Produktion von schweren Quarks in ultrarelativistischen Kern-Kern-Kollisionen

Diplomarbeit

vorgelegt von

Jan Uphoff

Frankfurt am Main, August 2009

Institut für Theoretische Physik
Johann Wolfgang Goethe–Universität
Max-von-Laue-Str. 1
60438 Frankfurt am Main

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

> Der Beginn aller Wissenschaften ist das Erstaunen, dass die Dinge sind, wie sie sind.
>
> ARISTOTELES

Woraus besteht die Welt und worin liegt ihr Ursprung?

Diese Frage stellt sich der Mensch bereits seitdem er sich und sein Umfeld selbstreflektiert wahrnimmt. Schon die alten Griechen suchten nach dem Urstoff, aus dem alles besteht, und Goethe äußerte in seinem Faust den Wunsch, „dass ich erkenne, was die Welt im Innersten zusammenhält.“ [Goe08]

Die moderne Naturwissenschaft hat uns diesem Ziel ein gutes Stück näher gebracht. Sie hat mit den Methoden der Logik und der Mathematik eindeutige Hinweise gesammelt, dass unser Universum aus dem Urknall hervorgegangen ist, wie das Leben auf der Erde entstand und wie der Mensch sich während der Evolution entwickelt hat. Wir haben die DNA des Menschen entschlüsselt, die Entstehung von schweren Elementen in Supernovae erforscht und wissen, dass die Erde nicht der Mittelpunkt der Welt, sondern ein verschwindend kleiner Planet in den unendlichen Weiten des Universums ist.

Auf der Suche nach den kleinsten Bestandteilen der Materie, den elementaren Bausteinen, aus denen unsere ganze Welt besteht, hat der Mensch einen enormen Aufwand betrieben. Als Belohnung für diese Anstrengungen erhielt er tiefere Einblicke in die Zusammenhänge und den Aufbau unserer Welt. Während der Mensch zu immer kleineren Längenskalen vordrängte, entdeckte er immer kleinere Teilchen, aus denen das Universum zusammengesetzt ist. Diese intensiven Untersuchungen führten schließlich zum Standardmodell der Elementarteilchenphysik. Demnach ist die gesamte Welt aus sechs Quarks und sechs Leptonen aufgebaut. Sie wechselwirken untereinander über mehrere Austauschteilchen, die den vier Grundkräften zuzuordnen sind: Gravitation, elektromagnetische, schwache und starke Wechselwirkung.

Die Wechselwirkung der Quarks untereinander wird vor allem durch die starke Wechselwirkung geprägt, die auch Quantenchromodynamik (QCD) genannt wird. Das Austauschteilchen der QCD wird als Gluon bezeichnet. Bei den von uns vertrauten Temperaturen sind die Quarks und Gluonen in Hadronen eingeschlossen. In ultrarelativistischen Schwerionenkollisionen kann man jedoch ein Medium produzieren, dessen Temperatur so hoch ist, dass Quarks und Gluonen die relevanten Freiheitsgrade der Bewegung darstellen. Deshalb wird es auch *Quark-Gluon-Plasma* (QGP) genannt.

Die Eigenschaften des QGP sind von großem Interesse, da sie einen tieferen Einblick in die Struktur der Wechselwirkung zwischen Quarks und in die Eigenschaften der QCD liefern. Ferner kann der Zustand des Universums innerhalb der ersten Mikrosekunde nach dem Urknall untersucht werden. Denn bevor Sterne, Galaxien, Planeten und der Mensch entstanden, war die Materie so heiß und verdichtet, dass das ganze Universum aus einem einzigen großen Quark-Gluon-Plasma bestand.

Damit sind wir wieder bei der oben gestellten Frage angelangt. Das QGP liefert nicht nur Informationen über Quarks und Gluonen als einige der elementaren Bausteine der Materie (*woraus besteht die Welt?*), sondern auch über die Vorgänge kurz nach dem Urknall (*worin liegt ihr Ursprung?*) und adressiert somit fundamentale Fragen der Menschheit.

Für die Untersuchung des QGP stellen schwere Quarks (Charm- und Bottom-Quarks) eine hervorragende Sonde dar. Da sie eine relativ große Masse haben, braucht man für ihre Produktion viel Energie, die nur zu Beginn der Schwerionenkollision zur Verfügung steht. Sie werden also in einer sehr frühen Phase des QGP oder bereits vorher in harten Nukleon-Nukleon-Stößen erzeugt und geben so Einblicke in das Verhalten des Plasmas kurz nach seiner Entstehung. Hierfür spielt die genaue Anzahl der produzierten schweren Quarks eine wichtige Rolle, da man aus ihr Rückschlüsse auf die Temperatur des Plasmas ziehen kann. Weil die schweren Quarks so früh produziert werden, propagieren sie zudem lange Zeit durch das QGP, wobei sie wechselwirken und somit Informationen über das Medium tragen. Aufschlussreiche Observablen sind zum Beispiel der kollektive Fluss der schweren Quarks und ihr nuklearer Modifikationsfaktor.

In dieser Arbeit werden wir uns vor allem auf die Produktion von schweren Quarks konzentrieren, aber auch den kollektiven Fluss ansprechen. Die Anzahl der produzierten schweren Quarks in anfänglichen Nukleon-Nukleon-Kollisionen wird mit dem Event-Generator PYTHIA und dem Minijet-Modell abgeschätzt. Für die Simulation der QGP-Phase und die Untersuchung der hier produzierten schweren Quarks nutzen wir die Partonkaskade BAMPS. Hiermit kann auch der Aufbau eines kollektiven Flusses studiert werden.

Eine bedeutende Komplikation bei der Erforschung des QGP ist die Tatsache, dass es nur indirekt untersucht werden kann. Nach der Schwerionenkollision expandiert das produzierte QGP, wodurch seine Temperatur fällt und die Quarks und Gluonen hadronisieren. Die entstandenen Hadronen werden dann in riesigen Detektoren gemessen, die den Kollisionspunkt umschließen. Da der Quarkflavor – in diesem Fall *charm* bzw. *bottom* – eine Erhaltungsgröße ist, kann aber aus den gemessenen D- bzw. B-Mesonen (sie bestehen aus einem schweren und einem leichten Quark) – oder genauer gesagt aus ihren Zerfallsprodukten – auf das Charm- bzw. Bottom-Quark-Spektrum geschlossen werden. Schwere Quarks sind somit eine eindeutige Sonde für die Untersuchung des QGP.

Das Forschungsgebiet der ultrarelativistischen Schwerionenkollisionen befindet sich in einer sehr spannenden Zeit: Momentan werden die Ergebnisse des Teilchenbeschleunigers RHIC[1] lebhaft diskutiert und viele neue Methoden und Modelle entwickelt, um Vorhersagen für den LHC[2] zu machen. Dieser leitet ein goldenes Zeitalter der Hochenergiephysik ein, in dem noch mehr Energie zu Verfügung stehen wird, was sicherlich zu einem noch tieferen Verständnis in die Zusammenhänge und Wechselwirkungen unser Welt führen wird. Bereits am RHIC wurden viele interessante Messungen bezüglich schwerer Quarks durchgeführt, die wir in dieser Arbeit besprechen und mit unseren Simulationen vergleichen werden. Der ALICE-Detektor am LHC übertrifft die Präzision der Messungen am RHIC nochmals, weswegen wir auch einige Vorhersagen für die Produktion von schweren Quarks am LHC machen werden.

Der Aufbau der Arbeit sieht wie folgt aus: Im nächsten Kapitel werden wir das Standardmodell und die QCD näher vorstellen. In Kapitel 3 wird dann das QGP und die Rolle der schweren

[1] *Relativistic Heavy-Ion Collider* am *BNL* (*Brookhaven National Laboratory*)
[2] *Large Hadron Collider* am *CERN* (*European Organization for Nuclear Research*)

Quarks in diesem Medium genauer erläutert. Die dieser Arbeit zugrunde gelegten Modelle – der Event-Generator PYTHIA, das Minijet-Modell, das *Color Glass Condensate* und die Partonkaskade BAMPS – werden in Kapitel 4 behandelt. Nachdem wir in Kapitel 5 unser Modell in einer Box testen und die chemische Equilibrierungszeitskala für Charm-Quarks bei verschiedenen Temperaturen abschätzen, betrachten wir in den Kapiteln 6 und 7 volle Schwerionenkollisionen. In 6 werden die Anfangsbedingungen für eine Kollision untersucht und der anfängliche Charm-Ertrag aus harten Partonstößen abgeschätzt. In 7 diskutieren wir dann die Anzahl der produzierten schweren Quarks sowie den Zeitpunkt der Entstehung während der QGP-Phase und sprechen kurz kollektive Phänomene und deren Einfluss auf schwere Quarks an. Abschließend werden wir die Arbeit in Kapitel 8 zusammenfassen.

2. Standardmodell & Quantenchromodynamik

> Nature has always looked like a horrible mess, but as we go along we see patterns and put theories together; a certain clarity comes and things get simpler.
>
> *QED: The Strange Theory of Light and Matter*
> RICHARD P. FEYNMAN

Alle uns bekannten Teilchen und ihre Wechselwirkungen werden durch das Standardmodell der Elementarteilchenphysik beschrieben, das im nächsten Abschnitt kurz vorgestellt wird. Ein wichtiger Bestandteil des Standardmodells ist die Quantenchromodynamik. Da sie eine dominierende Rolle für die Beschreibung des QGP spielt, wird sie im Weiteren ausführlich besprochen. Hierfür werden wir zunächst in Abschnitt 2.2 auf die historisch wichtige tiefinelastische Streuung eingehen, die viel zu einem tieferen Verständnis der Hochenergiephysik beigetragen hat und zum Partonmodell (Abschnitt 2.3) führte. Partonverteilungsfunktionen (Abschnitt 2.4) geben die Impulsverteilung der Quarks und Gluonen in den Hadronen an und können unter anderem auch in tiefinelastischen Streuexperimenten bestimmt werden. Im Abschnitt 2.5 werden die Grundlagen und Besonderheiten der Quantenchromodynamik kurz vorgestellt, gefolgt von den unterschiedlichen Massendefinitionen für Quarks in Abschnitt 2.6.

2.1. Standardmodell

Seit den alten Griechen versuchte der Mensch herauszufinden, woraus die Welt besteht. Bereits 400 vor Christus stellte sich DEMOKRIT vor, die Materie sei aus unteilbaren Teilchen, den Atomen[1], aufgebaut. Erst 1803 konnte DALTON Hinweise für die Richtigkeit dieser Hypothese finden. Allerdings stellte sich im 20. Jahrhundert heraus, dass Atome doch teilbar sind und aus Elektronen, Protonen und Neutronen bestehen. RUTHERFORD schloss 1906 aus Streuexperimenten auf einen positiv geladenen winzigen Kern in Atomen. Dieser setzt sich aus Protonen und Neutronen zusammen. Die Hülle besteht ausschließlich aus den negativen Elektronen, die nach heutigem Kenntnisstand punktförmig sind und keine weitere Substruktur mehr aufweisen.[2] Sie sind aufgrund der elektromagnetischen Wechselwirkung an den positiven Kern gebunden. Unklar war, wie die positiven Protonen im Kern zusammengehalten werden. Dies hatte die Einführung der starken Wechselwirkung zur Folge, die viel stärker als die elektromagnetische Kraft ist, aber nur eine kurze Reichweite hat. 1964 postulierte GELL-MANN die Quarks als Bausteine der Protonen und Neutronen, um die Vielzahl der neuen, in Experimenten gefun-

[1] griechisch $\alpha\tau o\mu o\sigma$: unteilbar

[2] Die experimentell in einer Penning-Falle ermittelte Obergrenze des Radius liegt bei 10^{-22} m [Deh88].

denen Teilchen[3] und Regelmäßigkeiten in ihren Entstehungsprozessen erklären zu können. Für die Beschreibung von Teilchenzerfällen (z. B. β-Zerfall) wurde die Theorie der schwachen Wechselwirkung entwickelt.

Diese Beobachtungen führten schlussendlich zum *Standardmodell der Elementarteilchenphysik*. Wir werden das Standardmodell im Folgenden nur grob umreißen. Eine detailliertere Übersicht ist zum Beispiel in [Nov99, Ros01] zu finden.

Quarks

Gen.	Name	Masse	Ladung	Name	Masse	Ladung
1.	Up u	0.0015–0.0033	2/3	Down d	0.0035–0.006	-1/3
2.	Charm c	1.16–1.34	2/3	Strange s	0.07–0.13	-1/3
3.	Top t	171.2 ± 2.1	2/3	Bottom b	4.13–4.37	-1/3

Leptonen

Gen.	Name	Masse	Ladung	Name	Masse	Ladung
1.	Elektron e	0.000511	-1	e-Neutrino ν_e	< 2 eV	0
2.	Muon μ	0.106	-1	μ-Neutrino ν_μ	< 190 keV	0
3.	Tau τ	1.777	-1	τ-Neutrino ν_τ	< 18.2 MeV	0

Tabelle 2.1.: Die bekannten Quarks und Leptonen mit ihren Massen [Group08]. Es werden natürliche Einheiten (siehe Anhang A.1) verwendet und Massen in GeV angegeben, wenn nicht anders vermerkt. Für Quarks sind die Stromquarkmassen eingetragen. Näheres hierzu in Abschnitt 2.6. Die Abkürzung *Gen.* steht für Generation.

