi^2} \int_{m_S^2}^{\Lambda^2+m_S^2} dy \frac{y - m_S^2}{y} \\ &= \frac{\lambda_S}{16\pi^2} \left[\Lambda^2 - m_S^2 \ln(\Lambda^2 + m_S^2) + m_S^2 \ln m_S^2 \right], \end{aligned} \quad (1.3.8)$$

anche in questo caso si arriva ad una divergenza quadratica però, cosa molto importante come si vedrà in seguito, di segno opposto alla prima. Anche per i bosoni massivi W e Z si trovano divergenze quadratiche, mentre se si considera la loop scalare con accoppiamento trilineare, figura 1.3 c, le correzioni saranno al più logaritmiche con Λ .

Nel SM grandezze come la massa delle particelle fondamentali, soffrono il problema delle divergenze. Ma all'interno del SM tutte le grandezze sono rinormalizzabili e quindi anche per il bosone di Higgs non ci sono problemi. Le complicazioni vengono dal fatto che volendo inserire il SM in una teoria estesa che descriva energie più elevate, come ad

esempio le cosiddette teorie di grande unificazione (GUT), la scala Λ sarà collegata alla scala di energia più elevata descritta dalla teoria estesa e sarà quindi più grande della scala elettrodebole. Ma questa nuova scala renderà le correzioni alla massa dell'Higgs estremamente elevate e quindi le necessarie cancellazioni diventano improbabili e poco naturali. Tale situazione del Modello Standard, che in altre parole rappresenta l'alta sensibilità del potenziale di Higgs alle correzioni quantistiche, è chiamata *problema gerarchico*.

1.3.2 Il “problema gerarchico”

Come visto nel paragrafo precedente, le correzioni maggiori alla massa del bosone di Higgs sono essenzialmente tre, in ordine di grandezza decrescente si hanno diagrammi ad una loop che coinvolgono: i quark top, i bosoni di gauge massivi e l'Higgs stesso.

La sostanziale differenza con i fermioni del SM, che non soffrono questo problema, è che innanzitutto le correzioni a tutte le masse sono solo logicamente divergenti, in secondo luogo le masse sono la manifestazione della rottura della simmetria elettrodebole e quindi nella teoria esatta sono tutte nulle e “protette” dalla simmetria chirale. Per quanto riguarda i bosoni elettrodeboli la simmetria di gauge garantisce che le loro masse non soffrano il problema gerarchico. Per l'Higgs invece non c'è nel SM alcuna simmetria ed anche annullandone la massa il problema rimane perchè le correzioni non dipendono da m_h . Per quantificare i contributi per le tre correzioni si può scrivere:

$$\begin{aligned} \delta m_h^2 &= \frac{3}{8\pi^2 v^2} \Lambda^2 (6m_W^2 + 3m_Z^2 + 3m_h^2 - 12m_t^2) \\ &\sim - \left(\frac{\Lambda}{0.7 \text{ TeV}} 200 \text{ GeV} \right)^2, \end{aligned} \tag{1.3.9}$$

e quindi per non avere correzioni troppo grandi Λ deve essere all'incirca $\mathcal{O}(\text{TeV})$. Ammettendo comunque che combinando tutte le correzioni ad una loop avvenga un'esatta cancellazione, proprio perchè non c'è nessuna simmetria a garantirne la stabilità, tale correzioni non si cancellano esattamente considerando i grafici a due loop.

Il problema della gerarchia sta proprio nella scala del momento Λ , che può essere anche interpretato come la scala di energia dove si possono misurare segnali di nuova fisica.

Tornando alle correzioni, per quelle causate da loop fermioniche, si può riassumere che:

$$\delta m_H^2 = - \frac{|\lambda_f|^2}{8\pi^2} \Lambda_{UV}^2 + \dots, \tag{1.3.10}$$

dove gli altri termini della correzione sono proporzionali a m_H^2 e vanno al più logaritmicamente con Λ_{UV} . Mentre per uno scalare si ottiene:

$$\delta m_H^2 = \frac{\lambda_S}{16\pi^2} [\Lambda_{UV}^2 - 2m_S^2 \ln(\Lambda_{UV}/m_S) + \dots] . \quad (1.3.11)$$

Anche per particelle che non si accoppiano direttamente al campo di Higgs, si trovano correzioni alla massa di Higgs proporzionali al momento di taglio, causate da diagrammi di Feynman a due loop.

L'elegante soluzione al problema gerarchico, notando il relativo segno meno tra i contributi fermionici e quelli bosonici, è rappresentata dal considerare un'ulteriore simmetria, chiamata *supersimmetria*, tra bosoni e fermioni. Cioè, se esistessero per ogni fermione del SM una corrispettiva particella scalare, così come per ogni bosone del SM un fermione, le correzioni sarebbero esattamente cancellate a tutti gli ordini. Per ottenere ciò è dunque necessario che valga, $\lambda_f^2 = \lambda_S$ per gli accoppiamenti. Nel prossimo capitolo si introdurrà il concetto della supersimmetria (SUSY), specificando il discorso all'estensione minimale supersimmetrica del Modello Standard, il cosiddetto MSSM.

Capitolo 2

Supersimmetria

In questo capitolo si descriverà brevemente la struttura matematica generale che definisce un modello SUSY. Dopo aver introdotto una trasformazione supersimmetrica e analizzato le prime importanti conseguenze, si passerà a costruire una semplice lagrangiana per un singolo multipletto, il cosiddetto modello di Wess-Zumino. Tale lagrangiana verrà poi estesa, inserendo le interazioni e generalizzata a più supermultipletti.

Partendo dall'evidenza sperimentale che nessuna nuova particella introdotta dalla SUSY sia stata ancora rivelata, si affronterà il tema della rottura spontanea della supersimmetria, necessaria per dimostrare che la massa delle superparticelle è ben al di sopra della scala del SM. Tale rottura però deve comunque garantire l'esatta cancellazione delle correzioni quadratiche alla massa del bosone di Higgs.

Infine si analizzerà l'estensione minimale supersimmetrica al Modello Standard: si introdurranno i campi e le particelle del MSSM, una nuova simmetria, la R-parità e la rottura soffice della supersimmetria e le sue conseguenze in questo modello. Inoltre si descriveranno lo spettro delle masse nel settore degli stop e nel settore di Higgs.

Anche se il linguaggio matematico più appropriato per descrivere una teoria supersimmetrica è quello del superspazio e dei supercampi, in questo lavoro verrà sempre utilizzato il linguaggio più prossimo a quello comunemente utilizzato per descrivere il SM.

2.1 Notazioni

Per descrivere efficacemente una teoria supersimmetrica è conveniente separare la parte levogira da quella destrogira degli spinori di Dirac [15], usando gli spinori di Weyl a due componenti:

$$\psi_D = \psi_L + \psi_R = \begin{pmatrix} \xi_\alpha \\ \chi^{\dagger\dot{\alpha}} \end{pmatrix}, \quad (2.1.1)$$

con due tipi di indici spinoriali $\alpha = 1, 2$ per le prime due componenti e $\dot{\alpha} = 1, 2$ per le ultime due componenti. Questa convenzione, che risulterà molto utile per scrivere non tanto la lagrangiana di Dirac, quanto per semplificare quella supersimmetrica, porta a

$$\bar{\psi}_D = \psi_D^\dagger = \left(\chi_\alpha \quad \xi^{\dagger\dot{\alpha}} \right). \quad (2.1.2)$$

L'hermitiano coniugato di uno spinore di Weyl levogiro è uno spinore destrogiro e viceversa:

$$\psi_{\dot{\alpha}}^\dagger \equiv (\psi_\alpha)^\dagger = \left(\psi^\dagger \right)_{\dot{\alpha}}, \quad \left(\psi^{\dagger\dot{\alpha}} \right)^\dagger = \psi^\alpha. \quad (2.1.3)$$

Con questa convenzione risulta chiaro quindi che al contrario di quelli dello SM, gli spinori di Weyl levogiri non sono mai scritti col simbolo \dagger , mentre quelli destrogiri sempre, e che è importante considerare anche la posizione degli indici spinoriali. Ad esempio $\sigma^\mu = (\mathbf{1}_{2 \times 2}, \vec{\sigma})$, dove $\vec{\sigma}$ sono le tre matrici di Pauli, verrà scritto con gli indici spinoriali bassi, $(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\alpha}}$, mentre $\bar{\sigma}^\mu = (\mathbf{1}_{2 \times 2}, -\vec{\sigma})$ con gli indici alti, $(\sigma^\mu)^{\dot{\alpha}\alpha}$. Per alzare e abbassare gli indici si usa il simbolo antisimmetrico $\epsilon^{12} = -\epsilon^{21} = \epsilon_{21} = \dots$. Si può dimostrare tra l'altro che:

$$\xi\chi = \chi_\alpha \xi^\alpha = \chi\xi, \quad \xi^\dagger \chi^\dagger = \chi^\dagger \xi^\dagger, \quad \xi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \chi = -\chi \sigma^\mu \xi^\dagger, \quad \xi \sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu \chi = \chi \sigma^\nu \bar{\sigma}^\mu \xi. \quad (2.1.4)$$

Quindi la lagrangiana di Dirac si può riscrivere:

$$\mathcal{L}_{Dirac} = i\bar{\psi}_D \gamma^\mu \partial_\mu \psi_D - M \bar{\psi}_D \psi_D = i\xi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \xi + i\chi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi - M \left(\xi\chi + \xi^\dagger \chi^\dagger \right), \quad (2.1.5)$$

dove è stato omesso un termine, essendo una derivata totale che produce una variazione dell'azione nulla. Per uno spinore di Majorana per il quale la particella corrisponde all'antiparticella, è sufficiente porre $\xi = \chi$ e si ha:

$$\mathcal{L}_M = i\xi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \xi - \frac{1}{2} M \left(\xi\xi + \xi^\dagger \xi^\dagger \right). \quad (2.1.6)$$

In generale quindi in base all'equazione (2.1.3), ogni teoria che coinvolge fermioni di spin $1/2$ può essere scritta in termini di spinori di Weyl ψ_i a due componenti, ad esempio levogiri.

2.2 Algebra supersimmetrica e supermultipletti

Una trasformazione supersimmetrica cambia uno stato bosonico in uno fermionico e viceversa. Sia $|B\rangle$ uno stato bosonico e $|F\rangle$ uno stato fermionico, si può scrivere:

$$\mathcal{Q}|B\rangle = |F\rangle, \quad \mathcal{Q}|F\rangle = |B\rangle. \quad (2.2.1)$$

L'operatore \mathcal{Q} deve essere uno spinore anticommutante quindi un oggetto complesso, il cui hermitiano coniugato \mathcal{Q}^\dagger è anch'esso generatore della simmetria. La supersimmetria connette rappresentazioni diverse del gruppo di Lorentz ed è quindi una simmetria di spazio-tempo. Si può dimostrare ([16], [17]) che l'algebra di tali simmetrie in una teoria dei campi interagente soddisfa le relazioni:

$$\left\{ \mathcal{Q}, \mathcal{Q}_{\alpha\dot{\alpha}}^\dagger \right\} = -2\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu P_\mu, \quad \{ \mathcal{Q}_\alpha, \mathcal{Q}_\beta \} = \{ \mathcal{Q}_{\dot{\alpha}}^\dagger, \mathcal{Q}_{\dot{\beta}}^\dagger \} = 0, \quad [P^\mu, \mathcal{Q}_\alpha] = [P^\mu, \mathcal{Q}_{\dot{\alpha}}^\dagger] = 0, \quad (2.2.2)$$

dove l'impulso P^μ è il generatore delle traslazioni spazio-temporali. Gli stati di singola particella giacciono in rappresentazioni irriducibili dell'algebra supersimmetrica che prendono il nome di supermultipletti. I generatori della supersimmetria non commutano solamente con P^2 ma anche con i generatori delle trasformazioni di gauge. Conseguentemente tutti gli stati di singola particella, che appartengono allo stesso supermultipletto, avranno stessa massa e stessi gradi di libertà di colore, isospin debole e carica elettrica. Inoltre è facile dimostrare che il numero di gradi di libertà per i bosoni equivale a quello per i fermioni. Si prenda l'operatore $(-1)^{2s}$, dove s è lo spin, che soddisfa

$$(-1)^{2s}|B\rangle = |B\rangle \quad (-1)^{2s}|F\rangle = -|F\rangle. \quad (2.2.3)$$

Inoltre $(-1)^{2s}$ anticommuta con un operatore fermionico quindi anche con \mathcal{Q} , infatti:

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}(-1)^{2s}|B\rangle &= \mathcal{Q}|B\rangle = |F\rangle \\ \mathcal{Q}(-1)^{2s}|B\rangle &= -(-1)^{2s}\mathcal{Q}|B\rangle = -(-1)^{2s}|F\rangle = |F\rangle. \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

Ora prendendo la traccia di $(-1)^{2s}P^\mu$, cioè sviluppando su un set completo di autostati

$$\sum_i \langle i | (-1)^{2s} P^\mu | i \rangle = p^\mu \text{Tr} [(-1)^{2s}] , \quad (2.2.5)$$

dove p^μ è l'autovalore del momento e usando la completezza e l'equazione (2.2.2) si ottiene:

$$\text{Tr} [(-1)^{2s}] = 0 \Rightarrow n_B = n_F , \quad (2.2.6)$$

essendo la traccia proporzionale al numero di gradi di libertà bosonici meno il numero di gradi di libertà fermionici.

I più semplici supermultipletti soddisfacenti l'eq. (2.2.6) sono i supermultipletti chirali e i supermultipletti di gauge. I supermultipletti chirali sono composti da un fermione di Weyl con due stati di elicità e due scalari reali o uno complesso. Nell'estensione supersimmetrica del SM i fermioni sono quelli del SM e ci si riferisce ai loro partner come sfermioni. I supermultipletti di gauge sono composti dai bosoni di gauge del SM che hanno spin 1 e massa nulla sin quando la simmetria di gauge non viene rotta e i loro partner hanno anch'essi due gradi di libertà e sono fermioni di Weyl di spin 1/2 con massa nulla, detti gaugini. Includendo la gravità si ha anche il gravitone (spin 2) e il gravitino (spin 3/2). Teorie con supersimmetria "estesa" hanno più coppie di generatori ma in questo lavoro ci si riferirà solamente alla N=1 supersimmetria.

2.3 Lagrangiana di un modello supersimmetrico semplice

2.3.1 Lagrangiana di un supermultipletto chirale libero

Il contenuto minimo di fermioni di una teoria di campo in 4 dimensioni consiste di un singolo fermione levogiro ψ di Weyl a due componenti e quindi anche del suo superpartner, cioè un campo scalare complesso ϕ . Considerando solo i termini cinetici, l'azione più semplice che si può scrivere sarà:

$$S = \int d^4x (\mathcal{L}_{scalare} + \mathcal{L}_{fermione}) , \quad (2.3.1)$$

$$\mathcal{L}_{scalare} = -\partial^\mu \phi^* \partial_\mu \phi , \quad \mathcal{L}_{fermione} = i\psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi ,$$

che descrive il cosiddetto *modello di Wess-Zumino* [18] non interagente a massa nulla. Le trasformazioni supersimmetriche dei campi per ottenere $\delta S = 0$ saranno:

$$\begin{aligned}\delta\phi &= \epsilon\psi, & \delta\phi^* &= \epsilon^\dagger\psi^\dagger, \\ \delta\psi_\alpha &= -i(\sigma^\mu\epsilon^\dagger)_\alpha\partial_\mu\phi, & \delta\psi^\dagger_{\dot{\alpha}} &= i(\epsilon\sigma^\mu)_{\dot{\alpha}}\partial_\mu\phi^*,\end{aligned}\tag{2.3.2}$$

e la variazione della lagrangiana e dell'azione si scriveranno¹

$$\begin{aligned}\delta\mathcal{L}_{scalare} &= -\epsilon\partial^\mu\psi\partial_\mu\phi^* - \epsilon^\dagger\partial^\mu\psi^\dagger\partial_\mu\phi \\ \delta\mathcal{L}_{fermione} &= \epsilon\partial^\mu\psi\partial_\mu\phi^* + \epsilon^\dagger\partial^\mu\psi^\dagger\partial_\mu\phi - \partial_\mu\left(\epsilon\sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu\psi\partial_\nu\phi^* + \epsilon\psi\partial^\mu\phi^* + \epsilon^\dagger\psi^\dagger\partial^\mu\phi\right) \\ \delta S &= \int d^4x(\delta\mathcal{L}_{scalare} + \delta\mathcal{L}_{fermione}) = 0.\end{aligned}\tag{2.3.3}$$

Ora è necessario dimostrare che l'algebra supersimmetrica introdotta sia chiusa, cioè dimostrare che il commutatore di due trasformazioni supersimmetriche, descritte dagli spinori ϵ_1 e ϵ_2 , produca un generatore di un'altra simmetria del sistema, in questo caso l'operatore impulso. Inserendo la seconda di (2.3.2) nella prima di (2.3.2), per lo scalare si trova

$$(\delta_{\epsilon_2}\delta_{\epsilon_1} - \delta_{\epsilon_1}\delta_{\epsilon_2})\phi = i(-\epsilon_1\sigma^\mu\epsilon_2^\dagger + \epsilon_2\sigma^\mu\epsilon_1^\dagger)\partial_\mu\phi,\tag{2.3.4}$$

e per il fermione si ha:

$$(\delta_{\epsilon_2}\delta_{\epsilon_1} - \delta_{\epsilon_1}\delta_{\epsilon_2})\psi_\alpha = i(-\epsilon_1\sigma^\mu\epsilon_2^\dagger + \epsilon_2\sigma^\mu\epsilon_1^\dagger)\partial_\mu\psi_\alpha + i\epsilon_{1\alpha}\epsilon_2^\dagger\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi - i\epsilon_{2\alpha}\epsilon_1^\dagger\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi.\tag{2.3.5}$$

Per lo scalare (2.3.4) si è ottenuto un risultato considerevole: il commutatore di due trasformazioni supersimmetriche dà la derivata del campo, o meglio, nella rappresentazione di Heisenberg della meccanica quantistica, dà il generatore delle simmetrie spaziotemporali, in accordo con la prima equazione di (2.2.2). Per il fermione invece tale discorso è valido se è verificata l'equazione del moto $\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi = 0$ ma non più per particelle *off-shell* come i propagatori.

Per risolvere il problema si introduce un nuovo campo scalare complesso F , chiamato *ausiliario*, che non ha un termine cinetico e la relativa densità di lagrangiana è semplicemente

$$\mathcal{L}_{ausiliario} = F^*F.\tag{2.3.6}$$

L'utilità di introdurre F sta nel definirne delle regole di trasformazione supersimmetriche che, osservando gli ultimi due termini della (2.3.5), si pongono proporzionali alle equazioni

¹Per la parte fermionica si trova: $\delta\mathcal{L}_{fermione} = -\epsilon\sigma^\mu\bar{\sigma}^\nu\partial_\nu\psi\partial_\mu\phi^* + \psi^\dagger\bar{\sigma}^\nu\sigma^\mu\epsilon^\dagger\partial_\mu\partial_\nu\phi$ e utilizzando le identità delle matrici di Pauli e $\partial_\mu\partial_\nu = \partial_\nu\partial_\mu$ si ricava la seconda di (2.3.3).

	ϕ	ψ	F
on-shell ($n_B = n_F = 2$)	2	2	0
off-shell ($n_B = n_F = 4$)	2	4	2

Tabella 2.1: *Gradi di libertà nel modello di Wess-Zumino.*

del moto di ψ :

$$\delta F = -i\epsilon^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi \quad \delta F^* = i\partial_\mu \psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \epsilon , \quad (2.3.7)$$

e la variazione della lagrangiana del campo ausiliario sarà:

$$\delta \mathcal{L}_{\text{ausiliario}} = -i\epsilon^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi F^* + i\partial_\mu \psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \epsilon F . \quad (2.3.8)$$

Ora aggiungendo un extra termine del tipo $\epsilon_\alpha F$ alla terza delle (2.3.2) e un termine $\epsilon_\alpha^\dagger F^*$ alla quarta delle (2.3.2), i contributi di $\delta \mathcal{L}_{\text{fermione}}$ si cancellano esattamente con quelli di $\delta \mathcal{L}_{\text{ausiliario}}$ e quindi lazione della lagrangiana totale, $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{scalare}} + \mathcal{L}_{\text{fermione}} + \mathcal{L}_{\text{ausiliario}}$, è invariante sotto le trasformazioni supersimmetriche. Si è dimostrato dunque che la supersimmetria è una valida simmetria della lagrangiana off-shell. Riassumendo, l'introduzione del campo scalare ausiliario è necessario per avere lo stesso numero di gradi di libertà fermionici e bosonici sia on-shell che off-shell, come si vede in tabella 2.1.

L'invarianza dell'azione sotto una trasformazione di simmetria implica sempre l'esistenza di correnti conservate, seguendo l'usuale procedura di Noether si possono trovare le supercorrenti

$$J_\alpha^\mu = (\sigma^\nu \bar{\sigma}^\mu \psi)_\alpha \partial_\nu \phi^* , \quad J_{\dot{\alpha}}^{\dagger\mu} = (\psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \sigma^\nu)_{\dot{\alpha}} \partial_\nu \phi , \quad (2.3.9)$$

che sono separatamente conservate, come si può vedere applicando le equazioni del moto. Da queste si possono costruire le cariche conservate

$$Q_\alpha = \sqrt{2} \int d^3 \vec{x} J_\alpha^0 \quad Q_{\dot{\alpha}}^\dagger = \sqrt{2} \int d^3 \vec{x} J_{\dot{\alpha}}^{\dagger 0} , \quad (2.3.10)$$

che sono i generatori delle trasformazioni supersimmetriche e obbediscono alle regole di commutazione (2.2.2).

2.3.2 Lagrangiana e interazioni per supermultipletti chirali

In una teoria più realistica, come il MSSM, ci sono più supermultipletti con interazioni di gauge e non. La lagrangiana per più di un supermultipletto chirale si può facilmente

scrivere sommando su tutti i gradi di libertà di gauge e di sapore²:

$$\mathcal{L}_{free} = -\partial^\mu \phi^{*i} \partial_\mu \phi_i + i\psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i + F^{*i} F_i . \quad (2.3.11)$$

Si può dimostrare che per ottenere un teoria rinormalizzabile e che soddisfi le trasformazioni supersimmetriche (2.3.2) e (2.3.7), la lagrangiana che descrive le interazioni non di gauge tra supermultipletti chirali è della forma:

$$\mathcal{L}_{int} = \left(-\frac{1}{2} W^{ij} \psi_i \psi_j + W^i F_i \right) + c.c. , \quad (2.3.12)$$

dove W^{ij} e W^i sono funzioni dei campi scalari ϕ_i e ϕ^{*i} . La richiesta per la (2.3.12) di invarianza sotto le trasformazioni SUSY, permette di imporre condizioni su W^{ij} e W^i . La variazione della lagrangiana (2.3.12) sarà:

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{L}_{int} = & -\frac{1}{2} \frac{\delta W^{ij}}{\delta \phi_k} (\epsilon \psi_k) (\psi_i \psi_j) - \frac{1}{2} \frac{\delta W^{ij}}{\delta \phi_k^*} (\epsilon^\dagger \psi_k^\dagger) (\psi_i \psi_j) + c.c. \\ & - i W^{ij} \partial_\mu \phi_j \psi_i \sigma^\mu \epsilon^\dagger - i W^i \partial_\mu \psi_i \sigma^\mu \epsilon^\dagger + c.c. . \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

Per fare in modo che il primo termine della prima linea si annulli, ricordando l'identità di Fierz³, $\frac{\delta W^{ij}}{\delta \phi_k}$ deve essere simmetrico negli indici; per il secondo termine invece bisogna richiedere che W^{ij} non dipenda da ϕ^{*k} e quindi si può scrivere

$$W^{ij} = \frac{\delta^2 W_{SUSY}}{\delta \phi_i \delta \phi_j} = M^{ij} + y^{ijk} \phi_k , \quad (2.3.14)$$

dove M_{ij} è una matrice di massa simmetrica per i campi fermionici e y_{ijk} è l'accoppiamento trilineare di Yukawa tra due fermioni e uno scalare anch'esso totalmente simmetrico per lo scambio degli indici.

Per l'annullamento del primo termine della seconda linea della (2.3.13) invece si può solo richiedere che sia una derivata totale e quindi irrilevante per l'azione. Ciò si può ottenere utilizzando la forma di W^{ij} della (2.3.14), infatti si ha

$$W^{ij} \partial_\mu \phi_j = \frac{\delta^2 W_{SUSY}}{\delta \phi_i \delta \phi_j} \partial_\mu \phi_j = \partial_\mu \left(\frac{\delta W_{SUSY}}{\delta \phi_i} \right) = \partial_\mu W^i , \quad (2.3.15)$$

²come mostrato nella sezione precedente ogni supermultipletto contiene un campo scalare complesso ϕ e un fermione di Weyl levogiro ψ come gradi di libertà fisici, più un campo ausiliario complesso non-propagante F .

³L'identità di Fierz in questo caso darà: $(\epsilon \psi_i)(\psi_j \psi_k) + (\epsilon \psi_j)(\psi_k \psi_i) + (\epsilon \psi_k)(\psi_i \psi_j) = 0$.

e infine W^i sarà espresso come

$$W^i = \frac{\delta W_{SUSY}}{\delta \phi_j} = M^{ij} \phi_j + \frac{1}{2} y^{ijk} \phi_j \phi_k . \quad (2.3.16)$$

Nelle (2.3.14-2.3.16) si è introdotto W_{SUSY} che è il cosiddetto superpotenziale che sarà funzione dei soli campi scalari complessi ed è scritto come

$$W_{SUSY} = \frac{1}{2} M^{ij} \phi_i \phi_j + \frac{1}{6} y^{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k . \quad (2.3.17)$$

Tornando alla variazione della lagrangiana manca solo di trattare l'ultimo termine lineare al campo ausiliario F_i (e il suo complesso coniugato F^{*i}). Questo termine si cancella con l'ultima della (2.3.11) se è valida l'equazione del moto $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F^i} = F^{*i} + W^i = 0$.

Ricapitolando si è trovato che le più generali interazioni non di gauge per supermultipletti chirali sono determinate solo dal superpotenziale, cioè da una singola funzione olomorfa nei campi scalari complessi. Si può ora scrivere la lagrangiana supersimmetrica che non considera l'interazione di gauge:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \mathcal{L}_{free} + \mathcal{L}_{int} = & - \partial^\mu \phi^{*i} \partial_\mu \phi_i + i \psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i \\ & - \frac{1}{2} \left(W^{ij} \psi_i \psi_j + W_{ij}^* \psi^\dagger_i \psi^\dagger_j \right) - W^i W_i^* . \end{aligned} \quad (2.3.18)$$

L'ultimo termine della (2.3.18) rappresenta il potenziale $\mathcal{V}(\phi, \phi^*)$ per i campi scalari

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(\phi, \phi^*) = & M_{ki}^* M^{ij} \phi^{*k} \phi_j - \frac{1}{2} M^{kl} y_{jil}^* \phi_k \phi^{*j} \phi^{*i} \\ & - \frac{1}{2} M_{kl}^* y^{jil} \phi^{*k} \phi_j \phi_i - \frac{1}{4} y^{jki} y_{lmi}^* \phi_j \phi_k \phi^{*l} \phi^{*m} , \end{aligned} \quad (2.3.19)$$

e si può notare come questo potenziale sia sempre positivo e di conseguenza ha un minimo. L'importanza del superpotenziale risiede dunque nel fatto che le sue derivate conducono alle masse per i fermioni e alle interazioni di Yukawa tra cui gli accoppiamenti fermione-sfermione-Higgs. Inoltre guardando le equazioni linearizzate del moto si possono comparare le masse dei fermioni e degli scalari

$$\partial^\mu \partial_\mu \phi_i = M_{ik}^* M^{kj} \phi_j + \dots \quad i \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i = M_{ij}^* \psi^\dagger_j + \dots \quad i \sigma^\mu \partial_\mu \psi^\dagger_i = M^{ij} \psi_j + \dots . \quad (2.3.20)$$

L'equazione di Dirac soddisfa l'equazione di Klein-Gordon

$$\partial^\mu \partial_\mu \psi_i = M_{ik}^* M^{kj} \psi_j + \dots \quad \partial^\mu \partial_\mu \psi^\dagger_j = \psi^\dagger_j M_{ik}^* M^{kj} + \dots , \quad (2.3.21)$$

	A_μ	λ	D
on-shell ($n_B = n_F = 2$)	2	2	0
off-shell ($n_B = n_F = 4$)	3	4	1

Tabella 2.2: *Gradi di libertà per ogni supermultipletto di gauge.*

quindi bosoni e fermioni soddisfano le stesse equazioni d'onda con le stesse matrici di massa al quadrato con autovalore reale positivo.

2.3.3 Lagrangiana e interazioni per supermultipletti di gauge

Per scrivere una lagrangiana supersimmetrica completa è necessario inserire la parte di gauge. I gradi di libertà propaganti per un supermultipletto di gauge sono un campo per un bosone di gauge a massa nulla A_μ^a e un fermione di Weyl a due componenti λ^a , detto gaugino. a rappresenta l'usuale indice di gauge ($a = 1, \dots, 8$ per il gruppo $SU(3)_C$ di colore con i gluoni e i gluini; $a = 1, 2, 3$ per il gruppo $SU(2)_L$; $a = 1$ per $U(1)_Y$ con il fotone e il bino). Analogamente al Modello Standard le trasformazioni di gauge per i campi vettoriali di un supermultipletto sono:

$$\begin{aligned} A_\mu^a &\rightarrow A_\mu^a + \partial_\mu \Lambda^a + g f^{abc} A_\mu^b \Lambda^c, \\ \lambda^a &\rightarrow \lambda^a + g f^{abc} \lambda^b \Lambda^c, \end{aligned} \quad (2.3.22)$$

dove Λ^a è un parametro di trasformazione di gauge infinitesimo, g è la costante di accoppiamento di gauge e f^{abc} sono le costanti di struttura totalmente antisimmetriche che definiscono i gruppi di gauge, naturalmente nulla per il gruppo $U(1)$. Affinché la supersimmetria sia consistente off-shell, cioè senza che siano valide le equazioni del moto, è necessario introdurre un campo ausiliario D che bilanci il numero di gradi di libertà, avendo i gaugini 4 gradi di libertà off-shell mentre i bosoni di gauge 3. Quindi D avrà 0 gradi di libertà on-shell e 1 off-shell, come riassunto in tabella 2.2.

Si può quindi scrivere la lagrangiana per un supermultipletto di gauge come:

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + i \lambda^{\dagger a} \bar{\sigma}^\mu \nabla_\mu \lambda^a + \frac{1}{2} D^a D_a, \quad (2.3.23)$$

dove $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$ e $\nabla_\mu \lambda^a = \partial_\mu \lambda^a + g f^{abc} A_\mu^b \lambda^c$. Ovviamente è da dimostrare che la (2.3.23) sia supersimmetrica, quindi è necessario trovare le trasformazioni SUSY dei campi. Le richieste fondamentali sono: le trasformazioni devono essere lineari in ϵ e ϵ^\dagger , δA_μ^a deve essere reale e, in analogia con quanto detto per F , δD deve essere

reale e proporzionale alle equazioni del moto dei gaugini. Così le trasformazioni saranno:

$$\begin{aligned}
\delta A_\mu^a &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\epsilon^\dagger \bar{\sigma}_\mu \lambda^a + \lambda^{\dagger a} \bar{\sigma}_\mu \epsilon \right) , \\
\delta \lambda_\alpha^a &= \frac{i}{2\sqrt{2}} (\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu \epsilon)_\alpha F_{\mu\nu}^a + \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_\alpha D^a , \\
\delta D^a &= \frac{i}{\sqrt{2}} \left(-\epsilon^\dagger \bar{\sigma}^\mu \nabla_\mu \lambda^a + \nabla_\mu \lambda^{\dagger a} \bar{\sigma}^\mu \epsilon \right) .
\end{aligned} \tag{2.3.24}$$

Per considerare una teoria contenente supermultipletti chirali e di gauge è necessario che i campi chirali abbiano una variazione di gauge analoga a quella dei campi di gauge in quanto le trasformazioni supersimmetriche e di gauge commutano:

$$X_i \rightarrow X_i + ig\Lambda^a (T^a X)_i , \tag{2.3.25}$$

per $X_i = \phi_i, \psi_i, F_i$ e si è introdotto T^a che rappresenta i generatori dei gruppi di gauge⁴. Tuttavia si dovranno considerare dei termini di interazione anche con i gaugini e il campo ausiliario D , le tre possibili interazioni rinormalizzabili sono:

$$(\phi^* T^a \psi) \lambda^a , \quad \lambda^{\dagger a} (\psi^\dagger T^a \phi) , \quad (\phi^* T^a \phi) D^a , \tag{2.3.26}$$

che portano alle trasformazioni supersimmetriche:

$$\begin{aligned}
\delta \phi_i &= \epsilon \psi_i , \\
\delta \psi_{i\alpha} &= -i(\sigma^\mu \epsilon^\dagger)_\alpha \nabla_\mu \phi_i + \epsilon_\alpha F_i , \\
\delta F_i &= -i\epsilon^\dagger \bar{\sigma}^\mu \nabla_\mu \psi_i + \sqrt{2}g(T^a \phi)_i \epsilon^\dagger \lambda^{\dagger a} ,
\end{aligned} \tag{2.3.27}$$

dove con ∇_μ viene indicata la derivata covariante.

⁴ T^a per il gruppo $SU(3)$ avrà l'indice $a = 1, \dots, 8$ e saranno le 8 matrici di Gell-Mann per un fattore $1/2$; per il gruppo $SU(2)$ $T^a = (T^1, T^2, T^3)$ e saranno le matrici di Pauli per $1/2$ mentre per $U(1)$ sarà una costante, cioè l'ipercarica debole Y .