Die Materie setzt sich aus Spin-1/2-Fermionen zusammen: den Quarks und Leptonen, von denen es jeweils sechs Teilchen gibt, wie in Tabelle 2.1 gezeigt wird. Hinzu kommen noch die jeweiligen Antiteilchen.

In der Literatur über Schwerionenkollisionen werden Charm- und Bottom-Quarks als schwere Quarks bezeichnet, da ihre Masse ein bis zwei Größenordnungen über die der leichten Up-, Down- und Strange-Quarks liegt. Das Top-Quark wird hierbei nicht beachtet, weil es zu schwer ist, um in Schwerionenkollisionen am RHIC oder LHC erzeugt zu werden.

Die Wechselwirkungen zwischen Quarks und Leptonen werden durch vier fundamentale Kräfte hervorgerufen. In Tabelle 2.2 sind die drei für Elementarteilchen relevanten Wechselwirkungen mit den zugehörigen bosonischen Spin-1-Austauschteilchen zusammengefasst. Die Gravitation wurde hier außen vorgelassen, da sie auf den kleinen Skalen vernachlässigbar ist und das theoretisch vorhergesagte Spin-2-Austauschboson, auch Graviton genannt, experimentell noch nicht entdeckt wurde.

Die drei in der Tabelle aufgeführten Wechselwirkungen werden durch relativistische Quantenfeldtheorien beschrieben. Für die Gravitation ist dies jedoch noch nicht gelungen, was die Unvereinbarkeit von Quantentheorie und allgemeiner Relativitätstheorie widerspiegelt. Für alltägliche Physik impliziert dies keine Probleme, da beide auf verschiedenen Größenskalen gültig sind und somit verschiedene Anwendungsgebiete haben. Allerdings kommt es spätestens auf

[3] Der „Teilchenzoo“ von neu entdeckten Teilchen veranlasste Lamb in seiner Nobelpreisrede 1955 [Lam55] zu der Aussage: „[...] the finder of a new elementary particle used to be rewarded by a Nobel Prize, but such a discovery now ought to be punished by a $ 10 000 fine.“

Kraft	Boson		
stark	Gluon	g	0
elektromagnetisch	Photon	γ	0
schwach	W^+-Boson	W^+	80.4
	Z-Boson	Z	91.2
	W^--Boson	W^-	80.4

Tabelle 2.2.: Die bekannten Austauschteilchen mit ihren Massen [Group08] in GeV.

der Planckskala zu Inkonsistenzen, da hier Quanteneffekte und Gravitation vergleichbar stark ausgeprägt sind und man eine Theorie bräuchte, die beide Phänomene gleichzeitig beschreibt.

Die zugrunde liegende Theorie der elektromagnetischen Wechselwirkung ist die *Quantenelektrodynamik* (QED). Ihre Kopplung ist klein und nahezu konstant. Dies ermöglicht theoretische Vorhersagen mittels Störungstheorie zu berechnen, die experimentell hervorragend bestätigt sind.

Die starke Wechselwirkung wird durch die *Quantenchromodynamik* (QCD) beschrieben. Theoretische Vorhersagen sind mit der QCD nicht ganz so einfach möglich wie mit der QED, da die erstere eine stark ausgeprägte laufende Kopplung besitzt, die nicht immer klein ist, und Störungstheorie daher nur eingeschränkt angewendet werden kann. Hinzu kommt, dass Gluonen selbst Farbladung tragen und somit aneinander koppeln, was in der QED für Photonen nicht möglich ist. Da die QCD auf kleiner Längenskala eine deutlich größere Rolle als die QED spielt, dominiert sie die Evolution des QGP und wird deshalb in den nächsten Abschnitten näher vorgestellt.

1967 gelang es Glashow, Salam und Weinberg die Theorie der schwachen Wechselwirkung und die QED miteinander zur Theorie der *elektroschwachen Wechselwirkung* zu verknüpfen. Die großen Massen der schwachen Austauschbosonen werden elegant durch die spontane Symmetriebrechung erklärt. Hierfür führt man vier skalare Higgs-Bosonen ein, von denen drei bei der Massenerzeugung absorbiert werden. Damit bleibt eines übrig, das in Beschleunigerexperimenten zu sehen sein sollte und nach dem intensiv am LHC gesucht werden wird.

Bisher gelang es nicht, die QCD mit der elektroschwachen Wechselwirkung zu einer übergeordneten Theorie (*Grand Unified Theory, GUT*) zu vereinheitlichen. Große Hoffnungen werden aber in die *Supersymmetrie* [Ait05, Mar97] gelegt. Sie führt eine neue Symmetrie zwischen Bosonen und Fermionen ein, für die es bisher jedoch keine Evidenz gibt. Die Supersymmetrie hat das Potential, QCD und elektroschwache Wechselwirkung zu einer $SU(5)$-Theorie zu vereinheitlichen und kann durch die Einführung einer lokalen Supersymmetrie auch die Gravitation miteinbeziehen. Zukünftige Experimente, zum Beispiel am LHC, werden zeigen, ob diese theoretisch sehr interessante Theorie auch experimentell verifiziert werden kann.

Neben der Nichteinbeziehung der Gravitation und dem Problem mit der Vereinheitlichung hat das Standardmodell noch weitere Schwächen: Es kann die Materie-Antimaterie-Asymmetrie im Universum nicht erklären, bietet keine Lösung für das Hierarchieproblem (Massenskala im Standardmodell und Planckmasse zu unterschiedlich [Ait05, Mar97]), kann massive Neutrinos nicht beschreiben und hat je nach Zählweise mindestens 18 freie Parameter – zu viele für eine fundamentale Theorie. Deshalb arbeitet man intensiv an möglichen Verallgemeinerungen des Standardmodells, wie zum Beispiel *Stringtheorien* [Zwi04, Kir97], von denen die meisten auch die Supersymmetrie enthalten. Die Zukunft – vielleicht auch schon der LHC – wird zeigen, was sich jenseits des Standardmodells verbirgt.

2.2. Tiefinelastische Streuung

Um die innere Struktur von Nukleonen zu bestimmen, haben sich Streuexperimente von Elektronen an Nukleonen als äußerst wertvoll erwiesen. Da Elektronen nach dem heutigen Wissensstand punktförmige Teilchen sind, kann aus der Winkelabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts bei verschiedenen Einschussenergien und Impulsüberträgen auf die räumliche Verteilung der elektrischen (und magnetischen) Ladung geschlossen werden. Um den gemessenen differentiellen Wirkungsquerschnitt pro Raumwinkel Ω bei elastischen Stößen beschreiben zu können, multipliziert man den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die Streuung an einem punktförmigen Teilchen – auch Mott-Wirkungsquerschnitt genannt – mit dem Betragsquadrat des *Formfaktors* $F(Q^2)$, dessen Fourier-Transformierte gerade der Ladungsverteilung entspricht,

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\mathrm{Mott}} |F(Q^2)|^2 \; . \tag{2.1}$$

Q^2 beschreibt den Impulsübertrag bei der Kollision.

Bei genauerer Betrachtung benötigt man zwei Formfaktoren: einen elektrischen und einen magnetischen Formfaktor, wobei letzterer aufgrund des Spins des Nukleons ins Spiel kommt.

Geht man zu höheren Einschussenergien und damit auch zu höheren Impulsüberträgen, kommt man in den Bereich der tiefinelastischen Streuung. Hier nennt man die elektrischen und magnetischen Formfaktoren aus der elastischen Streuung *Strukturfunktionen* $W_1(Q^2, x)$ und $W_2(Q^2, x)$, die von dem Impulsübertrag Q^2 und der *Bjorkenschen Skalenvariablen*

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} \tag{2.2}$$

abhängen, wobei M die Masse des Nukleon und ν die zwischen Elektron und Nukleon im Laborsystem übertragene Energie ist. Der differentielle Wirkungsquerschnitt pro Raumwinkel und pro Energie E'_e des Elektrons nach dem Stoß lässt sich folgendermaßen mit den Strukturfunktionen in Verbindung bringen:

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}\Omega \mathrm{d}E'_e} = \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\mathrm{Mott}} \left[W_2(Q^2, x) + 2W_1(Q^2, x) \tan^2 \frac{\theta}{2}\right] \tag{2.3}$$

Meist definiert man noch die dimensionslosen Strukturfunktionen

$$\begin{aligned} F_1(Q^2, x) &= Mc^2 W_1(Q^2, x) \; , \\ F_2(Q^2, x) &= \nu W_2(Q^2, x) \; . \end{aligned} \tag{2.4}$$

Bei hohen Impulsüberträgen nimmt aufgrund der *Heisenbergschen Unschärferelation* die räumliche Auflösung zu. Dies führt dazu, dass das Elektron im Bereich der tiefinelastischen Streuung nicht mehr am Nukleon als Ganzes streut, sondern an seinen Bestandteilen, den punktförmigen Quarks. Die Ladungsverteilung von punktförmigen Objekten ist eine Diracsche δ-Distributionen, dessen Fourier-Transformierte vom Orts- in den Impulsraum eine konstante

Funktion in Q^2 ist. Experimentell äußert sich das, indem die Strukturfunktionen nur noch von der Bjorkenschen Skalenvariablen x und nicht mehr vom Impulsübertrag Q^2 abhängen. Dieses Phänomen wird auch *Bjorken scaling* genannt [Bjo69]. Allerdings ist jenes Skalenverhalten bei größeren Impulsüberträgen ($Q^2 > 100\text{GeV}^2$) wieder gebrochen, was man jedoch nicht auf eine Substruktur der Quarks, sondern auf das erweiterte Auflösungsvermögen und QCD-Effekte zurückführen kann. Beschrieben wird dies durch die DGLAP-Evolutionsgleichung (2.10), auf die wir in Abschnitt 2.4.1 näher eingehen.

Bei den Quarks handelt es sich um Spin-1/2-Teilchen, da die theoretisch leicht herzuleitende *Callan-Gross-Relation*

$$2xF_1(x) = F_2(x) \tag{2.5}$$

zwischen den Strukturfunktionen experimentell sehr gut verifiziert ist.

2.3. Partonmodell

Das Partonmodell wurde 1969 von Feynman vorgeschlagen [Fey69]. Er bezeichnete damals mit Parton die Bestandteile der Nukleonen, während Gell-Mann die Terminologie Quarks bevorzugte. (Von Gluonen wusste man damals noch nichts.) Schließlich hat sich Gell-Mann durchgesetzt und unter Partonen versteht man heute sowohl Quarks als auch Gluonen.

Nach Feynmans Partonmodell sind die Nukleonen aus Subteilchen aufgebaut, den Partonen. Zudem betrachtet man das Nukleon im *Breit-System*[4], in dem das virtuelle Austauschphoton keine Energie überträgt [PRSZ04]. Hier können die transversalen Impulse und die Ruhemasse der Partonen vernachlässigt werden. Man macht nun noch die Näherung, dass die Partonen sich quasi frei bewegen können, also während des Stoßes mit dem Elektron nicht mit anderen Partonen wechselwirken. Wie wir im Abschnitt 2.5 sehen werden, besagt die asymptotische Freiheit der starken Wechselwirkung gerade, dass Teilchen, die einen kleinen Abstand voneinander haben, kaum stark wechselwirken. Mit dieser gut erfüllten Annahme bekommt die Skalenvariable x eine anschauliche Bedeutung. Sie entspricht nämlich gerade dem Bruchteil des Nukleonimpulses, den das Parton trägt.

Bereits 1964 stellten Gell-Mann [GM64] und Zweig [Zwe64a, Zwe64b] unabhängig voneinander das Quarkmodell auf, um die große Anzahl von Hadronen aus dem Teilchenzoo als aus Quarks zusammengesetzte Teilchen zu erklären. Im Quarkmodell sind Baryonen, wie zum Beispiel Nukleonen, aus drei Quarks bzw. drei Antiquarks zusammengesetzt, während Mesonen jeweils aus einem Quark und einem Antiquark bestehen. Diese Quarks bestimmen die Quantenzahlen der Hadronen und werden Valenzquarks genannt.

Heute weiß man, dass Hadronen einen ganzen See von Quarks enthalten. Diese Seequarks werden durch Quantenfluktuationen als Quark-Antiquark-Paare erzeugt. Obwohl an ihnen gestreut werden kann, tragen sie nicht zu den Nettoquantenzahlen der Hadronen bei, weil die Quantenzahlen der Paare sich gerade aufheben. Zudem findet man auch Gluonen in Hadronen, die Austauschteilchen der starken Wechselwirkung. Die genaue Anzahl der Gluonen, Valenz- und Seequarks sowie ihre Impulsverteilung wird durch die Partonverteilungsfunktionen spezifiziert.

[4] auch *infinite momentum system* genannt.

2.4. Partonverteilungsfunktionen

Partonverteilungsfunktionen (*parton distribution functions*, *PDF*) beschreiben – vereinfacht ausgedrückt – die Impulsverteilung der Partonen im Nukleon und lassen sich aus der Kombination von verschiedenen Experimenten gewinnen. Wie wir in Gleichung (4.2) sehen werden, spielen sie eine überaus wichtige Rolle, um harte Partonstöße in Kollisionen von Nukleonen und damit auch Schwerionenkollisionen beschreiben zu können.

Die Partonverteilungsfunktion für das Quark mit Flavor i sei $f_i(x)$. Dann gibt $f_i(x)\mathrm{d}x$ die Wahrscheinlichkeit an, dieses Quark mit Impulsbruchteil des Nukleons zwischen $[x, x + \mathrm{d}x]$ zu finden. Aufgrund der Skalenbrechung sind die Partonverteilungsfunktionen auch schwach von Q^2 abhängig. Die PDF $f_i(x)$ ist so normiert, dass die Integration über x die Anzahl der Quarks mit Flavor i im Nukleon wiedergibt. Für das Proton gilt zum Beispiel:

$$\int_0^1 [f_u(x) - \overline{f_u}(x)]dx = 2, \quad \int_0^1 [f_d(x) - \overline{f_d}(x)]dx = 1, \quad \int_0^1 [f_s(x) - \overline{f_s}(x)]dx = 0 \tag{2.6}$$

Die letzte Gleichung für Strange-Quarks gilt natürlich auch analog für Charm-, Bottom- und Top-Quarks, weil sie keinen Anteil an den Valenzquarks haben.

Da die Addition aller Quark- und Antiquarkimpulse den Gesamtimpuls des Nukleons (Impulsbruchteil = 1) ergeben muss, gilt weiterhin folgende Normierungsbedingung:

$$\sum_i \int_0^1 \mathrm{d}x\; x \left[f_i(x) + \overline{f_i}(x)\right] = 1 \tag{2.7}$$

Experimentell findet man jedoch, dass dieser Ausdruck nur ungefähr 0.5 ergibt. Die Quarks tragen also nur etwa die Hälfte des Nukleonimpulses. Diese Tatsache war der erste Hinweis auf Gluonen, die Austauschteilchen der starken Wechselwirkung. Sie wurden dann auch 1979 bei e^+e^--Annihilation am DESY[5] in 3-Jet Ereignissen entdeckt. Für die korrekte Normierung muss man in der Summe aus Gleichung (2.7) also auch die Gluonen hinzunehmen.

In der tiefinelastischen Streuung wird an Quarks im Nukleon gestreut und daher hängt der Formfaktor aus Abschnitt 2.2 von den Partonverteilungsfunktionen ab,

$$F_2(x) = x \sum_i z_i^2 \left[f_i(x) + \overline{f_i}(x)\right] \;, \tag{2.8}$$

wobei z_i die Ladung des Quarks mit Flavor i bezeichnet.

Theoretisch sind die Partonverteilungsfunktionen nicht vorherzusagen, da weiche Prozesse (Partonstöße mit einem kleinen Impulsübertrag) eine große Rolle spielen und die Kopplung so stark ist, dass man *störungstheoretische QCD* (auch *perturbative QCD*, *pQCD*) nicht mehr anwenden kann. Auch mit Gittereichrechnungen kommt man nur eingeschränkt weiter, so dass man die Partonverteilungsfunktionen aus experimentellen Daten gewinnen muss. Hierzu eignen sich neben der tiefinelastischen Elektron-Nukleon-Streuung vor allem Neutrino- und Antineutrino-Nukleon-Streuung. Weil Neutrinos aufgrund des Nukleonspins und der maximalen Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung (die schwache Wechselwirkung koppelt nur

[5] *Deutsches Elektronen-Synchrotron* in Hamburg

an linkshändige Fermionen und rechtshändige Antifermionen) unterschiedlich mit Quarks und Antiquarks wechselwirken, kann man die Quark- und Antiquarkverteilungen und somit auch die Valenz- und Seequarkverteilungen extrahieren. Gluonverteilungen werden aus der Verletzung des *Bjorken scalings* (siehe Abschnitt 2.4.1) oder aus 2-Jet-Events in Hadronenbeschleuniger (z. B. gg oder gq Stößen von zwei Partonen aus den beiden Hadronen) bestimmt, indem die Quark- und Antiquarkverteilungen abgezogen werden.[6] Die experimentellen Daten für die PDFs kommen von vielen verschiedenen Experimenten. Früher spielte das SLAC[7] eine bedeutende Rolle. Momentan gehören die Experimente am DESY zu den wichtigsten.

Es sind viele verschiedene Partonverteilungsfunktionen verfügbar, die von unterschiedlichen Kollaborationen ermittelt werden und auf zum Teil verschiedenen Experimenten beruhen. Beispiele sind:

- CTEQ[8] von der CTEQ-Kollaboration [P$^+$02, KLOT04]
- MRST von Martin, Roberts, Stirling und Thorne [MRST02, MRST05]
- GRV von Glück, Reya und Vogt [GRV98]

Gewonnen werden sie aus globalen Fits an den Daten unter Hinzunahme von theoretischen Modellen. Sie unterscheiden sich zum Teil erheblich voneinander, da sie mit unterschiedlichen Methoden aus experimentellen Daten berechnet werden.

Aber auch innerhalb einer Kollaboration gibt es verschiedene PDFs. Allein bei CTEQ6 wird zwischen CTEQ6m, CTEQ6l, CTEQ6l1, CTEQ6D und einigen mehr unterschieden. Laut der CTEQ-Kollaboration ist für die meisten Anwendungen die $\overline{MS}$ (*modified minimal subtraction scheme*) Partonverteilungsfunktion (CTEQ6m) die passendste [P$^+$02]. Für *leading order* (LO) Event-Generatoren wie zum Beispiel PYTHIA (näheres siehe Abschnitt 4.1.1) werden jedoch eher LO-Partonverteilungsfunktionen (wie CTEQ5l und CTEQ6l) eingesetzt, die durch einen globalen Fit mit LO-Wirkungsquerschnitten von harten Prozessen erhalten werden.

In Abbildung 2.1 sind die CTEQ6m-Partonverteilungsfunktionen für Gluonen, Valenzquarks sowie Strange- und Charm-Quarks für zwei verschiedene Q^2 aufgetragen. Bei großem x machen die Valenzquarks den bedeutendsten Anteil aus. Sie besitzen also nach Abschnitt 2.3 im Mittel einen großen Impulsbruchteil des Protons. Bei kleinem x dominieren die Gluonen. Sie tragen zwar im Mittel nur einen kleinen Impulsbruchteil, sind allerdings so häufig vorhanden, dass ihr Anteil am Gesamtimpuls etwa der Hälfte entspricht. Die Partonverteilungsfunktionen von Seequarks nehmen nur bei kleinem x einen nicht-verschwindenden Wert an. Da sie aufgrund der Flavorquantenzahlerhaltung nur paarweise erzeugt werden, sind die Verteilungen der Seequarks und Antiseequarks gleich.

Die Valenzquarkverteilung in Abbildung 2.1 kann nicht gemessen werden. Allerdings kann man sie zum Beispiel für die Up-Valenzquarks aus den Verteilungen der Up- und Up-Antiquarks errechnen

$$f_{u_v}(x) = f_u(x) - f_{\bar{u}}(x) \; , \tag{2.9}$$

[6] Obwohl Gluonen zuerst in 3-Jet-Events nachgewiesen wurden, ist es nicht möglich mit Hilfe des dritten Jets die Gluonverteilungsfunktion zu bestimmen, da das Gluon hier in einem Abstrahlungsprozess entsteht und nicht aus dem Hadron stammt.

[7] *Superconducting Linear Accelerator* in Stanford, Kalifornien

[8] *The Coordinated Theoretical-Experimental Project on QCD*

da neben den Up-Valenzquarks natürlich auch Up-Seequarks (gleiche PDF wie Up-Antiseequarks) vorhanden sind, die abgezogen werden müssen. Für Down-Valenzquarks gilt dies natürlich analog.

In Abbildung 2.2 sind die PDFs für alle Quarks und Antiquarks bis Charm aufgetragen. Anstelle der Valenzquarkverteilungen sind hier die Verteilungen für Up- und Down-(Anti-) Quarks separat eingezeichnet.

In Beschleunigerexperimenten spielt der Bereich bei kleinen x eine wichtige Rolle. Zudem werden hier durch neuere Messungen ständig Verbesserungen der PDF-Parametrisierung ermöglicht. Da man in der linearen Achseneinteilung den genauen Verlauf der PDFs für kleine x nur schwer erkennen kann, ist in Abbildung 2.3 der gleiche Plot mit einer doppelt-logarithmischen Achseneinteilung dargestellt.

Obwohl wir in Abschnitt 2.2 das *Bjorken scaling* vorgestellt haben, das die Unabhängigkeit der PDFs von Q^2 aufzeigt, können wir in den Abbildungen 2.1, 2.2 und 2.3 feststellen, dass es bei diesen großen Energieunterschieden doch zu kleinen Abweichungen kommt. Bei großem Q sind die PDFs der Quarks und Gluonen zu kleineren x verschoben, sie tragen also einen kleineren Impulsbruchteil des Protons. Bei großen Energien (z. B. $Q = 100\,\mathrm{GeV}$) fallen die Massenunterschiede der leichten und schweren Quarks kaum noch ins Gewicht und die Verteilungen nähern sich einander an.

2.4.1. DGLAP-Evolutionsgleichung

Wie in Abschnitt 2.2 angesprochen, ist das *Bjorken scaling* gebrochen, die PDFs also schwach von Q^2 abhängig. Bei höheren Impulsüberträgen erhöht sich das Auflösungsvermögen und es scheint, als sei ein Parton aus mehreren Partonen aufgebaut. Die Begründung dieser Selbstähnlichkeit liegt in weichen Abstrahlungsprozessen von Partonen vor dem Stoß mit dem Elektron. Das Elektron sieht daher bei höheren Impulsüberträgen mehrere Partonen. Natürlich wirkt sich dieses Verhalten auch auf die PDFs aus. Da jenes Phänomen durch die QCD beschrieben wird, kann die Q^2-Abhängigkeit der PDFs theoretisch vorhergesagt werden. Dafür muss die Partonverteilungsfunktion $f_i(x, Q^2)$ nur als Funktion von x für ein festes Q^2 bekannt sein. Beschrieben wird diese Skalenevolution durch die DGLAP[9]-Gleichung [GL72, AP77, Dok77]

$$\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} f_i(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \sum_j \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{j\to ik}\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) f_i(z, Q^2)\ . \tag{2.10}$$

$P_{j\to ik}$ nennt man *Splitting*-Funktion, weil sie die Aufsplittung des Partons j in i und k beschreibt. Die Identität von k hängt von j und i ab, so dass die Quantenzahlen während der Aufsplittung erhalten bleiben.

Die Interpretation der DGLAP-Gleichung ist sehr anschaulich: Das Parton i mit Impulsbruchteil x des Nukleons kann aus der Aufsplittung $j \to ik$ von Parton j stammen, das den größeren Impulsbruchteil z hat.

2.4.2. Saturation

Aus den Abbildungen 2.2 und 2.3 ist ersichtlich, dass die Gluonverteilungsfunktion für kleine x stark ansteigt. Dies wird auch von der DGLAP-Evolutionsgleichung vorhergesagt. Allerdings

[9] Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi

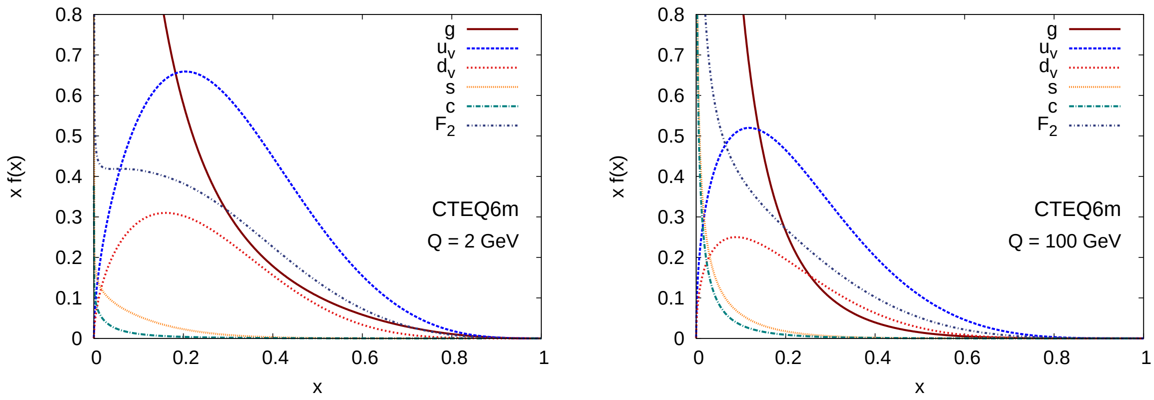

Abbildung 2.1.: Partonverteilungsfunktionen CTEQ6m [P+02] des Protons für Gluonen g, Valenzquarks u_v und d_v sowie Strange- s und Charm-Quarks c bei $Q = 2\,\mathrm{GeV}$ (links) und $Q = 100\,\mathrm{GeV}$ (rechts). Die Strukturfunktion $F_2(x)$, siehe Gleichung (2.8), ist ebenfalls eingezeichnet.