Riunendo tutti i termini discussi, in definitiva la lagrangiana per una teoria supersimmetrica rinormalizzabile sar :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SUSY} = & - D^\mu \phi^{*i} D_\mu \phi_i - i \psi^{\dagger i} \bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_i & (i) \\
& - \frac{1}{2} M^{ij} \psi_i \psi_j - \frac{1}{2} M_{ij}^* \psi^{\dagger i} \psi^{\dagger j} - M_{ik}^* M^{kj} \phi^{*i} \phi_j & (ii) \\
& - \frac{1}{2} y^{ijk} \phi_i \psi_j \psi_k - \frac{1}{2} y_{ijk}^* \phi^{*i} \psi^{\dagger j} \psi^{\dagger k} & (iii) \\
& - \frac{1}{2} M^{in} y_{jkn}^* \phi_i \phi^{*j} \phi^{*k} - \frac{1}{2} M_{in}^* y^{jkn} \phi^{*i} \phi_j \phi_k - \frac{1}{4} y^{ijn} y_{klm}^* \phi_i \phi_j \phi^{*k} \phi^{*l} & (iv) \\
& - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} - i \lambda^{\dagger a} \bar{\sigma}^\mu D_\mu \lambda^a & (v) \\
& - \sqrt{2} g (\phi^* T^a \psi) \lambda^a - \sqrt{2} g \lambda^{\dagger a} (\psi^\dagger T^a \phi) & (vi) \\
& + g (\phi^* T^a \phi) D^a + \frac{1}{2} D^a D_a & (vii) .
\end{aligned} \tag{2.3.28}$$

I termini della lagrangiana (2.3.28) sono di seguito spiegati:

- linea (i): termini cinetici per tutti i fermioni/sfermioni e i bosoni di Higgs/higgsini, se i supermultipletti chirali non sono singoletti di gauge la derivata covariante garantisce le interazioni dei fermioni e gli scalari con i bosoni vettori di gauge, fig. 2.1;
- linea (ii): termini di massa per i campi fermionici e scalari;
- linea (iii): interazioni trilineari tra due fermioni e uno scalare, fig. 2.2;
- linea (iv): interazioni trilineari tra i campi scalari escluso l'ultimo termine che descrive interazioni quadrilineari tra scalari, fig. 2.2;
- linea (v): il primo termine rappresenta la dinamica dei bosoni di gauge e le relative autointerazioni mentre il secondo termine le interazioni tra bosoni di gauge e gaugini, fig. 2.3;
- linea (vi): nuovo tipo di interazioni che coinvolge i campi dei gaugini, dei fermioni e degli scalari e possono essere pensate come una supersimmetrizzazione degli usuali accoppiamenti tra i bosoni di gauge e i campi di materia, fig. 2.4 (sinistra);
- linea (vii): interazioni quadrilineari determinate dagli accoppiamenti di gauge (diversamente dalla (iv) dove gli accoppiamenti erano di Yukawa) , fig. 2.4 (destra).

Dall'ultima linea inoltre si deduce l'equazione del moto per D , $D^a = -g(\phi^* T^a \phi)$, che indica, come visto anche per F , che l'espressione algebrica di D è esclusivamente in termini di campi scalari. Quindi il potenziale scalare completo sarà

$$\mathcal{V}(\phi, \phi^*) = F^{*i} F_i + \frac{1}{2} \Sigma_a D^a D^a = W^{*i} W_i + \frac{1}{2} \Sigma_a g_a^2 (\phi^* T^a \phi)^2, \quad (2.3.29)$$

in cui si è evidenziata la somma per i differenti accoppiamenti di gauge g, g', g_3 . Si può notare che il potenziale è somma di termini quadratici e quindi sempre maggiore o uguale a zero per ogni configurazione di campo, inoltre gli F -termini sono fissati dagli accoppiamenti alla Yukawa e dai termini di massa per i fermioni mentre i D -termini sono fissati dalle interazioni di gauge. Infine si può calcolare la supercorrente conservata:

$$\begin{aligned} J_a^\mu &= (\sigma^\nu \bar{\sigma}^\mu \psi_i)_\alpha \nabla_\nu \phi^{*i} + i(\sigma^\mu \psi^\dagger i)_\alpha W_i^* \\ &\quad - \frac{1}{2\sqrt{2}} (\sigma^\nu \bar{\sigma}^\rho \sigma^\mu \lambda^\dagger a F_{\nu\rho}^a + \frac{i}{\sqrt{2}} g_a \phi^* T^a \phi (\sigma^\mu \lambda^\dagger a)_\alpha, \end{aligned} \quad (2.3.30)$$

che generalizza l'equazione (2.3.9) del modello di Wess-Zumino.

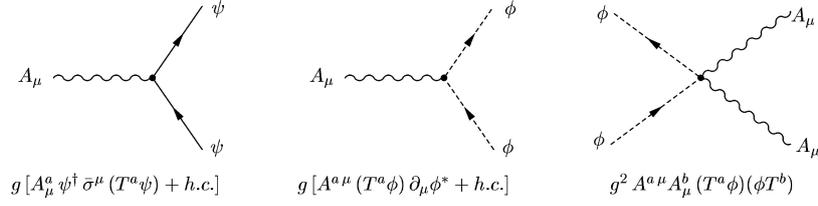


Figura 2.1: Interazioni tra bosoni di gauge (A_μ) con i campi fermionici o scalari ($\psi \rightarrow$ fermioni, higgsini; $\phi \rightarrow$ sfermioni, bosoni di Higgs).

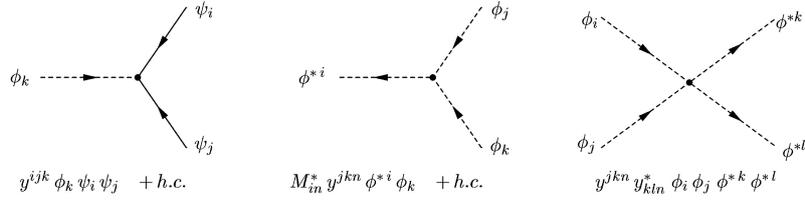


Figura 2.2: In ordine da sinistra a destra: interazioni trilineari tra due fermioni e uno scalare, tra scalari e interazioni quadrilineari di quattro campi scalari con accoppiamenti di Yukawa.

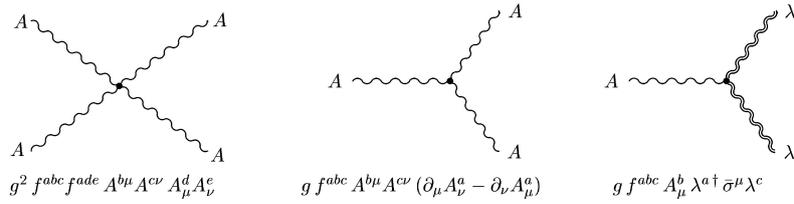


Figura 2.3: Interazioni quadri- e tri-lineari tra vettori di gauge descritti dal termine $F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ e interazione trilineare dai bosoni di gauge e gaugini λ derivanti dal secondo termine della linea (v) della 2.3.28.

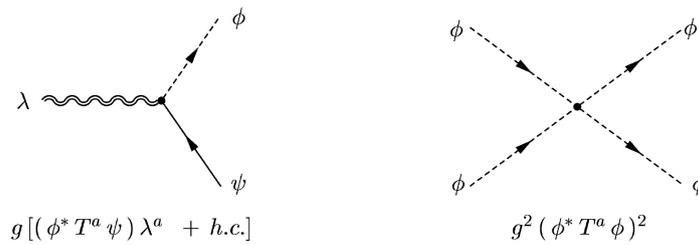


Figura 2.4: A sinistra interazioni che connettono campi scalari e fermionici ad un gaugino (linea (vi) della 2.3.28). Queste nuove interazioni possono essere interpretate come una supersimmetrizzazione delle prime due di 2.1. A destra un'altra interazione quadrilineare tra scalari con costante di accoppiamento di gauge.

2.4 Rottura spontanea della supersimmetria e rottura soffice

La richiesta fondamentale, affinché una simmetria in una teoria di campo sia spontaneamente rotta, è che ci sia un campo che abbia un VEV non nullo [19]. Se, ad esempio, il campo in questione è chiamato ϕ' deve valere $\langle 0|\phi'(x)|0\rangle \neq 0$ e si può scrivere

$$\phi'(x) = i[Q, \phi(x)] , \quad (2.4.1)$$

dove Q è il generatore di un gruppo di simmetria generico e ϕ è un altro campo che fa parte dello stesso multipletto in cui sta ϕ' . Quindi si deve avere

$$\langle 0|\phi'|0\rangle = \langle 0|i[Q, \phi(x)]|0\rangle = \langle 0|iQ\phi - i\phi Q|0\rangle \neq 0 . \quad (2.4.2)$$

Normalmente per lo stato di vuoto è assunto che $Q|0\rangle = 0$, ma ciò contraddice la (2.4.2) e perciò, per avere una rottura spontanea della simmetria, deve essere $Q|0\rangle \neq 0$, cioè il vuoto non è invariante sotto la simmetria Q .

Nel caso della SUSY questo porta a scrivere, per i generatori supersimmetrici (2.2.2), che

$$\mathcal{Q}_\alpha|0\rangle \neq 0, \quad \mathcal{Q}_\alpha^\dagger|0\rangle \neq 0 . \quad (2.4.3)$$

Dalla prima delle (2.2.2) si può trovare un'interessante relazione tra l'Hamiltoniana e gli operatori di carica supersimmetrici

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_\alpha \mathcal{Q}_{\dot{\alpha}}^\dagger + \mathcal{Q}_{\dot{\alpha}}^\dagger \mathcal{Q}_\alpha &= 2P_0 \mathbf{1}_{\alpha\dot{\alpha}} - 2P_i \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^i , \\ \mathcal{Q}_1 \mathcal{Q}_1^\dagger + \mathcal{Q}_1^\dagger \mathcal{Q}_1 &= 2P_0 - 2P_i \sigma_{11}^i & \alpha = \dot{\alpha} = 1 , \\ \mathcal{Q}_2 \mathcal{Q}_2^\dagger + \mathcal{Q}_2^\dagger \mathcal{Q}_2 &= 2P_0 - 2P_i \sigma_{22}^i & \alpha = \dot{\alpha} = 2 , \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

e sommando le ultime due si ha

$$\sum_{i=1,2} \left\{ \mathcal{Q}_i, \mathcal{Q}_i^\dagger \right\} = 4P^0 = 4\mathcal{H} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{H} = \frac{1}{4} \left(\mathcal{Q}_1 \mathcal{Q}_1^\dagger + \mathcal{Q}_1^\dagger \mathcal{Q}_1 + \mathcal{Q}_2 \mathcal{Q}_2^\dagger + \mathcal{Q}_2^\dagger \mathcal{Q}_2 \right) . \quad (2.4.5)$$

Il valore di aspettazione del vuoto sarà dunque:

$$\langle 0|\mathcal{H}|0\rangle = \frac{1}{4} \left(\|\mathcal{Q}_1^\dagger|0\rangle\|^2 + \|\mathcal{Q}_1|0\rangle\|^2 + \|\mathcal{Q}_2^\dagger|0\rangle\|^2 + \|\mathcal{Q}_2|0\rangle\|^2 \right) . \quad (2.4.6)$$

Dalle relazioni della (2.4.3) si ha che $\langle 0|\mathcal{H}|0\rangle > 0$ per uno spazio di Hilbert avente norma positiva. Questo è un importante risultato: *quando la supersimmetria è spontaneamente*

rotta, l'energia del vuoto è necessariamente positiva.

Nel caso in cui la SUSY fosse esatta, le particelle all'interno dello stesso supermultipletto sarebbero degeneri in massa. Questo lo si può vedere considerando le relazioni (2.2.1) e (2.2.2) e scrivendo:

$$\begin{aligned} m_b^2 |bosone\rangle &= P^2 |bosone\rangle = Q_\alpha P^2 |fermione\rangle = m_f^2 Q_\alpha |fermione\rangle \\ &\Rightarrow m_b^2 = m_f^2 . \end{aligned} \quad (2.4.7)$$

Attualmente però, in nessun esperimento è stato scoperto un superpartner delle particelle del Modello Standard. Se la supersimmetria non fosse rotta dovrebbero esistere ad esempio selettroni con massa esattamente uguale a quella dell'elettrone, quindi chiaramente *la supersimmetria è una simmetria rotta* nella scelta dello stato di vuoto della Natura.

Tornando all'hamiltoniana, se è possibile trascurare gli effetti dipendenti dallo spazio-tempo e i termini cinetici, si ha $\langle 0|\mathcal{H}|0\rangle = \langle 0|\mathcal{V}|0\rangle$ dove \mathcal{V} è il potenziale scalare (2.3.29). Quindi la supersimmetria sarà rotta spontaneamente se il valore d'aspettazione di F_i (meccanismo O'Raifeartaigh [20]) e/o D^a (meccanismo Fayet-Iliopoulos [21], [22]) non sia nullo nello stato di vuoto.

Questi meccanismi, però, non sono applicabili a teorie di gauge non abeliane e introducono artificialmente nuovi parametri. Altri modelli sono stati proposti per superare tali problemi e per dare una valida spiegazione al fenomeno della rottura della supersimmetria che comunque rimane un elemento necessario nelle teorie SUSY. Due su tutti, che non verranno trattati in questo lavoro, sono: gauge mediated supersymmetry breaking (GMSB) [23] e gravity or Planck scale mediated supersymmetry breaking (SUGRA) [24]. Comunque un modello fenomenologico che voglia descrivere efficacemente la natura osservata, necessita della rottura della supersimmetria. D'altro canto però la supersimmetria deve rimanere una soluzione al problema della gerarchia riscontrato nel SM e descritto nel capitolo 1.3.2, in particolare deve valere

$$\delta m_h \sim (\lambda_S - \lambda_F^2)\Lambda^2 \Rightarrow \lambda_S = \lambda_F^2 . \quad (2.4.8)$$

La relazione tra le costanti di accoppiamento adimensionali deve sempre essere valida così da avere correzioni alla massa dell'Higgs al più logaritmiche con il momento ultravioletto Λ . Per ottenere una rottura SUSY si può ipotizzare di inserire nella lagrangiana generale (2.3.28) termini che abbiano costanti di accoppiamento di dimensione di massa positiva e che violino in modo manifesto la supersimmetria. Così si arriva a scrivere una lagrangiana efficace in cui si ignora il modo in cui avvenga la rottura e la scala energetica in cui ciò avviene, in questo consiste la rottura cosiddetta *soffice* della supersimmetria. Il concetto

di rottura soffice, così denominata perchè non comporta correzioni quadraticamente divergenti, può essere interpretata come l'espressione all'energia del TeV di una rottura spontanea di supersimmetria ad energie più elevate. Tale rottura, che avviene in un settore "invisibile" e debolmente accoppiato al settore "visibile", può essere inserita in modelli SUGRA o GMSB, prima citati.

I termini soffici che possono essere inseriti nella lagrangiana sono:

1. masse dei gaugini per ogni gruppo di gauge:

$$-\frac{1}{2}(M_3\tilde{g}^\alpha \cdot \tilde{g}^\alpha + M_2\tilde{W}^\alpha \cdot \tilde{W}^\alpha + M_1\tilde{B} \cdot \tilde{B} + h.c.) , \quad (2.4.9)$$

dove nel primo termine riferito al gluino α va da 1 a 8, nel secondo (wino) va da 1 a 3 (il prodotto è tra spinori invarianti di Lorentz);

2. masse degli squark:

$$-m_{\tilde{Q}_{ij}}^2 \tilde{Q}_i^\dagger \cdot \tilde{Q}_j - m_{\tilde{u}_{ij}}^2 \tilde{u}_i^\dagger \cdot \tilde{u}_j - m_{\tilde{d}_{ij}}^2 \tilde{d}_i^\dagger \cdot \tilde{d}_j , \quad (2.4.10)$$

dove i e j sono gli indici per le famiglie e nel primo termine \tilde{Q} è un doppietto di $SU(2)$;

3. masse degli sleptoni:

$$-m_{\tilde{L}_{ij}}^2 \tilde{L}_i^\dagger \cdot \tilde{L}_j - m_{\tilde{e}_{ij}}^2 \tilde{e}_i^\dagger \cdot \tilde{e}_j ; \quad (2.4.11)$$

4. masse del settore di Higgs:

$$-m_{H_u}^2 H_u^\dagger \cdot H_u - m_{H_d}^2 H_d^\dagger \cdot H_d - (bH_u \cdot H_d + h.c.) ; \quad (2.4.12)$$

5. accoppiamenti scalari trilineari

$$-a_u^{ij} \tilde{u}_i \tilde{Q}_j \cdot H_u + a_d^{ij} \tilde{d}_i \tilde{Q}_j \cdot H_d + a_e^{ij} \tilde{e}_i \tilde{L}_j \cdot H_d + h.c. . \quad (2.4.13)$$

E' importante sottolineare che i vari termini scritti sono invarianti rispetto alle simmetrie di gauge del SM e che non è possibile inserire tra questi i termini di massa del SM perchè romperebbero, come già detto, le simmetrie di gauge. Le masse del SM sono dunque sempre generate dalla rottura elettrodebole, ad una scala energetica più bassa rispetto alla rottura della supersimmetria cosicché le superparticelle hanno masse più elevate. I superpartner, d'altra parte, non possono avere masse estremamente alte perchè ci sarebbero di nuovo problemi con le correzioni alla massa del bosone di Higgs. Infatti

se si pone con m_{soft} l'energia in cui avviene la rottura supersimmetrica le correzioni saranno del tipo

$$\Delta m_H^2 = m_{soft}^2 \left[\frac{\lambda}{16\pi^2} \ln(\Lambda_{UV}/m_{soft}) + \dots \right], \quad (2.4.14)$$

dove λ rappresenta una generica costante di accoppiamento. Quindi il parametro m_{soft} , che descrive anche la differenza di massa tra le particelle del SM e i superpartner, non dovrebbe essere estremamente elevato in confronto ad esempio alla scala della rottura elettrodebole, 256 GeV, per non incorrere di nuovo a cancellazioni di correzioni grandi. Usando la (2.4.14) e ponendo $\Lambda_{UV} \sim M_P$ e $\lambda \sim 1$, si può stimare m_{soft} che è al più dell'ordine del TeV.

Infine, riassumendo i termini prima elencati, la lagrangiana soft si può scrivere:

$$\mathcal{L}_{soft} = - \left(\frac{1}{2} M_a \lambda^a \lambda^a + \frac{1}{6} a^{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k + \frac{1}{2} b^{ij} \phi_i \phi_j \right) + c.c. - (m^2)_j^i \phi^{*j} \phi_i, \quad (2.4.15)$$

dove con M_a si intendono le masse dei gaugini per ciascun gruppo di gauge, $(m^2)_j^i$ e b^{ij} sono termini di dimensione di massa al quadrato, a^{ijk} accoppiamenti di dimensione della massa.

2.5 MSSM: il Modello Standard Supersimmetrico Minimale

Le estensioni supersimmetriche del Modello Standard si distinguono in due classi principali: si hanno estensioni minimali ed estensioni non minimali. Quelle minimali sono le estensioni SUSY in cui il contenuto in termini di supercampi è il minimo necessario per ottenere un modello fenomenologicamente accettabile e consistente con le caratteristiche del modello di partenza; la definizione di non minimale segue di conseguenza.

Il MSSM è basato sul gruppo di gauge $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ e ne riproduce esattamente le particelle e le interazioni (capitolo 1.1) ma tutti i campi di materia che compaiono nel SM ed un ulteriore doppietto di Higgs vengono promossi a supercampi chirali levogiri mentre i campi di gauge del Modello Standard sono promossi a supercampi vettoriali. In tabella 2.3 sono elencati i supermultipletti chirali del MSSM mentre nella 2.4 i supermultipletti di gauge. L'ultima colonna delle tabelle identifica la dimensione del sottomultipletto e l'ipercarica. Per quanto riguarda l'Higgs ci sono due supermultipletti chirali, con pedici u e d , in quanto solo quello con $Y = 1/2$ può avere gli accoppiamenti di Yukawa necessari per dare masse ai quark di tipo up e quello con $Y = -1/2$ a quelli di tipo down, come sarà chiaro nei prossimi capitoli.

Il passo successivo consiste nel costruire i diversi termini di lagrangiana definendo il superpotenziale e i vari termini di rottura soft della supersimmetria. Inoltre nel MSSM è necessario definire una nuova simmetria discreta, la R-parità, e richiederne la conservazione per fare in modo che il protone sia stabile.

nome	simbolo	Spin 0	Spin 1/2	$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$
squarks, quarks ($\times 3$ famiglie)	Q	$(\tilde{u}_L \quad \tilde{d}_L)$	$(u_L \quad d_L)$	$(\mathbf{3}, \mathbf{2}, \frac{1}{6})$
	\bar{u}	\tilde{u}_R^*	u_R^\dagger	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, -\frac{2}{3})$
	\bar{d}	\tilde{d}_R^*	d_R^\dagger	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, \frac{1}{3})$
sleptoni, leptoni ($\times 3$ famiglie)	L	$(\tilde{\nu} \quad \tilde{e}_L)$	$(\nu \quad e_L)$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -\frac{1}{2})$
	\bar{e}	\tilde{e}_R^*	e_R^\dagger	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, 1)$
higgs, higgsino	H_u	$(H_u^+ \quad H_u^0)$	$(\tilde{H}_u^+ \quad \tilde{H}_u^0)$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, \frac{1}{2})$
	H_d	$(H_d^0 \quad H_d^-)$	$(\tilde{H}_d^0 \quad \tilde{H}_d^-)$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -\frac{1}{2})$

Tabella 2.3: *Supermultipletti chirali nel MSSM. I campi con spin 0 sono scalari; quelli con spin 1/2 sono fermioni di Weyl left-handed.*

nome	simbolo	Spin 1/2	Spin 1	$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$
gluino, gluone	\hat{g}	\tilde{g}	g	$(\mathbf{8}, \mathbf{1}, 0)$
wini, bosoni W	\hat{W}	$\tilde{W}^\pm \quad \tilde{W}^0$	$W^\pm \quad W^0$	$(\mathbf{1}, \mathbf{3}, 0)$
bino, bosone B	\hat{B}	\tilde{B}^0	B^0	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0)$

Tabella 2.4: *Supermultipletti di gauge nel MSSM.*

2.5.1 Il pMSSM: phenomenological MSSM

Le estensioni supersimmetriche minimali più generali sono basate su 4 assunzioni fondamentali, appena accennate nell'introduzione, che saranno il punto di partenza per molti altri modelli minimali³.

1. Gruppo di gauge minimale:

come il Modello Standard il pMSSM è basato sulla simmetria di gauge $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, ciò implica che i bosoni di gauge con spin 1 e i relativi superpartner di spin 1/2, i gaugini (bino \tilde{B} , wini \tilde{W}_{1-3} e gluini \tilde{G}_{1-8}), sono organizzati in supermultipletti vettoriali (tabella 2.4).

2. Contenuto minimale di particelle:

nel pMSSM ci sono tre generazioni di quark e leptoni di spin 1/2 come nel SM (è assente il neutrino destrorso). I relativi campi chirali levogiri e destrorsi sono organizzati nei supercampi chirali insieme ai corrispondenti superpartner con spin 0, squark e sleptoni (tabella 2.3). Solo la parte scalare si differenzia dal SM, infatti sono necessari due supercampi chirali H_u e H_d descritti da

$$H_d = \begin{pmatrix} H_d^0 \\ H_d^- \end{pmatrix} \quad H_u = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix}, \quad (2.5.1)$$

quindi il modello minimale estende a due doppietti il settore di Higgs del Modello Standard, le ragioni di questa scelta sono essenzialmente due.

La prima è legata al concetto di anomalia chirale, generata da loop triangolari fermioniche, che renderebbero il SM non rinormalizzabile. In realtà tali anomalie non sono presenti perchè la somma delle ipercariche dei fermioni di ogni generazione è nulla. Nel MSSM, ma anche nelle teorie SUSY in generale, l'utilizzo di un solo doppietto di Higgs porterebbe ad un higgsino carico di spin 1/2 che renderebbe l'anomalia chirale possibile, creando quindi una differenza insanabile dallo SM.

La seconda ragione è legata alle condizioni che si impongono al superpotenziale durante la costruzione della teoria (si veda capitolo 2.3.2), in particolare la richiesta che non sia dipendente dal coniugato di un campo scalare. Se si pensa al SM si utilizza il campo di Higgs ϕ per dare massa ai bosoni di gauge e il campo ϕ^* per dare massa ai vari fermioni. Tale possibilità è però esclusa nel MSSM proprio per la forma del superpotenziale e quindi è necessario che ci siano almeno due doppietti nel settore scalare.

³Un modello che si basa solo su le 4 asserzioni, senza altre restrizioni, è definito uncostrained MSSM, uMSSM [25].

Come verrà discusso in modo più approfondito, lo spettro di masse nel settore di Higgs è costituito da 5 particelle.

3. Conservazione della R-parità:

Dal superpotenziale (2.3.17) è possibile ricavare termini gauge invarianti e olomorfi nei supercampi chirali che violano però il numero barionico B o il numero leptonic totale L , come⁴:

$$\begin{aligned} W_{\Delta L=1} &= \frac{1}{2}\lambda_1^{ijk}L_iL_j\bar{e}_k + \lambda_2^{ijk}L_iQ_j\bar{d}_k + \mu'^iL_iH_u, \\ W_{\Delta B=1} &= \frac{1}{2}\lambda_4^{ijk}\bar{u}_i\bar{d}_j\bar{d}_k. \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

Ma sperimentalmente non si sono mai osservati processi che violino contemporaneamente il numero barionico e il numero leptonic totale: il protone non decade. Se il protone avesse una vita media osservabile ci sarebbe la presenza simultanea dei termini delle (2.5.2) con λ_2 e λ_4 non nulli come mostrato in figura 2.5. Nella

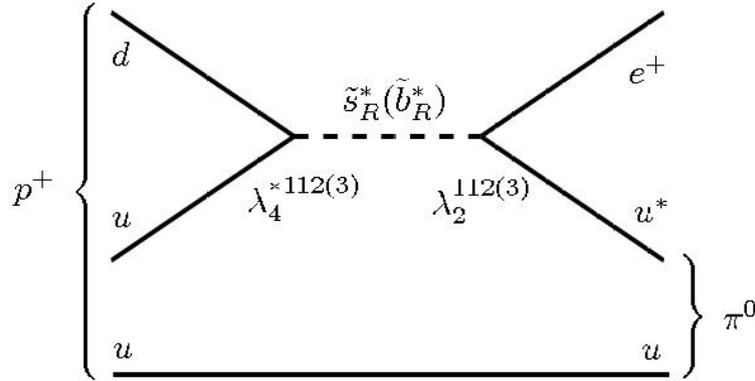


Figura 2.5: Il diagramma mostra il decadimento di un protone in un positrone e un mesone neutro $p \rightarrow e^+\pi^0$ mediato da uno squark strange (bottom). Gli indici riferiti ai fermioni esterni si riferiscono alle particelle fisiche e non alle 2 componenti dei fermioni di Weyl.

figura si è evidenziato un possibile decadimento del protone mediato da uno squark strange o bottom, in realtà la presenza di alcuni ipotetici leptoni e mesoni nello stato finale piuttosto che altri dipendono da quali componenti di λ_2 e λ_4 sono

⁴Assegnando: $B = +1/3$ per Q_i , $B = -1/3$ per \bar{u}_i , \bar{d}_i , e $B = 0$ per gli altri; $L = +1$ per L_i , $L = -1$ per \bar{e}_i e $L = 0$ per tutti gli altri, sono evidenti le violazioni di B e L .

dominanti. Si noti che lo scalare mediatore non può essere un down in quanto il superpotenziale deve essere simmetrico nello scambio degli indici, ma $Q_j \bar{d}_k$ hanno un'ulteriore antisimmetria dovuta al colore quindi gli ultimi due indici di λ_2 devono essere differenti.

Tuttavia non si possono trattare B e L come simmetrie fondamentali della natura visto che non sono conservati da effetti elettrodeboli [26]. Per considerare contemporaneamente B e L si usa una nuova simmetria discreta Z_2 definita R-parità conservata dal MSSM:

$$P_R = (-1)^{3(B-L)+2s}, \quad (2.5.3)$$

in cui s rappresenta lo spin della particella e quindi particelle dello stesso supermultipletto non hanno stessa R-parità. Si può notare l'utilità fenomenologica di tale definizione dal momento che tutte le particelle del SM hanno $P_R = 1$, mentre le particelle supersimmetriche hanno $P_R = -1$. Ci sono tre importanti conseguenze fenomenologiche:

- La sparticella più leggera con $P_R = -1$ chiamata LSP (lightest supersymmetric particle) deve essere assolutamente stabile e se è elettricamente neutra, interagendo solo debolmente, rappresenta un ottimo candidato di materia oscura non barionica (nel MSSM tale particella è identificata con il neutralino più leggero).
- Ogni sparticella, esclusa la LSP, decade in un numero dispari di LSP (solitamente una).
- Nei collider possono essere prodotte sparticelle solo in numero pari (usualmente due alla volta).

Il fatto che la R-parità, o parità della materia, sia conservata nel MSSM sembra ben motivata dai limiti sul decadimento del protone e dalla speranza che la LSP sia un candidato per la materia oscura. Ma da un punto di vista teorico appare come una scelta artificiale, anche perché il modello minimale supersimmetrico non perderebbe di consistenza con la sua violazione.

4. Rottura soffice della supersimmetria:

La rottura soffice è stata già affrontata nel capitolo 2.4. I termini da introdurre sono gli stessi elencati nelle relazioni (2.4.9) - (2.4.13) e per la lagrangiana soffice si

ha (ovviamente ora tutti i campi sono quelli minimali delle tabelle 2.3 e 2.4):

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{soft}^{MSSM} = & -\frac{1}{2} \left(M_3 \tilde{g}\tilde{g} + M_2 \tilde{W}\tilde{W} + M_1 \tilde{B}\tilde{B} + c.c. \right) \\
& - \left(\tilde{u} \mathbf{a}_u \tilde{Q} H_u - \tilde{d} \mathbf{a}_d \tilde{Q} H_d - \tilde{e} \mathbf{a}_e \tilde{L} H_d + c.c. \right) \\
& - \tilde{Q}^\dagger \mathbf{m}_Q^2 \tilde{Q} - \tilde{L}^\dagger \mathbf{m}_L^2 \tilde{L} - \tilde{u} \mathbf{m}_u^2 \tilde{u}^\dagger - \tilde{d} \mathbf{m}_d^2 \tilde{d}^\dagger - \tilde{e} \mathbf{m}_e^2 \tilde{e}^\dagger \\
& - m_{H_u}^2 H_u^* H_u - m_{H_d}^2 H_d^* H_d - (b H_u H_d + c.c.),
\end{aligned} \tag{2.5.4}$$

dove M_3 , M_2 e M_1 sono i termini di massa del gluino, wino e bino; la seconda linea contiene gli accoppiamenti scalari dove \mathbf{a}_u , \mathbf{a}_d e \mathbf{a}_e sono matrici complesse 3×3 nello spazio delle famiglie; la terza riga contiene i termini di massa degli squark e degli sleptoni e \mathbf{m}_Q^2 , \mathbf{m}_L^2 , \mathbf{m}_u^2 , \mathbf{m}_d^2 , \mathbf{m}_e^2 sono matrici 3×3 nello spazio delle famiglie; nell'ultima riga invece ci sono i contributi del potenziale di Higgs alla rottura della supersimmetria⁵.

Della rottura soffice del MSSM è importante sottolineare due conseguenze importanti. La prima è che una rottura soffice di questo tipo introduce nel modello un numero di parametri altissimo, ben 105, molti dei quali sono angoli di mescolamento e fasi complessi, più i 19 del SM. La seconda conseguenza sono i problemi fenomenologici legati proprio alla presenza di questi nuovi parametri, tra gli altri: un aumento della violazione di CP superiore di quella prevista nel SM e la presenza di correnti neutre che violano il sapore (FCNC).

Come già detto la rottura soffice comporta l'introduzione di 105 parametri che rende il modello assolutamente non predittivo, dunque è necessario imporre dei limiti per cercare di ridurre tale numero. Tali restrizioni fenomenologiche (da cui il nome del modello) provengono da alcune evidenze del Modello Standard che si vogliono mantenere nei modelli supersimmetrici. Le tre più importanti sono:

- *Violazione di CP*: la violazione di CP nel modello standard è minima ed è stata misurata ad esempio nei sistemi $K^0 - \bar{K}^0$ e $B^0 - \bar{B}^0$. Quindi tutte le fasi presenti nelle matrici della lagrangiana (2.5.4) vengono considerate nulle, facendo un drastico taglio al numero dei parametri.
- *Violazione di sapore nelle correnti neutre*: i termini fuori diagonale nelle matrici di massa degli sfermioni e nelle matrici degli accoppiamenti trilineari possono portare a violazioni di FCNC che sono severamente vietate dai dati sperimentali. Quindi si assumerà che tali matrici siano diagonali, eliminando molti parametri.

⁵ $m_{H_u}^2$ e $m_{H_d}^2$ sono termini di massa al quadrato del tipo $(m^2)_i^j$ mentre b (che viene spesso chiamato $B\mu$, m_{12}^2 o m_3^2) è il solo termine di massa al quadrato del tipo b^{ij} della (2.4.15).

- *Universalità tra prima e seconda famiglia*: i dati sperimentali mostrano che gli squark delle prime due famiglie siano più pesanti del TeV e si può assumere che la rottura soffice in questo caso sia la stessa. Il fatto che non venga considerata la terza famiglia di squark è legata al fatto che non ci sono dati sperimentali sufficienti e che c'è mescolamento tra gli autostati di massa come verrà spiegato. Quindi viene assunto che gli accoppiamenti trilineari (a_u , a_d e a_e della seconda riga di (2.5.4)) siano gli stessi per le prime due famiglie.