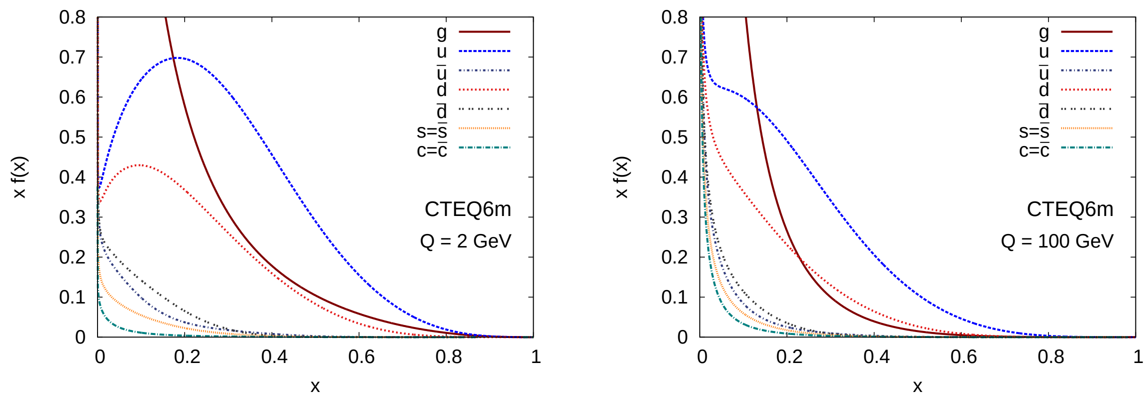

Abbildung 2.2.: Wie Abbildung 2.1, jedoch anstelle der Verteilungen für Valenzquarks die der Up- bzw. Down-Quarks und -Antiquarks separat.

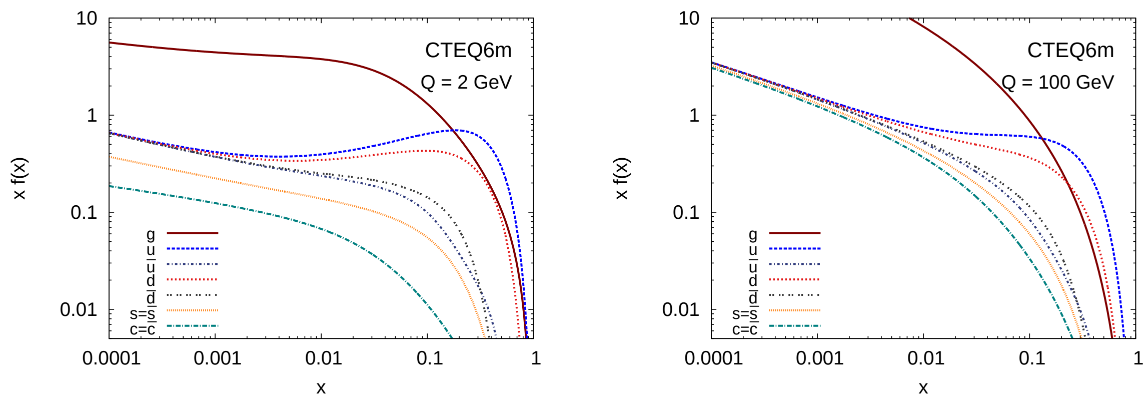

Abbildung 2.3.: Wie Abbildung 2.2, jedoch mit doppelt-logarithmischer Skalierung der Achsen.

führt jenes Verhalten zur Verletzung der Unitarität [GLR83].

Für kleine x splitten sich die Gluonen wie durch DGLAP beschrieben auf und die Gluondichte im Nukleon nimmt stark zu. Kommen sie sich zu nahe, kann man die Wechselwirkung zwischen ihnen nicht mehr vernachlässigen und Annihilationseffekte müssen berücksichtigt werden. Dies führt zu einer *Saturation* der Gluonendichte und damit auch der Gluonverteilungsfunktion $f_g(x, Q^2)$ für kleine x. Saturation bedeutet hier nicht, dass die Dichte gar nicht mehr zunimmt, sondern dass sie nur noch schwach wächst.

Aus der Konkurrenz zwischen Kreations- und Annihilationsprozessen ergibt sich für den Saturationsimpuls die Relation [Qiu03]

$$Q_{\text{sat}}^2 \sim \alpha_s(Q_{\text{sat}}) \frac{x f_g(x, Q_{\text{sat}}^2)}{R^2} , \tag{2.11}$$

wobei R den Radius des Nukleons bezeichnet. Gluonen mit kleinerem Impuls als Q_{sat} können rekombinieren. Der Saturationsimpuls entspricht etwa dem mittleren Impuls der Gluonen. Die Relation kann für ein festes x selbstkonsistent gelöst werden und so Q_{sat}^2 bestimmt werden.

Mit zunehmender Dichte nimmt auch der Saturationsimpuls zu, was unmittelbar aus der Unschärferelation klar wird: Bei hoher Dichte hat ein Gluon nur wenig Platz zur Verfügung und demnach ist sein Impuls groß. Bei der Saturation liegt die Phasenraumdichte der Gluonen in der Größenordnung von $1/\alpha_s$ [McL08]. Dies ist einer der entscheidenden Gründe, warum ein *Color Glass Condensate*, auf das wir in Abschnitt 4.1.3 eingehen, entstehen könnte.

Experimentell wurde der Effekt der Saturation trotz intensiver Suche an HERA und am RHIC noch nicht eindeutig bestätigt [Mue01]. Allerdings sind einige auf Saturation aufbauende Modelle – wie zum Beispiel das *Color Glass Condensate* – sehr erfolgreich in der Beschreibung von experimentellen Daten.

2.4.3. Kerneffekte: Shadowing

Wenn man im Gegensatz zu einem freien Proton ein Nukleon in einem Atomkern betrachtet, ändern sich auch die Partonverteilungsfunktionen aufgrund von nuklearen Effekten. Eine hilfreiche Größe zur Untersuchung der Modifikationen ist das Verhältnis von der nuklearen Strukturfunktion $F_2^A(x, Q^2)$ eines Kerns mit A Nukleonen und der Strukturfunktion $F_2^{\text{nucleon}}(x, Q^2)$ eines Nukleons[10]

$$R_{F_2}^A(x, Q^2) = \frac{F_2^A(x, Q^2)}{A\, F_2^{\text{nucleon}}(x, Q^2)} . \tag{2.12}$$

Falls keine nuklearen Effekte auftreten, ist das Verhältnis konstant 1.

Experimentell findet man folgendes Verhalten [Arn94, Arm06]:

- $x \lesssim 0.1$, $R_{F_2}^A < 1$: *Shadowing*
  Mit kleinerem x wird das Shadowing größer, wobei für sehr kleine x eine Saturation einsetzt. Es wird außerdem stärker für größeres A und kleineres Q^2. Die meisten Modelle erklären Shadowing mit hadronischen Komponenten der virtuellen Photonen in der tiefinelastischen Streuung. Nach dem Vektormeson-Dominanz-Modell geht das virtuelle Photon in eine Superposition von Vektormesonen über. Dies führt zu einer geringeren Eindringtiefe in den Kern und die Partonverteilungsfunktionen sind unterdrückt. Eine Erklärung

[10] Diese definiert man als $F_2^{\text{nucleon}} = F_2^{\text{deuterium}}/2 = (F_2^p + F_2^n)/2$ und misst sie am Deuterium unter der Annahme, dass dort nukleare Effekte vernachlässigt werden können.

auf partonischer Ebene basiert auf der hohen Gluondichte für kleine x. Die virtuellen Photonen führen destruktiv interferierende Mehrfachstreuung an weichen Gluonen von verschiedenen Nukleonen aus, was zu einer Reduzierung des Wirkungsquerschnitts führt. Zudem haben die Partonen bei kleinen x wenig Energie und nach Heisenberg eine große Ortsunschärfe. Dadurch können sie mit Partonen aus anderen Nukleonen wechselwirken und annihilieren, wodurch ihre Partonverteilungsfunktionen reduziert werden.

- $0.1 \lesssim x \lesssim 0.25$, $R^A_{F_2} > 1$: *Anti-Shadowing*
  Im vorherigen Punkt wurde als ein Grund für das Shadowing die Annihilation von Partonen mit kleinem x aus verschiedenen Nukleonen genannt. Wegen der Energieerhaltung impliziert das eine Erhöhung der Partonverteilungsfunktion bei größerem x, dem Anti-Shadowing. Eine andere Erklärung ist die konstruktive Überlagerung der Mehrfachstreuung des virtuellen Photons an den Gluonen aus verschiedenen Nukleonen.

- $0.25 \lesssim x \lesssim 0.8$, $R^A_{F_2} < 1$: *EMC-Effekt*
  Der Effekt ist nach der *European Muon Collaboration* (EMC) benannt, die ihn als Erste gemessen hat [Muon83]. Auf klassischer Kernphysik basierende Modelle beschreiben ihn durch den Einfluss der Bindungsenergie, der Änderung des Nukleonradius oder ein Pionfeld im Kern. Modelle mit QCD-Hintergrund erklären den Effekt dadurch, dass Partonen weniger stark in den Nukleonen eingeschlossen sind, da sie zum Teil das QCD-Feld des nächsten Nukleons „sehen“ können. Dies führt zu einem Q^2 *rescaling* oder *nucleon swelling*.

- $0.8 \lesssim x \leq 1$, $R^A_{F_2} > 1$: *Fermi-Bewegung*
  Die Nukleonen bewegen sich im Kern. Dadurch misst man nicht nur die Impulse der Partonen, sondern die Summe aus Parton- und Nukleonimpulsen. Dies führt zu einem Anstieg der PDFs für große x.

2.5. Grundzüge der QCD: Laufende Kopplung und asymptotische Freiheit

Anders als die Quantenelektrodynamik, der eine abelsche $U(1)$ Eichgruppe zugrunde liegt, ist die Quantenchromodynamik eine nicht-abelsche Theorie. Sie hat eine lokale $SU(3)$ Eichsymmetrie, was dazu führt, dass die Quarks eine Farbladung – rot, grün oder blau – tragen. Die Wechselwirkung wird über Photon-ähnliche Gluonfelder vermittelt, die jedoch selbst eine Farbladung besitzen. Dadurch können sie auch – anders als Photonen – aneinander koppeln, was die Beschreibung erheblich kompliziert und zu den Phänomenen der asymptotischen Freiheit und des *Confinements* führt.

Die asymptotische Freiheit ist demnach eine Konsequenz der nicht-abelschen Eichtheorie, wie Gross, Politzer und Wilczek in ihren Arbeiten [GW73, Pol73] beschrieben, für die sie 2004 den Nobelpreis erhielten.

Die Stärke der QCD wird durch den Wert der Kopplungskonstanten α_s bzw. $g = \sqrt{4\pi\alpha_s}$ beschrieben (siehe auch Gleichung (2.16)). Die Kopplungs*konstante* α_s ist jedoch keine Konstante, sondern stark von dem Impulsübertrag Q während der Wechselwirkung abhängig.[11] In

[11] Die Bezeichnung *Kopplungskonstante* hat ausschließlich historische Gründe.

erster Ordnung Störungsrechnung erhält man

$$\alpha_s(Q) = \frac{12\pi}{(11N_c - 2N_f)\ln(Q^2/\Lambda^2_{\mathrm{QCD}})} \tag{2.13}$$

$N_c = 3$ bezeichnet die Anzahl der Farbfreiheitsgrade und N_f die Anzahl der aktiven Flavor. Für die Charm-Produktion zum Beispiel spielen alle drei leichten Quarks u, d und s eine Rolle und die Anzahl der aktiven Quarks ist $N_f = 3$. Für die Bottom-Produktion sind es demnach vier aktive Flavor. Λ_{QCD} ist die Energieskala der QCD und hängt stark von der Anzahl der aktiven Quarks ab [Bet07]:

$$\begin{aligned} \Lambda_{\mathrm{QCD}}(N_f = 3) &= 346\,\mathrm{MeV} \\ \Lambda_{\mathrm{QCD}}(N_f = 4) &= 305\,\mathrm{MeV} \\ \Lambda_{\mathrm{QCD}}(N_f = 5) &= 220\,\mathrm{MeV} \end{aligned} \tag{2.14}$$

In Abbildung 2.4 ist der Verlauf von $\alpha_s(Q)$ als Funktion der Energieskala Q zusammen mit aktuellen Messwerten dargestellt.