Facendo queste assunzioni i parametri del modello diventano ora 22 soltanto, alcuni dei quali verranno spiegati nei prossimi capitoli:

$\tan \beta$: rapporto tra i VEV dei campi neutri del doppietto di Higgs,

m_A : massa del bosone di Higgs pseudoscalare,

μ : parametro di massa del potenziale nel settore di Higgs,

M_1, M_2, M_3 : masse del bino, wino e gluino,

$m_{\tilde{q}}, m_{\tilde{u}_R}, m_{\tilde{d}_R}, m_{\tilde{l}}, m_{\tilde{e}_R}$: masse degli sfermioni delle prime due famiglie,

$m_{\tilde{Q}}, m_{\tilde{t}_R}, m_{\tilde{b}_R}, m_{\tilde{L}}, m_{\tilde{\tau}_R}$: masse degli sfermioni della terza famiglia,

A_u, A_d, A_e : accoppiamenti trilineari della prima e seconda famiglia.

A_t, A_b, A_τ : accoppiamenti trilineari della terza famiglia.

Si noti che i rimanenti tre parametri del settore di Higgs ($m_{H_u}^2, m_{H_d}^2$ e b) sono determinati attraverso M_A e i parametri di rottura elettrodebole.

Quindi un modello con un numero moderato di parametri liberi, 22, lo rende sicuramente più facile da discutere fenomenologicamente e anche più predittivo.

2.5.2 Il superpotenziale del pMSSM

Considerando tutto quello che è stato discusso sinora, per il superpotenziale del pMSSM si può scrivere:

$$W_{pMSSM} = \bar{u}\mathbf{y}_u Q H_u - \bar{d}\mathbf{y}_d Q H_d - \bar{e}\mathbf{y}_e L H_d + \mu H_u H_d, \quad (2.5.5)$$

dove $H_u, H_d, Q, L, \bar{u}, \bar{d}, \bar{e}$ sono i supercampi corrispondenti ai supermultipletti chirali di tabella 2.3 e non sono stati considerati gli indici di colore, isospin debole e di famiglia. I parametri adimensionati di accoppiamento di Yukawa $\mathbf{y}_u, \mathbf{y}_d, \mathbf{y}_e$ sono stati scritti per evidenziarne la natura matriciale, essi sono infatti matrici 3×3 nello spazio delle famiglie, mentre il “termine μ ” è l’analogo del termine di massa dell’Higgs del SM.

Nell'eq. (2.5.5) si fa un'approssimazione che risulterà molto utile quando si scriverà la lagrangiana soft per il pMSSM, giustificata dal fatto che le masse del τ , t e b sono molto maggiori di tutte le altre masse di quark e leptoni:

$$\mathbf{y}_u \approx \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_t \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}_d \approx \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_b \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}_e \approx \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_\tau \end{pmatrix}. \quad (2.5.6)$$

In questo limite solo la terza famiglia e i campi di Higgs contribuiranno al superpotenziale che può essere riscritto in termini delle componenti dei doppietti di isospin debole:

$$W_{MSSM} \approx y_t(\bar{t}tH_u^0 - \bar{t}bH_u^+) - y_b(\bar{b}tH_d^- - \bar{b}bH_d^0) - y_\tau(\bar{\tau}\nu_\tau H_d^- - \bar{\tau}\tau H_d^0) + \mu(H_u^+ H_d^- - H_u^0 H_d^0). \quad (2.5.7)$$

Tutti i termini contenenti gli accoppiamenti di Yukawa con le componenti neutre dei doppietti di Higgs sono positivi e porteranno alle masse dei quark t e b e del τ nel momento in cui si useranno i VEV di H_u^0 e H_d^0 , un'altra motivazione per introdurre due doppietti nel settore scalare.

2.5.3 Masse di squark e sleptoni

In linea di principio, ogni scalare della tabella 2.3 con stessa carica elettrica, R-parità e colore può mescolarsi con gli altri. Con termini soft completamente arbitrari gli autostati di massa di squark e sleptoni del MSSM si dovrebbero ottenere diagonalizzando tre matrici 6×6 per quelli di tipo up, tre per quelli di tipo down e altre tre per gli sleptoni e una 3×3 per gli sneutrini. Tuttavia le ipotesi di indipendenza al sapore predicono che la maggior parte degli angoli di mescolamento siano molto piccoli e di conseguenza si possono considerare delle matrici di massa al quadrato 2×2

$$\mathbf{m}_{\tilde{u}_i}^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{u}_i LL}^2 & m_{\tilde{u}_i LR}^2 \\ m_{\tilde{u}_i RL}^2 & m_{\tilde{u}_i RR}^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{m}_{\tilde{d}_i}^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{d}_i LL}^2 & m_{\tilde{d}_i LR}^2 \\ m_{\tilde{d}_i RL}^2 & m_{\tilde{d}_i RR}^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{m}_{\tilde{l}_i}^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{l}_i LL}^2 & m_{\tilde{l}_i LR}^2 \\ m_{\tilde{l}_i RL}^2 & m_{\tilde{l}_i RR}^2 \end{pmatrix}. \quad (2.5.8)$$

Andando a considerare i termini non diagonali dell'eq. (2.5.8), si può notare che nell'approssimazione data da (2.5.6) solo la terza generazione di squark e sleptoni ha un mescolamento considerevole che porta a una sostanziale differenza tra i due autostati di massa. Per quanto riguarda le altre due famiglie questo non avviene e di conseguenza gli autostati di massa porteranno a 7 coppie di particelle pressoché degeneri.

Generalmente sussiste una gerarchia in massa $m_{squark} > m_{fermione}$ che può venir meno nel momento in cui c'è un mescolamento influente capace di abbassare notevolmente il

valore dell'autostato di massa minore come nel caso dello stop e dello sbottom più leggeri. Per lo stop ad esempio si può scrivere un termine di massa per la lagrangiana:

$$\mathcal{L}_{masse\ stop} = -(\tilde{t}_L^* \quad \tilde{t}_R^*) \mathbf{m}_t^2 \begin{pmatrix} \tilde{t}_L \\ \tilde{t}_R \end{pmatrix}, \quad (2.5.9)$$

dove

$$\mathbf{m}_t^2 = \begin{pmatrix} m_{Q_3}^2 + m_t^2 + \Delta_{\tilde{u}_L} & v(a_t^* \sin \beta - \mu y_t \cos \beta) \\ v(a_t \sin \beta - \mu^* y_t \cos \beta) & m_{\tilde{u}_3}^2 + m_t^2 + \Delta_{\tilde{u}_R} \end{pmatrix}, \quad (2.5.10)$$

lo stesso si può fare ovviamente per lo sbottom e per lo stau. Le masse al quadrato $m_{Q_3}^2$ e $m_{\tilde{u}_3}^2$ sono i termini soft dell'eq. (2.5.4); $m_t^2 = \frac{1}{2}y_t^2 v^2$ deriva dal termine F della (2.3.28) col VEV del campo H_u^0 . I termini di mescolamento vengono dal termine F $(v/\sqrt{2})\mu^* y_t \cos \beta + c.c.$ dell'eq. (2.3.28), mentre i termini $(v/\sqrt{2})a_t \sin \beta + c.c.$ dalla seconda riga di (2.5.4) in cui rispettivamente H_d^0 e H_u^0 sono stati rimpiazzati dai VEV. Si è evidenziato anche un contributo solitamente piccolo che viene definito “sdoppiamento iperfine” Δ_ϕ , prodotto dalla rottura di simmetria elettrodebole. Infatti dai termini D quartici del tipo $(sfermione)^2(Higgs)^2$ si ricava

$$\Delta_\phi = \frac{1}{2}(T_3\phi g^2 - Y_\phi g'^2)(v_d^2 - v_u^2) = (T_3\phi - Q_\phi \sin^2 \theta_W) \cos 2\beta m_Z^2, \quad (2.5.11)$$

dove si sono usati la terza componente dell'isospin debole e l'iperparica dei campi scalari in esame. Questo garantisce che gli autostati di massa corrispondenti agli autostati di gauge che appartengono allo stesso supermultipletto chirale di differente tipo non siano degeneri.

La matrice hermitiana (2.5.10) può essere diagonalizzata da una matrice unitaria per avere gli autostati di massa

$$\begin{pmatrix} \tilde{t}_1 \\ \tilde{t}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{\tilde{t}} & -s_{\tilde{t}} \\ s_{\tilde{t}} & c_{\tilde{t}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{t}_L \\ \tilde{t}_R \end{pmatrix}, \quad (2.5.12)$$

con $m_{\tilde{t}_1} < m_{\tilde{t}_2}$ autovalori della matrice e $|c_{\tilde{t}}|^2 + |s_{\tilde{t}}|^2 = 1$. Se gli elementi non diagonali della matrice fossero reali sarebbero il seno e il coseno di un angolo di mixing “stop” scelto nel range $0 < \theta_{\tilde{t}} < \pi$ ($c_{\tilde{t}} = \cos \theta_{\tilde{t}}$ e $s_{\tilde{t}} = \sin \theta_{\tilde{t}}$). Diagonalizzando la (2.5.10), per gli autostati di massa si ha:

$$m_{\tilde{t}_{1,2}}^2 = \frac{1}{2} \left(m_{\tilde{t}_L}^2 + m_{\tilde{t}_R}^2 \right) + m_t^2 + \frac{1}{2} T_t^3 m_Z^2 \cos(2\beta) \mp \sqrt{m_{\tilde{t}_L}^2 - m_{\tilde{t}_R}^2 + m_Z^2 \cos(2\beta) (T_t^3 - 2Q_t \sin^2 \theta_W)^2 + 4m_t^2 (A_t - \mu/\tan \beta)}, \quad (2.5.13)$$

dove l'angolo di mescolamento della (2.5.12) è definito da

$$\sin(2\theta_{\tilde{t}}) = \frac{2m_t(A_t - \mu/\tan\beta)}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2}. \quad (2.5.14)$$

Per quanto riguarda lo sbottom e lo stau si trova un'espressione analoga all'eq. (2.5.10) ma con coseni e seni scambiati; l'ampiezza e l'importanza degli angoli di mescolamento nei settori stau e sbottom dipendono quindi da quanto è grande $\tan\beta$. Se è piccola, solitamente $\tan\beta < 10$, lo sbottom e lo stau non hanno grandi effetti dai termini di mescolamento e man mano che $\tan\beta$ diminuisce, valendo $y_b, y_\tau \ll y_t$, gli autostati di massa si avvicinano sempre più ai valori \tilde{b}_L, \tilde{b}_R e $\tilde{\tau}_L, \tilde{\tau}_R$. Tuttavia, per determinati valori degli altri parametri, un valore di $\tan\beta = 10$ porta ad una differenza in massa tra lo $\tilde{\tau}_2$ e lo $\tilde{\tau}_1$ di qualche decina di GeV.

2.5.4 Settore di Higgs e rottura di simmetria elettrodebole

Come si è visto il superpotenziale è analitico nei campi e dovendo possedere gli accoppiamenti di Yukawa con i quark di tipo sia up che down, necessita di due doppietti di Higgs elettrodeboli per dare le masse a tutti i quark e leptoni della teoria, inoltre questi porteranno anche a 5 masse per 3 Higgs neutri e 2 di carica opposta degeneri. Per discutere riguardo alla rottura della simmetria di gauge si dovrebbe scrivere il potenziale scalare completo che include non solamente il campo di Higgs ma anche squark e sleptoni. Ma se gli squark e gli sleptoni possedessero un $VEV \neq 0$ ci sarebbe una rottura spontanea della carica di colore o elettrica e quindi verranno ignorati nel seguito.

Il potenziale scalare classico per i campi scalari di Higgs nel MSSM è dato da:

$$\begin{aligned} \mathcal{V} = & (|\mu|^2 + m_{H_u}^2)(|H_u^0|^2 + |H_u^+|^2) + (|\mu|^2 + m_{H_d}^2)(|H_d^0|^2 + |H_d^-|^2) \\ & + [b(H_u^+ H_d^- - H_u^0 H_d^0) + c.c.] \\ & + \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(|H_u^0|^2 + |H_u^+|^2 - |H_d^0|^2 - |H_d^-|^2)^2 + \frac{1}{2}g^2 |H_u^+ H_d^{0*} + H_u^0 H_d^{-*}|^2. \end{aligned} \quad (2.5.15)$$

I termini proporzionali a $|\mu|^2$ (prima linea) derivano dagli F-termini, quelli proporzionali a b (seconda linea) derivano dagli ultimi tre termini dell'equazione (2.5.4) e i termini proporzionali a g^2 e g'^2 (ultima linea) dai D-termini.

Ora si deve scegliere il minimo di questo potenziale affinché la simmetria elettrodebole si rompa nell'elettromagnetismo. Si può quindi sfruttare la libertà di effettuare una trasformazione di gauge di $SU(2)_L$ per poter ruotare un possibile VEV per una componente di

isospin debole nel minimo, ad esempio ponendo $H_u^- = 0$ come per il SM. Minimizzando il potenziale questo porta immediatamente a $H_d^+ = 0$ e d'altronde se così non fosse ci sarebbe una rottura per l'elettromagnetismo. Considerando soltanto gli Higgs neutri, il potenziale (2.5.15) si può semplificare nell'espressione

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &= (|\mu|^2 + m_{H_u}^2)|H_u^0|^2 + (|\mu|^2 + m_{H_d}^2)|H_d^0|^2 \\ &\quad - [bH_u^0 H_d^0 + c.c.] + \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(|H_u^0|^2 - |H_d^0|^2)^2. \end{aligned} \quad (2.5.16)$$

Dato che l'unico termine a dipendere dalle fasi dei campi è quello proporzionale a b , lo si può scegliere reale e positivo riassorbendo la fase in una ridefinizione di quelle di H_u^0 e H_d^0 .

Il potenziale deve soddisfare alcune condizioni. La prima è la condizione di stabilità ovvero che \mathcal{V} sia limitato inferiormente in ogni direzione dello spazio dei campi. Dal momento che il termine quartico non è mai negativo una condizione non banale deriva dalla direzione in cui esso è nullo (direzione D-flat) per la quale $|H_u^0| = |H_d^0|$ e quindi

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &= (|\mu|^2 + m_{H_u}^2 + |\mu|^2 + m_{H_d}^2 - 2b)|H_u^0|^2 \\ &\Rightarrow 2b < 2|\mu|^2 + m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2. \end{aligned} \quad (2.5.17)$$

La seconda è la condizione di rottura della simmetria di gauge che, per avvenire in un particolare stato di vuoto, non deve essere un minimo ma un punto sella, cioè deve avere il determinante dell'hessiano negativo:

$$\left| \begin{array}{cc} \frac{\partial^2 \mathcal{V}}{\partial H_u^0 \partial H_u^{0*}} & \frac{\partial^2 \mathcal{V}}{\partial H_u^0 \partial H_d^0} \\ \frac{\partial^2 \mathcal{V}}{\partial H_d^0 \partial H_u^{0*}} & \frac{\partial^2 \mathcal{V}}{\partial H_d^0 \partial H_d^{0*}} \end{array} \right|_{H_u^0 = H_d^0 = 0} < 0 \quad (2.5.18)$$

$$\Rightarrow b^2 > (|\mu|^2 + m_{H_u}^2)^2 (|\mu|^2 + m_{H_d}^2)^2.$$

Questo fa sì che vi sia una direzione con curvatura del potenziale negativa legata ad una massa quadratica negativa. Le condizioni delle equazioni (2.5.17) e (2.5.18) devono essere verificate affinché il minimo non sia stabile e quindi deve valere $m_{H_u}^2 \neq m_{H_d}^2$. Avendo stabilito le condizioni necessarie perché ci sia un VEV diverso da zero si definiscono

$$v_u = \langle H_u^0 \rangle, \quad v_d = \langle H_d^0 \rangle, \quad (2.5.19)$$

che possono essere scelti reali e positivi attraverso una rotazione $SU(2)_L$ e una tra le masse degli Higgs. Solitamente tuttavia si usa la massa della Z^0 dal momento che v

corrisponde proprio al VEV dell'Higgs del SM definito

$$v_u^2 + v_d^2 = v^2 = 2m_Z^2/(g^2 + g'^2) \approx (174 \text{ GeV})^2 . \quad (2.5.20)$$

Il rapporto dei VEV è tradizionalmente scritto come:

$$\tan \beta \equiv v_u/v_d . \quad (2.5.21)$$

Utilizzando le condizioni sul potenziale, $\partial\mathcal{V}/\partial H_u^0 = \partial\mathcal{V}/\partial H_d^0 = 0$, sotto le quali il potenziale (2.5.16) ammetterà un minimo che soddisfi le (2.5.20) e (2.5.21), si trova

$$\begin{aligned} m_{H_u}^2 + |\mu|^2 - b \cot \beta - (m_Z^2/2) \cos(2\beta) &= 0 , \\ m_{H_d}^2 + |\mu|^2 - b \tan \beta + (m_Z^2/2) \cos(2\beta) &= 0 , \end{aligned} \quad (2.5.22)$$

che soddisfano facilmente le condizioni di stabilità e di rottura di simmetria.

Gli autostati di massa si ottengono effettuando indipendentemente delle rotazioni per il settore scalare e pseudoscalare degli autostati di gauge degli Higgs neutri:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \text{Re}H_u^0 \\ \text{Re}H_d^0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h^0 \\ H^0 \end{pmatrix} = \frac{R_\alpha}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} h^0 \\ H^0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \text{Im}H_u^0 \\ \text{Im}H_d^0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sin \beta_0 & \cos \beta_0 \\ -\cos \beta_0 & \sin \beta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix} = \frac{R_{\beta_0}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix} , \end{aligned} \quad (2.5.23)$$

e dei campi carichi

$$\begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_d^{*-} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \beta_\pm & \cos \beta_\pm \\ -\cos \beta_\pm & \sin \beta_\pm \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^+ \\ H^+ \end{pmatrix} = R_{\beta_\pm} \begin{pmatrix} G^+ \\ H^+ \end{pmatrix} . \quad (2.5.24)$$

Quando la simmetria è rotta i campi G^0 e G^\pm , i cosiddetti bosoni di Nambu-Goldstone, diventano i modi longitudinali dello Z e dei W^\pm mentre i rimanenti cinque campi di Higgs sono gli autostati di massa. Dopo aver scritto gli autostati di gauge in funzione degli autostati di massa e essersi spostati nello stato di vuoto si ha:

$$\begin{pmatrix} H_u^0 \\ H_d^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_u \\ v_d \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} R_\alpha \begin{pmatrix} h^0 \\ H^0 \end{pmatrix} + \frac{i}{\sqrt{2}} R_{\beta_0} \begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix} , \quad (2.5.25)$$

mentre per i carichi vale la (2.5.24). Le matrici ortogonali di rotazione R_α , R_{β_0} , R_{β_\pm} sono scelte in modo che i termini quadratici abbiano masse quadrate diagonali. Minimizzando

$$\Delta(m_{h^0}^2) = \text{diagram with top quark loop} + \text{diagram with anti-top quark loop} + \text{diagram with top quark loop (dashed)}$$

Figura 2.6: Diagrammi a una loop dei contributi alla massa dell'higgs più leggero del MSSM dal top e dallo stop.

il potenziale si ha che

$$\beta_0 = \beta_{\pm} = \beta, \quad m_{G^0}^2 = m_{G^{\pm}}^2 = 0, \quad \frac{\tan 2\alpha}{\tan 2\beta} = \left(\frac{m_{A^0}^2 + m_Z^2}{m_{A^0}^2 - m_Z^2} \right), \quad (2.5.26)$$

si definiscono $0 < \beta < \pi/2$ e $-\pi/2 < \alpha < 0$ cosicché $m_{A^0} > m_Z$. Per le masse dei 5 Higgs si scrive:

$$\begin{aligned} m_{A^0}^2 &= 2|\mu|^2 + m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2 \\ m_{h^0, H^0}^2 &= \frac{1}{2} \left(m_{A^0}^2 + m_Z^2 \mp \sqrt{(m_{A^0}^2 - m_Z^2)^2 + 4m_Z^2 m_{A^0}^2 \sin^2(2\beta)} \right) \\ m_{H^{\pm}}^2 &= m_{A^0}^2 + m_W^2, \end{aligned} \quad (2.5.27)$$

in cui convenzionalmente si denota con h^0 l'Higgs fisico più leggero. I bosoni h^0 e H^0 sono pari per simmetria CP mentre A^0 è dispari.

Quindi la struttura supersimmetrica della teoria ha imposto dei limiti decisi sullo spettro degli Higgs al tree-level. Infatti dei sei parametri che descrivono il settore di Higgs del MSSM, m_{h^0} , m_{H^0} , m_A , $m_{H^{\pm}}$, β e α , solo due, ad esempio $\tan \beta$ e m_A sono parametri liberi. Infine una forte gerarchia sulle masse è fissata: dalle relazioni $m_{H^0} > \max(m_A, m_Z)$ e $m_{H^{\pm}} > m_W$ si ha un importante limite sulla massa del bosone leggero,

$$m_h \leq \min(m_A, m_Z) \cdot |\cos 2\beta| \leq m_Z. \quad (2.5.28)$$

Risulta evidente che la (2.5.28) non è in accordo con le recenti misure di m_h , dunque è necessario che m_h presenti delle importanti correzioni. Queste sono legate alle loop di self-energy dovute al top e allo stop come mostrato in figura 2.6.

Per tener conto di queste correzioni, e considerando anche le correzioni legate allo sbottom, la matrice di massa dei bosoni h^0 e H^0 può essere scritta in modo generale, nelle basi H_d

e H_u , come [27]:

$$\mathcal{M}^2 = m_Z^2 \begin{pmatrix} c_\beta^2 & -s_\beta c_\beta \\ -s_\beta c_\beta & s_\beta^2 \end{pmatrix} + m_A^2 \begin{pmatrix} s_\beta^2 & -s_\beta c_\beta \\ -s_\beta c_\beta & c_\beta^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta\mathcal{M}_{11}^2 & \Delta\mathcal{M}_{12}^2 \\ \Delta\mathcal{M}_{21}^2 & \Delta\mathcal{M}_{22}^2 \end{pmatrix}, \quad (2.5.29)$$

dove si è usata la notazione compatta $s_\beta \equiv \sin \beta$ etc. .. e introdotta una generica matrice 2×2 per le correzioni radiative. Ricordando la prima delle (2.5.23), per le masse e l'angolo di mescolamento α si ottiene

$$\begin{aligned} m_{h,H}^2 &= \frac{1}{2}(m_A^2 + m_Z^2 + \Delta\mathcal{M}_{11}^2 + \Delta\mathcal{M}_{22}^2 \mp N), \\ \tan \alpha &= \frac{2\Delta\mathcal{M}_{12}^2 - (m_A^2 + m_Z^2)s_\beta}{\Delta\mathcal{M}_{11}^2 - \Delta\mathcal{M}_{22}^2 + (m_A^2 + m_Z^2)c_{2\beta} + N}, \\ N &= \sqrt{m_A^4 + m_Z^4 - 2m_A^2 m_Z^2 c_{4\beta} + C}, \\ C &= 4\Delta\mathcal{M}_{12}^2 + (\Delta\mathcal{M}_{11}^2 - \Delta\mathcal{M}_{22}^2)^2 - 2(m_A^2 - m_Z^2)(\Delta\mathcal{M}_{11}^2 - \Delta\mathcal{M}_{22}^2)c_{2\beta} - \\ &\quad 4(m_A^2 + m_Z^2)\Delta\mathcal{M}_{12}^2 s_{2\beta}. \end{aligned} \quad (2.5.30)$$

Se si considerano solo le correzioni di figura 2.6, che sono quelle dominanti, si ha

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{M}_{11}^2 &\sim \Delta\mathcal{M}_{12}^2 \sim 0 \\ \Delta\mathcal{M}_{22}^2 &\sim \frac{2m_t^4}{2\pi^2 v^2 \sin^2 \beta} \left[\log \frac{M_S^2}{m_t^2} + \frac{X_t^2}{M_S^2} \left(1 - \frac{X_t^2}{12M_S^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.5.31)$$

dove $M_S = \sqrt{m_{\bar{t}_1} m_{\bar{t}_2}}$ è la media geometrica delle masse degli stop e $X_t = A_t - \mu / \tan \beta$ è il parametro di mescolamento degli stop. Tali correzioni fanno aumentare anche di qualche decina di GeV la massa del bosone leggero, raggiungendo un limite superiore $m_h \approx 130$ GeV, in accordo con le misure di LHC.

Infine in tabella 2.5 si riassumono gli accoppiamenti, all'ordine più basso, dei vari bosoni di Higgs con i fermioni e i bosoni di gauge del SM. Molto interessante da sottolineare è che $g_{hd\bar{d}} = -\frac{\sin \alpha}{\cos \beta} = \sin(\beta - \alpha) - \tan \beta \cos(\beta - \alpha)$, quindi l'effetto combinato di $\tan \beta$ e di $\cos(\beta - \alpha)$ può causare anche importanti aumenti della costante di accoppiamento. Lo stesso vale per $g_{Hd\bar{d}}$.

Φ	$g_{\Phi u\bar{u}}$	$g_{\Phi d\bar{d}}$	$g_{\Phi VV}$
h	$\frac{\cos \alpha}{\sin \beta}$	$-\frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$	$\sin(\beta - \alpha)$
H	$\frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$	$\frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$	$\cos(\beta - \alpha)$
A	$\frac{1}{\tan \beta}$	$\tan \beta$	0

Tabella 2.5: Accoppiamenti dei bosoni di Higgs del MSSM con le particelle del SM.

Il “decoupling limit”

Analizzando i limiti imposti sulle masse del settore di Higgs introdotti nella sezione precedente, in particolare dalla (2.5.28) si nota che il bosone leggero presenta un limite superiore dato da $m_h \simeq m_Z$, quando $m_{A^0} \gg m_Z$ e $|\cos 2\beta| \simeq 1$ (quindi $\beta \simeq \pi/2$ e $\tan \beta \gg 1$). Le due condizioni appena citate comportano inoltre $\alpha \simeq \pi/2 - \beta$ e quindi gli accoppiamenti in 2.5 per h saranno $g_{hu\bar{u}} \simeq g_{hd\bar{d}} \simeq g_{hVV} \simeq 1$, questo significa che gli accoppiamenti tendono a quelli del SM. Questo limite è quindi definito decoupling limit, cioè si può considerare una teoria effettiva a bassa energia in cui gli effetti del settore di Higgs sono legati solo al bosone leggero mentre gli altri sono disaccoppiati e diventeranno significativi ad energie più elevate.

Il disaccoppiamento e le sue conseguenze diventano interessanti per valori di m_A superiori all'incirca a 300 GeV. Per le masse del settore di Higgs pesante si ha:

$$\begin{aligned}
m_H^2 &\simeq m_A^2 + m_Z^2 \sin^2 2\beta, & m_{H^\pm}^2 &= m_A^2 + m_W^2, \\
\cos^2(\beta - \alpha) &\simeq \frac{m_Z^4 \sin^2 4\beta}{4m_A^4}, & &
\end{aligned}
\tag{2.5.32}$$

cioè, $m_A \simeq m_H \simeq m_{H^\pm}$ a meno di correzioni $\mathcal{O}(m_Z^2/m_A)$ e $\cos(\beta - \alpha) \simeq 0$ a meno di correzioni $\mathcal{O}(m_Z^2/m_A^2)$. Tutte le particelle del settore di Higgs, escludendo il bosone leggero, sono quindi pressoché degeneri e di nuovo si è ritrovato che tra gli angoli sussiste la relazione $\alpha \simeq \pi/2 - \beta$. Per la massa dell'Higgs leggero, in tale limite, tenendo conto delle correzioni introdotte nella (2.5.30), si può scrivere:

$$m_h^2 \xrightarrow{m_A \gg m_Z} m_Z^2 \cos^2 2\beta + \Delta \mathcal{M}_{22}^2.
\tag{2.5.33}$$

che può essere massimizzata e raggiungere il valore intorno a 130 GeV, oltre che nel regime di disaccoppiamento, anche per le seguenti scelte dei parametri:

- grandi valori di $\tan \beta$, $\tan \beta \gtrsim 10$;
- stop pesanti, valori di M_S al massimo di 3 TeV;
- $X_t = \sqrt{6}M_S$, valore per cui si massimizzano gli effetti delle loop degli stop. Il cosiddetto scenario di mescolamento massimale.

E' interessante inoltre analizzare i limiti delle costanti di accoppiamento fermione-higgs leggero e bosone vettore-higgs leggero, sempre all'ordine più basso:

$$\begin{aligned}
g_{hVV} &= \sin(\beta - \alpha) \xrightarrow{m_A \gg m_Z} 1 - \frac{m_Z^4}{8m_A^4} \sin^2 4\beta \xrightarrow{\tan \beta \gg 1} 1 - \frac{2m_Z^4}{m_A^4 \tan^2 \beta} \rightarrow 1, \\
g_{hu\bar{u}} &= \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} \xrightarrow{m_A \gg m_Z} 1 + \frac{m_Z^2}{2m_A^2} \frac{\sin 4\beta}{\tan \beta} \xrightarrow{\tan \beta \gg 1} 1 - \frac{2m_Z^2}{m_A^2 \tan^2 \beta} \rightarrow 1, \\
g_{hd\bar{d}} &= -\frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \xrightarrow{m_A \gg m_Z} 1 - \frac{m_Z^2}{2m_A^2} \sin 4\beta \tan \beta \xrightarrow{\tan \beta \gg 1} 1 + \frac{2m_Z^2}{m_A^2} \rightarrow 1.
\end{aligned} \tag{2.5.34}$$

Si può quindi notare come gli accoppiamenti g_{hVV} e $g_{hu\bar{u}}$, per $\tan \beta \gg 1$, tendono ad uno più velocemente rispetto a $g_{hd\bar{d}}$ data la dipendenza proprio con $\tan \beta$. Tali andamenti possono considerarsi validi anche considerando le correzioni per gli accoppiamenti.

Per riassumere, con un bosone leggero con $m_h \lesssim 140$ GeV, in accordo con la misura $m_h \simeq 125$ GeV, i bosoni pesanti si disaccoppiano e il settore di Higgs del MSSM si riduce a quello dello SM se $m_A \gg m_Z$.

Capitolo 3

Sezione d'urto di produzione e decadimenti del bosone di Higgs

Il modo più appropriato per descrivere la fisica delle particelle è la teoria quantistica dei campi. Per poter fare predizioni (ovvero, ottenere grandezze fisiche a partire dalla teoria) è necessario uno strumento che permetta di calcolare le grandezze fisiche. Lo strumento maggiormente usato è la teoria delle perturbazioni. Tale strumento si basa sull'ipotesi che una generica grandezza fisica F sia una funzione analitica della costante di accoppiamento α della teoria, e cioè che essa abbia uno sviluppo in serie di Taylor intorno a $\alpha = 0$:

$$F(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} F_n \alpha^n . \quad (3.0.1)$$

L'ipotesi (3.0.1) è chiaramente limitata: essa non prende in considerazione la possibilità che F possa dipendere in maniera non analitica da α . Tuttavia, se l'ipotesi perturbativa fosse valida, essa sarebbe uno strumento molto utile per calcolare le grandezze fisiche. Infatti, nel caso in cui α sia molto piccola, tenere solo i primi termini dello sviluppo (3.0.1) dà una buona approssimazione di F . Questo fatto si verifica in pratica con grandissima precisione nel caso dell'elettrodinamica quantistica (QED). I coefficienti F_n si sanno calcolare, almeno in linea di principio, ad ogni ordine perturbativo in qualsiasi teoria di campo rinormalizzabile tramite il potente metodo dei diagrammi di Feynman. In pratica, la maggior parte dei risultati che si ottengono in fisica delle particelle sono ottenuti tramite la teoria delle perturbazioni.

Per la QCD, teoria non abeliana, il discorso presenta un problema di fondo: la costante di accoppiamento non è sempre molto minore dell'unità e ciò comporta che lo sviluppo (3.0.1) è divergente. La teoria così come descritta ora ovviamente è insoddisfacente, e

deve essere superata in qualche modo. Nel calcolo della sezione d'urto in QCD, che verrà accennato in grandi linee, ci si scontrerà direttamente con il problema della divergenza degli sviluppi perturbativi e si vedrà come sarà possibile ricavare informazioni fisiche da tali sviluppi.

Un tipo di singolarità che si incontrano sono le divergenze ultraviolette (UV), queste vengono rimosse utilizzando il processo denominato di *rinormalizzazione* [28]-[29]. In poche parole, attraverso una procedura definita *regolarizzazione* (quella utilizzata in questo lavoro sarà la *regolarizzazione dimensionale*¹) vengono isolate le quantità divergenti da quelle finite nelle funzioni di interesse. Infine, l'aggiunta di controtermini nella lagrangiana originale (tali controtermini più quelli originali si riscriveranno in nuovi parametri in modo che la forma della nuova lagrangiana risulti invariata rispetto a quella di partenza) serviranno a sottrarre le divergenze. Questa procedura di sottrazione non è univoca e vengono utilizzati infatti diversi schemi di sottrazione. La rinormalizzazione introduce però una scala energetica μ dalla quale dipenderanno i parametri fisici misurabili sperimentalmente.

In questo capitolo si affronteranno i concetti fondamentali riguardo il calcolo della sezione d'urto in QCD. In particolare si analizzerà il problema delle divergenze infrarosse (IR) e il metodo necessario per risolverle: la fattorizzazione. Poi si scriverà in maniera generale la sezione d'urto per processi Drell-Yan (molto simili alla produzione del bosone di Higgs) e si calcoleranno al leading order (LO) e al next to leading order (NLO) la sezione d'urto di produzione del bosone di Higgs attraverso fusione di gluoni sia nel SM che nel MSSM. In ultimo si accenneranno brevemente i decadimenti del bosone di Higgs nei vari canali.

3.1 Modello a partoni e fattorizzazione

La QCD descrive le interazioni tra quark e gluoni; tuttavia, a causa del confinamento, le particelle asintotiche sono sempre adroni, cioè stati legati di quark e gluoni con carica totale di colore nulla. La scala di energia caratteristica della formazione degli adroni è dell'ordine delle masse adroniche e si trova quindi in una regione in cui la teoria delle perturbazioni non è applicabile. Non si è quindi in grado di dedurre i dettagli della formazione degli adroni direttamente dalla teoria con tecniche perturbative.

La conoscenza della struttura interna degli adroni fa riferimento al cosiddetto modello a partoni. Alla base di questo modello stanno i risultati degli esperimenti di scattering elettrone-nucleone, inclusivo rispetto allo stato finale adronico, nella regione altamente

¹La *regolarizzazione dimensionale* consiste nel rendere finiti gli integrali diminuendo le dimensioni spazio temporali di una quantità ϵ .

inelastica (DIS). La sezione d'urto per questo processo può essere espressa in termini di opportune funzioni adimensionate $F_1(x_{Bj}, Q^2)$ e $F_2(x_{Bj}, Q^2)$, dette funzioni di struttura. Ciò che si osserva sperimentalmente è che, per Q^2 abbastanza grande, le funzioni di struttura sono indipendenti da Q^2 , fenomeno che prende il nome di scaling. Questa osservazione suggerisce che la struttura del protone a piccolissime distanze (cioè ad alti valori di Q^2) non presenta scale di energia (e quindi scale di lunghezza) tipiche. Quindi si può supporre che il protone sia costituito di componenti puntiformi, che essenzialmente possono essere considerati liberi nel limite $Q^2 \rightarrow \infty$. Questo comporta che, per energie abbastanza alte, il protone interagisca con le altre particelle tramite uno dei suoi costituenti.

Il modello a partoni è formulato sulla base delle seguenti assunzioni:

- Gli adroni sono costituiti da oggetti puntiformi, etichettati da un indice i e denominati genericamente partoni; il partone i -esimo porta un quadri-impulso

$$p_i = z_i P \quad (3.1.1)$$

dove P è il quadri-impulso dell'adrone a cui appartiene. Questo equivale ad assumere che ciascun partone si muova esattamente nella stessa direzione dell'adrone, cioè che non abbia componenti trasverse. Si noti inoltre che questa assunzione è consistente soltanto se è lecito trascurare sia la massa del partone, sia quella dell'adrone.

- La frazione dell'impulso del partone, z_i , è distribuita secondo una densità di probabilità, detta funzione di densità partonica, o pdf in breve, e denotata con $f_i^{(H)}(z_i)$, dove con l'apice (H) si denota il particolare adrone dove si trova il partone i -esimo. L'importanza di queste distribuzioni è dovuta al fatto che esse sono universali, cioè non dipendono dal particolare processo che si sta considerando ma solo dall'adrone H e dal partone i . Perciò esse, sebbene non calcolabili perturbativamente, possono essere misurate usando un particolare processo fisico, e utilizzate per fare predizioni su altri processi fisici.
- I partoni non interagiscono tra loro, e la sezione d'urto $\sigma(P)$ per un generico processo adronico è la somma delle sezioni d'urto per i sottoprocessi partonici rilevanti, $\hat{\sigma}(p_i)$, pesate dalle funzioni di distribuzione partoniche. Nel caso in cui vi è un solo adrone nello stato iniziale, come nel DIS, si ha:

$$\sigma(P) = \sum_i \int_0^1 dz f_i(z) \hat{\sigma}(zP) . \quad (3.1.2)$$

Per un processo con due adroni nello stato iniziale (ad esempio il processo di Drell-Yan) la formula si generalizza come

$$\sigma(P_1, P_2) = \sum_{i,j} \int_0^1 dz_1 \int_0^1 dz_2 f_i^{(1)}(z_1) f_j^{(2)}(z_2) \hat{\sigma}(z_1 P_1, z_2 P_2), \quad (3.1.3)$$

dove i numeri 1 e 2 si riferiscono agli adroni incidenti.

- I partoni sono fermioni carichi (per poter interagire con il fotone virtuale) di spin 1/2, e vengono identificati con i quark. Questa assunzione è ben verificata sperimentalmente.

Una delle ipotesi del modello a partoni è che i partoni non interagiscano fra loro. Questa è la motivazione principale a considerare la QCD come la teoria di campo che descrive l'interazione fra quark: infatti la QCD è una teoria asintoticamente libera, cioè la sua costante di accoppiamento tende ad annullarsi a scale di energia molto grandi.

È naturale a questo punto domandarsi come viene modificato il modello a partoni quando si tenga conto del fatto che i partoni non sono esattamente liberi, ma interagiscono tra loro secondo la QCD. Questo viola ovviamente una delle ipotesi del modello a partoni nella sua formulazione originaria, nell'ambito del quale i partoni sono oggetti non interagenti. È facile poi vedere che anche l'ipotesi di collinearità del partone con l'adrone cade: infatti un partone potrà emettere gluoni prima di interagire, ad esempio con un fotone virtuale, e acquistare così un certo impulso trasverso rispetto alla direzione dei fasci incidenti. Infine, è possibile mostrare che la sezione d'urto per l'emissione di gluoni è singolare nella regione in avanti, cioè quando il gluone è emesso nella stessa direzione del quark incidente. Questo richiederà una procedura di regolarizzazione che, come nel caso della rinormalizzazione ultravioletta, distrugge l'invarianza di scala della teoria e induce violazioni del fenomeno di scaling. Nonostante tutte queste difficoltà, è possibile formulare una versione del modello a partoni che tenga conto delle correzioni di QCD, e i dati sperimentali oggi disponibili mostrano una notevole consistenza con questo quadro. Per capire che cosa accade, si consideri il primo ordine perturbativo in α_S . A quest'ordine bisognerà includere le correzioni dovute allo scambio di un gluone virtuale; inoltre, bisognerà includere il contributo del sottoprocesso in cui viene emesso un gluone reale. Per quest'ultimo l'ampiezza sarà proporzionale a un propagatore del tipo

$$\mathcal{A} \propto \frac{1}{p^2 - k^2} = \frac{1}{-2pk} = \frac{1}{-2|p||k|(1 - \cos \theta)} \quad (3.1.4)$$

dove con p e k si indicano i momenti del quark e del gluone, entrambi considerati a massa nulla, e con θ l'angolo di emissione del gluone rispetto al quark. Tale propagatore è evidentemente divergente per due configurazioni dello spazio delle fasi:

1. quando l'impulso del gluone emesso tende a zero (**divergenza soffice**);
2. quando l'impulso del gluone è circa parallelo ($\cos\theta \sim 1$) a quello del quark che lo emette (**divergenza collineare**).

La causa di entrambe le divergenze appena descritte deriva dalla presenza di particelle a massa nulla e associate alla compresenza di stati sperimentalmente indistinguibili: tutti i rivelatori hanno una risoluzione finita sia in angolo che in energia. In generale, comunque, il termine di divergenza soffice ha la stessa struttura cinematica del contributo virtuale, ed è cancellata da un analogo termine divergente nell'integrale di loop, come conseguenza di un teorema generale di cancellazione delle divergenze soffici. Il termine di divergenza collineare viceversa non viene cancellato. D'altro canto l'emissione di un gluone collineare da parte di un quark ha l'effetto di ridurre la frazione di impulso portata dal quark incidente, senza modificare la direzione del suo impulso, e quindi in ultima analisi ha l'effetto di modificare la funzione di distribuzione partonica. Quindi si può riassorbire la divergenza collineare mediante una opportuna ridefinizione delle pdf, che dovranno comunque essere estratte dai dati, in modo simile a quanto accade con la rinormalizzazione delle costanti di accoppiamento. Occorre regolarizzare la divergenza collineare, per esempio imponendo un limite inferiore λ ai valori che l'impulso trasverso può assumere. Si trova che il termine divergente ha la forma

$$\hat{F}_i = \left(\delta(1-z) + \frac{\alpha_S}{2\pi} P_{ii} \log \frac{Q^2}{\lambda^2} + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \right) \otimes \hat{F}_i^{(0)}, \quad (3.1.5)$$

dove con Q^2 si indica il quadri-impulso trasferito nell'urto, in altre parole la scala di energia dell'evento preso in considerazione. L'equazione (3.1.5) rappresenta il cosiddetto processo di fattorizzazione della sezione d'urto che descrive gli urti tra adroni (il simbolo \otimes rappresenta l'integrale di convoluzione). La logica della fattorizzazione sta nel separare il processo partonico, che può essere calcolato in teoria delle perturbazioni con le regole di Feynman, dagli eventi a bassa energia. Le informazioni di quest'ultimi sono inserite all'interno delle funzione di splitting [30], P_{ii} , che indicano la probabilità che ha un partone

di emetterne un altro². Il punto importante è che tali funzioni sono universali, ovvero non dipendono dal particolare processo che si sta considerando. Il fattore tra parentesi può quindi essere assorbito in una ridefinizione della funzione di densità partonica, che dovrà comunque essere misurata. Quindi, a meno di termini di ordine α_S^2 , si può scrivere

$$\hat{F}_i = \left(\delta + \frac{\alpha_S}{2\pi} P_{ii} \log \frac{\mu^2}{\lambda^2} + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \right) \otimes \left(\delta + \frac{\alpha_S}{2\pi} P_{ii} \log \frac{Q^2}{\mu^2} + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \right) \otimes \hat{F}_i^{(0)}, \quad (3.1.6)$$

dove si è abbreviato $\delta(1-z)$ con δ e si è introdotta una nuova scala di energia, μ , detta di fattorizzazione. Ora, la funzione di struttura adronica è data da

$$\begin{aligned} \hat{F}_i &= \sum_i f_i^{(0)} \otimes \left(\delta + \frac{\alpha_S}{2\pi} P_{ii} \log \frac{\mu^2}{\lambda^2} + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \right) \otimes \left(\delta + \frac{\alpha_S}{2\pi} P_{ii} \log \frac{Q^2}{\mu^2} + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \right) \otimes \hat{F}_i^{(0)} \\ &= \sum_i f_i(\mu^2) \otimes \hat{F}_i(\mu^2) \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

dove si è definito

$$\begin{aligned} f_i(\mu^2) &= f_i^{(0)} \otimes \left(\delta(1-z) + \frac{\alpha_S}{2\pi} P_{ii}^{(0)} \log \frac{\mu^2}{\lambda^2} + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \right) \\ \hat{F}_i(\mu^2) &= \left(\delta(1-z) + \frac{\alpha_S}{2\pi} P_{ii}^{(0)} \log \frac{Q^2}{\mu^2} + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \right) \otimes \hat{F}_i^{(0)} \end{aligned} \quad (3.1.8)$$

In questo modo, la divergenza collineare viene riassorbita nelle nuove pdf. Inoltre la quantità

$$\hat{\sigma}_i(x, \mu^2) = x \hat{F}_i(x, \mu^2), \quad (3.1.9)$$

non è più la sezione d'urto partonica originale (che conteneva la divergenza), ma è un nuovo oggetto, detto *sezione d'urto a corte distanze*, che non dipende dai dettagli di piccola scala, e perciò è finita e calcolabile con la QCD perturbativa. Il prezzo pagato è l'introduzione della scala μ^2 , che, come si osserva dalla seconda delle (3.1.8), è conveniente scegliere dell'ordine di Q^2 in modo da non avere grandi logaritmi nelle correzioni di ordine successivo.

² Le funzioni di splitting, meglio conosciute come nuclei delle equazioni di Altarelli-Parisi, sono quattro

$$\begin{aligned} P_{qq}(z) &= \frac{1}{2}(z^2 + (1-z)^2), \quad P_{gq}(z) = C_F \frac{1+(1-z)^2}{z}, \quad P_{qg}(z) = C_F \frac{1+z^2}{(1-z)_+} + 2C_F \delta(1-z) \\ P_{gg}(z) &= 2C_A \left(\frac{z}{(1-z)_+} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right) + \left(\frac{11}{6} C_A - \frac{N_f}{3} \right) \delta(1-z) \end{aligned}$$

dove $C_A = N_c = 3$ e $C_F = \frac{N_c^2 - 1}{2N_c}$.

La chiave di questo risultato è nell'equazione (3.1.5), che dice che la divergenza collineare è fattorizzata in un termine divergente universale, moltiplicato per la sezione d'urto all'ordine più basso. Questo fatto prende il nome di teorema di fattorizzazione e risulta valido a tutti gli ordini perturbativi [31].

3.2 Sezione d'urto per processi Drell-Yan

I processi in cui interagiscono due adroni nello stato iniziale producendo due leptoni e uno stato adronico X nello stato finale, sono detti di Drell-Yan:

$$A + B \longrightarrow l + \bar{l} + X . \quad (3.2.1)$$

È interessante studiare tali processi perché molto simili al processo di produzione del bosone di Higgs, fornendo quindi un esempio generale molto istruttivo. Prima di calcolare il processo partonico in teoria delle perturbazioni si scriverà la sezione d'urto [32] fino all'ordine α_S in modo generale. Definendo con q^μ il quadrimomento della coppia dei leptoni e $Q^2 = q^\mu q_\mu$ e scrivendo la rapidità dei leptoni come

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{q \cdot P_A}{q \cdot P_B} \right) , \quad (3.2.2)$$

in base al teorema della fattorizzazione, la sezione d'urto sarà

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 dy} \sim \sum_{a,b} \int_{x_A}^1 d\xi_A \int_{x_B}^1 d\xi_B f_{a/A}(\xi_A, \mu) H_{ab} \left(\frac{x_A}{\xi_A}, \frac{x_B}{\xi_B}, Q; \frac{\mu}{Q}, \alpha_S(\mu) \right) f_{b/B}(\xi_B, \mu) . \quad (3.2.3)$$

Nell'equazione (3.2.3) gli indici a e b denotano il tipo di partone mentre

$$x_A = e^y \sqrt{\frac{Q^2}{s}} , \quad x_B = e^{-y} \sqrt{\frac{Q^2}{s}} \quad (3.2.4)$$

e H_{ab} è la sezione d'urto partonica che descrive il processo di alta energia¹, spesso scritta come $H_{ab} = \frac{d\hat{\sigma}}{dQ^2 dy}$. Le funzioni f sono le pdf, μ è la scala di rinormalizzazione utilizzata nel calcolo di H_{ab} e normalmente Q^2 e \sqrt{s} sono molto grandi ma il loro rapporto è sempre finito.

Al livello di Born, considerando per semplicità l'annichilazione quark-antiquark, è naturale

¹Corrisponde alla sezione d'urto che nel paragrafo precedente è stata definita a corte distanze, dove non sono presenti le divergenze soft e collineari legate a eventi di bassa energia.

definire $f_{a/A}(\xi) = \delta(1 - \xi)$ e la sezione d'urto sarà

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{(0)}}{dQ^2 dy} &= H_{ab}^{(0)} \left(\frac{x_A}{\xi_A}, \frac{x_B}{\xi_B}, Q; \frac{\mu}{Q}, \epsilon \right) \\ &= \delta_{a,\bar{b}} e_a^2 \frac{4\pi\alpha^2}{9Q^4} C \left(\frac{\mu}{Q}, \epsilon \right) \delta \left(\frac{x_a}{\xi_a} - 1 \right) \delta \left(\frac{x_a}{\xi_a} - 1 \right), \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

dove il fattore $\delta_{a,\bar{b}}$ indica che il partone b deve essere l'antiparticella del partone a e $C \left(\frac{\mu}{Q}, \epsilon \right)$ è una funzione di ϵ che entra nel calcolo quando si lavora in $4 - 2\epsilon$ dimensioni e diventa uno nel limite $\epsilon \rightarrow 0$. Chiamando G_{ab} la sezione d'urto partonica in cui sono presenti le divergenze ultraviolette e infrarosse, si avrà

$$\frac{d\hat{\sigma}(ab \rightarrow \bar{l}lX)}{dQ^2 dy} = G_{ab} \left(x_A, x_B, Q; \frac{\mu}{Q}; \alpha_S; \epsilon \right). \quad (3.2.6)$$

Supponendo che si sappia calcolare G_{ab} fino al secondo ordine perturbativo è lecito scrivere

$$G_{ab} = G_{ab}^{(0)} + \frac{\alpha_S}{\pi} G_{ab}^{(1)} + \mathcal{O}(\alpha_S^2), \quad (3.2.7)$$

dove in particolare in $G_{ab}^{(1)}$ sono presenti le divergenze. Anche per H_{ab} è possibile scrivere uno sviluppo

$$H_{ab} = H_{ab}^{(0)} + \frac{\alpha_S}{\pi} H_{ab}^{(1)} + \mathcal{O}(\alpha_S^2). \quad (3.2.8)$$

Dato che G_{ab} è la sezione d'urto partonica che si sa calcolare utilizzando le regole di Feynman, quello che si vuole fare è calcolare H_{ab} , cioè la sezione d'urto totale finita, da G_{ab} con l'aggiunta di altri termini, risultato della fattorizzazione, che dipenderanno dai nuclei delle equazioni di Altarelli-Parisi.

All'ordine α_S , come già detto, si incontrano diagrammi ad una loop che presentano divergenze infrarosse, quindi le funzioni di struttura (3.1.5), operando una regolarizzazione dimensionale del logaritmo divergente, si riscriveranno nella forma:

$$f_{a/b}(\xi, \epsilon) = \delta_{ab} \delta(1 - \xi) - \frac{1}{\epsilon} \frac{\alpha_S}{\pi} P_{ab}(\xi) + \mathcal{O}(\alpha_S^2), \quad (3.2.9)$$

dove le $P_{ab}^{(1)}$ sono le Altarelli-Parisi (si veda la nota 2 a pagina 60). Utilizzando l'espansione (3.2.9) e scrivendo G_{ab} all'interno del teorema di fattorizzazione si ha:

$$\begin{aligned}
G_{ab} &= G_{ab}^{(0)} \left(x_A, x_B, Q; \frac{\mu}{Q}; \epsilon \right) + \frac{\alpha_S}{\pi} G_{ab}^{(1)} \left(x_A, x_B, Q; \frac{\mu}{Q}; \epsilon \right) \\
&= H_{ab}^{(0)} \left(x_A, x_B, Q; \frac{\mu}{Q}; \epsilon \right) + \frac{\alpha_S}{\pi} H_{ab}^{(1)} \left(x_A, x_B, Q; \frac{\mu}{Q}; \epsilon \right) \\
&\quad - \frac{1}{2\epsilon} \frac{\alpha_S}{\pi} \sum_c \int_{x_A}^1 d\xi_A P_{c/a}(\xi_A) H_{cb}^{(0)} \left(\frac{x_A}{\xi_A}, x_B, Q; \frac{\mu}{Q}; \epsilon \right) \\
&\quad - \frac{1}{2\epsilon} \frac{\alpha_S}{\pi} \sum_d \int_{x_B}^1 d\xi_B P_{d/b}(\xi_B) H_{ad}^{(0)} \left(x_A, \frac{x_B}{\xi_B}, Q; \frac{\mu}{Q}; \epsilon \right) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) .
\end{aligned} \tag{3.2.10}$$

Infine si può invertire la (3.2.10) e risolverla rispetto a H_{ab} , ottenendo all'ordine di Born che

$$H_{ab}^{(0)} \left(x_A, x_B, Q; \frac{\mu}{Q}; \epsilon \right) = G_{ab}^{(0)} \left(x_A, x_B, Q; \frac{\mu}{Q}; \epsilon \right) , \tag{3.2.11}$$

mentre ad una loop si ricava:

$$\begin{aligned}
H_{ab}^{(1)} \left(x_A, x_B, Q; \frac{\mu}{Q}; \epsilon \right) &= G_{ab}^{(1)} \left(x_A, x_B, Q; \frac{\mu}{Q}; \epsilon \right) \\
&\quad + \frac{1}{2\epsilon} \sum_c \int_{x_A}^1 d\xi_A P_{c/a}(\xi_A) G_{cb}^{(0)} \left(\frac{x_A}{\xi_A}, x_B, Q; \frac{\mu}{Q}; \epsilon \right) \\
&\quad + \frac{1}{2\epsilon} \sum_d \int_{x_B}^1 d\xi_B P_{d/b}(\xi_B) G_{ad}^{(0)} \left(x_A, \frac{x_B}{\xi_B}, Q; \frac{\mu}{Q}; \epsilon \right) .
\end{aligned} \tag{3.2.12}$$

Per concludere, si calcola la sezione d'urto al livello partonico all'ordine 0 e 1 in α_S ; per il primo ordine si devono considerare anche dei termini divergenti $1/\epsilon$, proporzionali alle funzioni di splitting e alla sezione d'urto partonica all'ordine di Born. Aggiungendo il termine all'ordine più basso, facendo il limite per $\epsilon \rightarrow 0$ e l'integrazione sulle pdf, si ottiene il risultato finito per la sezione d'urto in QCD.

Avendo introdotto i concetti di rinormalizzazione e fattorizzazione e capito la tecnica generale per il calcolo della sezione d'urto nell'ambito delle interazioni forti, ciò che manca è il calcolo, al livello partonico in teoria delle perturbazioni, della sezione d'urto di produzione del bosone di Higgs al LO e al NLO.

3.3 Produzione dell'Higgs nei collider adronici

Nel Modello Standard il meccanismo di produzione del bosone di Higgs è strettamente legato al fatto che esso si accoppia preferibilmente con le particelle massive, in particolare con i bosoni W^\pm e Z^0 , con il quark top e, in maniera minore, con il quark bottom. I quattro principali processi di produzione nei collider adronici, riportati in figura 3.1, sono:

- meccanismi con produzione associata di bosoni W/Z [33];
- processi di fusione di bosoni vettori deboli [34];
- meccanismi di fusione gluone-gluone [35];
- meccanismi con produzione associata di quark top e bottom [36].

Inoltre esistono altri meccanismi di produzione, i quali, essendo soppressi da accoppiamenti elettrodeboli, presentano una sezione d'urto di produzione molto minore rispetto a quella dei processi sopra citati. Essi sono:

- produzione di coppie di Higgs da fusione di gluoni ($gg \rightarrow HH$) [37];
- produzione doppia con un bosone vettore ($q\bar{q} \rightarrow HHV$) [38];
- produzione di coppie con adroni nello stato finale ($qq \rightarrow V^*V^* \rightarrow HHqq$) [39].

In figura 3.2, [40], sono mostrate le sezioni d'urto totali per i vari processi in funzione della massa dell'Higgs. Come risulta evidente il meccanismo di fusione di gluoni risulta dominante rispetto agli altri processi. Questo potrebbe sembrare poco intuitivo perchè la produzione è mediata da una loop di quark t , presentando quindi una sezione d'urto dell'ordine α_S^2 , diversamente dagli altri processi che sono dell'ordine α_S . La risposta sta nel modello dinamico a partoni e nel considerare che in un urto protone-protone ad alta energia interagiscono con probabilità più alta i gluoni del mare. Quindi sarà poi l'integrazione della sezione d'urto partonica con le pdf a rendere il processo di fusione di gluoni dominante rispetto ai processi in cui ad interagire sono due quark.

In particolare, come si vedrà meglio, il fattore di forma decresce con la massa del quark presente nella loop ma tale effetto è controbilanciato dal fatto che l'accoppiamento è proporzionale proprio alla massa del quark. Inoltre è interessante notare nel grafico 3.2 che la sezione d'urto $gg \rightarrow H$ presenta un particolare andamento intorno a $m_h \sim 350$ GeV, in corrispondenza della soglia di produzione di $t\bar{t}$. Questo perchè l'ampiezza ggH sviluppa una parte immaginaria e l'approssimazione $m_t \rightarrow \infty$ non è più una buona approssimazione per il calcolo.

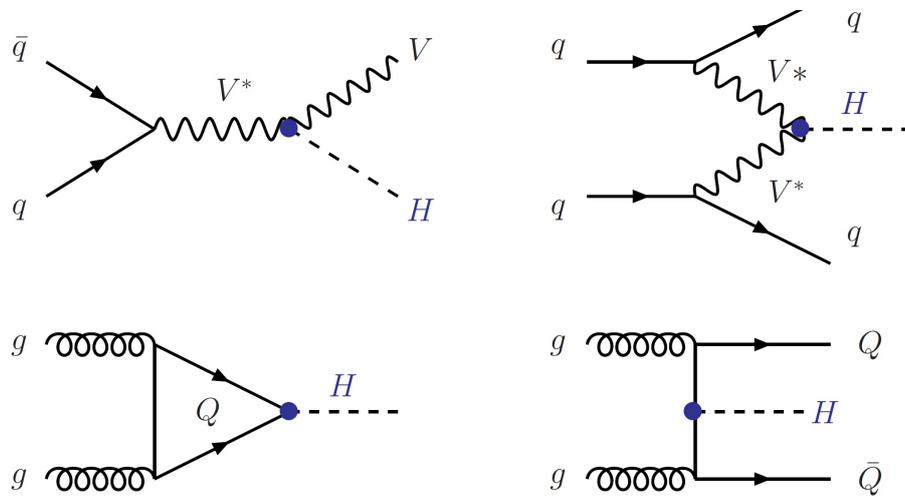


Figura 3.1: Diagrammi dei meccanismi dominanti di produzione del bosone di Higgs nei collider adronici.

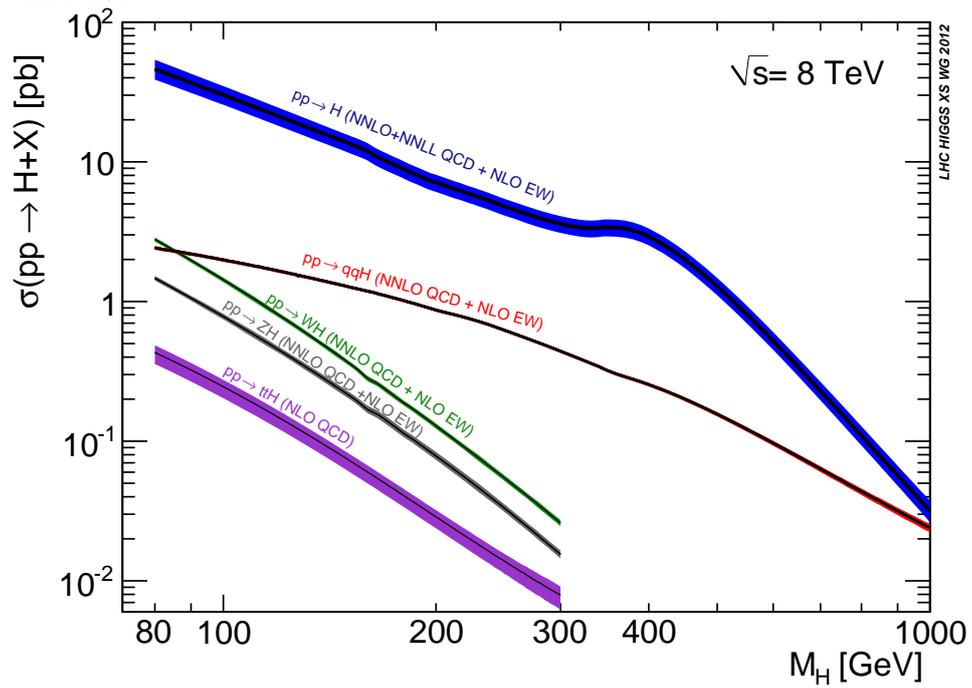


Figura 3.2: Sezione d'urto totale di produzione del bosone di Higgs in funzione della sua massa, per acceleratori protone-protone a 8 TeV nel centro di massa.

3.4 Sezione d'urto LO e NLO nel SM

L'accoppiamento tra i gluoni e l'Higgs avviene tramite una loop triangolare di quark, prevalentemente i quark pesanti bottom e top. Il diagramma di Feynman al primo ordine (LO) è presentato in figura 3.1 e il calcolo completo della sezione d'urto [41] è esposto nell'appendice A. Qui si riportano solo i risultati finali e per la sezione d'urto partonica al LO si può scrivere

$$\sigma_0^h = \frac{G_F \alpha_S^2(\mu_R)}{128\sqrt{2}\pi} |2m_t^2 G_t|^2, \quad (3.4.1)$$

dove la costante di accoppiamento forte è espressa alla scala di rinormalizzazione μ_R nello schema \overline{MS} , mentre il fattore di forma, la funzione G_t , è

$$G_t = \frac{1}{2} \frac{1}{m_t^2} \mathcal{G}_{1/2} = \frac{1}{2} \frac{1}{m_t^2} \left\{ -2\tau \left[1 - \frac{1-\tau}{4} \log^2 \left(\frac{\sqrt{1-\tau}-1}{\sqrt{1-\tau}+1} \right) \right] \right\}, \quad (3.4.2)$$

dove $\tau = 4m_t^2/m_h^2$. In generale la sezione d'urto partonica può essere scritta come

$$\hat{\sigma}_{ab}(z) = \sigma_0^h z G_{ab}(z), \quad (3.4.3)$$

dove $z = m_h^2/\hat{s}$, con $\hat{s} = x_1 x_2 s$ l'energia del centro di massa dei partoni ($x_{1,2}$ rappresentano le frazioni dell'impulso dei protoni trasportate dai gluoni e s l'energia del centro di massa dei protoni). La funzione $G_{ab}(z)$ può essere espressa come uno sviluppo in serie

$$G_{ab}(z) = G_{ab}^{(0)}(z) + \frac{\alpha_S}{\pi} G_{ab}^{(1)}(z) + \mathcal{O}(\alpha_S^2), \quad (3.4.4)$$

in cui il termine al LO, $G_{ab}^{(0)}(z)$, è dato da $G_{ab}^{(0)}(z) = \delta(1-z)\delta_{ag}\delta_{bg}$.

Da notare il legame con l'ampiezza del decadimento $h \rightarrow gg$, che si può scrivere come

$$\Gamma_{LO}(h \rightarrow gg) = \frac{8m_h^3}{\pi^2} \sigma_0^h. \quad (3.4.5)$$

Per le sezioni d'urto adroniche le correzioni di QCD sono molto importanti, infatti in questo caso, per il NLO, l'aumento della sezione d'urto è dell'ordine del 60-70 %. Il calcolo analitico delle correzioni NLO alla sezione d'urto, descritte dai diagrammi di figura 3.3, è facilitato eliminando la loop fermionica e considerando un accoppiamento effettivo ggh . Per giustificare tale asserzione si può valutare il limite $m_t \rightarrow \infty$, cioè $\tau \rightarrow \infty$, della funzione $\mathcal{G}_{1/2}$. Questo porta a

$$\mathcal{G}_{1/2} \rightarrow -\frac{4}{3} - \frac{14}{45\tau} + \mathcal{O}(\tau^{-2}) \sim -\frac{4}{3}, \quad (3.4.6)$$

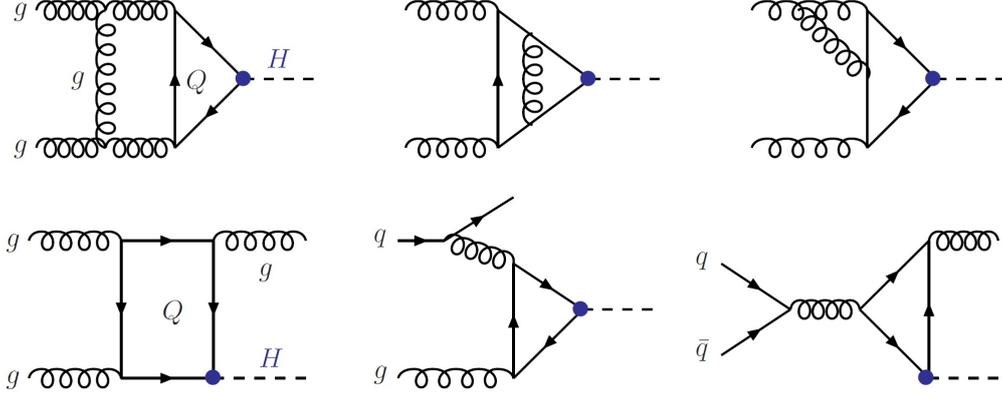


Figura 3.3: *Diagramma di Feynman al NLO per il processo di fusione di gluoni.*

quindi, considerando il quark t molto più pesante del bosone di Higgs, il fattore di forma della (3.4.1), e quindi la sezione d'urto, sono approssimabili ad una costante. La prima conclusione di questo risultato è che nel SM è lecito, in prima approssimazione, considerare nella loop di figura 3.1 esclusivamente il quark top e che la scelta di un accoppiamento effettivo, eliminando la loop, è una buona approssimazione. Questa procedura è un'applicazione dei cosiddetti teoremi di bassa energia (LETs, low-energy theorems) che nel contesto della fisica del bosone di Higgs [42] possono essere utilizzati in diversi casi semplificando molto i calcoli. Si può quindi considerare una lagrangiana efficace di interazione [43], che senza considerare correzioni di QCD si presenta come:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} \left(1 - \frac{\alpha_S}{3\pi v}\right) G^{\mu\nu} G_{\mu\nu} , \quad (3.4.7)$$

dove $G^{\mu\nu}$ è il tensore del campo del gluone e v è il VEV del campo di Higgs. Utilizzando la (3.4.7) si possono calcolare le correzioni alla sezione d'urto [44]. I diagrammi della prima riga descrivono i contributi virtuali con emissione e riassorbimento di un gluone, mentre quelli della seconda riga descrivono i sottoprocessi reali $gg \rightarrow gh$, $qg \rightarrow qh$ e $q\bar{q} \rightarrow gh$. Tralasciando i dettagli del calcolo dei vari termini che compongono $G_{ab}^{(1)}$, si ottiene

$$\begin{aligned} G_{gg}^{(1)}(z) = & \delta(1-z) \left[C_A \frac{\pi^2}{3} + \beta_0 \ln \left(\frac{\mu_R^2}{\mu_F^2} \right) + 2m_t^2 G_t^{(2)} \right] \\ & + P_{gg}(z) \ln \left(\frac{\hat{s}}{\mu_F^2} \right) + C_A \frac{4}{z} (1-z+z^2)^2 \mathcal{D}_1(z) + C_A \mathcal{R}_{gg} , \end{aligned} \quad (3.4.8)$$

$$G_{q\bar{q}}^{(1)}(z) = \mathcal{R}_{q\bar{q}}, \quad G_{gg}^{(1)}(z) = P_{gg}(z) \left[\ln(1-z) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\hat{s}}{\mu_F^2} \right) \right] + \mathcal{R}_{gg}, \quad (3.4.9)$$

dove le funzioni di Altarelli-Parisi sono

$$P_{gg}(z) = 2C_A \left[\mathcal{D}_0(z) + \frac{1}{z} - 2 + z(1-z) \right], \quad P_{gq}(z) = C_F \frac{1 + (1-z)^2}{z}. \quad (3.4.10)$$

Nelle equazioni appena scritte si ha: $C_A = N_c$ e $C_F = (N_c^2 - 1)/(2N_c)$ (dove N_c è il numero di colori), $\beta_0 = (11C_A - 2N_f)/6$ (dove N_f è il numero di sapori attivi) e la funzione $\mathcal{D}_i(z) = [\ln^i(1-z)/(1-z)]_+^1$.