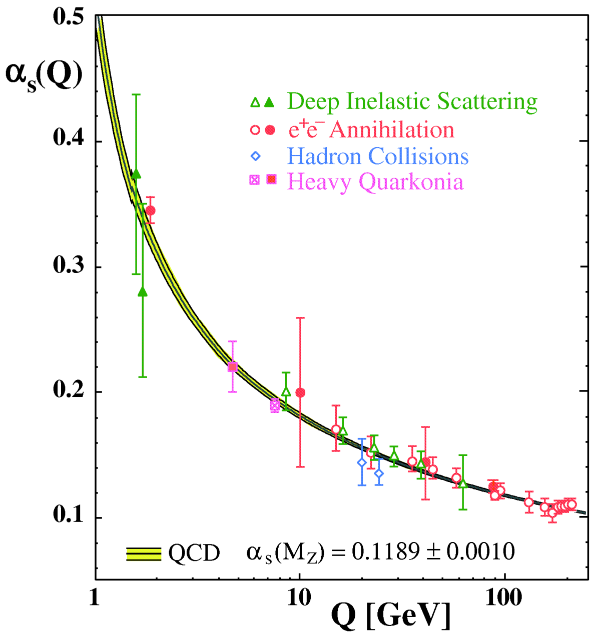

Abbildung 2.4.: Zusammenfassung der Messungen für $\alpha_s(Q)$ als Funktion der Energieskala Q. Offene Symbole kennzeichnen QCD-Rechnungen bis zur zweiten Ordnung (*next-to-leading order*, *NLO*) und ausgefüllte Symbole bis zur dritten Ordnung in der Störungstheorie (*next-to-next-to-leading order*, *NNLO*), die bei der Datenanalyse angewendet wurden. Die Kurven sind QCD-Vorhersagen für den Verlauf von $\alpha_s(Q)$ in 4-Schleifen-Näherung und Beachtung von Massen der schweren Quarks für den Weltmittelwert von $\alpha_s(M_{Z^0})$. Die Quelle der Grafik und weitere Informationen findet man in [Bet07].

Die asymptotische Freiheit besagt, dass die Wechselwirkung zwischen Partonen bei kleinen Abständen schwach wird. Kleine Abstände korrespondieren nach der Heisenbergschen Unschärferelation mit großen Energien Q. Demnach ist die Wechselwirkung für hohe Energien schwach und α_s klein, was sich auch in Abbildung 2.4 manifestiert. In diesem Energiebereich ist aufgrund der kleinen Kopplung eine störungstheoretische Beschreibung der QCD (pQCD) möglich. Dies ist der Grund, warum die Messwerte für große Q hervorragend mit den theoretischen QCD-Vorhersagen übereinstimmen.

Bei großen Abständen – und kleinen Energien – wird die Kopplung jedoch sehr stark. Dies führt dazu, dass man Quarks nicht separieren kann und begründet, warum bisher keine freien Quarks entdeckt wurden. Der Einschluss der Quarks in Hadronen wird als *Confinement* bezeichnet. Bei diesen niedrigen Energien spielen weiche Prozesse eine wichtige Rolle, weshalb sich das *Confinement* nicht störungstheoretisch beschreiben lässt. Demnach liegt es an der nicht-linearen Natur der QCD-Felder, dass es bisher nicht gelang, das Problem des *Confinements* aus den Grundsätzen der QCD quantitativ vorherzusagen. Wegen der essentiellen Rolle in der Natur ist die mathematische Ableitung des *Confinements* zusammen mit dem zugehörigen Phänomen des *mass gaps* eines der sieben Millennium-Probleme, dessen Lösung mit einem Preisgeld von $ 1 000 000 durch das Clay Mathematics Institute of Cambridge, Massachusetts, ausgelobt ist [Cla09].

Phänomenologisch kann man das *Confinement* jedoch durch ein linear mit der Entfernung zunehmendes Potential $V_c(r) = \kappa r$ für große r beschreiben. Die Konstante $\kappa \approx 1\,\mathrm{GeV/fm}$ nennt man Stringspannung, da sich bei der Trennung zweier Quarks in diesem Modell ein Farbflussschlauch zwischen ihnen aufbaut. Für kleine Abstände verhält sich das Potential zwischen zwei Quarks analog zum Coulomb-Potential, wie man in Messungen am J/ψ mit einem Quarkinhalt $c\bar{c}$ und dem Vergleich zum Elektron-Positron-System herausfand. Zusammenfassend kann das Potential als

$$V(r) = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s(r)}{r} + \kappa r \tag{2.15}$$

geschrieben werden. Für schwere Quarks wird dieses phänomenologische Potential durch Gittereichrechnungen sehr gut bestätigt [Group04].

Die Lagrangedichte der QCD ist gegeben durch

$$\mathcal{L}_{\mathrm{QCD}} = \sum_k \bar{\psi}_k \left(i\gamma^\mu D_\mu - m_k\right)\psi_k - \frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{\mu\nu}_a \tag{2.16}$$

mit der kovarianten Ableitung $D^\mu = \partial^\mu - igT_a A^\mu_a$ und dem Feldstärketensor des Eichboson- bzw. Gluonfeldes $F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + gf_{abc}A^b_\mu A^c_\nu$, wobei T_a die acht Generatoren der Eichgruppe $SU(3)$ mit der Strukturkonstanten f_{abc} bezeichnen und die Lie-Algebra der Gruppe $[T_a, T_b] = if_{abc}T_c$ erfüllen. A^a_μ sind die acht Gluonfelder, γ die Dirac-Matrizen, ψ_k bzw. $\bar{\psi}_k = \psi^\dagger_k\gamma^0$ der Dirac-4-Spinor für das Quark- bzw. Antiquarkfeld mit Flavor k und $g = \sqrt{4\pi\alpha_s}$ die Kopplungskonstante.

Der erste Term in Gleichung (2.16) beschreibt die Kinematik der Quarks, wobei die kovariante Ableitung D^μ die Kopplung an das Gluonfeld beinhaltet. Die Kinematik der Gluonen versteckt sich im zweiten Term. Multipliziert man diesen aus, erhält man auch Terme mit A^3 und A^4, was die Kopplung der Gluonen an sich selbst impliziert.

Die Invarianz des *Lagrangians* aus Gleichung (2.16) unter Transformation von rechts- und links-händigen Komponenten des Quark-Spinors nennt man chirale Symmetrie. Details hierzu findet man zum Beispiel in [DGH94, Koc97]. Die chirale Symmetrie ist explizit durch die endlichen Stromquarkmassen (siehe nächsten Abschnitt) gebrochen. Hinzu kommt eine spontane Symmetriebrechung, die zu einem komplexen QCD-Vakuumzustand führt. Dieser ist gefüllt mit chiralen Kondensaten von Quark und Gluonfeldern. Für Up- und Down-Quarks beträgt der Vakuumerwartungswert des chiralen Kondensates zum Beispiel $\langle\bar{\psi}\psi\rangle \cong (-250\,\mathrm{MeV})^3$, was etwa 4 Quark-Antiquarkpaaren pro fm^3 entspricht [Shu88, ESW03]. Wegen dieser hohen Dichte des QCD-Vakuums nehmen Quarks in Hadronen, die durch das QCD-Vakuum propagieren, eine größere Masse als ihre Stromquarkmasse an.

2.6. Massen von Quarks

2.6.1. Konstituenten- und Stromquarkmasse

Die Masse eines Quarks zu bestimmen ist ein nicht einfaches Unterfangen, da Quarks wegen des *Confinements* in der Natur nicht frei vorkommen. Aus diesem Grund gibt es auch mehr als nur eine Definition, was genau die Masse eines Quarks ist. Die einfachste und wahrscheinlich intuitivste stützt sich auf das statische Protonmodell, das auch additives Quarkmodell genannt wird. Aus tiefinelastischen Streuexperimenten (siehe auch Abschnitt 2.2) hat man erfahren, dass die Nettoquantenzahlen von Proton oder Neutron durch die Quantenzahlen von drei Quarks beschrieben werden kann. Für das Proton sind das zum Beispiel zwei Up- und ein Down-Quark. Geht man von diesem einfachen Modell aus, kann man jedem der drei Quarks unter Annahme, dass Up- und Down-Quarks die gleiche Masse haben, die drittelzahlige Masse des Protons zuordnen. Für die Up- und Down-Quarks ergibt sich somit eine *Konstituentenquarkmasse* von etwa 300 MeV. Allerdings bricht dieses Modell schon bei der Betrachtung von Mesonen zusammen, so dass die Konstituentenquarkmasse nicht sehr aussagekräftig ist.

Wie in Abschnitt 2.3 angedeutet, besteht das Proton nicht einfach nur aus den drei Konstituentenquarks, sondern ist ein hochkomplexes Gebilde aus immer wieder entstehenden und vernichtenden Quark-Antiquarkpaaren, die über Gluonaustausch wechselwirken. Die Gesamtmasse des Protons wird durch dieses dynamische Modell bestimmt, was dazu führt, dass die wahre oder nackte Masse eines einzelnen Quarks viel kleiner ist. Hierbei spricht man von der *Stromquarkmasse*, die experimentell nicht so einfach zugänglich ist. Allerdings sind die Stromquarkmassen gerade für die theoretische Beschreibung wichtig, da sie in den *Lagrangian* des Systems eingehen. Sie können mit Hilfe von Gittereichrechnungen und effektiven Theorien extrapoliert werden und betragen für das Up-Quark $1.5 - 3.3\,\mathrm{MeV}$ und das Down-Quark $3.5 - 6\,\mathrm{MeV}$ [Group08].

An dem riesigen Unterschied zwischen Stromquark- und Konstituentenquarkmasse sieht man, dass fast alle Energie des Protons in Form von QCD-Feldenergie gespeichert ist. Die viel größere Konstituentenquarkmasse kommt, wie in Abschnitt 2.5 beschrieben, durch die spontane Brechung der chiralen Symmetrie zustande.

In Abbildung 2.5 ist die Zusammensetzung der Konstituentenquarkmasse aus Higgs-Quarkmasse (entspricht der Stromquarkmasse) und der durch die Brechung der chiralen Symmetrie erzeugten Masse gezeigt. Für die leichten Quarks ist der Unterschied zwischen Stromquark- und Konstituentenquarkmasse enorm, bei den schweren Quarks fällt er kaum ins Gewicht. Die QCD hat hier keinen Einfluss auf die Masse. Im Quark-Gluon-Plasma (Näheres hierzu in Abschnitt 3.1), wo die chirale Symmetrie wieder hergestellt ist, sind die leichten Quarks aufgrund der kleinen Stromquarkmassen leicht, während die schweren Quarks schwer bleiben (siehe Abschnitt 3.2).

2.6.2. Charm- und Bottom-Quarkmasse

Die Particle Data Group gibt als Stromquarkmasse $M_c = 1.27^{+0.07}_{-0.11}\,\mathrm{GeV}$ für das Charm-Quark und $M_b = 4.20^{+0.17}_{-0.07}\,\mathrm{GeV}$ für das Bottom-Quark an [Group08]. In der Literatur über Charm-Quarks in Schwerionenkollisionen trifft man neben den $M_c = 1.3\,\mathrm{GeV}$ auch oft auf $M_c = 1.2\,\mathrm{GeV}$ und $M_c = 1.5\,\mathrm{GeV}$. Den ersten Wert hat man gefunden, indem man Charm-Produktion bis zur NLO mit dem totalen Wirkungsquerschnitt von p+p-Kollisionen verglichen

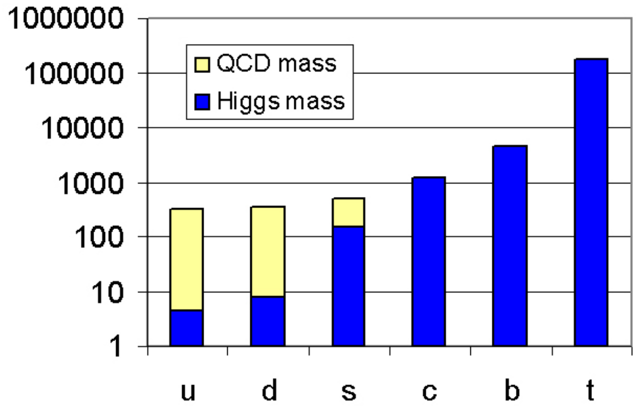

Abbildung 2.5.: Die Konstituentenquarkmassen der sechs Quarks. Der dunkelblaue Anteil entspricht der Stromquarkmasse (Higgs-Masse). Für leichte Quarks wird ein bedeutender Anteil der Konstituentenquarkmasse durch die Brechung der chiralen Symmetrie erzeugt (gelb). Es sei die logarithmische Achseneinteilung beachtet. Grafik entnommen aus [Mul04].

hat [LV97]. $M_c = 1.5\,\mathrm{GeV}$ ist der Standard in der Literatur [LV97, LMW95, MW92, RvH08, ABMRS07, G$^+$95, CNV05] und erlaubt die Resummierung von weichen und virtuellen Gluonen im Anfangszustand bis zu jeder Ordnung [SV97]. In jener Rechnung war eine Resummierung für kleinere Werte von M_c unter Verwendung der GRV HO Partonverteilungsfunktion für vernünftige Faktorisierungs- und Renormierungsskalen aufgrund von zu großem α_s nicht möglich.

Wenn nicht anders angegeben, wird in der vorliegenden Arbeit $M_c = 1.5\,\mathrm{GeV}$ genutzt. Die Konstituentenquarkmasse des Charm-Quarks unterscheidet sich hiervon nicht sehr. Betrachtet man zum Beispiel das J/ψ, das den Quarkinhalt von $c\bar{c}$ und die Masse $3.097\,\mathrm{GeV}$ hat [Group08], so stimmt die Konstituentenquarkmasse fast genau mit der Stromquarkmasse überein.

Für Bottom-Quarks werden wir den in der Literatur [Probe03, FMNR98, N$^+$99, CNV05] weit verbreiteten Wert von $M_b = 4.75\,\mathrm{GeV}$ nutzen.

3. Quark-Gluon-Plasma und Charm-Quarks

> Wissenschaft hat etwas Faszinierendes an sich. So eine geringfügige Investition an Fakten liefert so einen reichen Ertrag an Voraussagen.
>
> MARK TWAIN

3.1. Quark-Gluon-Plasma

3.1.1. Überblick

Wie im letzten Kapitel ausführlich erläutert, wird die Wechselwirkung zwischen Quarks und Gluonen durch die QCD beschrieben. Bei uns vertrauten moderaten Umgebungstemperaturen sind sie aufgrund des *Confinements* (Abschnitt 2.5) in den Nukleonen oder anderen Hadronen eingefangen und können nicht mit Partonen aus anderen Nukleonen in Atomkernen wechselwirken.

Stellen wir uns nun im Gedankenexperiment vor, man würde einen Atomkern immer stärker zusammenpressen. Irgendwann würden die Nukleonen sich gegenseitig überlappen und die Quarks und Gluonen aus unterschiedlichen Nukleonen sich so nah kommen, als ob sie im selben Nukleon wären. Dann könnte man nicht mehr zwischen den einzelnen Nukleonen unterscheiden, sondern hätte eine große Suppe von Partonen, ohne genau zu wissen, welche zu welchem Nukleon gehören. In diesem Fall wären nicht mehr die Nukleonen, sondern die Quarks und Gluonen die relevanten Freiheitsgrade. Deshalb spricht man auch von der Formation des sogenannten Quark-Gluon-Plasmas (QGP).

Anstatt die Dichte zu erhöhen könnte man auch alternativ die Temperatur steigern. Die Partonen in den Nukleonen würden immer stärker hin- und herzittern und wären aufgrund der asymptotischen Freiheit weniger stark gebunden. Ab einer gewissen Temperatur würde auch hier das QGP entstehen.

Man spricht bei dem Übergang zwischen Partonen im *Confinement* , also hadronischer Materie, und dem QGP von einem Phasenübergang, ähnlich wie bei anderen Stoffen, da sich der Zustand der Materie sichtlich ändert. Entscheidend ist hier die chirale Symmetrie, die im QGP nicht mehr gebrochen ist.[1]

Mit diesen beiden Gedankenexperimenten haben wir bereits das Phasendiagramm der QCD in Abhängigkeit der Temperatur T und der Dichte grob umrissen. In Abbildung 3.1 ist das Diagramm etwas detaillierter gezeigt. Anstatt der Dichte wurde hier das verwandte chemische Baryon-Potential μ_B aufgetragen.

[1] Tatsächlich ist sie nur nicht mehr spontan gebrochen. Es verbleibt eine explizite Brechung aufgrund der endlichen Stromquarkmassen [Koc97]. Das chirale Kondensat $\langle\bar{\psi}\psi\rangle$ verschwindet deshalb nicht und ist kein gut definierter Ordnungsparameter, aber kommt diesem wohl immer noch am nächsten.

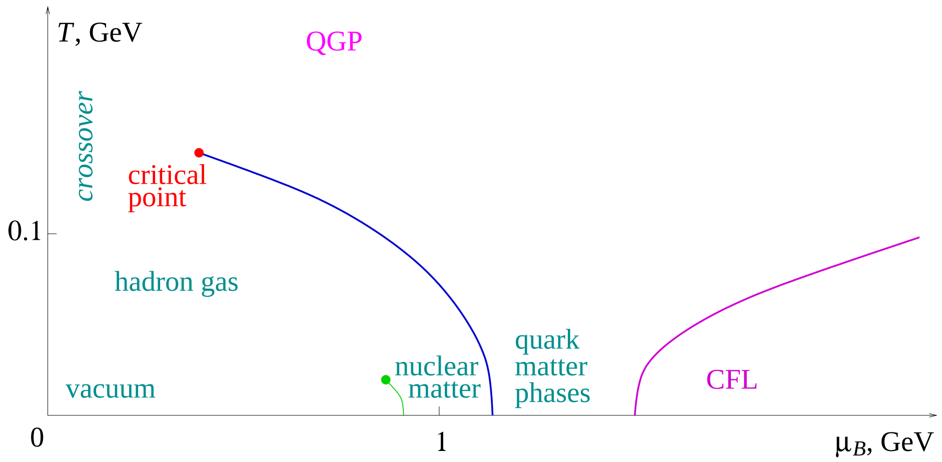

Abbildung 3.1.: Semi-quantitative Vorstellung des QCD-Phasendiagramms. Entnommen aus [Ste06].

Gittereichrechnungen [B+90] haben ergeben, dass der durch die Temperatur gesteuerte Phasenübergang für $\mu_B = 0$ ein *Cross-Over*-Übergang ist. Viele Modellrechnungen [AY89, BCDC+90, BCPG94, BR99, HJS+98, SMMR01, AK03, HI03] deuten bei dem anderen Extrem für $T = 0$ und endlichem chemischen Baryon-Potential auf ein Phasenübergang erster Ordnung hin. Dies impliziert die Existenz eines kritischen Punktes, dessen genaue Lage Gegenstand intensiver Forschung ist [Ste06]. Die Größenordnung der Temperatur des kritischen Punktes und des *Cross-Over*-Übergangs sollte vergleichbar mit der QCD-Skala Λ_{QCD} sein, die in Abschnitt 2.5 eingeführt wurde. Und tatsächlich wurde sie in Gittereichrechnungen zu etwa $160 - 190\,\text{MeV}$ abgeschätzt [KLP01, Kar02, FK02, FK04].

Für kleine Temperaturen und große chemische Potentiale wird eine andere Materieform vorhergesagt. Hier sind Quarks zusammengepaart in Analogie zur BCS-Theorie, weswegen man von Farbsupraleitung spricht [RWB+05, Ris04, Ste06]. Experimentell ist dieser Bereich äußerst schwierig zugänglich, man glaubt aber, dass diese Materieform im Innern von kompakten Neutronensternen vorhanden ist.

Unsere Alltagsumgebung, die den Grundzustand der nuklearen Materie widerspiegelt, liegt im Phasendiagramm bei $(T, \mu_B)_0 = (0, 924)\,\text{MeV}$ [Ris04].[2] Weitere Details zum Phasendiagramm findet man zum Beispiel in [BMW08].

Wie in der Einleitung bereits angesprochen, herrschte das QGP auch kurz nach dem Urknall vor. Dort war die Anzahl von Teilchen und Antiteilchen fast gleich, was mit einem verschwindenden chemischen Potential korrespondiert. Die Temperatur war zunächst sehr hoch und wurde durch die Expansion des Universums verringert. Demnach bewegte sich das Universum in der ersten Mikrosekunde im Phasendiagramm entlang der T-Achse in die hadronische Phase.

Wie kann man das QGP untersuchen? Ein hervorragendes Instrument dafür sind ultrarelativistische Schwerionenkollisionen. Am RHIC werden dabei zwei Goldkerne auf nahezu Lichtgeschwindigkeit beschleunigt und mit einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s_{NN}} = 200\,\text{GeV}$ pro Nukleonpaar zur Kollision gebracht. Bei dem im Herbst wieder in Betrieb gehenden LHC

[2] Tatsächlich liegt unsere Umgebungstemperatur bei etwa $20\,^\circ\text{C} = 293.15\,\text{K} \approx 2.5 \cdot 10^{-8}\,\text{MeV}$, was aber in ziemlich guter Näherung Null ist.

werden Bleikerne sogar mit voraussichtlich $\sqrt{s_{NN}} = 5.5\,\mathrm{TeV}$ aufeinandertreffen. Bei diesen hohen Energien entstehen viele tausend Teilchen mit einer hohen Energiedichte. Im Phasendiagramm beschreibt eine Schwerionenkollision eine Kurve von verschwindenden Temperaturen (unser Alltag) zu hohen Temperaturen und zurück. Ist die Kollisionsenergie hoch genug, wie am RHIC oder LHC, überschreitet man den Phasenübergang und gelangt in die QGP-Phase.

Woher weiß man, ob ein QGP tatsächlich entstanden ist? Die Beantwortung der Frage ist nicht ganz trivial, weil alle Detektoren, die gebaut werden können, bei Umgebungstemperaturen arbeiten. Daher sind Experimentatoren nicht in der Lage, die freien Partonen zu messen, sondern nur die aus ihnen entstandenen Hadronen. Aus diesem Grund muss ein großer Aufwand betrieben werden, um aus dieser finalen Hadronverteilung auf die Prozesse und Vorgänge kurz nach der Kollision zu schließen.

Es herrscht breiter Konsens, dass der Ablauf einer Schwerionenkollision am RHIC etwa folgendermaßen aussieht:

Nach dem Glauber-Modell, das im Anhang A.2 genauer vorgestellt wird, setzt sich die Kern-Kern-Kollision aus vielen Nukleon-Nukleon-Kollisionen zusammen. Diese wiederum unterteilt man in harte und weiche Prozesse. Harte Prozesse kommen wesentlich häufiger vor, da weiche Prozesse auf größeren Zeitskalen ablaufen. Bei harten Prozessen stoßen zwei Partonen aus den beiden beteiligten Nukleonen und werden aus ihnen herausgebrochen. Diesen Prozess glaubt man gut zu verstehen und durch pQCD beschreiben zu können. Weiche Wechselwirkungen sind theoretisch schwieriger zu erklären, da nicht-perturbative Prozesse zum Tragen kommen. Im Abschnitt 6.1 wird näher auf die Unterscheidung dieser beiden Typen eingegangen.

Aus diesen anfänglichen Stößen formiert sich das QGP, ein „Feuerball“, der zu Beginn sehr inhomogen ist und erst allmählich durch QCD-Wechselwirkung zwischen den Partonen thermalisiert. Zur Beschreibung dieser Phase werden Transportmodelle wie zum Beispiel Partonkaskaden eingesetzt. Die Zeitskala der Thermalisierung liegt bei etwa $1\,\mathrm{fm/c}$ [Hei05]. Einige Modelle [MG02, BvDM$^+$93, BMSS01] ermittelten, dass die Erklärung dieser kleinen Skala im pQCD-Bild nicht möglich ist, während andere [XG05, Won96] unter Einbeziehung inelastischer Stöße auf eine Thermalisierung innerhalb kleiner Zeitskalen hinweisen. Nach der Thermalisierung verhält sich das Plasma wie eine nahezu perfekte Flüssigkeit mit geringer Viskosität. Hydrodynamische Modelle [KSH00, HK02, BRW06] sind hier sehr erfolgreich bei der Beschreibung von kollektiven Phänomenen, aber auch partonische Transportmodelle behalten weiterhin ihre Gültigkeit.

Mit der Zeit dehnt sich der Feuerball immer stärker aus und die Energiedichte fällt so weit, bis die kritische Temperatur erreicht ist und die Partonen hadronisieren. Die gesamte Phase des QGP dauert etwa 5 bis $10\,\mathrm{fm/c}$. Zur Beschreibung der entstandenen Hadronen und den Wechselwirkungen untereinander sind hadronische Transportmodelle wie [B$^+$98, PBBS08] sehr nützlich. Zuerst erreicht das hadronische Medium das chemische *freeze-out*, nach dem sich die Flavorquantenzahlen nicht mehr ändern. Nach dem kinetischen *freeze-out* wechselwirken die Hadronen nicht mehr untereinander und propagieren in Flugrichtung, bevor sie in riesigen Detektoren gemessen werden, die den Kollisionspunkt umschließen. Diese Messergebnisse kann man mit den Vorhersagen der theoretischen Modelle vergleichen und so eine tiefere Einsicht in die Abläufe während der experimentell nicht zugänglichen QGP-Phase erhalten.