Nella prima riga della (3.4.8) sono descritte le correzioni virtuali con le divergenze IR regolarizzate mentre nella seconda il contributo reale $gg \rightarrow gh$, nel quale, utilizzando la fattorizzazione, le divergenze collineari sono state eliminate. Nelle (3.4.9) invece sono esposti gli altri processi reali e in particolare per il processo $qg \rightarrow qh$ di nuovo è stato usato il teorema di fattorizzazione.

Le funzioni \mathcal{R}_{gg} , $\mathcal{R}_{q\bar{q}}$ e \mathcal{R}_{qg} sono ben note [45], ma nel limite di Higgs leggero rispetto ai fermioni nella loop, possono scriversi come

$$\mathcal{R}_{gg} \rightarrow -\frac{11(1-z)^3}{6z}, \quad \mathcal{R}_{q\bar{q}} \rightarrow \frac{32(1-z)^3}{27z}, \quad \mathcal{R}_{qg} \rightarrow \frac{2z}{3} - \frac{(1-z)^2}{z}. \quad (3.4.11)$$

La sezione d'urto NLO sarà dunque la somma di tutti i vari termini finora descritti e si ottiene che le correzioni radiative al primo ordine della sezione d'urto di produzione del bosone di Higgs, vanno ad incrementare quella al LO di un fattore che è ben approssimabile ad una costante

$$\sigma_{NLO}(gg \rightarrow h) \sim \sigma_{LO}(gg \rightarrow h) \left[1 + \frac{\alpha_S}{\pi} \left(\pi^2 + \frac{11}{2} \right) \right]. \quad (3.4.12)$$

Ovviamente di maggior interesse è la sezione d'urto totale adronica per urti protone-protone, dove bisogna tener conto della probabilità di trovare un certo partone con

¹La più-distribuzione è definita in termini di integrali:

$$\int_0^1 dx \frac{f(x)}{(x)_+} = \int_0^1 dx \frac{f(x) - f(0)}{x}$$

$$\int_0^1 dx f(x) \left(\frac{\log(x)}{x} \right)_+ = \int_0^1 dx [f(x) - f(0)] \frac{\log(x)}{x}.$$

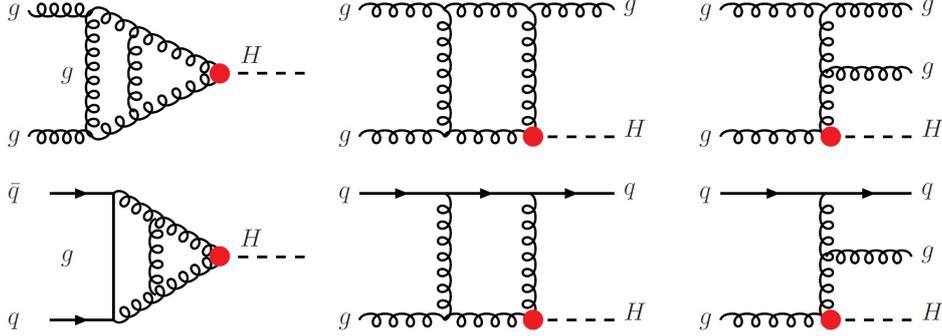


Figura 3.4: Diagramma di Feynman al NNLO per il processo di fusione di gluoni. Il vertice rosso indica l'interazione efficace ggh .

momento longitudinale x , descritta dalle pdf partoniche:

$$\sigma(h_1+h_2 \rightarrow h+X) = \sum_{a,b} \int_0^1 dx_1 dx_2 f_a^{h_1}(x_1, \mu_F) f_b^{h_2}(x_2, \mu_F) \int_0^1 dz \delta\left(z - \frac{\tau}{x_1 x_2}\right) \hat{\sigma}_{ab}(z), \quad (3.4.13)$$

dove $\tau = m_h^2/s$, μ_F è la scala di fattorizzazione, $f_a^{h_i}(x_i, \mu_F)$ sono le densità partoniche dell'adrone h_i per il partone di tipo a , ($a = g, q$).

Utilizzando l'interazione efficace sono state calcolate anche le correzioni NNLO, rappresentate in figura 3.4, che non saranno trattate. Tutte le sezioni d'urto sinora mostrate sono sensibili: alle variazioni della scala di rinormalizzazione μ_R , alla scelta delle funzioni di struttura partoniche e alla scala di fattorizzazione μ_F .

Per quanto riguarda le scale μ_R e μ_F , nei grafici 3.5 [46] sono rappresentate le curve della sezione d'urto fino al NNLO in funzione di m_h al variare di μ . In particolare per ogni ordine sono state scelte due diverse scale di rinormalizzazione e fattorizzazione, $\mu_R = \mu_F = m_h/2$ e $\mu_R = \mu_F = 2m_h$. Come si può vedere le correzioni fanno aumentare la sezione d'urto, ad esempio all'energia di LHC la variazione tra LO e NLO è circa del 75% mentre tra NLO e NNLO circa del 25%, dimostrando così una buona convergenza della serie perturbativa. Inoltre è interessante notare che la dipendenza dal fattore di scala diminuisce con l'aumentare dell'ordine delle correzioni della sezione d'urto. Precisamente la dipendenza all'ordine NNLO è circa del 25% a LHC e circa del 15% a Tevatron, cioè un fattore 2 e 4 volte più piccola, rispettivamente agli ordini NLO e LO.

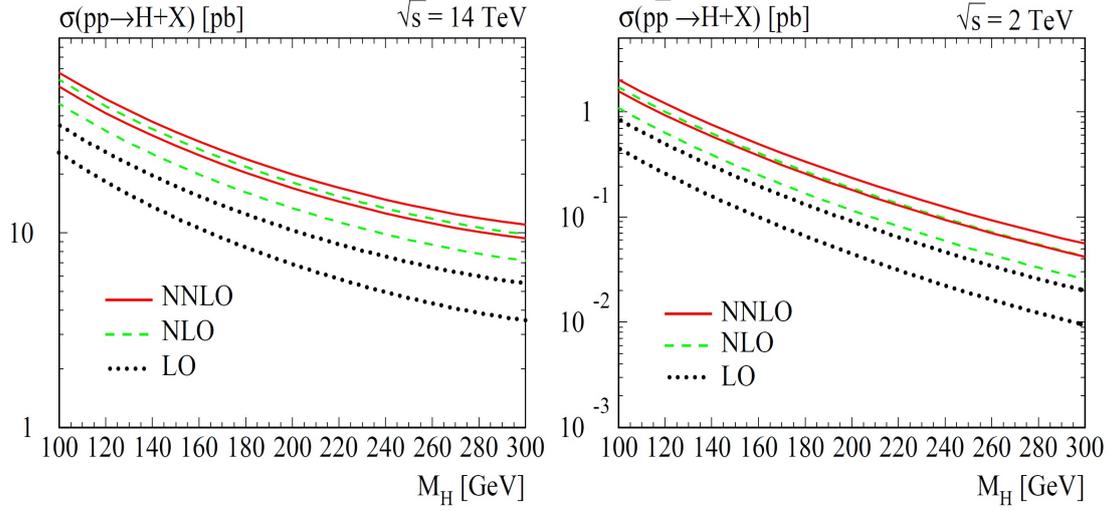


Figura 3.5: Confronto tra le sezioni d'urto ai vari ordini (a sinistra $\sqrt{s} = 16 \text{ TeV}$ ad LHC, a destra $\sqrt{s} = 2 \text{ TeV}$ a Tevatron). Per ogni ordine sono presenti due curve: quella superiore con $\mu_R = \mu_F = m_h/2$ e quella inferiore con $\mu_R = \mu_F = 2m_h$.

3.5 Sezione d'urto LO e NLO nel MSSM

Come descritto nel paragrafo 2.5.4, nel MSSM ci sono 5 autostati di massa legati al settore di Higgs: due bosoni neutri CP-pari h, H , uno pseudoscalare neutro CP-dispari A e due scalari carichi H^\pm . Anche nel MSSM il processo di fusione di gluoni è il principale meccanismo di produzione per i bosoni neutri anche se, l'accoppiamento dei gluoni con i bosoni di Higgs, è mediato non solo dai quark del SM ma anche dai loro partner supersimmetrici. Quindi il calcolo della sezione d'urto richiede lo studio di un numero elevato di diagrammi rispetto al SM, ad esempio all'ordine più basso la loop può essere costituita ovviamente dal top e dal bottom ma anche dai vari squark, principalmente lo stop e lo sbottom.

Seguendo la [47] si possono scrivere i risultati per la sezione d'urto LO e le correzioni NLO nel modo seguente. La σ partonica, rispetto alla (3.4.1) del SM, al leading order, per l'Higgs più leggero sarà:

$$\sigma_0^h = \frac{G_F \alpha_S^2(\mu_R)}{128\sqrt{2}\pi} \left| T_F \left(-\sin \alpha \mathcal{H}_1^{ll} + \cos \alpha \mathcal{H}_2^{ll} \right) \right|^2, \quad (3.5.1)$$

dove $T_F = 1/2$ è un fattore di colore, α è l'angolo di mescolamento tra i bosoni neutri h, H , \mathcal{H}_i sono i fattori di forma e la costante di accoppiamento forte dipende dalla scala di rinormalizzazione usata. Ricordando quanto già fatto per il calcolo nel Modello Standard

per la sezione d'urto partonica vale la (3.4.3) e per $G_{ab}(z)$ la (3.4.4), ed anche i fattori di forma si possono sviluppare in potenze di α_S ottenendo:

$$\mathcal{H}_i = \mathcal{H}_i^{1l} + \frac{\alpha_S}{\pi} \mathcal{H}_i^{2l} + \mathcal{O}(\alpha_S^2) , \quad (3.5.2)$$

Anche nel MSSM le correzioni NLO derivano dai contributi virtuali e i processi $gg \rightarrow gh$, $qg \rightarrow qh$ e $q\bar{q} \rightarrow gh$. Per gli ultimi due, i termini $G_{q\bar{q}}^{(1)}(z)$ e $G_{qg}^{(1)}(z)$ hanno la stessa forma della (3.4.8) ma le funzioni $\mathcal{R}_{q\bar{q}}$ e \mathcal{R}_{qg} non sono le stesse perchè devono tener conto dei contributi supersimmetrici. Ma facendo il limite di Higgs leggero, quindi utilizzando la lagrangiana efficace (3.4.7), $\mathcal{R}_{q\bar{q}}$ e \mathcal{R}_{qg} avranno la stessa forma delle (3.4.11). Mentre per $G_{gg}^{(1)}(z)$ si ha

$$\begin{aligned} G_{gg}^{(1)}(z) = & \delta(1-z) \left[C_A \frac{\pi^2}{3} + \beta_0 \ln \left(\frac{\mu_R^2}{\mu_F^2} \right) + \left(\frac{-\sin \alpha \mathcal{H}_1^{2l} + \cos \alpha \mathcal{H}_2^{2l}}{-\sin \alpha \mathcal{H}_1^{1l} + \cos \alpha \mathcal{H}_2^{1l}} + h.c. \right) \right] \\ & + P_{gg}(z) \ln \left(\frac{\hat{s}}{\mu_F^2} \right) + C_A \frac{4}{z} (1-z+z^2)^2 \mathcal{D}_1(z) + C_A \mathcal{R}_{gg} , \end{aligned} \quad (3.5.3)$$

dove il contributo supersimmetrico è evidentemente da attribuire al terzo termine nella prima riga di (3.5.3) e alla funzione \mathcal{R}_{gg} che è variata rispetto al SM. Per i fattori di forma che coinvolgono i quark e gli squark della terza generazione, a tutti gli ordini per le interazioni forti, si può scrivere:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_1 &= \lambda_t [m_t \mu s_{2\theta_t} F_t + m_Z^2 s_{2\beta} D_t] + \lambda_b [m_b A_b s_{2\theta_b} F_b + 2m_b^2 G_b + 2m_Z^2 c_\beta^2 D_b] , \\ \mathcal{H}_2 &= \lambda_b [m_b \mu s_{2\theta_b} F_b - m_Z^2 s_{2\beta} D_b] + \lambda_t [m_t A_t s_{2\theta_t} F_t + 2m_t^2 G_t - 2m_Z^2 s_\beta^2 D_t] , \end{aligned} \quad (3.5.4)$$

dove $\lambda_t = 1/\sin \beta$ e $\lambda_b = 1/\cos \beta$, μ è il parametro di massa dell'higgsino nel superpotenziale del MSSM, $A_{t,b}$ sono gli accoppiamenti trilineari higgs-squark-squark e $\theta_{t,b}$ sono gli angoli di mescolamento della matrice degli squark. Le funzioni $F_{t,b}$ e $G_{t,b}$ descrivono i contributi dagli accoppiamenti di Yukawa alla terza generazione mentre $D_{t,b}$ dagli accoppiamenti elettrodeboli (D-termini). Per quest'ultimo si ha ($q = t, b$)

$$D_q = \frac{I_{3q}}{2} \tilde{G}_q + c_{2\theta_{\tilde{q}}} \left(\frac{I_{3q}}{2} - Q_q s_{\theta_W}^2 \right) \tilde{F}_q , \quad (3.5.5)$$

con I_{3q} la terza componente dell'isospin debole del quark q , Q_q la carica elettrica e θ_W l'angolo di Weinberg. Le funzioni F , G , \tilde{F} e \tilde{G} sono

$$\begin{aligned} F_q^{1l} &= \tilde{F}_q^{1l} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{m_{\tilde{q}_1}^2} \mathcal{G}_0^{1l}(\tau_{\tilde{q}_1}) - \frac{1}{m_{\tilde{q}_2}^2} \mathcal{G}_0^{1l}(\tau_{\tilde{q}_2}) \right], \\ G_q^{1l} &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{m_{\tilde{q}_1}^2} \mathcal{G}_0^{1l}(\tau_{\tilde{q}_1}) + \frac{1}{m_{\tilde{q}_2}^2} \mathcal{G}_0^{1l}(\tau_{\tilde{q}_2}) + \frac{1}{m_q^2} \mathcal{G}_{1/2}^{1l}(\tau_q) \right], \\ \tilde{G}_q^{1l} &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{m_{\tilde{q}_1}^2} \mathcal{G}_0^{1l}(\tau_{\tilde{q}_1}) + \frac{1}{m_{\tilde{q}_2}^2} \mathcal{G}_0^{1l}(\tau_{\tilde{q}_2}) \right]. \end{aligned} \quad (3.5.6)$$

La funzione $\mathcal{G}_{1/2}^{1l}$ è quella già descritta in (3.4.2) mentre per \mathcal{G}_0^{1l} si ha

$$\mathcal{G}_0^{1l} = \tau \left[1 + \frac{\tau}{4} \log^2 \left(\frac{\sqrt{1-\tau}-1}{\sqrt{1-\tau}+1} \right) \right], \quad (3.5.7)$$

e per $\tau_i = 4m_i^2/m_h^2 \gg 1$ anche \mathcal{G}_0^{1l} può essere approssimato a

$$\mathcal{G}_0^{1l} \rightarrow -\frac{1}{3} - \frac{8}{45\tau} + \mathcal{O}(\tau^{-2}). \quad (3.5.8)$$

Per l'autostato più pesante H si possono utilizzare le stesse formule fin'ora scritte con l'accortezza di sostituire $-\sin \alpha$ con $\cos \alpha$ e $\cos \alpha$ con $\sin \alpha$.

Per la σ adronica, integrando sulle PDF, si ottiene

$$\sigma(h_1+h_2 \rightarrow \phi+X) = \sum_{a,b} \int_0^1 dx_1 dx_2 f_a^{h_1}(x_1, \mu_F) f_a^{h_2}(x_2, \mu_F) \int_0^1 dz \delta \left(z - \frac{\tau_\phi}{x_1 x_2} \right) \hat{\sigma}_{ab}(z), \quad (3.5.9)$$

dove $\phi = (h, H)$, $\tau_\phi = m_\phi^2/s$, μ_F è la scala di fattorizzazione, $f_a^{h_i}(x_i, \mu_F)$ sono le densità partoniche dell'adrone h_i per il partone di tipo a , ($a = g, q, \tilde{q}$) e $\hat{\sigma}_{ab}(z)$ è la sezione d'urto partonica all'energia del centro di massa $\hat{s} = x_1 x_2 s = m_\phi^2/z$.

Per fare delle previsioni, di come varia ad esempio la sezione d'urto in funzione della massa dell'Higgs considerato, è necessario, nel MSSM, analizzare alcune situazioni tipiche. Ciò richiede ovviamente di fissare alcuni parametri del MSSM per ottenere degli scenari diversi tra loro che permetteranno di esplorare situazioni limite che ben spiegano le varie possibilità del MSSM. Così facendo si delineano i cosiddetti benchmark scenarios. Ciò che si vuole mostrare è l'andamento della sezione d'urto di produzione di h^0 , H^0 e A in funzione delle rispettive masse. Brevemente si descriveranno tre scenari tipici formulati proprio per la ricerca dei bosoni di Higgs del MSSM nei collider adronici [48], in cui si

figureranno ogni volta $M_{SUSY} = m_{\tilde{t}_L} = m_{\tilde{t}_R} = m_{\tilde{b}_L} = m_{\tilde{b}_R}$, $X_{t,b}$, $A_{t,b}$, μ , M_2 , M_1 , $m_{\tilde{g}}$ e si faranno variare $0.5 \leq \tan \beta \leq 50$ e $m_A \leq 1$ TeV.

1. **Scenario m_h^{\max}** : i parametri sono scelti in modo da ottenere la massa del bosone h massima possibile, variando m_A e $\tan \beta$ e fissando gli altri nel modo seguente

$$M_{SUSY} = 1 \text{ TeV}, \mu = 200 \text{ GeV}, X_t^{\overline{MS}} = \sqrt{6}M_{SUSY}, A_t = A_b, m_{\tilde{g}} = 0.8M_{SUSY}. \quad (3.5.10)$$

2. **Scenario di no-mixing**: i parametri sono gli stessi dello scenario m_h^{\max} , l'unico cambiamento sta nell'annullare il mescolamento nel settore degli stop fissando dunque $X_t = 0$ (come si vedrà, fissando $m_h \sim 125$ GeV, tale scenario viene molto sfavorito).
3. **Scenario gluofobico**: in tale scenario la produzione dell'Higgs nel processo di fusione di gluoni è fortemente soppresso. Questo può accadere se c'è un forte mescolamento nel settore degli stop così le loop di quest'ultimi cancellano i contributi del top. I parametri vengono così fissati:

$$M_{SUSY} = 350 \text{ GeV}, \mu = 300 \text{ GeV}, X_t^{\overline{MS}} = -770 \text{ GeV}, A_t = A_b, m_{\tilde{g}} = 500 \text{ GeV}. \quad (3.5.11)$$

In figura 3.6 [54] vengono mostrate le sezioni d'urto totali $pp \rightarrow h, H, A$ in funzione delle masse dei rispettivi bosoni di Higgs all'energia del centro di massa dei protoni $\sqrt{s} = 7$ TeV. Lo scenario preso in considerazione è il m_h^{\max} e le curve sono calcolate per due valori di $\tan \beta$: $\tan \beta = 5$ per il grafico a sinistra e $\tan \beta = 30$ per quello a destra. La prima evidenza sta nella grande differenza delle sezioni d'urto al variare di $\tan \beta$. Questo è dovuto principalmente dal contributo del quark b nella loop che diventa dominante per $\tan \beta \gg 1$, per quanto già detto alla fine del capitolo 2.5.4 sulle costanti di accoppiamento ($g_b \propto \tan \beta$). Al contrario per valori di $\tan \beta$ bassi, dato che g_t dipende linearmente dalla $\cot \beta$, il contributo del quark t diventa dominante e la sezione d'urto è più piccola o comunque comparabile con quella del SM. Per la sezione d'urto $pp \rightarrow H, A$ si hanno andamenti particolari alla soglia di produzione $t\bar{t}$.

Infine per concludere è interessante notare quali sono i fattori che modificano la sezione d'urto tra il SM e il MSSM, problema che verrà affrontato e quantificato nel prossimo capitolo. Il contributo del quark b è stato appena discusso, invece per quanto riguarda gli effetti supersimmetrici alla sezione d'urto, in particolare gli effetti dello stop, in prima

approssimazione si può scrivere che [49]:

$$\frac{\sigma_{t\tilde{t}}}{\sigma_t} = \left(1 + \frac{1}{2} \frac{m_{\tilde{t}}^2}{m_t^2} \right), \quad (3.5.12)$$

e quindi solo per masse minori di circa 500 GeV e valori di $\tan\beta$ piccoli o moderati, la sezione d'urto risente in maniera sensibile del contributo degli stop. Va ricordato che a causa del mescolamento, lo stop leggero può raggiungere valori di massa decisamente più bassi rispetto agli altri squark.

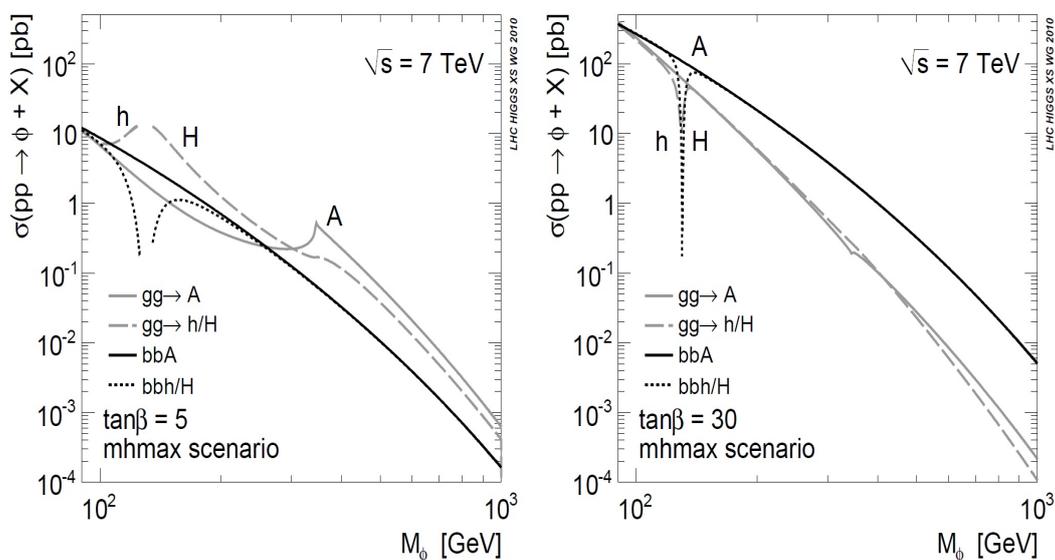


Figura 3.6: *Sezioni d'urto totali adroniche nel MSSM all'energia $\sqrt{s} = 7$ TeV. A sinistra sono mostrate le curve per $\tan\beta = 5$ e a destra per $\tan\beta = 30$ (Nelle figure sono presenti anche le sezioni d'urto con produzione associata del quark b che non verranno analizzate).*

3.6 Decadimenti del bosone di Higgs

In questa sezione si descriveranno brevemente i principali modi di decadimento del bosone di Higgs nel Modello Standard [42] e nel MSSM [50].

3.6.1 Decadimenti nel SM

Nel Modello Standard i decadimenti possono essere divisi in tre categorie principali.

1. **Decadimento in fermioni.** Il processo è descritto in generale dalla figura 3.7 e, in approssimazione di Born, l'ampiezza parziale è data da:

$$\Gamma(H \rightarrow f\bar{f}) = \frac{G_F N_C}{4\sqrt{2}\pi} m_H m_f^2 \beta_f^3, \quad (3.6.1)$$

dove $N_C = 3(1)$ è un fattore di colore per i quark(leptoni), con m_f si indica la massa del generico fermione e $\beta_f = (1 - 4m_f^2/m_H^2)^{1/2}$.

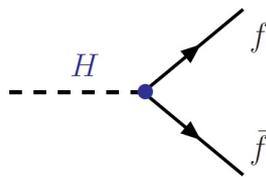


Figura 3.7: *Diagramma del decadimento del bosone di Higgs in una coppia di fermioni.*

2. **Decadimento in bosoni di gauge elettrodeboli.** In figura 3.8 sono descritti i decadimenti principali che possono essere a 2,3 e 4 corpi. L'ampiezza per il processo a due corpi è:

$$\Gamma(H \rightarrow VV) = \frac{G_F m_H^3}{16\sqrt{2}\pi} \delta_V \sqrt{1 - 4x} (1 - 4x + 12x^2), \quad (3.6.2)$$

con $x = m_V^2/m_H^2$, $\delta_W = 2$ e $\delta_Z = 1$. Per m_H abbastanza grande l'ampiezza di decadimento WW è due volte più grande rispetto a quella ZZ . I decadimenti a 3 e 4 corpi non vengono trattati.

3. **Decadimento attraverso loop.** I decadimenti mediati da loop possono verificarsi in diversi modi come riassunto in figura 3.9 e presentano come stati finali le coppie $\gamma\gamma$, γZ dove le particelle delle loop sono bosono vettori e fermioni carichi mentre il processo Hgg è mediato da una loop di soli quark. Il calcolo dell'ampiezza

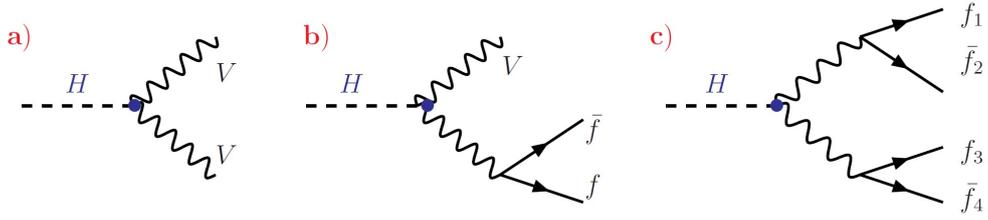


Figura 3.8: Diagrammi del decadimento del bosone di Higgs in una coppia di bosoni di gauge elettrodeboli reali e/o virtuali.

di decadimento in quest'ultimo caso è strettamente collegato con il calcolo della sezione d'urto di produzione come mostrato nel capitolo 3.4 ed è data dall'equazione (3.4.5).

Nel grafico 3.10 sono mostrati i Branching Ratio¹ per i canali principali di decadimento in funzione della massa del bosone di Higgs. Dato che $m_H \sim 125$ GeV i principali modi di decadimento sono $Hb\bar{b}$ e HWW^* , mentre i canali $H\tau\tau$, $Hc\bar{c}$, Hgg e HZZ^* sono dell'ordine del percento e infine i modi $H\gamma\gamma$ e $HZ\gamma$ dell'ordine del permille.

¹Il branching ratios (BR) o frazione di decadimento quantifica il modo di decadimento di una generica particella i ed è definito come $BR = \Gamma_i/\Gamma_{tot}$. Con Γ_i si indica l'ampiezza di decadimento in un particolare canale mentre con Γ_{tot} la somma delle varie ampiezze di tutti i possibili canali. Ovviamente vale $\sum_i \Gamma_i/\Gamma_{tot} = 1$

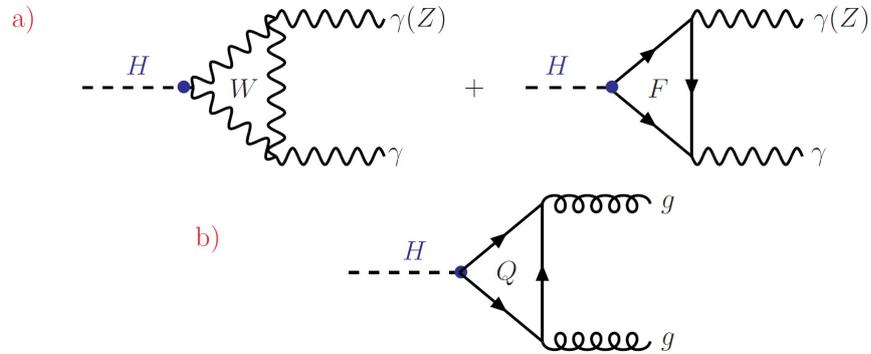


Figura 3.9: Diagrammi dei decadimenti del bosone di Higgs in $\gamma\gamma$ e γZ mediato da loop bosoniche e fermioniche a). Decadimento in una coppia di gluoni, mediato da loop di quark b).

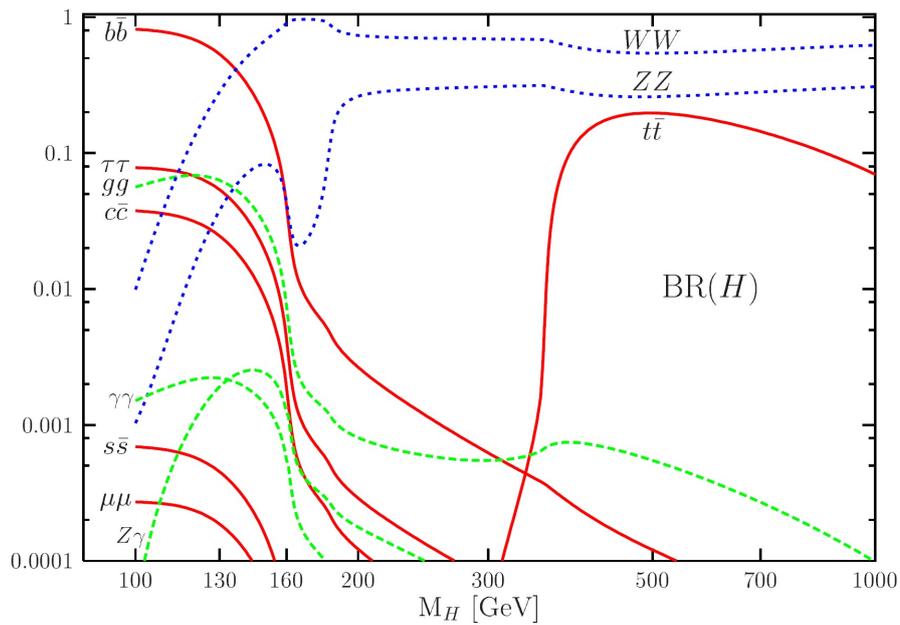


Figura 3.10: BR dei vari canali di decadimento in funzione della massa del bosone di Higgs.

3.6.2 Decadimenti nel MSSM

I decadimenti presi in considerazione in questa sezione si riferiscono esclusivamente ai bosoni neutri nello spettro del MSSM. Se questi decadono nelle particelle del SM si ritrovano molti dei risultati già discussi precedentemente e si può affermare, escludendo i decadimenti mediati da loop, in approssimazione di Born, che vale

$$\Gamma_{MSSM}^{(0)} = g_i^2 \Gamma_{SM}^{(0)}, \quad (3.6.3)$$

dove con g_i si fa riferimento alle costanti di accoppiamento della tabella 2.5.

Per quanto riguarda il decadimento in due fermioni vale la (3.6.1) moltiplicata per la costante di accoppiamento opportuna (a seconda se la particella in questione sia up o down nel doppietto di $SU(2)$) e si cambia solo la potenza di β da 3 a 1 se si va a considerare il bosone pseudoscalare. Per i processi che coinvolgono i bosoni vettori vale la (3.6.3) invece per i decadimenti mediati da loop devono essere considerati anche particelle SUSY. I diagrammi sono mostrati in figura 3.11 quando gli stati finali sono rappresentati da una coppia $\gamma\gamma$ e γZ . In questi casi le particelle virtuali nelle loop possono essere

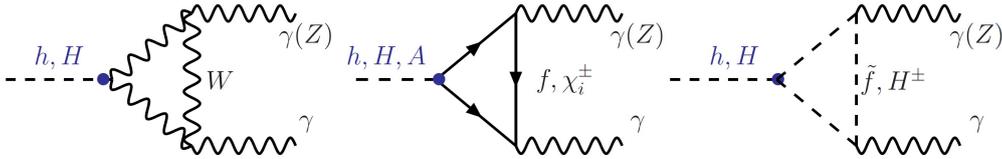


Figura 3.11: *Diagrammi dei decadimenti dei bosoni h, H, A in $\gamma\gamma$ e γZ .*

bosoni W , fermioni e i bosoni di Higgs carichi ma se le superparticelle non fossero troppo pesanti si possono considerare anche chargini e sfermioni. Questi canali sono molto interessanti da studiare perchè molto sensibili agli effetti di supersimmetria, infatti i BR possono subire importanti modifiche. Mentre per i processi mediati da loop di quark si aggiungono diagrammi con loop di squark, come mostrato in figura 3.12. É anche

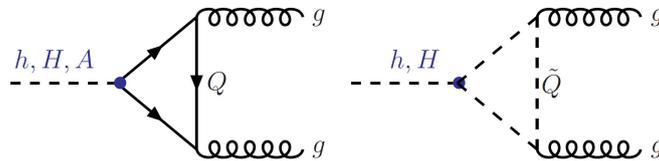


Figura 3.12: *Decadimenti dei bosoni neutri di Higgs del MSSM in due gluoni.*

possibile un nuovo tipo di decadimento descritto nei diagrammi di figura 3.13, dove il bosone neutro pesante H può decadere in una coppia di bosoni reali e/o virtuali. Infine sono anche possibili decadimenti in particelle supersimmetriche nello stato finale come sfermioni, chargini e gluini.