3.1.2. Experimente

Es sollen drei wichtige Experimente für die Suche nach dem QGP hervorgehoben werden:

1. SPS (*Super Proton Synchrotron*) am CERN (*European Organization for Nuclear Research*)
   Die bedeutendsten Experimente waren hier NA35 und NA49. Beide Experimente hatten ein festes Target und Schwerpunktsenergien pro Nukleonpaar von 18, 40 und 80 GeV für Blei-Blei-Kollisionen (Pb+Pb) und 19 GeV für Gold-Gold-Kollisionen (Au+Au). In Ergänzung wurden einige andere Experimente mit Protonen, Kohlenstoff und Silizium durchgeführt.

2. RHIC (*Relativistic Heavy-Ion Collider*) am BNL (*Brookhaven National Laboratory*)
   RHIC ging 2000 an den Start und besteht aus einem 3.8 km langen Speicherring, in dem die Kerne beschleunigt werden. Die Kollisionen finden zurzeit nur noch in zwei Detektoren statt: PHENIX und STAR. Die kleineren Experimente BRAHMS und PHOBOS haben ihre Datenaufnahme 2006 gestoppt und werten sie gegenwärtig aus. Eine detaillierte Beschreibung der Experimente kann aus [PHENIX03, STAR03, BRAHMS03, PHOBOS03] entnommen werden.

3. LHC (*Large Hadron Collider*) am CERN
   Der LHC, der im September 2008 an den Start ging und wegen eines Defekts an einem Magneten bis voraussichtlich September 2009 pausiert, hat als Hauptziel, das Higgs-Boson – den letzten Baustein im Standardmodell – in Proton-Proton-Kollisionen mit einer Schwerpunktsenergie von 14 TeV zu finden. Zudem erhofft man sich Evidenzen für Theorien, die über das Standardmodell hinausgehen, wie zum Beispiel Supersymmetrie. Aber auch Schwerionenkollisionen mit Schwerpunktsenergien von 5.5 TeV spielen in dem Programm am LHC eine wichtige Rolle. Eigens hierfür wurde der ALICE-Detektor gebaut [ALICE04, ALICE06], aber auch an den auf Protonkollisionen spezialisierten Detektoren CMS und ATLAS können Kollisionen von Kernen untersucht werden.

3.1.3. Allgemeine Ergebnisse am RHIC

Wir wollen hier nur die wichtigsten experimentellen Signaturen des QGP nennen. Für einen detaillierten Überblick sei auf die so genannten *white papers* der Kollaborationen [STAR05a, PHENIX05a, BRAHMS05, PHOBOS05] und auf Übersichtsartikel wie zum Beispiel [MN06, Mul07] verwiesen.

Bei Au+Au-Kollisionen am RHIC sind folgende Ergebnisse erzielt worden:

- Produktion von etwa 5000 geladenen und schätzungsweise 2500 ungeladenen Teilchen pro Kollision

- Hohe Energiedichte am Anfang der QGP-Phase von etwa 15 GeV/fm^3 (nach dem Bjorken-Modell [Bjo83]), die innerhalb von 1 fm/c auf etwa 5.4 GeV/fm^3 zurückgeht [MN06]

- Starke Ausprägung des elliptischen Flusses, als Anzeichen für schnelle Thermalisierung und hydrodynamisches Verhalten mit kleiner Viskosität (siehe Abschnitt 3.1.6)

- Der kollektive Fluss der verschiedenen Hadronen wird gut durch das Rekombinationsmodell beschrieben. Er baut sich also auf partonischer und nicht hadronischer Ebene auf.

- Starkes *jet quenching*, d. h. hoher Energieverlust von Teilchen mit großen Impulsen im Medium (Abschnitt 3.1.4)

- Unterdrückung von *open charm* bei hohen transversalen Impulsen (vergleiche Abschnitt 3.2)
- Charmonium[3] Unterdrückung (Abschnitt 3.2.2)

3.1.4. Jet quenching

Die meisten der gemessenen Teilchen haben einen transversalen Impuls von etwa 1 GeV. Sie werden in der finalen Phase der Kollision nach der Hadronisierung des QGP produziert und tragen daher nur indirekte Informationen über das QGP. Es gibt jedoch einige Teilchen, die mit einem höheren Transversalimpuls von einigen GeV gemessen werden. Sie stammen aus der Fragmentation von Jets und können Informationen über das Plasma liefern. Die Terminologie „Jets“ kommt von Proton-Proton-Kollisionen, wo zwei Partonen nach einem harten Stoß *back-to-back* emittiert werden und zwei Jets bilden. Die Jets fragmentieren und werden als Schauer von vielen Teilchen detektiert, die alle ungefähr in dieselbe Richtung fliegen.

In Schwerionenkollisionen gibt es viele Nukleon-Nukleon-Stöße, in denen Jets entstehen. Allerdings fliegen diese – anders als bei Proton-Proton-Kollisionen – nicht sofort in den Detektor, sondern interagieren mit dem produzierten heißen, dichten Medium und werden dabei in vielen Partonstößen sowie durch Gluonbremsstrahlung abgedämpft. Deshalb nennt man dieses Phänomen auch *jet quenching*.

Entsteht ein *back-to-back* Jet in dem peripheren Bereich einer Kollision, wird der eine Jet ungehindert detektiert, während der andere durch das gesamte Medium propagieren muss und dabei so stark abgeschwächt wird, dass er auf der anderen Seite nicht mehr als Jet identifiziert werden kann. Bei dem ungehinderten Jet spricht man auch vom *near-side* und bei dem durch das Medium laufenden vom *away-side* Jet. Tatsächlich beobachtete man das Verschwinden des *away-side* Jet in Schwerionenkollisionen im Gegensatz zu Proton-Proton-Kollisionen. In Abbildung 3.2 sind die experimentellen Daten dazu gezeigt. Während in p+p- und d+Au-Kollisionen zwei Jets zu sehen sind, verschwindet der zweite Jet in Au+Au-Kollisionen aufgrund des *jet quenchings* im Medium. Natürlich kann der Jet wegen Energie- und Impulserhaltung nicht wirklich verschwinden. Allerdings fächert er sich so weit auf und produziert so viele Teilchen mit kleinen transversalen Impulsen, dass man nicht mehr von einem Jet reden kann.

Beachtet man als assoziierte Teilchen auch jene mit kleinem p_T, geben die Daten Hinweise auf einen Doppelpeak [PHENIX05c]. Einige Modelle erklären diese Struktur durch Gluon-Cherenkov-Strahlung [Vit05, KMW06] und andere durch Entstehung von Machkegeln [SSM05, CSST05, RSG90].

3.1.5. Nuklearer Modifikationsfaktor

Eine interessante Größe, um die Unterschiede in Schwerionenkollisionen und Proton-Proton-Kollisionen zu untersuchen, die aufgrund des Mediums auftreten, ist der nukleare Modifikationsfaktor (*nuclear modification factor*) R_{AA}.

Nach dem Glauber-Modell setzt sich die Schwerionenkollision aus vielen Nukleon-Nukleon-Kollisionen zusammen. Diese Anzahl der binären Kollisionen errechnet sich für einen Stoßparameter $\mathbf{b}$ zu [Won94]

$$N_{\text{bin}}(\mathbf{b}) = \sigma_{\text{p+p}} \, T_{AB}(\mathbf{b}) \; , \tag{3.1}$$

[3] gebundener Zustand von Charm- und Anticharm-Quark.

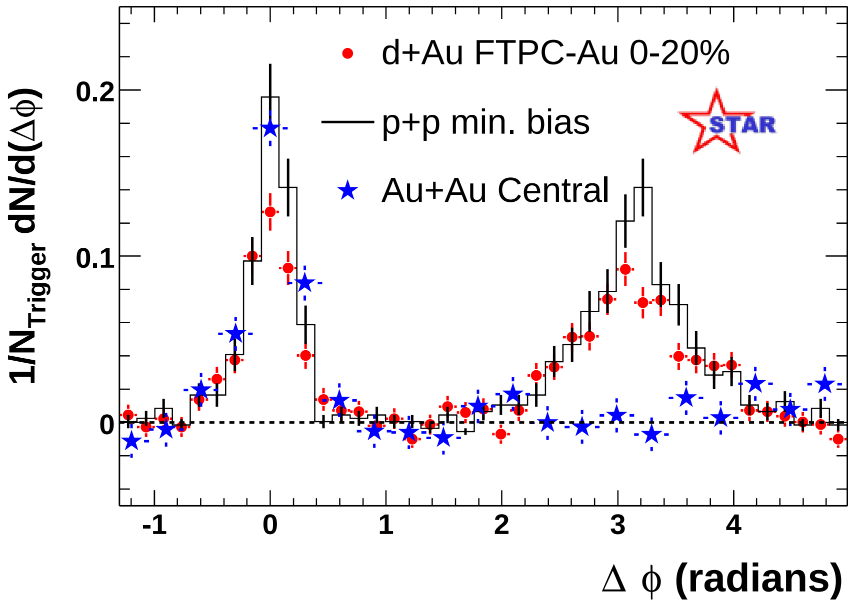

Abbildung 3.2.: Azimuthale Korrelation von Dihadronen (Hintergrund wurde abgezogen) in p+p-, d+Au- und Au+Au-Kollisionen [STAR05a]. Getriggert wurde auf Teilchen mit $p_T >$ 4 GeV, assoziierte Teilchen umfassen alle mit $p_T > 2$ GeV. $\Delta\phi$ gibt den azimuthalen Winkel zwischen *Trigger* und assoziierten Teilchen an.

wobei $\sigma_{\mathrm{p+p}} \approx 40$ mb für RHIC und $\sigma_{\mathrm{p+p}} \approx 60$ mb für LHC die inelastischen Proton-Proton-Wirkungsquerschnitte und $T_{AB}(\mathbf{b})$ die nukleare Überlappfunktion für die Kollision zweier Kerne mit Massenzahl A und B sind. Diese wird in Anhang A.2 angegeben, wo auch das Glauber-Modell näher vorgestellt wird.

Eine Schwerionenkollision ist also nichts anderes als N_{bin} Nukleon-Nukleon-Kollisionen, wäre da nicht das produzierte Medium, Wechselwirkungen der binären Kollisionen untereinander und weitere Phänomene wie *Shadowing* (Abschnitt 2.4) oder *Cronin-Enhancement* (siehe weiter unten). R_{AA} gibt an, wie stark sich die Schwerionenkollision von einer Superposition von Nukleon-Nukleon-Kollisionen unterscheidet. Er ist das Verhältnis der Anzahl der Teilchen bei gegebenen Transversalimpuls p_T und Rapidität y in Schwerionenkollision zu der Anzahl der Teilchen mit den gleichen Eigenschaften in Nukleon-Nukleon-Kollisionen, skaliert mit der Anzahl der binären Kollisionen:

$$R_{AA} = \frac{\mathrm{d}^2 N_{AA}/\mathrm{d}p_T \mathrm{d}y}{N_{\mathrm{bin}}\, \mathrm{d}^2 N_{NN}/\mathrm{d}p_T \mathrm{d}y} \tag{3.2}$$

Die Definition der Rapidität kann in Anhang A.3 gefunden werden.

Offensichtlich wäre R_{AA} konstant 1, wenn in einer Schwerionenkollision keine Kern- und Mediumeffekte auftreten würden und sie durch eine einfache Superposition von Nukleon-Nukleon-Kollisionen beschrieben werden könnte. In Abbildung 3.3 ist der R_{AA} am RHIC als Funktion von p_T für verschiedene Teilchenarten gezeigt. Direkte Photonen sind alle gemessenen Photonen, die nicht aus Hadronzerfällen stammen. Da sie nur elektromagnetisch wechselwirken, werden sie (fast) nicht vom Medium beeinflusst. Wie in Abbildung 3.3 zu sehen ist, liegt der R_{AA}

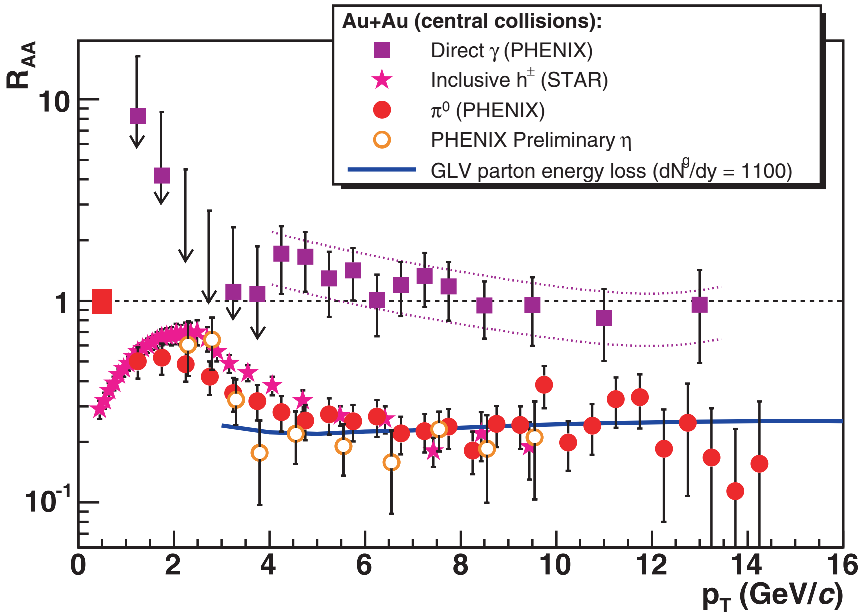

Abbildung 3.3.: Nuklearer Modifikationsfaktor R_{AA} für Hadronen und direkte Photonen in zentralen Au+Au-Kollisionen am RHIC. Entnommen aus [PHENIX06b].

für Photonen mit $p_T > 5\,\mathrm{GeV}$ bei 1. Dies bestätigt die Anwendbarkeit des Glauber-Modells. Zugleich sind die Hadronen in diesem Impulsbereich um einen Faktor 5 unterdrückt, was das *jet quenching* widerspiegelt.