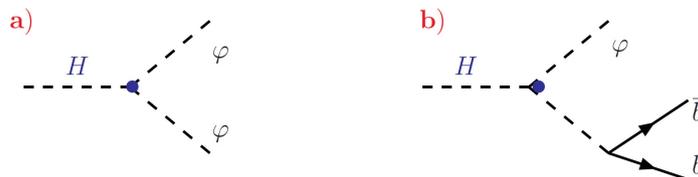


Figura 3.13: *Decadimenti del bosone H in altri bosoni reali e/o virtuali.*

Nei grafici 3.14, 3.15 e 3.16 vengono mostrati i BR in funzione della massa dei bosoni rispettivamente h , H e A e per due valori di $\tan\beta$, $\tan\beta = 3, 30$. I grafici si riferiscono allo scenario m_h^{max} , in cui i parametri del MSSM sono definiti in (3.5.10). In particolare analizzando il limite del disaccoppiamento la situazione è molto semplice. Per il bosone h i modi dominanti sono i decadimenti in $b\bar{b}$ e WW , per i canali in cui gli stati finali sono $\tau^+\tau^-$, ZZ , $c\bar{c}$ e gg il BR è dell'ordine del percento mentre per quelli $h \rightarrow \gamma\gamma$, γZ si arriva all'ordine del permille (ricordando che $m_h \sim 125$ GeV). La dipendenza da $\tan\beta$ in questo caso è minima. Considerando i bosoni pesanti invece si riscontra una forte dipendenza da $\tan\beta$, infatti per $\tan\beta \gg 1$, a causa del forte cambiamento delle costanti di accoppiamento per i fermioni down, i decadimenti saranno esclusivamente quelli con stati finali $b\bar{b}$ (90 %) e $\tau^+\tau^-$ (10 %).

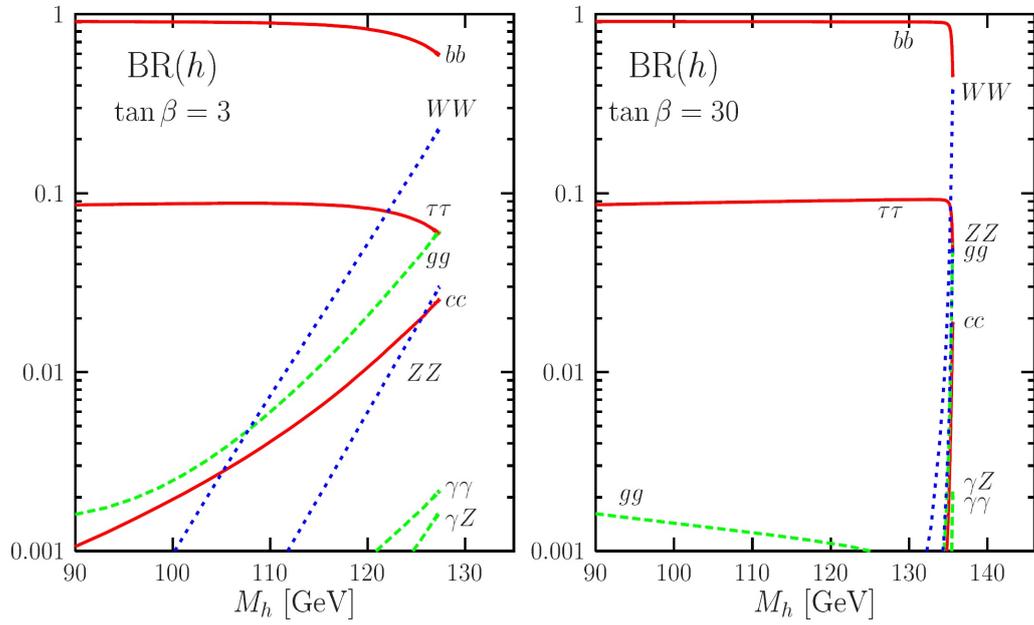


Figura 3.14: *BR del bosone h in funzione della sua massa e per due valori di $\tan \beta$.*

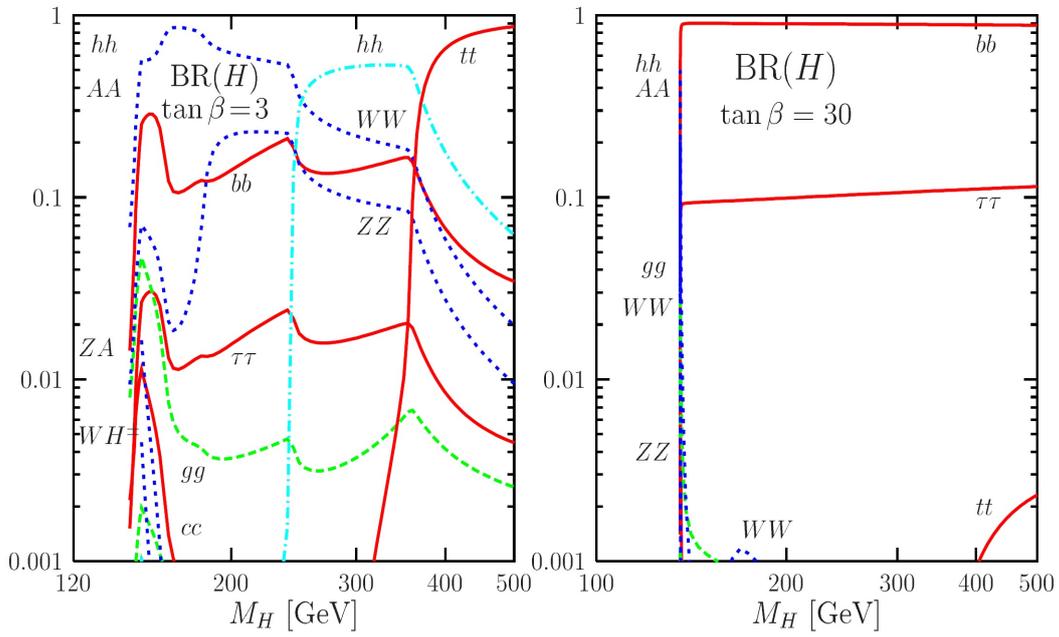


Figura 3.15: *BR del bosone H in funzione della sua massa e per due valori di $\tan \beta$.*

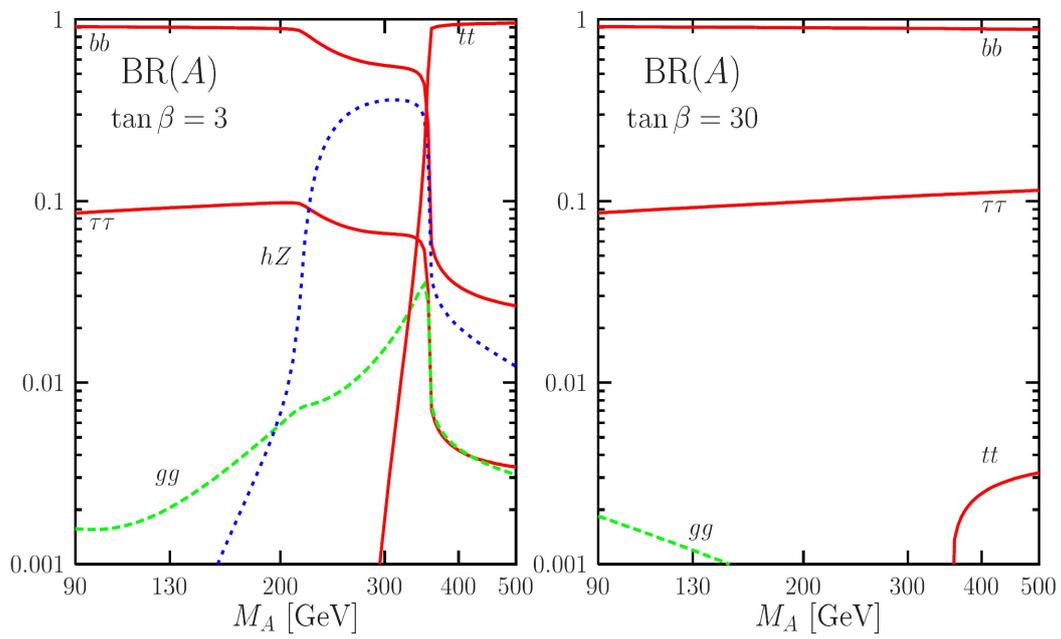


Figura 3.16: BR del bosone A in funzione della sua massa e per due valori di $\tan \beta$.

Capitolo 4

Analisi dati e risultati

Uno dei principali obiettivi della fisica moderna è quello di cercare nuovi modelli oltre il SM. Come detto nel primo capitolo il Modello Standard è solo una teoria efficace che spiega le interazioni e le particelle alle energie finora raggiunte. Dopo la scoperta del bosone di Higgs e la misura della sua massa, $m_{h^0} \simeq 125$ GeV, la seconda fase dell'esperimento LHC al CERN avrà come obiettivo anche quello di individuare segnali di nuova fisica. La parte originale di questo lavoro consiste nell'analizzare le conseguenze di imporre $123 \leq m_{h^0} \leq 128$ per il bosone più leggero dello spettro nel settore di Higgs del MSSM. In particolare si imporranno alcuni limiti sui parametri del pMSSM e si studieranno le variazioni della sezione d'urto tra il MSSM e il SM, cercando di individuarne e quantificarne le possibili cause.

Per fare ciò sono stati utilizzati due diversi codici, open source, scritti nel linguaggio Fortran: FeynHiggs e SusHi (Supersymmetric Higgs). Il primo calcola le masse, i mescolamenti, gli accoppiamenti, etc. nel settore di Higgs del MSSM, mentre il secondo calcola la sezione d'urto di produzione degli Higgs nei collider adronici sia mediante fusione di gluoni e sia attraverso l'annichilazione del quark bottom. Tali sezioni d'urto vengono computate nel SM, nel MSSM e nel 2HDM¹.

Questo capitolo è così strutturato: si descriveranno brevemente FeynHiggs e SusHi e la logica del codice Fortran scritto appositamente per questo lavoro, verranno presentati i risultati sui parametri del pMSSM e l'analisi fatta sulla sezione d'urto, le costanti di accoppiamento e il decadimento del bosone di Higgs. Infine si analizzeranno gli errori dovuti a modifiche delle scale di rinormalizzazione e fattorizzazione e all'utilizzo di set diversi di pdf nell'integrazione della sezione d'urto.

¹Il 2HDM è una estensione del SM in cui invece di fare la scelta minimale di un singolo doppietto di $SU(2)$ nel settore di Higgs, si utilizzano due doppietti come nel MSSM. Dunque lo spettro delle particelle è identico a quello supersimmetrico con 5 particelle.

4.1 Il codice Fortran: utilizzo di FeynHiggs e di SusHi

Come detto nell'introduzione, dato che FeynHiggs (FH) e SusHi sono entrambi scritti nel linguaggio Fortran, anche il codice principale è stato scritto con lo stesso linguaggio. L'obiettivo principale è stato quello di integrare in uno stesso programma FH e SusHi, così da poter utilizzare alcuni risultati del primo come input per il secondo. L'idea fondamentale è quella di, fissati alcuni parametri liberi del MSSM, utilizzare FeynHiggs per conoscere le masse degli stop, A_t , l'angolo α di mescolamento tra h^0 e H^0 e la massa di H^0 tali che $123 \leq m_{h^0} \leq 128$. La scelta del range per m_{h^0} è legata non all'errore sperimentale, bensì all'errore teorico nel calcolo della massa. Quindi i vari parametri che soddisfano tale condizione sulla massa di h^0 serviranno da input per SusHi e si potrà così calcolare la sezione d'urto.

Il codice di FeynHiggs [51] è strutturato in maniera molto duttile, infatti è composto da 40 funzioni utilizzabili nel proprio codice sorgente all'interno di subroutine. Alcune di queste funzioni sono necessarie:

- FHSetFlags: fondamentale per FH in cui si sceglie in quale schema di rinormalizzazione lavorare, l'ordine delle correzioni da usare etc.;
- FHSetDebug: livello di debug di FH;
- FHSetSMPara: definisce i pararametri del SM;
- FHSetPara: definisce alcuni parametri del MSSM e calcola i restanti (masse e matrici di mescolamento);
- FHGetPara: calcola le altre masse e mescolamenti del MSSM utilizzando FHSetPara (spettro del settore di Higgs, sfermioni, neutralini, chargini etc).

Queste sono le principali da utilizzare e nel main program scritto per questo lavoro si è anche usata la FHHiggsCorr che introduce le correzioni alle masse degli Higgs al secondo ordine.

Gli input dati a FH, che non sono nient'altro che i valori per FHSetSMPara e FHSetPara, sono:

- parametri SM: G_F , $\alpha_{strong}(m_Z)$, m_Z , m_W , $m_t(pole)$ e $m_b(m_b)$ (tabella 4.1);
- parametri MSSM: masse dei gaugini (M_1 , M_2 , M_3), accoppiamenti trilineari dei fermioni A_f (escluso A_t), il parametro μ del superpotenziale nel settore di Higgs, le masse di tutti gli sfermioni (escluso lo stop) e la massa dello pseudoscalare A^0 .

Parametro SM	Valore
G_F	$1.6637 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$
$\alpha_S(m_Z)$	0.1172
m_Z	91.1876 GeV
m_W	80.398 GeV
$m_t(\text{pole})$	173.3 GeV
$m_b(m_b)$	4.2 GeV

Tabella 4.1: Valori dei parametri del SM utilizzati nel programma Fortran.

Escluso m_A^0 , che sarà fissato ogni volta tra 300 GeV e 1000 GeV, gli altri parametri del MSSM ($M_1 = 0$) sono stati fissati a $M_{SUSY} = 1 \text{ TeV}$.

Le masse degli stop, $\tan\beta$ e A_t sono state fatte variare all'interno di cicli. In particolare i cicli sulle masse sono stati fatti sugli autostati di massa, poi è stata diagonalizzata la matrice (2.5.28) per calcolare le masse degli autostati di interazione left e right, necessari come input sia per FeynHiggs che per SusHi. Per A_t il ciclo è stato fatto su X_t dato che $A_t = X_t + \frac{\mu}{\tan\beta}$. Tutti questi valori saranno un input per FeynHiggs che, utilizzando le funzioni descritte sopra, calcolerà le varie masse e le varie matrici di mescolamento per il MSSM e se $\mathbf{123} \leq \mathbf{m}_{h^0} \leq \mathbf{128}$ allora i vari dati costituiranno gli input per SusHi.

Il programma SusHi [52] calcola fino all'ordine NNLO la sezione d'urto totale adronica di produzione dell' Higgs dalla fusione di gluoni e dall'annichilazione $b\bar{b}$. Questo può essere anche linkato direttamente con FH, ma per l'analisi di questo lavoro, dove è stato fatto un ampio scan di alcuni parametri, si è preferito procedere diversamente. Infatti l'input di SusHi è un file diviso in blocchi come si può vedere in figura 4.1.

Nel primo blocco (Block SUSHI) si può scegliere in che modello operare, per quale particella calcolare la sezione d'urto, le caratteristiche del collider adronico e l'ordine della correzione per la sezione d'urto. Poi ci sono i vari blocchi in cui inserire i vari parametri, da notare che la figura è specifica per il SM quindi per il MSSM ci saranno più blocchi con i diversi dati di input già discussi. Tra gli altri si cita il Block SCALES dove si possono modificare le scale di rinormalizzazione e fattorizzazione e il Block PDFSPEC dove sono indicate le PDF utilizzate per l'integrazione della sezione d'urto partonica.

In figura 4.2, viene invece mostrato un file di output di SusHi specifico, in questo caso, per il MSSM. Anche qui è presente la suddivisione in blocchi: nei primi vengono riportate le sezioni d'urto con i vari contributi reali e virtuali delle correzioni, poi ci sono i vari blocchi con le costanti di accoppiamento e le matrici di mescolamento per il MSSM e alla

```

Block SUSHI
1 0 # model: 0 = SM, 1 = MSSM
2 0 # 0 = scalar Higgs (h), 1 = pseudoscalar Higgs (A)
3 0 # collider: 0 = p-p, 1 = p-pbar
4 8000.d0 # center-of-mass energy in GeV
5 2 # order ggh: -1 = off, 0 = LO, 1 = NLO, 2 = NNLO
6 2 # order bbh: -1 = off, 0 = LO, 1 = NLO, 2 = NNLO
7 1 # electroweak cont. for ggh:
# 0 = no, 1 = light quarks at NLO, 2 = SM EW factor

Block SMINPUTS # Standard Model inputs
1 1.27934000e+02 # alpha_em^(-1)(MZ) SM MSbar
2 1.16637000e-05 # G_Fermi
3 1.17200000e-01 # alpha_s(MZ) SM MSbar
4 9.11876000e+01 # m_Z(pole)
5 4.20000000e+00 # m_b(m_b)
6 1.73300000e+02 # m_t(pole)
8 1.27500000e+00 # m_c(m_c)

Block MASS
1 125.000000d0 # Higgs mass

Block DISTRIB
1 0 # distribution : 0 = sigma_total, 1 = dsigma/dpt,
# 2 = dsigma/dy, 3 = d^2sigma/dy/dpt
# (values for pt and y: 22 and 32)
2 0 # pt-cut: 0 = no, 1 = pt > ptmin, 2 = pt < ptmax,
# 3 = ptmin < pt < ptmax
21 30.d0 # minimal pt-value ptmin in GeV
22 100.d0 # maximal pt-value ptmax in GeV
3 0 # rapidity-cut: 0 = no, 1 = Abs[y] < ymax,
# 2 = Abs[y] > ymin, 3 = ymin < Abs[y] < ymax
31 0.5d0 # minimal rapidity ymin
32 1.5d0 # maximal rapidity ymax
4 0 # 0 = rapidity, 1 = pseudorapidity

Block SCALES
1 1.40 # renormalization scale muR/mh
2 1.40 # factorization scale muF/mh

Block RENORMBOT # Renormalization of the bottom sector
1 0 # m_b used for bottom Yukawa: 0 = OS, 1 = MSbar(mb), 2 = MSbar(muR)

Block PDFSPEC
1 MSTW2008lo68cl.LHgrid # name of pdf (lo)
2 MSTW2008nlo68cl.LHgrid # name of pdf (nlo)
3 MSTW2008nnlo_asmzrange.LHgrid # name of pdf (nnlo)
4 0 # set number

Block VEGAS
1 10000 # number of points
2 5 # number of iterations
3 10 # print: 0 = no output, 1 = prettyprint, 10 = table

Block FACTORS
1 0.d0 # factor for yukawa-couplings: c
2 1.40 # t
3 1.40 # b

```

Figura 4.1: Esempio di un file di input di SusHi per il SM.

fine alcuni riassuntivi dei dati inseriti nel file di input.

Nel main program quindi si utilizza FH come descritto, poi se sono verificate le condizioni, $123 \leq m_{h^0} \leq 128$ e $m_{\tilde{t}_L}$ con $m_{\tilde{t}_R}$ reali, allora viene scritto un file di input con i valori specifici per quel punto e facendo una chiamata di sistema viene avviato SusHi. Infine, il file di output prodotto da SusHi viene letto e salvati tutti i valori insieme ai dati legati a FH. Ovviamente tutto ciò si ripete per ogni ciclo in cui, come già detto, variano le masse degli stop, $\tan \beta$ e X_t . Infine è importante sottolineare che, mentre i parametri del pMSSM sono selezionati quando la massa del bosone di Higgs è nel range più volte indicato, nel calcolo della sezione d'urto la massa è posta esattamente a 125 GeV. Le altre scelte importanti effettuate, in particolare per il primo blocco nel file di input per SusHi, sono: le particelle interagenti sono due protoni, l'energia del centro di massa è fissata a 8 TeV e l'ordine per il calcolo delle correzioni è il NLO.

```

Block SUSHIggh # Bon appetit
1 1.65830627E+01 # ggh XS in pb
Block SUSHIbbh # Bon appetit
1 3.83211336E-01 # bbh XS in pb
Block XSGGH # ggh MSSM-Cross sec. in pb
2 1.21882475E+01 # NLO
[....individual channels]
Block XSGCHEFF # ggh MSSM-Cross sec.
1 1.44925736E+01 # ggh@NLO SM
2 1.82888376E+01 # ggh@NNLO SM
3 5.78917317E-02 # electroweak factor
Block XSBH # bbh MSSM-Cross sec. in pb
1 5.30129833E-01 # LO
2 4.79035691E-01 # NLO
3 3.83211336E-01 # NNLO
Block HGSUSY # couplings of light Higgs h to 3. generation
[....]
Block MASSOUT
5 4.20000000E+00 # m_b(m_b), MSbar
25 1.25216431E+02 # MSSM-Mh in GeV
[....SM masses/sbottom/stop masses]
Block ALPHA # Effective Higgs mixing parameter
-2.58961078E-01 # alpha
Block STOPMIX # stop mixing matrix
1 1 7.07918788E-01 # V_11
1 2 -7.06293841E-01 # V_12
2 1 7.06293841E-01 # V_21
2 2 7.07918788E-01 # V_22
[....]
Block AD
3 3 2.00666000E+03 # used Ab in GeV - def. accord. to scheme
Block AU
3 3 2.00666000E+03 # used At in GeV

```

Figura 4.2: Esempio di un file di output di SusHi per il MSSM.

4.2 Implicazioni della scoperta del bosone di Higgs nel pMSSM

La scoperta del bosone di Higgs permette di porre dei vincoli sui parametri dei vari modelli MSSM, in questo lavoro l'attenzione è stata posta in particolare al pMSSM. Lo scenario del disaccoppiamento precedentemente discusso, sembra essere molto probabile dato appunto che la massa misurata rientra nei limiti superiori imposti quando $m_A \gtrsim 300$ GeV, i risultati proposti in questo lavoro si riferiscono sempre a tale scenario.

In primo luogo si può fare un'analisi, utilizzando solo FH, di molti parametri del pMSSM, trattati in modo scorrelato e senza restrizioni, nel dominio

$$\begin{aligned}
M_{SUSY} = M_{2,3} = A_{f,b} = m_{\tilde{b}_R} = m_{sfermioni} = |\mu| = 0.5, 1, 2 \text{ TeV}, \\
1 \leq \tan \beta \leq 50, \quad 300 \text{ GeV} \leq m_A \leq 1 \text{ TeV}, \quad -4 \text{ TeV} \leq X_t \leq 4 \text{ TeV}, \quad (4.2.1) \\
200 \text{ GeV} \leq m_{\tilde{t}_1} \leq 2.3 \text{ TeV}, \quad 350 \text{ GeV} \leq m_{\tilde{t}_2} \leq 3.6 \text{ TeV}.
\end{aligned}$$

I risultati sono mostrati in figura 4.3 con m_h in funzione di X_t/M_S , dove $M_S = \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$, e viene mostrato a confronto il range di massa $123 \text{ GeV} \leq m_h \leq 128 \text{ GeV}$. Risulta evidente che l'unico scenario possibile per $M_S < 1 \text{ TeV}$ (grafici a destra) è il maximal

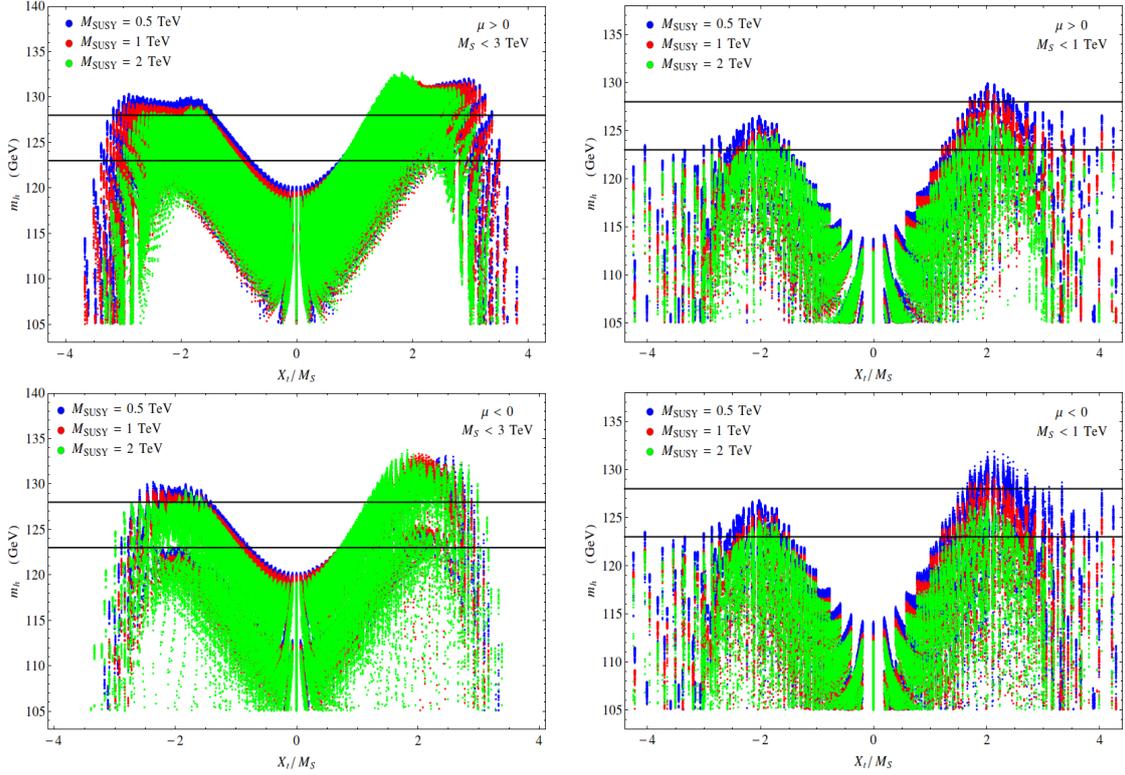


Figura 4.3: Il valore di m_h in funzione di X_t/M_S , con i parametri del pMSSM che variano come descritto nella 4.2.1. I grafici in alto si riferiscono a valori di $\mu > 0$ e in basso a $\mu < 0$, mentre a sinistra $M_S < 3$ TeV e a destra $M_S < 1$ TeV.

mixing in cui $X_t/M_S \approx \sqrt{6}$. Per $M_S < 3$ TeV (grafici a sinistra) lo scenario cosiddetto typical mixing con $X_T \approx M_S$ è possibile ma necessita di grandi M_S e moderati o grandi valori di $\tan \beta$, lo scenario senza mescolamento è ancora escluso mentre è ampiamente possibile il maximal mixing. Queste conclusioni sono le stesse per tutti e quattro i grafici di fig.4.3, cioè sia se μ è maggiore o minore di zero e anche per i tre valori di M_{SUSY} utilizzati. Quindi d'ora in avanti, se non indicato diversamente, viene sempre scelto il valore $M_{SUSY} = \mu = 1$ TeV.

Tali considerazioni implicano delle conseguenze sulle masse degli stop e sul valore di X_t , come si può vedere nel grafico 4.4. La prima conseguenza sta nel fatto che solo imponendo $123 \text{ GeV} \leq m_h \leq 128 \text{ GeV}$ una parte dello spazio dei parametri è esclusa. Inoltre sono favoriti grandi valori di M_S , ciò implica grandi masse per gli stop. In realtà dato che in questo settore è possibile un mescolamento, può accadere che lo stop leggero abbia una massa di qualche centinaio di GeV e l'altro molto più grande, cosicché il mescolamento tra gli stop diventa molto marcato. I risultati finora mostrati sono in accordo con [53].

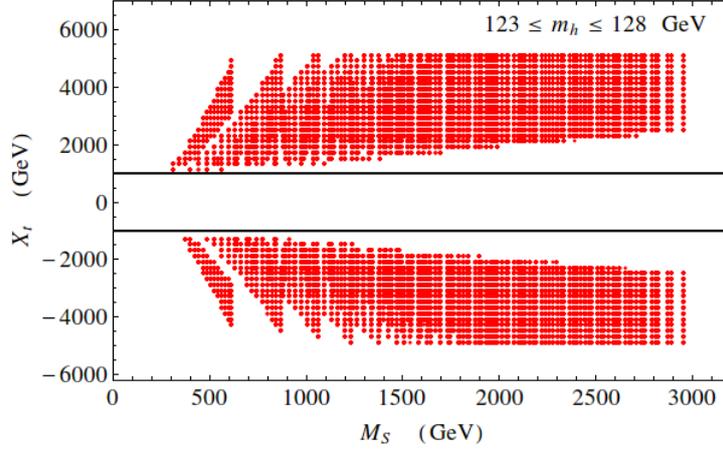


Figura 4.4: M_S in funzione di X_t , con i parametri del pMSSM che variano come descritto nella 4.2.1.

Come già detto lo scenario senza mescolamento nel settore degli stop è escluso, in particolare valori di X_t tra circa -1000 GeV e 1000 GeV possono essere non analizzati. Tale restrizione è stata utilizzata in particolare nell'utilizzo di SusHi, dove i run avevano una durata considerevole, ottenendo così un risparmio di tempo.

Un'analisi sulla massa degli stop è mostrata nel grafico 4.5, dove i vari parametri vengono fissati a:

$$M_{SUSY} = M_2 = M_3 = A_{f,b} = m_{sfermioni} = m_{\tilde{b}_R} = \mu = 1 \text{ TeV} , \quad (4.2.2)$$

$$4 \leq \tan \beta \leq 30 , \quad 300 \text{ GeV} \leq m_A \leq 1 \text{ TeV} \quad -4 \text{ TeV} \leq X_t \leq 4 \text{ TeV} .$$

Per le masse degli stop invece sono state fatte due scelte diverse, una dettagliata per indagare nella regione di masse basse (stop bassi) e una per valori alti (stop alti), i risultati dei quali sono stati integrati.

$$\text{stop bassi} = \begin{cases} 120 \text{ GeV} \leq m_{\tilde{t}_1} \leq 1.1 \text{ TeV} \\ 130 \text{ GeV} \leq m_{\tilde{t}_2} \leq 1.6 \text{ TeV} \end{cases} \quad (4.2.3)$$

$$\text{stop alti} = \begin{cases} 500 \text{ GeV} \leq m_{\tilde{t}_1} \leq 4 \text{ TeV} \\ 700 \text{ GeV} \leq m_{\tilde{t}_2} \leq 5 \text{ TeV} \end{cases} .$$

La linea tratteggiata indica il fatto che, come si è definito nel capitolo 2.5.3, vale la relazione $m_{\tilde{t}_2} > m_{\tilde{t}_1}$, e quindi lo spazio sotto tale linea è già escluso. Lo spazio dei parametri permesso, cioè che rispetta l'assunzione sulla massa del bosone di Higgs, è

invece rappresentato in blu, la linea rossa rappresenta i valori minimi. Si può concludere che è possibile escludere valori di massa per gli stop che siano contemporaneamente al di sotto di circa 700 GeV ed è interessante notare che per $m_{\tilde{t}_1}$ intorno a 300 GeV si ottiene il valore minimo dello stop pesante intorno a circa 700-720 GeV. Infine per avere una massa dello stop leggero molto piccola è necessario un mescolamento importante.

Un'ultima analisi per i parametri del pMSSM è stata fatta per piccoli valori di $\tan \beta$, dove di nuovo imponendo che $123 \text{ GeV} \leq m_h \leq 128 \text{ GeV}$, si è trovato che valori di $\tan \beta \lesssim 4$ possono essere esclusi. Questo è evidente nella figura 4.6 dove $\tan \beta$ è posto in funzione di m_h . I valori utilizzati in questo caso sono gli stessi della (4.2.2) dove però $\tan \beta$ è stato fatto variare tra 0 e 10. La curva in rosso rappresenta i valori massimi di m_h raggiunti, mentre la parte in blu rappresenta tutti i valori permessi. L'esclusione di valori di $\tan \beta$ sotto a 4 rappresenta una buona scelta.

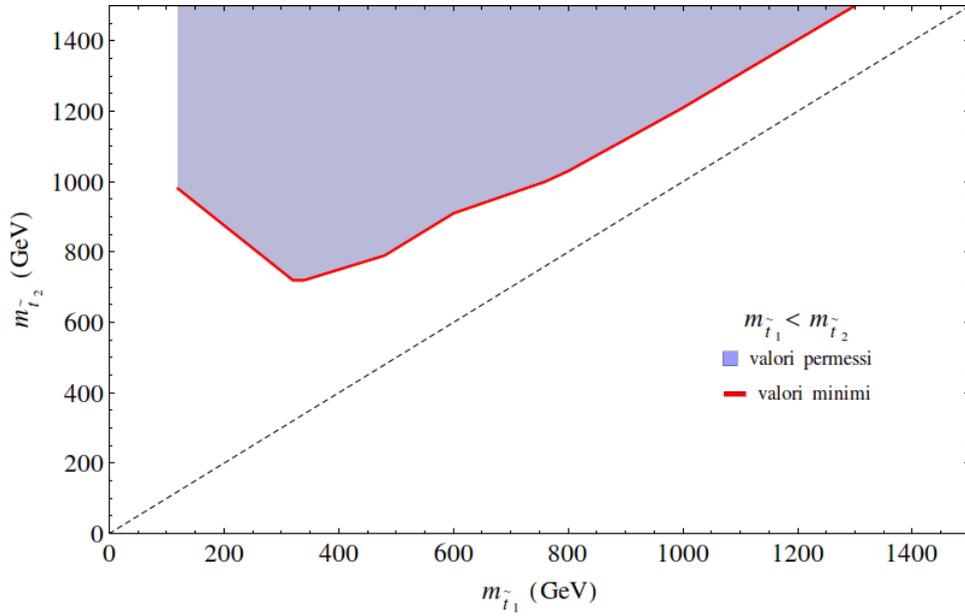


Figura 4.5: Grafico in cui si mettono in relazione gli autostati di massa degli stop.

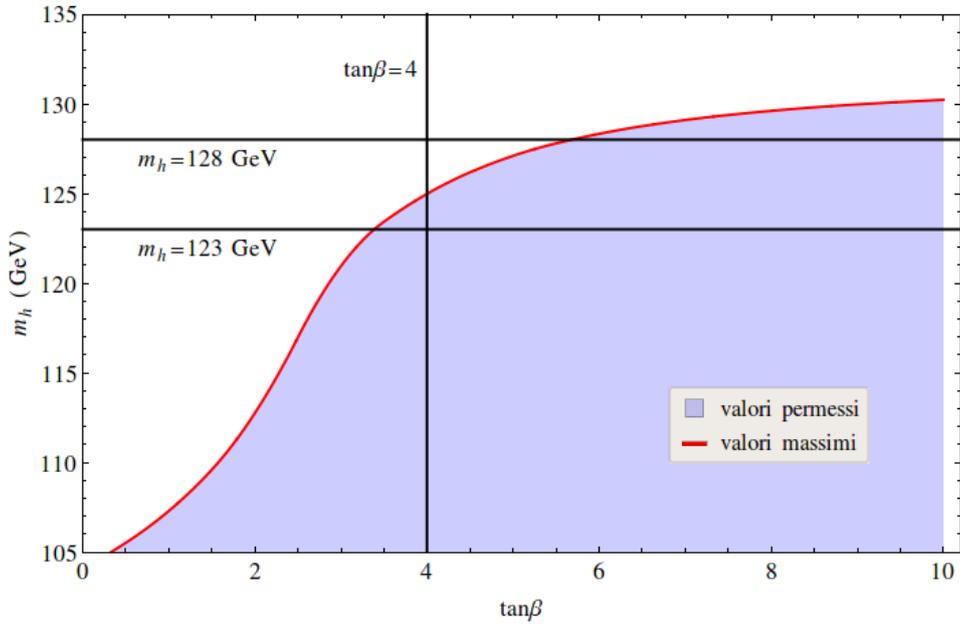


Figura 4.6: Grafico di $\tan\beta$ in relazione con m_h , valori di $\tan\beta \lesssim 4$ possono essere esclusi.

4.3 Sezione d'urto e Branching Ratios nel pMSSM

Le analisi appena descritte, sono state utilizzate per definire i parametri da utilizzare per SusHi. Nel seguente elenco vengono riassunte le scelte fatte:

$$\begin{aligned}
 M_{SUSY} = M_2 = M_3 = A_{f,b} = m_{sfermioni} = m_{\tilde{b}_R} = \mu = 1 \text{ TeV}, \quad 4 \leq \tan \beta \leq 30, \\
 m_A = 300, 500, 1000 \text{ GeV}, \quad -4 \text{ TeV} \leq X_t \leq 4 \text{ TeV}, \\
 200 \text{ GeV} \leq m_{\tilde{t}_1} \leq 2.3 \text{ TeV} \quad 350 \text{ GeV} \leq m_{\tilde{t}_2} \leq 3.6 \text{ TeV}.
 \end{aligned}
 \tag{4.3.1}$$

SusHi, come già detto, è in grado di calcolare le correzioni alla sezione d'urto fino all'ordine NNLO, ma nel MSSM il calcolo di queste correzioni non è ancora completo mentre nel SM è stato fatto in approssimazione di interazione efficace. Per questo motivo si è scelto di utilizzare le correzioni all'ordine NLO, esattamente calcolate sia nel SM che nel MSSM. Lo scopo del lavoro è quello di cercare le variazioni della sezione d'urto e della quantità $(\sigma \times BR)_{MSSM}$ rispetto al Modello Standard al variare di $\tan \beta$ e m_A , evidenziando in particolare gli effetti supersimmetrici.

Prima di presentare i risultati sulla sezione d'urto e i Branching Ratios è necessario discutere, quali, tra i punti calcolati da SusHi, sono stati scelti. Si è cercato di selezionare quei punti che siano rappresentativi sia dal punto di vista statistico e sia per quanto riguarda il significato fisico.

La prima evidenza riscontrata è stata la differenza tra la sezione d'urto calcolata nel SM e quella nel MSSM, le cui cause sono state già argomentate alla fine del capitolo 3.5. Gli effetti dovuti alle variazioni delle costanti di accoppiamento g_b e g_t sono interessanti perchè comunque implicano modifiche al SM, le quali però non dimostrano affatto effetti SUSY. Infatti le stesse variazioni di g_b e g_t si possono ritrovare nel 2HDM, che verrà poi usato come termine di paragone. Quindi la selezione fatta sui punti, dal punto di vista fisico, ha l'obiettivo di cercare per le costanti di accoppiamento le variazioni massime. Inoltre facendo il confronto con il 2HDM, le differenze residue possono essere attribuite sicuramente ad effetti supersimmetrici. Avendo questa idea di base, si è proceduto analizzando i grafici, come quelli di figura 4.7, della massa dello stop leggero in funzione della quantità $g_b^{MSSM}/g_b^{SM} - 1$, cioè la variazione percentuale rispetto al SM. Nel grafico a sinistra di fig.4.7 si nota come la zona in cui sono presenti le variazioni massime di g_b corrispondono a masse dello stop leggero, mentre la figura a destra rappresenta gli stessi punti di quello a sinistra in un grafico di densità in 3D, ed è evidente che la concentrazione massima di punti si ha per masse elevate.

Per scegliere i punti che siano più rappresentativi fisicamente si è pensato, per quelli

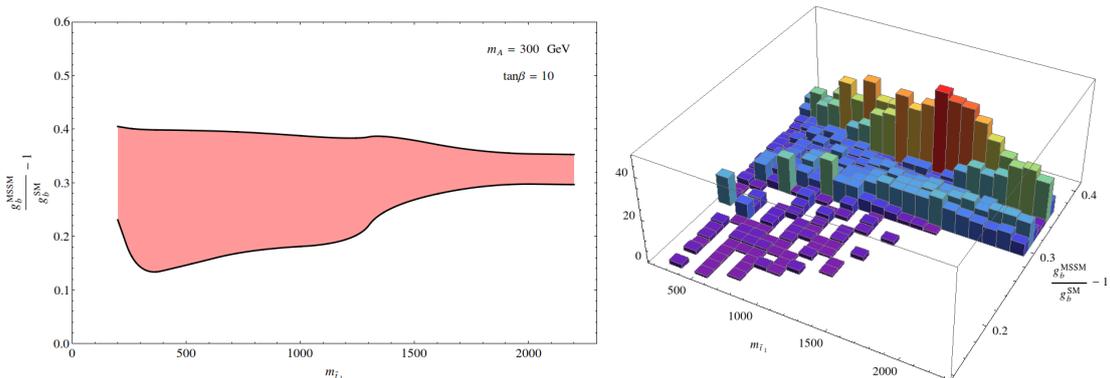


Figura 4.7: *A sinistra* variazioni percentuali di g_b tra il SM e il MSSM verso la massa dello stop leggero. *A destra* istogramma di densità 3D dei punti del grafico a sinistra con $g_b^{MSSM}/g_b^{SM} - 1$ verso la massa dello stop più leggero. I due grafici sono utili per definire i criteri di selezione dei punti, come spiegato nel testo e sono specifici per $\tan\beta = 10$ e $m_A = 300$ GeV.

che avessero lo stesso valore di $m_{\tilde{t}_1}$, di scegliere quella coppia di punti (g_b^i, g_b^j) che avesse la quantità $|g_b^i - g_b^j|$ massima, cioè i punti delle curve in nero del grafico a sinistra nella fig.4.7. Per scegliere fra le coppie selezionate², solo una per ogni valore di $\tan\beta$, è stato fatto un taglio statistico sui punti, derivante dall'osservazione del plot di densità a destra della figura 4.7. Infatti, come si può vedere, scegliere solo i punti con la massima variazione di g_b , implica scegliere la banda con la massa dello stop leggero molto bassa ma che ha una bassa densità di punti. Per correggere ciò viene applicato un secondo criterio che taglia le bande poco rappresentative statisticamente. Questo consiste nel confrontare il numero totale dei punti ottenuti per un valore di $\tan\beta$, quindi tutti i punti nell'area rossa in fig.4.7, con il numero di punti ottenuti ad ogni valore della massa dello stop leggero, cioè i punti che costituiscono una banda verticale nella figura. In particolare se quest'ultimo insieme di punti è maggiore del 10% del totale, allora viene scelta quella coppia di punti. In conclusione, applicando insieme tali criteri, si arrivano infine a scegliere due punti, per ogni valore di $\tan\beta$, che, essendo rilevanti statisticamente, rappresentano una massima variazione di g_b . Nell'esempio di figura 4.7, dato che i punti totali sono 1732 viene scelta la banda con $m_{\tilde{t}_1} = 700$ GeV con 175 punti. L'importanza di applicare contemporaneamente i tagli appena descritti sta nel fatto che applicando solo il primo, si selezionerebbero esclusivamente quei punti con la massa dello stop leggero più bassa ma poco rappresentativi statisticamente. Al contrario, volendo utilizzare solo il taglio statistico, si andrebbero a scegliere quei punti con alta densità

²Le coppie scelte quindi, per ogni valore di $m_{\tilde{t}_1}$, sono costituite dai punti di massimo e minimo di g_b .

ma che avrebbero inevitabilmente masse dello stop leggero molto alte, poco interessanti fisicamente. L'applicazione congiunta dei criteri appena descritti, rappresenta un buon compromesso. Nei risultati riportati verranno anche mostrati grafici senza il taglio al 10% per studiare anche il caso estremo di massima variazione di g_b senza tener conto del fatto di scegliere i due punti estremali di una banda bassamente popolata.

Tornando alla fig.4.7, selezionando solo i punti importanti fisicamente, la massima variazione di g_b si ha per $m_{\tilde{t}_1} = 300$ GeV, mentre statisticamente i punti più rilevanti sono quelli con $m_{\tilde{t}_1} > 1000$ GeV. Il discorso fin qui fatto in modo specifico sui grafici di fig.4.7, in cui valgono $\tan\beta = 10$ e $m_A = 300$ GeV, si può estendere nel range di $\tan\beta$ e m_A esplorati in questo lavoro. Infatti gli andamenti della variazione di g_b e della distribuzione dei punti si è dimostrata valida per tutti gli altri valori di $\tan\beta$ e m_A .

Definiti i criteri di scelta dei punti, si mostrano i risultati del tutto originali del lavoro. Innanzitutto la costante di accoppiamento del quark top, g_t^{MSSM} , nel MSSM subisce una diminuzione all'ordine del percento rispetto allo SM, in cui $g_t^{SM} = 1$, in particolare con l'aumentare di m_A e $\tan\beta$ la variazione diventa stabilmente del per mille, in accordo con la seconda delle (2.5.34).

In figura 4.8 vengono presentate invece le variazioni percentuali di g_b (grafici in alto) e della sezione d'urto¹(in basso) tra il MSSM e il SM, sempre in funzione di $\tan\beta$ e all'aumentare di m_A . In particolare nelle figure a sinistra viene applicato il taglio statistico al 10% sui punti e in quelle a destra nessun taglio, mentre le curve che racchiudono le aree di diverso colore sono il risultato dell'applicazione dei criteri di scelta. Infatti la selezione dei punti porta a scegliere per ogni valore di $\tan\beta$ quella coppia di punti descritta da g_b^{max} (punti curva superiore) e g_b^{min} (punti curva inferiore), formando le bande presenti in tutti i grafici che verranno mostrati.

I risultati per g_b sono perfettamente in accordo con quanto detto alla fine del capitolo 2.5.4, infatti si può notare che la costante di Yukawa del quark bottom con il bosone di Higgs aumenta con $\tan\beta$. Tale andamento è più evidente quando $m_A = 300$ GeV e va diminuendo all'aumentare della massa dello pseudoscalare quando si è pienamente nel regime del disaccoppiamento, in accordo con l'ultima delle (2.5.34). Per $m_A = 1000$ GeV ci si discosta poco dal Modello Standard, cioè il MSSM è completamente disaccoppiato. La presenza del taglio statistico per g_b è poco evidente, si può solo notare una piccola variazione per $\tan\beta > 16$. Questo lo si spiega notando dalla fig.4.7 che la dipendenza di g_b dalla massa dello stop leggero è minima per le sue variazioni massime, cioè per la curva superiore, mentre per le variazioni minime (curva inferiore) e per masse piccole o

¹La sezione d'urto di produzione del bosone di Higgs tramite gluon fusion nel SM è stata calcolata utilizzando SusHi, e all'ordine NLO vale 14.1904 pb.

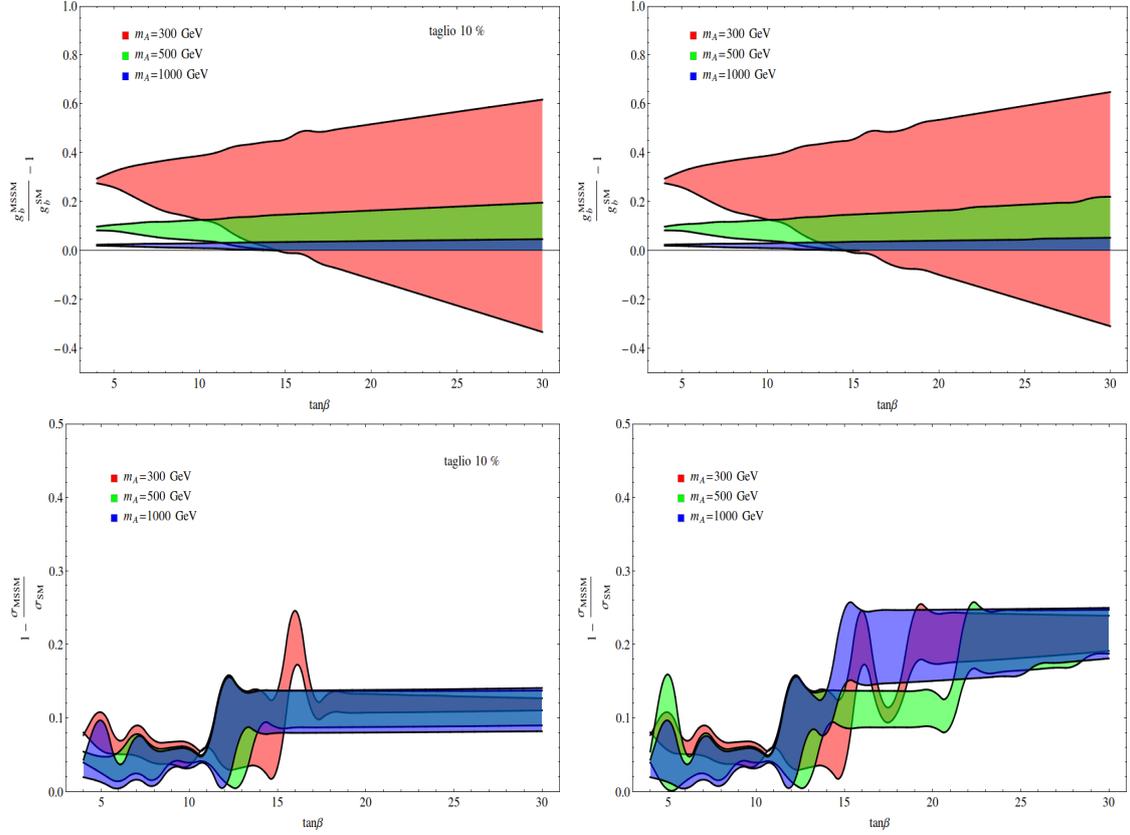


Figura 4.8: In alto variazione percentuale della costante di accoppiamento g_b tra MSSM e SM, a sinistra è stato applicato il taglio statistico del 10% mentre a destra no. In basso stesso discorso per la sezione d'urto. La scale sono fissate a $\mu_R = \mu_F = m_h$ e il set di pdf usato è *MSTW2008nlo68cl.LHgrid* [54].

moderate la dipendenza è contenuta.

Per quanto riguarda la sezione d'urto si registra una diminuzione del MSSM in confronto al SM che è parzialmente spiegata tenendo conto degli effetti combinati delle variazioni di g_b e g_t . Infatti la diminuzione dell'accoppiamento del quark top nel MSSM per $\tan\beta \lesssim 10 - 13$ e $m_A = 300$ GeV, anche se intorno al 2%, sopprime la sezione d'urto MSSM. Per questi valori di $\tan\beta$, dove l'effetto della loop del quark b è ancora minimo, le variazioni sono sempre al di sotto del 10%. Con l'aumentare di $\tan\beta$, $g_t^{MSSM} \simeq g_t^{SM}$ e quindi l'effetto di g_b , sempre di interferenza negativa, diventa dominante e le differenze tra MSSM e SM sono tra 8-14% quando è applicato il taglio statistico e circa del 18-25% senza taglio. Questa spiegazione non è però generale e per $m_A = 1000$ GeV, dove gli effetti dovuti alle costanti di accoppiamento dovrebbero essere trascurabili, le differenze

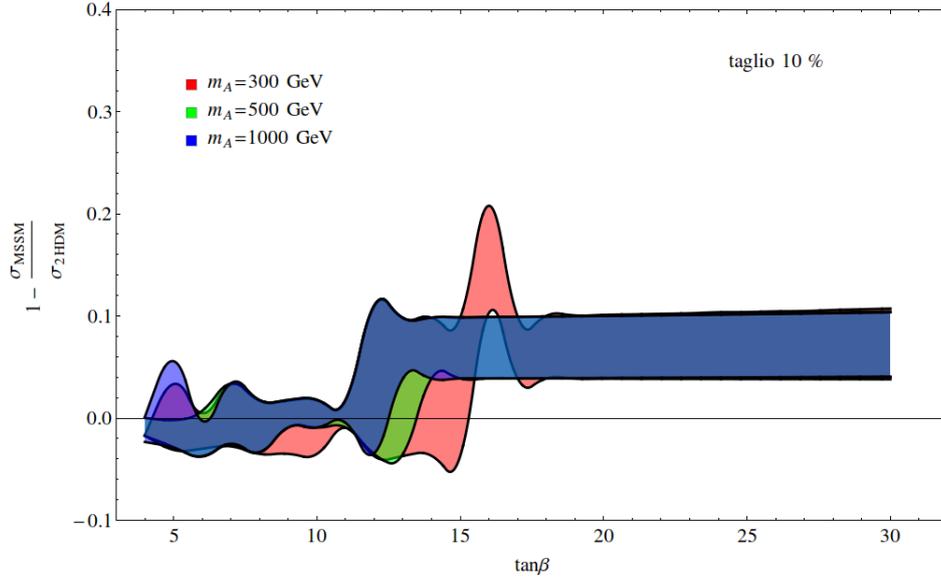


Figura 4.9: *Variazione percentuale della sezione d'urto tra MSSM e 2HDM con il taglio statistico del 10%. Tale variazione corrisponde al contributo degli stop. La scale sono fissate a $\mu_R = \mu_F = m_h$ e il set di pdf usato è MSTW.*

tra le sezioni d'urto rimangono comunque intorno al 10% con il taglio e al 20% altrimenti. Ciò viene spiegato tenendo conto del contributo negativo degli stop alla sezione d'urto, che può essere quantificato confrontando questa volta le sezioni d'urto tra MSSM e 2HDM. In figura 4.9 viene mostrata quanto in percentuale cambia la sezione d'urto e quindi quanto pesa il contributo supersimmetrico degli stop. Gli andamenti sono gli stessi ottenuti nel grafico in basso a sinistra della figura 4.8 ma con una diminuzione generale intorno al 5-6%, effetto del non considerare i contributi causati dalle costanti di accoppiamento. Lo stesso si ritrova ovviamente se non viene considerato il taglio statistico e il grafico non viene riportato.

Tornando alla figura 4.9, si può affermare che la loop degli stop interferisce in modo distruttivo rispetto alla sezione d'urto del 2HDM e quindi del SM. L'effetto di $\tan \beta$ è lo stesso trovato nel grafico in basso a sinistra della figura 4.8, difatti il secondo termine di \mathcal{H}_1 nella (3.5.4), quindi le funzioni della (3.5.6) che descrivono gli effetti supersimmetrici, è anch'esso proporzionale a $-\sin \alpha / \cos \beta$, dunque a g_b che aumenta con il crescere di $\tan \beta$. Le variazioni massime circa del 10% si trovano, infatti, per $\tan \beta \gtrsim 14$ e per $m_A = 500$ e 1000 GeV, mentre per $\tan \beta < 10$ non ci sono variazioni rilevanti. Per $m_A = 300$ GeV e $\tan \beta = 16$ è presente un picco che arriva circa al 20%, che può essere spiegato da due cause differenti. La prima, legata al fatto che gli effetti SUSY sono comunque dipendenti

da g_b , è rappresentata dalla presenza di un piccolo picco proprio per $\tan\beta = 16$, che si può notare nelle figure della prima linea di 4.8. La seconda deriva dal controllo fatto, in questo particolare punto, sui vari parametri del pMSSM che costituiscono l'input di SusHi per il calcolo della sezione d'urto. Infatti si è trovato che per $\tan\beta = 16$ è presente un forte mescolamento nel settore degli stop: la massa dello stop leggero è di 300 GeV e di quello pesante 2.9 TeV, mentre $X_t = -3.7$ TeV. Considerando che per $\tan\beta = 14, 15, 17, 18$ si ha che $m_{\tilde{t}_1} = 500$ GeV, tale diminuzione fa aumentare il peso degli stop nella sezione d'urto. Inoltre un termine di \mathcal{H}_2 è proporzionale ad A_t e la variazione di X_t rispetto ai punti vicini a $\tan\beta = 16$ è oltre il TeV. Le varie motivazioni elencate possono quindi spiegare il picco in questione. Per $\tan\beta > 17$ gli andamenti per tutti i valori di m_A sono molto simili, con una variazione massima del 10% e con $m_{\tilde{t}_1} = 500$ GeV e $m_{\tilde{t}_2} = 1700$ GeV. Quando non si considera il taglio statistico, cioè selezionando stop molto leggeri (in questo caso per $\tan\beta > 17$ si ha $m_{\tilde{t}_1} = 300$ GeV per tutti i valori di m_A), la percentuale aumenta, arrivando al massimo al 25%, in accordo, qualitativamente, con la (3.5.12).

In figura 4.10 sono mostrate le variazioni percentuali della quantità $(\sigma \times BR)$ tra MSSM e SM per tre canali di decadimento: $h \rightarrow u\bar{u}$, $h \rightarrow d\bar{d}$ e $h \rightarrow WW^*, ZZ^*$. Questi sono stati scelti perchè i più semplici da analizzare, infatti non sono mediati da loop e si può usare in prima approssimazione la relazione (3.6.3) e le costanti di accoppiamento in tabella 2.5. In questo caso vengono presentati solo i punti con il taglio statistico, avendone già analizzato l'effetto in precedenza. Per $m_A = 300$ GeV e $\tan\beta > 15$ si trovano le differenze maggiori, infatti al massimo si raggiunge circa il 30%, per i decadimenti $h \rightarrow u\bar{u}$ e $h \rightarrow WW^*, ZZ^*$. Mentre per i decadimenti $h \rightarrow d\bar{d}$ si raggiunge al massimo una differenza di circa il 22%. Tali variazioni vengono spiegate tenendo conto del fatto per $m_A = 300$ GeV e i valori di $\tan\beta$ moderati che vengono considerati, ancora non si è entrati pienamente nel disaccoppiamento, come già evidenziato per g_b . Con il crescere della massa di A , per i decadimenti nei fermioni up o nei bosoni vettori, le variazioni diminuiscono e rimangono al massimo al di sotto del 20% sempre per $\tan\beta$ alta, mentre per i decadimenti nei fermioni down le differenze massime non superano il 16-18%. Va notato che la quantità $(\sigma \times BR)$ del MSSM è sempre minore rispetto al SM, escluso per $m_A = 300$ GeV.

Infine è stato esaminato l'intorno dei punti delle masse degli stop minimi risultanti dal grafico 4.5, una zona dello spazio dei parametri molto interessante perchè appunto le masse degli stop non sono elevatissime. I parametri sono sempre gli stessi della 4.3.1 ma i range di massa per gli stop scelti sono: $300 \leq m_{\tilde{t}_1} \leq 350$ GeV e $700 \leq m_{\tilde{t}_2} \leq 750$ GeV.

²I BR del SM [54] sono: $BR(h \rightarrow b\bar{b})=0.578$, $BR(h \rightarrow \tau\tau)=0.0637$, $BR(h \rightarrow WW)=0.216$ e $BR(h \rightarrow ZZ)=0.0267$.

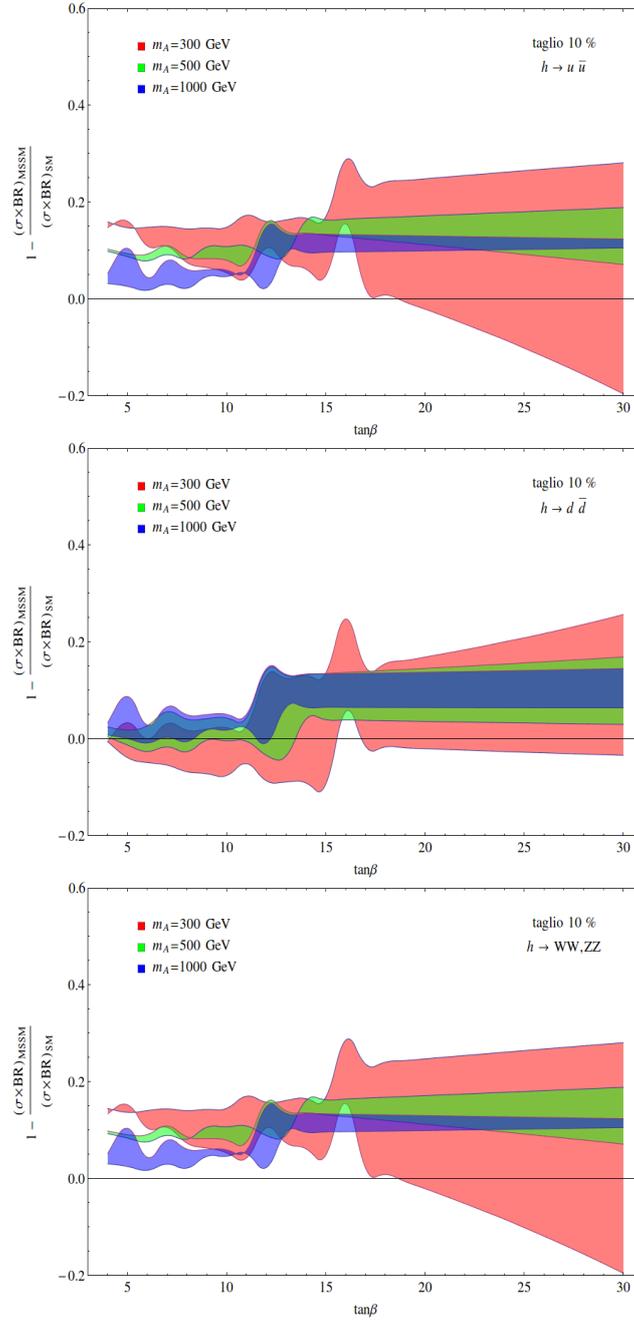


Figura 4.10: Variazione percentuale $1 - (\sigma \times BR)_{MSSM}/(\sigma \times BR)_{SM}$. Nella prima linea i grafici sono relativi al canale di decadimento $h \rightarrow u\bar{u}$, nella seconda $h \rightarrow d\bar{d}$ e nella terza $h \rightarrow WW^*, ZZ^*$. La scale sono fissate a $\mu_R = \mu_F = m_h$ e il set di pdf usato è MSTW.

Nella figura 4.11 viene confrontata la sezione d'urto MSSM con il SM in funzione di $\tan\beta$ e al variare di m_A . Si può notare che per valori di $4 < \tan\beta < 15$ la variazione passa dal 16-18% al 20-25%, per $\tan\beta > 15$ la variazione è costante tra il 20% e il 25% per i tre valori di m_A , quindi maggiore dei risultati discussi precedentemente. Questo è in accordo con la (3.5.12), le variazioni tra σ_{MSSM} e σ_{SM} si fanno sempre più importanti se la massa dello stop leggero diminuisce.

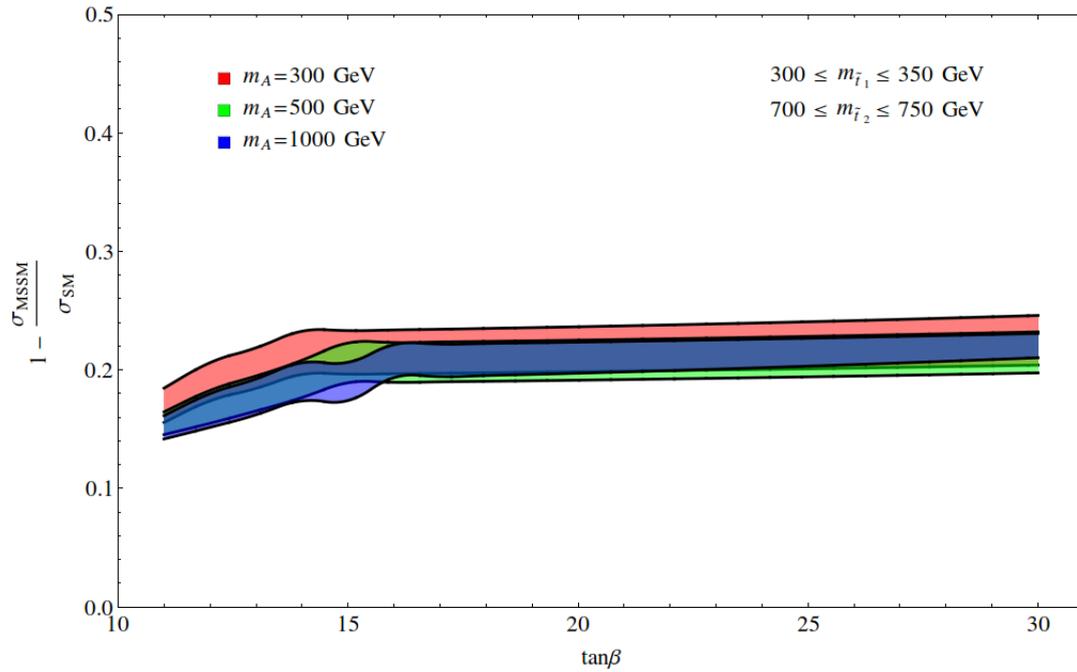


Figura 4.11: *Variazione percentuale della sezione d'urto MSSM rispetto al SM in funzione di $\tan\beta$, per i valori minimi delle masse degli stop.*

4.4 Analisi dell'errore

I fattori che determinano l'errore della sezione d'urto in QCD, come già discusso nel terzo capitolo, sono la scelta delle scale di rinormalizzazione e fattorizzazione e quale set di pdf viene utilizzato per integrare la sezione d'urto partonica.

Per quanto riguarda le scale μ_R e μ_F è conveniente fissarle intorno alla scala energetica del processo, in tal modo i logaritmi derivanti dalla rinormalizzazione e dalla fattorizzazione restano abbastanza piccoli. Ora si mostra, nella figura 4.12, la dipendenza della sezione d'urto NLO dalle scale μ_R e μ_F . I valori utilizzati per le scale sono $\mu_R = \mu_F = m_h/2$, $\mu_R = \mu_F = m_h$ (valore utilizzato per i risultati) e $\mu_R = \mu_F = 2m_h$, rappresentate rispettivamente dalle curve di colore verde, rosso e blu. Nel riquadro in alto a destra del grafico invece viene evidenziata la variazione percentuale tra le curve verde e blu che è circa costante al 30%. Le sezioni d'urto mostrate nella 4.12 sono specifiche per $m_A = 300$ GeV, non sono mostrate quelle con m_A maggiori perchè le differenze sono, come ci si aspetta, sempre intorno al 30%.

Per le distribuzioni delle densità partoniche, in questo lavoro, come già indicato, è stato utilizzato il set MSTW. Nella figura 4.13 si presenta il confronto tra quest'ultimo (curva in rosso) e il set CTEQ6mE (2002) [56] (curva in verde), nel riquadro invece c'è la variazione percentuale che è stabile intorno al 4%. Anche in questo caso come esempio si sono scelti i punti con $m_A = 300$ e con il taglio statistico applicato. Va sottolineato il fatto che nel calcolo delle sezioni d'urto, per tutte e due i set di pdf usati, è stata utilizzato il valore della costante di accoppiamento di tab.4.1. In realtà le pdf vengono elaborate con un valore specifico di α_S diverso per ogni set, e data la dipendenza quadratica della sezione d'urto con α_S , il fatto di effettuare il calcolo sempre allo stesso valore, fa in modo che l'errore del 4% qui riportato sia sottostimato, ma comunque rimane minore del 30% trovato per le scale.

L'errore dipende principalmente dalle scale energetiche fissate per la rinormalizzazione e la fattorizzazione. Infatti se si pone per l'errore sulle pdf, $\Delta_{pdf}^{\%} = 4.2\%$, e per quello casusato dalle scale μ_R e μ_F , $\Delta_{\mu}^{\%} = 30.2\%$, cioè scegliendo i valori massimi per entrambi, si ottiene

$$\Delta_{\sigma}^{\%} = \sqrt{(\Delta_{pdf}^{\%})^2 + (\Delta_{\mu}^{\%})^2} \approx 30.5\% . \quad (4.4.1)$$

Infine per quanto riguarda la quantità $1 - \frac{\sigma_{MSSM}}{\sigma_{SM}}$ utilizzando la propagazione degli errori si ottiene:

$$\Delta^{\%} \left(1 - \frac{\sigma_{MSSM}}{\sigma_{SM}} \right) = \sqrt{\left(-\frac{\Delta\sigma_{MSSM}}{\sigma_{SM}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta\sigma_{SM}\sigma_{MSSM}}{\sigma_{SM}^2} \right)^2} \approx 32\% . \quad (4.4.2)$$

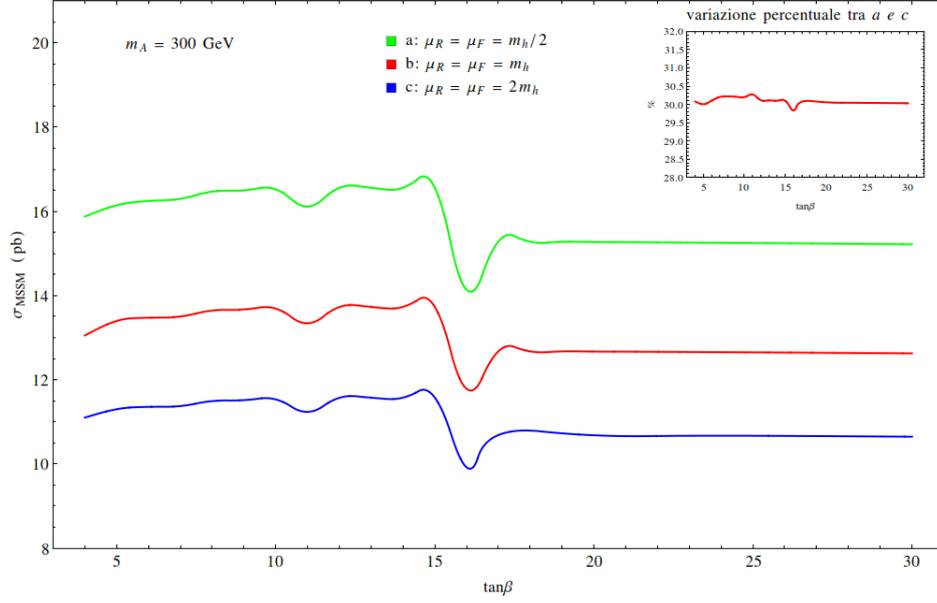


Figura 4.12: Dipendenza della sezione d'urto alla variazione delle scale μ_R e μ_F . In verde è stato usato $\mu_R = \mu_F = m_h/2$, in rosso $\mu_R = \mu_F = m_h$ e in blu $\mu_R = \mu_F = 2m_h$. Nel riquadro in alto a destra è mostrata la variazione percentuale tra le curve verde e blu che è circa costante a 30%. Il set di pdf usato è MSTW.

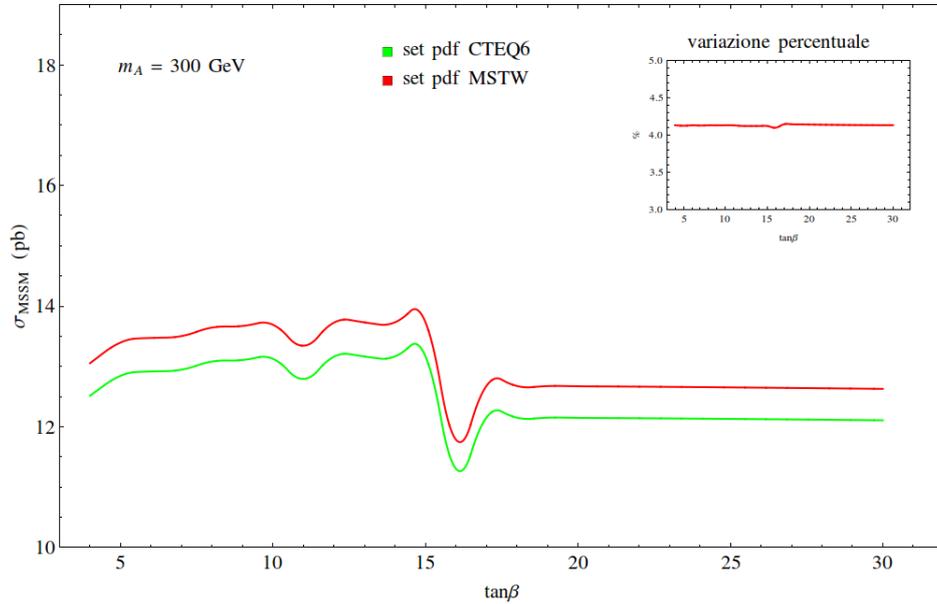


Figura 4.13: Dipendenza della sezione d'urto al set di pdf usato. In verde è stato usato il set CTEQ6 e in rosso il set MSTW. Nel riquadro in alto a destra è mostrata la variazione percentuale tra le due sezioni d'urto che è intorno al 4% ($\mu_R = \mu_F = m_h$).

Conclusioni

Lo scopo di questa tesi è stato quello di studiare le conseguenze di imporre nel MSSM, in accordo con la misura di LHC, $m_{h^0} \sim 125$ GeV per il bosone più leggero nello spettro del settore Higgs. In particolare si è analizzato il cosiddetto modello minimale fenomenologico in cui il numero dei parametri del MSSM è ridotto a 22. Come detto alla fine del capitolo 2.5.4 la massa del bosone di Higgs all'ordine più basso ha un limite massimo rappresentato da m_Z ma riceve importanti correzioni principalmente dal settore degli stop. Tale correzioni, specialmente nel limite del disaccoppiamento, cioè quando $m_A \gg m_Z$, fanno aumentare il massimo di m_h intorno a 130 GeV, rientrando nel dato sperimentale. Per questo lo studio del pMSSM è stato focalizzato nel limite del disaccoppiamento, quindi per $m_A \geq 300$ GeV.

Facendo un'ampia scansione dello spazio dei parametri del pMSSM, imponendo come intervallo accettabile $123 \leq m_h \leq 128$ GeV, sono stati posti degli importanti limiti su alcune grandezze del modello. Come mostra chiaramente la figura 4.3, lo scenario senza mescolamento nel settore degli stop è stato totalmente escluso mentre lo scenario di massimo mescolamento è risultato il più probabile, imponendo che deve valere $X_t/M_S \sim \sqrt{6}$. Per quanto riguarda le masse degli stop, sembrano più probabili valori di M_S grandi, indice o di masse entrambe elevate o di un forte mescolamento, inoltre gli autostati di massa degli stop non possono essere contemporaneamente al di sotto di circa 700 GeV (figura 4.5). Infine per $\tan \beta$ vengono esclusi valori al di sotto di 4 (figura 4.6).

Le analisi più interessanti, perchè confrontabili con i risultati sperimentali, sono quelle che riguardano la sezione d'urto di produzione attraverso fusione di gluoni e i decadimenti non mediati da loop, nei canali $h \rightarrow u\bar{u}$, $h \rightarrow d\bar{d}$ e $h \rightarrow WW^*, ZZ^*$. In modo particolare si è cercato di quantificare i contributi supersimmetrici principalmente dovuti agli stop e in misura minore agli sbottom. Isolando le variazioni dovute alle costanti di accoppiamento g_b e g_t , che sono intorno al 6%, si è trovato che la sezione d'urto nel MSSM diminuisce circa del 10% per valori di $\tan \beta \gtrsim 10$ e per $m_A = 300, 500, 1000$ GeV, seppure in punti specifici la variazione possa risultare dell'ordine del 20%. All'ordine NLO dunque,

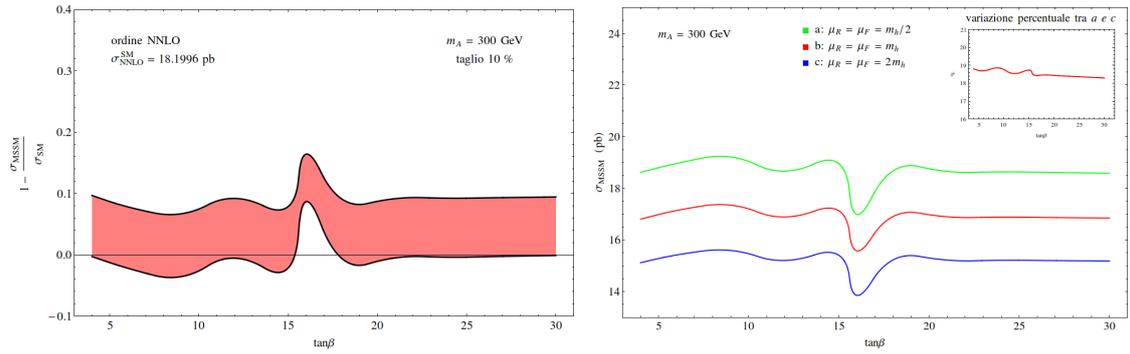


Figura 4.14: A sinistra variazione percentuale tra la sezione d'urto del MSSM rispetto al SM, all'ordine NNLO ($\mu_R = \mu_F = m_h$). A destra dipendenza della sezione d'urto NNLO alla variazione delle scale μ_R e μ_F . In verde $\mu_R = \mu_F = m_h/2$, in rosso $\mu_R = \mu_F = m_h$ e in blu $\mu_R = \mu_F = 2m_h$. Nel riquadro in alto a destra è mostrata la variazione percentuale tra le curve in verde e blu che è circa del 18-19%. Il set di pdf usato è MSTW.

considerando l'errore dovuto alle variazioni di scala e alle pdf, tali variazioni non sono purtroppo rilevabili sperimentalmente.

Una breve analisi (solo per $m_A = 300$ GeV) è stata fatta anche all'ordine NNLO, anche se, come già detto, nel MSSM il calcolo delle correzioni a questo ordine non è ancora completo. Quello che si può notare è un miglioramento dell'errore per quanto riguarda variazioni di μ_R e μ_F . Infatti nel grafico a destra della figura 4.14 si evince che la variazione percentuale tra le sezioni d'urto, utilizzando $\mu_R = \mu_F = m_h/2$ (curva in verde), $\mu_R = \mu_F = m_h$ (curva in rosso) e $\mu_R = \mu_F = 2m_h$ (curva in blu), si abbassa dal 30% al 18-19%, ma la differenza tra MSSM e SM (figura a sinistra di 4.14) per la sezione d'urto è circa del 10%, quindi non ancora sufficiente per rappresentare un segnale ben distinguibile nell'esperimento. Da notare che per $\tan \beta = 16$ si ritrova il picco già analizzato dove la variazione raggiunge il 18%. Purtroppo il calcolo completo NNNLO della sezione d'urto di produzione del bosone di Higgs nel MSSM, che rappresenta un'ulteriore riduzione degli errori, ancora non è stato effettuato.

Per quanto riguarda i decadimenti, l'analisi fatta sulla quantità $\sigma \times BR$ presenta cambiamenti importanti tra MSSM e SM, però una serie di motivazioni portano a concludere che difficilmente saranno rilevabili sperimentalmente. Infatti, anche se in questo lavoro non si è proceduto ad uno studio sull'errore di $\sigma \times BR$, esso sarà certamente maggiore di quello della sezione d'urto perchè si dovranno considerare gli errori legati ai BR_{SM} e alle costanti di accoppiamento del MSSM. Se poi si pensa al fatto che i decadimenti in fermioni sono difficili da misurare per gli effetti di QCD nelle interazioni, si può affermare che un segnale evidente sarà difficile da rilevare. Nello studio dei decadimenti, segnali di

supersimmetria, se presenti, potrebbero forse essere misurabili nei decadimenti rari in $\gamma\gamma$ e $Z\gamma$.

In conclusione per il modello SUSY studiato, il pMSSM, l'effetto degli stop sulla sezione d'urto di produzione del bosone di Higgs, nel regime di disaccoppiamento, produce una interferenza negativa rispetto a quella del Modello Standard. Tale interferenza è stata quantificata essere intorno al 10%, variazione che però non è misurabile negli esperimenti a causa di un forte errore sia teorico, quello qui valutato, che sperimentale. Le speranze di trovare segnali di supersimmetria a LHC sono dunque legati allo studio dei decadimenti rari del bosone, prima citati, o alla produzione diretta o al decadimento di particelle supersimmetriche con masse raggiungibili nell'esperimento.

Ringraziamenti

Anche se con i ringraziamenti si rischia sempre di cadere nella retorica e in un esasperato sentimentalismo, dopo un lavoro di tesi durato circa 9 mesi, si sente sinceramente il bisogno, anche se solo in poche righe, di restituire qualcosa. Quindi in primo luogo vorrei ringraziare il Prof. Giuseppe Degrassi per avermi guidato costantemente e fatto capire che la serietà e il duro lavoro sono ingredienti essenziali per la riuscita di un lavoro scientifico. Poi il Dott. Davide Meloni per avermi sempre ospitato nel suo ufficio, arricchendomi con consigli sempre puntuali ed utilissimi, e per essere stato sempre presente in ogni fase della realizzazione della tesi: senza di te Fortran, Mathematica e Linux sarebbero ricordi o sogni lontani. Vorrei ringraziare anche la Prof.ssa Domizia Orestano, che nella fase di scelta del relatore, mi ha ascoltato e poi indicato il Prof. Degrassi e il Dott. Meloni.

I compagni del corso che mi hanno accolto in maniera deliziosa, in particolare Cristian: se questa tesi è scritta in Latex il merito è solo tuo.

Per la mia famiglia non ci sono parole: questo traguardo potete sentirlo tutti anche un po' vostro (per onestà senza Gabriele la chiamata di sistema non ci sarebbe e SusHi lo avremmo solo mangiato!!).

Ed infine a te, che conosci il numero di tutte le gocce di sudore versate in questi anni, non va il mio ringraziamento ma solo il mio cuore.

Appendici

Appendice A

Calcolo degli integrali per la sezione d'urto

Nel diagramma A.1 sono presenti tre propagatori fermionici, due vertici gluone-fermione-fermione, un integrale per la loop, un accoppiamento di Yukawa e un segno meno derivante dalla loop. Ricordando le regole di Feynman e il diagramma con l'incrocio dei gluoni,

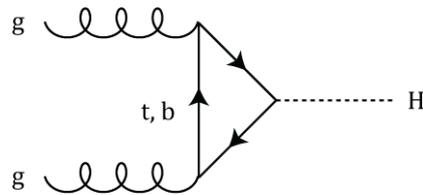


Figura A.1: *Diagramma di Feynman al LO per il processo di fusione di gluoni.*

l'elemento di matrice si può scrivere come

$$\begin{aligned}
\mathcal{M} = & - \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[\epsilon_1^\mu (-ig_S \gamma_\mu T_{jk}^a) \frac{i(l + k_2 + m)}{(l + k_2)^2 - m^2} (-ig_S \gamma_\nu T_{kj}^b) \epsilon_2^\nu \frac{i(l - k_1 + m)}{(l - k_1)^2 - m^2} \right. \\
& \left. \left(-i \frac{m}{v} \right) \frac{i(l + m)}{l^2 - m^2} + \epsilon_1^\mu (-ig_S \gamma_\mu T_{jk}^a) \frac{i(l + k_1 + m)}{(l + k_1)^2 - m^2} (-ig_S \gamma_\nu T_{kj}^b) \right. \\
& \left. \epsilon_2^\nu \frac{i(-l - k_2 + m)}{(l + k_2)^2 - m^2} \left(-i \frac{m}{v} \right) \frac{i(-l + m)}{l^2 - m^2} \right] = \\
& - (-ig_S)^2 \left(-i \frac{m}{v} \right) i^3 \text{Tr} [T^a T^b] \epsilon_1^\mu \epsilon_2^\nu \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{1}{D_1 D_2 D_3} \text{Tr} [(l + k_2 + m) \\
& \gamma_\mu (l - k_1 + m) \gamma_\nu (l + m) + (l + k_1 + m) \gamma_\mu (-l - k_2 + m) \gamma_\nu (-l + m)] \\
D_1 = & l^2 - m^2, \quad D_2 = (l - k_1)^2 - m^2, \quad D_3 = (l + k_2)^2 - m^2.
\end{aligned} \tag{A.0.1}$$

dove g_S è la costante di accoppiamento forte (vale $\alpha_S = \frac{g_S^2}{4\pi}$), m la massa del quark t , k_i è il quadrimomento iniziale dei gluoni, l è il quadrimomento del propagatore fermionico che unisce i vertici tra i gluoni, ϵ_i i vettori di polarizzazione dei gluoni, γ le matrici di Dirac, T sono i generatori del gruppo $SU(3)$ e $v = (\sqrt{2}G_F)^{1/2}$, con G_F costante di Fermi. Il calcolo della traccia delle matrici gamma dà:

$$\begin{aligned}
\text{Tr} [(l + k_2 + m) \gamma_\mu (l - k_1 + m) \gamma_\nu (l + m) + (l + k_1 + m) \gamma_\mu (-l - k_2 + m) \gamma_\nu (-l + m)] \\
= 8m [k_1^\mu k_2^\nu - k_1^\nu k_2^\mu + 2k_2^\mu l^\nu - 2k_1^\nu l^\mu + 4l^\mu l^\nu - g^{\mu\nu} k_1 \cdot k_2 - g^{\mu\nu} l \cdot l + g^{\mu\nu} m^2].
\end{aligned} \tag{A.0.2}$$

Mancano da calcolare gli integrali del tipo:

$$C_{\mu\nu} = \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{l_\mu l_\nu}{D_1 D_2 D_3}, \quad C_\mu = \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{l_\mu}{D_1 D_2 D_3}, \quad C_0 = \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{1}{D_1 D_2 D_3}, \tag{A.0.3}$$

che verranno calcolati in $d = 4 - 2\epsilon$ seguendo la procedura di regolarizzazione dimensionale ed infine si fa il limite di $\epsilon \rightarrow 0$. Tali integrali, trattati con il metodo di riduzione di Passarino-Veltman, possono essere riscritti in forme più semplici. Seguendo tale procedura infatti gli unici integrali da calcolare analiticamente sono gli scalari

$$B_0(2, 3) = \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{1}{D_2 D_3}, \quad C_0 = \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{1}{D_1 D_2 D_3}. \tag{A.0.4}$$

Usando la parametrizzazione di Feynman, B_0 si scrive:

$$B_0(2, 3) = \mu^{2\epsilon} \frac{\Gamma(\epsilon)}{\Gamma(2)} \frac{i(4\pi)^\epsilon}{16\pi^2} \int_0^1 dx [x^2 s - xs + m^2]^{-\epsilon} . \quad (\text{A.0.5})$$

L'integrale può essere ben approssimato ad uno ($a^{-\epsilon} = 1 - \epsilon \ln a + o(\epsilon^2) \sim 1$) e utilizzando le proprietà delle funzioni Gamma $\Gamma(\epsilon) = \frac{1}{\epsilon} \Gamma(1 + \epsilon)$, $\Gamma(1 + \epsilon) \sim e^{-\epsilon\gamma_E}$ (γ_E costante di Eulero-Mascheroni) si ricava

$$B_0(2, 3) = \mu^{2\epsilon} i \frac{(4\pi)^\epsilon}{16\pi^2} e^{-\epsilon\gamma_E} \frac{1}{\epsilon} = \frac{i}{16\pi^2} \left(\frac{1}{\epsilon} - \gamma_E + \ln 4\pi \right) \mu^{2\epsilon} . \quad (\text{A.0.6})$$

Per quanto riguarda C_0 , sfruttando sempre la parametrizzazione di Feynman si ha:

$$C_0 = \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{\Gamma(3)}{\Gamma(2)\Gamma(1)} y [l^2 - 2xy(l \cdot k_1) + 2(1-y)k_2 \cdot l - m^2]^{-3} , \quad (\text{A.0.7})$$

e con le sostituzioni $l' = l + k$ e $k = xyk_1 - (1-y)k_2$, e integrando prima in l e poi in x si ottiene

$$C_0 = \frac{-i}{16\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{y}{[m^2 - sxy(1-y)]} = \frac{-i}{16\pi^2 s} \int_0^1 \frac{dy}{y} \ln [1 - \xi y(1-y)] , \quad (\text{A.0.8})$$

dove s è l'energia nel centro di massa dei partoni e $\xi = s/m^2$. L'integrazione in y non è così diretta perché per $1 - \xi y(1-y) < 0$, che implica $\xi > 4$, il logaritmo diventa immaginario. Per la parte immaginaria ($\xi > 4$) bisogna prima integrare per parti la (A.0.8), ottenendo

$$I = \int_0^1 \frac{dy}{y} \ln [1 - \xi y(1-y)] = \int_0^1 dy (1-2y) \ln y \frac{1}{\beta} \left(\frac{1}{y-y_+} - \frac{1}{y-y_-} \right) , \quad (\text{A.0.9})$$

dove $y_{\pm} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4/\xi}}{2} = \frac{1 \pm \beta}{2}$, con $\beta = \sqrt{1 - \frac{4m^2}{s}} = \sqrt{1 - \tau}$. Usando poi la relazione

$$\frac{1}{x-y \mp i\epsilon} = P \left(\frac{1}{x-y} \right) \pm i\pi \delta(x-y) , \quad (\text{A.0.10})$$

ed omettendo il valore principale si ha

$$\begin{aligned}\Im(I) &= \frac{\pi}{\beta} \int_0^1 dy \delta(y - y_+) (1 - 2y) \ln y + \frac{\pi}{\beta} \int_0^1 dy \delta(y - y_-) (1 - 2y) \ln y \\ &= \frac{\pi}{\beta} [(1 - 2y_-) \ln y_- + (1 - 2y_+) \ln y_+] = \pi [\ln y_- - \ln y_+] = -\pi \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \tau}}{1 - \sqrt{1 - \tau}}.\end{aligned}\quad (\text{A.0.11})$$

Per la parte reale quando $\xi > 4$, ricordando sempre la (A.0.8), si può scrivere

$$\frac{dI}{d\xi} = - \int_0^1 dy \frac{1 - y}{1 - \xi y(1 - y)}, \quad (\text{A.0.12})$$

e facendo il cambio di variabile $y = 1/2(1+u)$, che implica $dy = 1/2du$ e $1 - y = 1/2(1 - u)$, si ottiene che:

$$\frac{dI}{d\xi} = - \int_{-1}^1 du \frac{1 - u}{4 - \xi + \xi u^2} = \frac{1}{\xi} \int_{-1}^1 du \frac{u - 1}{u^2 - \beta^2} = \frac{1}{\beta \xi} \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right). \quad (\text{A.0.13})$$

Ora si deve integrare rispetto a ξ ma facendo il cambio di variabile

$$\int d\xi \frac{dI}{d\xi} \rightarrow \int d\beta \frac{d\xi}{d\beta} \frac{dI}{d\xi}, \quad \frac{d\xi}{d\beta} = \frac{d}{d\beta} \left(\frac{4}{1 - \beta^2} \right) = \frac{8\beta}{(1 - \beta^2)^2} = \frac{\xi^2 \beta}{2}, \quad (\text{A.0.14})$$

l'integrale sarà infine

$$I = \int d\beta \frac{\xi}{2} \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) = \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) + C, \quad (\text{A.0.15})$$

e la costante C è fissata a $C = -\pi^2/2$ per dare continuità a C_0 quando $\xi = 4$. Quando $\xi < 4$ l'integrale sarà reale e si può scrivere

$$\frac{dI}{d\xi} = - \int_0^1 dy \frac{1 - y}{\xi y^2 - \xi y + 1}, \quad (\text{A.0.16})$$

integrando per parti si ha

$$\frac{dI}{d\xi} = \frac{-2}{\sqrt{4\xi - \xi^2}} \arcsin \sqrt{\frac{\xi}{4}}. \quad (\text{A.0.17})$$

Infine l'integrazione rispetto a ξ non presenta difficoltà e si arriva a

$$I = -2 \arcsin^2 \frac{1}{\sqrt{\tau}}. \quad (\text{A.0.18})$$

Riunendo dunque i risultati ottenuti per C_0 , si ricava che

$$C_0 = \frac{i}{16\pi^2 s} \begin{cases} \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{1+\sqrt{1-\tau}}{1-\sqrt{1-\tau}} \right) - i\pi^2 \right]^2 & \tau < 1 \\ -2 \arcsin^2 \left(\frac{1}{\sqrt{\tau}} \right) & \tau \geq 1 \end{cases}, \quad (\text{A.0.19})$$

dove si è definito $\tau = \frac{4m^2}{m_h^2}$. La funzione appena calcolata può essere riscritta in forma più compatta come la $\mathcal{G}_{1/2}$ nella (3.4.2). Infatti da quest'ultima, ponendo $m_h \rightarrow m_h + i\epsilon$ e facendo una continuazione analitica, si riottiene, tralasciando fattori costanti, la (A.0.19).

Bibliografia

- [1] G. Altarelli, Collider Physics within the Standard Model, arXiv:1303.2842v2 (2013).
- [2] S.L. Glashow, Nucl. Phys. B22 (1961) 579;
S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19 (1967) 264.
- [3] P. Higgs, Phys. Rev. Lett. 13 (1964) 16.
- [4] F. Englert and R. Brout, Phys. Rev. Lett. 13, 321–323 (1964).
- [5] Hasert F.J et al., Phys. Lett. B46 (1973) 38.
- [6] UA2-Collab. (CERN), Banner M. et al., Phys. Lett. B122 (1983) 476.
- [7] UA1-Collab. (CERN), Arnison G. et al., Phys. Lett. B122 (1983) 103;
Phys. Lett. B126 (1983) 398;
Phys. Lett. B166 (1986) 484.
- [8] CMS Collab., Physics Letters B 716 (1): 30–61 (2012).
- [9] ATLAS Collab., Physics Letters B 716 (1): 1–29 (2012).
- [10] [http : //lepewwg.web.cern.ch/LEPEWWG/plots/lep2_2013/](http://lepewwg.web.cern.ch/LEPEWWG/plots/lep2_2013/).
- [11] CDF Collaboration , Phys. Rev. Lett. 74 (1995) 2626.
- [12] ALEPH, CDF, DØ, DELPHI, L3, OPAL, SLD Collaborations, the LEP Electroweak Working Group, the Tevatron Electroweak Working Group, and the SLD electroweak and heavy flavour groups, Precision Electroweak Measurements and Constraints on the Standard Model, CERN-PH-EP-2010-095 (2010), arXiv:1012.2367 [hep-ex].
- [13] G. 't Hooft and M. Veltman, Regularization and Renormalization of Gauge Fields, Nucl. Phys. B44 (1972) 189.

- [14] S. Dawson, Introduction to Electroweak Symmetry Breaking, arXiv:hep-ph/9901280v1
- [15] Stephen P. Martin, A Supersymmetry Primer, hep-ph/9709356 (2011).
- [16] R. Haag, J. Lopuszanski, and M. Sohnius, Nucl. Phys. B 88, 257 (1975).
- [17] S. Coleman and J. Mandula, Phys. Rev. 159 (1967) 1251.
- [18] J. Wess and B. Zumino, Nucl. Phys. B 70 (1974) 39.
- [19] Ian J R Aitchison, Supersymmetry and the MSSM: An Elementary Introduction arXiv:hep-ph/0505105v1
- [20] L. O’Raifeartaigh, “Spontaneous symmetry breaking for chirals scalar superfields”, Nucl. Phys. B 96 (1975) 331.
- [21] P. Fayet, J. Iliopoulos, “Spontaneously Broken Supergauge Symmetries and Goldstone Spinors”, Phys. Lett. B 51 (1974) 461.
- [22] P. Fayet, “Supergauge invariant extension of the Higgs mechanism and a model for the electron and its neutrino”, Nucl. Phys. B 90 (1975) 104.
- [23] G.F. Giudice, R. Rattazzi, Phys.Rept. 322 (1999) 419-499.
- [24] J. Bagger and J. Wess, JHU-TIPAC-9009. Supersymmetry and Supergravity, 2nd. edition (Princeton University Press, Princeton, 1992).
- [25] A. Djouadi et al. [MSSM Working Group Collaboration], hep-ph/9901246.
- [26] G.’t Hooft, Phys. Rev. Lett. 37, 8 (1976).
- [27] A. Djouadi, Implications of the Higgs discovery for the MSSM, arXiv:1311.0720v1.
- [28] M. Srednicki, “Quantum field theory”, Cambridge, UK: Univ. Pr. (2007).
- [29] R. K. Ellis, W. J. Stirling and B. R. Webber, “QCD and collider physics,” Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol. 8 (1996) 1.
- [30] G. Altarelli and G. Parisi, Asymptotic freedom in parton language. Nucl. Phys., B126:298 (1977).
- [31] J.C. Collins and D.E. Soper, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 37 (1987) 383.
- [32] J. C. Collins, D. E. Soper, G. Sterman, Adv.Ser.Direct.High Energy Phys.5:1-91,1988.

- [33] S.L. Glashow, D. Nanopoulos and A. Yildiz, Phys. Rev. D18 (1978) 1724;
 J. Finjord, G. Girardi and P. Sorba, Phys. Lett. B89 (1979) 99;
 E. Eichten, I. Hinchliffe, K. Lane and C. Quigg, Rev. Mod. Phys. 56 (1984) 579.
- [34] R.N. Cahn and S. Dawson, Phys. Lett. 136B (1984) 196 and (E) ibid. B138 (1984) 464;
 D. Dicus and S. Willenbrock, Phys. Rev. D32 (1985) 1642;
 G. Altarelli, B. Mele and F. Pitolli, Nucl. Phys. B287 (1987) 205;
 W. Kilian, M. Kramer and P.M. Zerwas, Phys. Lett. B373 (1996) 135.
- [35] R. Raitio and W.W. Wada, Phys. Rev. D19 (1979) 941; Z. Kunszt, Nucl. Phys. B247 (1984) 339; A.S. Bagdasaryan et al., Sov. J. Nucl. Phys. 46 (1987) 315.
 J. Ng and P. Zakarauskas, Phys. Rev. D29 (1984) 876.
- [36] R.M. Barnett, H.E. Haber and D.E. Soper, Nucl. Phys. B306 (1988) 697;
 F.I. Olness and W.-K. Tung, Nucl. Phys. B308 (1988) 813;
 D.A. Dicus and S. Willenbrock, Phys. Rev. D39 (1989) 751.
- [37] E.N. Glover and J. van der Bij, Nucl. Phys. B309 (1988) 282;
 D.A. Dicus, C. Kao and S. Willenbrock, Phys. Lett. B203 (1988) 457;
 G. Jikia, Nucl. Phys. B412 (1994) 57;
 T. Plehn, M. Spira and P.M. Zerwas, Nucl. Phys. B479 (1996) 46.
- [38] V. Barger, T. Han and R. Phillips, Phys. Rev. D38 (1988) 2766;
 A. Djouadi, W. Kilian, M. Mühlleitner and P. Zerwas, Eur. Phys. J. C10 (1999) 45.
- [39] W. Y. Keung, Mod. Phys. Lett. A2 (1987) 765;
 O.Eboli, G. Marques, S. Novaes and A. Natale, Phys. Lett. B197 (1987) 269;
 D. Dicus, K. Kallianpur and S. Willenbrock, Phys. Lett. B200 (1988) 187;
 K. Kallianpur, Phys. Lett. B215 (1988) 392; A. Dobrovolskaya and V. Novikov, Z. Phys. C52 (1991) 427;
 A. Abbasabadi, W. Repko, D. Dicus and R. Vega, Phys. Rev. D38 (1988) 2770.
- [40] LHC Higgs Cross Section Working Group, 2012 <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/LHCPhysics/CERNYellowReportPageAt8TeV>.
- [41] H.Georgi, S.Glashow, M.Machacek e D.V.Nanopoulos, Phys. Rev. Lett. 40 (1978) 692.
- [42] Bernd A. Kniehl, M. Spira, Z.Phys. C69 (1995) 77-88, arXiv:hep-ph/9505225v1.

- [43] A. Vainshtein, M. Voloshin, V. Zakharov, and M. Shifman, *Sov. J. Nucl. Phys.* 30 (1979) 711;
A. Vainshtein, V. Zakharov, and M. Shifman. *Sov. Phys. Usp.* 23 (1980) 429;
M. Voloshin, *Sov. J. Nucl. Phys.* 44 (1986) 478.
- [44] S. Dawson, *Nucl. Phys.* B359 (1991) 283-300.
- [45] R. Bonciani, G. Degrossi and A. Vicini, *JHEP* 0711 (2007) 095, arXiv:0709.4227.
- [46] A. Djouadi, *Phys. Rept.* 457:1-216, 2008, arXiv:hep-ph/0503172v2.
- [47] G. Degrossi and P. Slavich *Nucl. Phys.* B805: 267-286, 2008.
- [48] M. Carena, S. Heinemeyer, C.E.M. Wagner, G. Weiglein, *Eur.Phys.J.C*26:601-607,2003.
- [49] S. Dawson, A. Djouadi, M. Spira, *Phys. Rev. Lett.* 77:16-19, 1996.
- [50] A. Djouadi, *Phys. Rept.* 459:1-241, 2008, arXiv:hep-ph/0503173v2.
- [51] S. Heinemeyer, W. Hollik, H. Rzehak, G. Weiglein, *Phys. Lett.* B652:300-309, 2007
http://www.feynhiggs.de/.
- [52] R. V. Harlander, S. Liebler, H. Mantler, *Comp.Phys.Comm.* 184(2013) pp.1605-1617
http://sushi.hepforge.org/.
- [53] A. Djouadi, Implications of the Higgs discovery for the MSSM, arXiv:1311.0720v1.
- [54] LHC Higgs Cross Section Working Group, Handbook of LHC Higgs Cross Sections: 1. Inclusive Observables, arXiv:1101.0593v3.
- [55] A.D. Martin, W.J. Stirling, R.S. Thorne, G. Watt, *Eur.Phys.J.C*63:189-285,2009.
- [56] J. Pumplin, D.R. Stump, J. Huston, H.L. Lai, P. Nadolsky, W.K. Tung, *JHEP* 0207:012,2002.