Die Erhöhung des R_{AA} für Hadronen und Photonen bei kleineren Energien stammt vom Cronin-Effekt, der auch in d+Au-Kollisionen zu sehen ist [STAR05a, PHENIX05a]. Eine Interpretation des Cronin-Effekts ist, dass die Partonen vor ihrem harten Stoß durch Vielfachstreuung den transversalen Impuls vergrößern (*k_T broadening*) [Acc02].

Für kleine p_T ist das Glauber-Modell nicht mehr richtig, da hier weiche Prozesse ausschlaggebend sind und diese nicht mit der Anzahl der binären Kollisionen, sondern mit der Anzahl der beteiligten Nukleonen (*wounded nucleons*) skalieren.

3.1.6. Elliptischer Fluss

In einem stark wechselwirkenden Medium baut sich bei der Präsenz eines Dichtegradienten ein Druck auf, der zu einer schnellen Expansion führt. Bei nicht-zentralen Kollisionen formt das Medium ein zigarrenförmiges Ellipsoid und die unterschiedlichen Dichtegradienten innerhalb der azimuthalen Ebene führen zu verschiedenen Expansionsgeschwindigkeiten in x- und y-Richtung (z sei die Strahlachse). Die unterschiedliche Expansion in diese beiden Richtungen wirkt der Dichteanisotropie entgegen und führt wie bei einer Flüssigkeit zur Minimierung der Oberfläche, was ein erster Hinweis auf das hydrodynamische Verhalten des QGP ist. Je stärker die Wechselwirkung zwischen den Teilchen ist, desto besser und schneller findet die Konversion der Dichteanisotropie in Impulsanisotropie statt.

Experimentell misst man das Impulsspektrum der Hadronen und somit ihre azimuthale Winkelabhängigkeit ϕ in Bezug auf die Reaktionsebene. Das Impulsspektrum kann man in

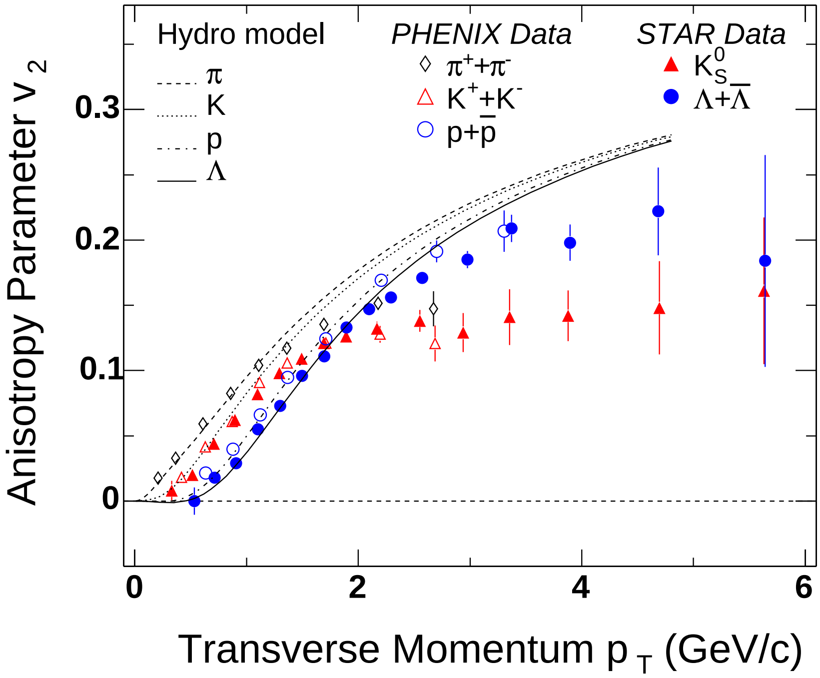

Abbildung 3.4.: Elliptischer Fluss v_2 in *minimum bias* Au+Au-Kollisionen am RHIC zusammen mit hydrodynamischen Modellen. Entnommen aus [MN06].

seine Fourier-Komponenten zerlegen [PV98]:

$$
\begin{aligned}
E\frac{\mathrm{d}^3N}{\mathrm{d}^3p} &= \frac{\mathrm{d}^3N}{p_T\mathrm{d}p_T\mathrm{d}y\mathrm{d}\phi}(p_T,y,\phi) = \frac{1}{2\pi}\frac{\mathrm{d}^2N}{p_T\mathrm{d}p_T\mathrm{d}y}\left[1+\sum_{n=1}^{\infty}2v_n(p_T,y)\cos(n\phi)\right] \\
&= \frac{1}{2\pi}\frac{\mathrm{d}^2N}{p_T\mathrm{d}p_T\mathrm{d}y}\left[1+2v_1(p_T,y)\cos(\phi)+2v_2(p_T,y)\cos(2\phi)+\ldots\right]
\end{aligned}
\tag{3.3}
$$

v_1 nennt man den radialen und v_2 den elliptischen Fluss, wobei letzterer wertvolle Aussagen über die Impulsanisotropie in azimuthaler Ebene macht. Der Faktor 2 vor jedem Koeffizient ist nur Normierung und macht die Bedeutung, $v_n = \langle\cos(n\phi)\rangle$ [VZ96], anschaulicher. Durch die Impulse der Teilchen ausgedrückt, beträgt $v_1 = \langle p_x/p_T\rangle$ und

$$
v_2 = \left\langle \frac{p_x^2 - p_y^2}{p_T^2} \right\rangle . \tag{3.4}
$$

Die Klammern bezeichnen die Mittelung über alle Teilchen.

Der elliptische Fluss baut sich wahrscheinlich schon sehr früh in den ersten fm/c der Kollision auf [KSH00] und bleibt während der Hadronisierung erhalten. Damit bietet er einen Einblick in die ersten Phasen des QGP.

Die experimentellen Daten für v_2 sind in Abbildung 3.4 angegeben. Das am RHIC produzierte Medium fließt tatsächlich. Ebenfalls eingezeichnet sind die Vorhersagen von einigen hydrodynamischen Modellen, die eine ideale Flüssigkeit ohne Viskosität simulieren [KSH00, HK02]. Die sehr gute Übereinstimmung mit den Daten weist auf das Entstehen einer nahezu perfekten Flüssigkeit mit sehr kleiner Viskosität hin. Man scheint der unteren Schranke für das Verhältnis von Viskosität über Entropiedichte $\eta/s = 1/4\pi$, die über die AdS/CFT-Korrespondenz vorhergesagt wird [KSS05, PSS01], sehr nahe zu kommen. Momentan wird versucht dieses Verhältnis mit viskosen hydrodynamischen Modellen [BRW06], aber auch partonischen Transportmodellen [XGS08, EMXG08] zu bestimmen.

Zusammenfassend kann man sagen, dass starke Evidenzen für die Entstehung des QGP vorhanden sind. Dennoch bleiben viele Fragen offen. Wie baut sich der elliptische Fluss auf? Welche Prozesse sind ausschlaggebend für das *jet quenching*? Vor allem die mikroskopischen Abläufe während der QGP-Phase sind von enormem theoretischem Interesse. Um diese Fragestellung anzugehen, eignet sich besonders das Modell der Partonkaskade, das in dieser Arbeit verwendet und in Abschnitt 4.2 näher erläutert wird.

3.2. Charm-Quarks im Quark-Gluon-Plasma

Wenn man schwere Quarks am RHIC betrachtet, spielen Charm-Quarks eine viel größere Rolle als Bottom-Quarks. Dies liegt an der etwa drei mal so großen Masse von letzteren, die dadurch seltener erzeugt werden. Von nun an werden wir daher nicht mehr von schweren Quarks im Allgemeinen, sondern direkt von Charm-Quarks reden. Alle Formeln und theoretischen Überlegungen sind jedoch genauso für Bottom-Quarks richtig, wenn man den Massenunterschied beachtet. Am LHC ist die Schwerpunktsenergie wesentlich höher und auch Bottom-Quarks werden zahlreich erzeugt. In Abschnitt 7.1.3 werden wir deshalb explizite Vorhersagen für die Bottom-Produktion am LHC machen.

In den nächsten Abschnitten wird die Rolle der Charm-Quarks im QGP kurz erläutert. Dabei werden wir phänomenologisch die wichtigsten experimentellen Ergebnisse ansprechen und auf theoretische Modelle eingehen. An dieser Stelle soll jedoch nur ein grober Überblick geboten werden, da in den verschiedenen Kapiteln eine detaillierte Beschreibung der Charm-Physik im Kontext der Ergebnisse dieser Arbeit zu finden ist.

3.2.1. Entstehung

Aufgrund ihrer großen Masse $M_c \gg \Lambda_{\mathrm{QCD}}$ können Charm-Quarks nur produziert werden, wenn genügend Energie (im Schwerpunktsystem $2M_c$ aufgrund der Flavorerhaltung) zur Verfügung steht. Solch hohe Energien findet man in Schwerionenkollisionen primär zu Beginn der Kollision: In harten Partonstößen in anfänglichen Nukleon-Nukleon-Kollisionen und während der frühen Phase des QGP. Daher stellen Charm-Quarks eine ideale Sonde für die Untersuchung dieser Phasen dar.

Wegen der benötigten hohen Energie ist die laufende Kopplung α_s, wie in Abschnitt 2.5 beschrieben, klein und die Charm-Produktion störungstheoretisch durch pQCD beschreibbar. Dies gilt selbst für Charm-Quarks mit kleinem p_T, da der Entstehungsprozess für so große Massen ein harter Prozess sein muss.

Für die Charm-Produktion während der harten Stöße zwischen Partonen in binären Kollisionen der Nukleonen gibt es zwei Möglichkeiten:

1. *Zentrale Prozesse*
   Zwei Partonen – je eins aus den beiden kollidierenden Nukleonen – fusionieren in einem

harten Prozess zu einem Charm-Anticharm-Paar

$$\begin{aligned} g + g &\to c + \bar{c} \\ q + \bar{q} &\to c + \bar{c}\ , \end{aligned} \tag{3.5}$$

wobei q leichte Quarks und g Gluonen bezeichnet. Aufgrund der erhaltenen Flavorquantenzahl *charm* werden Charm-Quarks immer paarweise erzeugt.

Es ist möglich, dass sich die produzierten Charm- und Anticharm-Quarks zu einem gebundenen Zustand zusammenfinden, beispielsweise dem J/ψ. Dies geschieht in etwa 1 % der Fälle [ABMRS07]. Nach theoretischen Vorhersagen löst sich dieser Zustand im QGP wieder auf, worauf wir in Abschnitt 3.2.2 näher eingehen werden.

2. *Diffraktive Prozesse*
Wie in Abschnitt 2.3 erläutert, sind Nukleonen neben Valenzquarks und Gluonen aus Quark-Antiquark-Paaren, den Seequarks, aufgebaut. Darunter befinden sich ebenfalls einige Charm-Anticharm-Paare – auch wenn sie, wie in Abschnitt 2.4 beschrieben, aufgrund ihrer kleineren Partonverteilungsfunktion viel seltener als die leichten Quarks vorkommen. Eines dieser schweren Quarks kann mit einem Parton aus dem kollidierenden Nukleon über die Prozesse

$$\begin{aligned} g + c &\to g + c \qquad\qquad (\text{bzw. } g + \bar{c} \to g + \bar{c}) \\ q + c &\to q + c \qquad\qquad (\text{bzw. } q + \bar{c} \to q + \bar{c}) \end{aligned} \tag{3.6}$$

wechselwirken, wird aus dem Nukleon herausgerissen und trägt somit zur Anzahl der Charm-Quarks in dem entstehenden Medium bei. Allerdings spielen diese Prozesse für die Charm-Produktion bei großen Schwerpunktsenergien wie am RHIC oder LHC keine große Rolle [BHK82]. Wie in [BH89] durch Analyse der Energieabhängigkeit von Übergängen zwischen unterschiedlichen Fockzuständen im Nukleon untersucht wurde, sind zudem Nukleonen für $c\bar{c}$-Farbsinguletts nahezu transparent, so dass die Charm-Seequarkpaare ungehindert durch die kollidierenden Nukleonen propagieren können. Da wir nur an der zentralen Region der Kollision interessiert sind, können die Prozesse aus Gleichung (3.6) für den anfänglichen Charm-Ertrag vernachlässigt werden [MW92]. Sie sind jedoch wichtiger Bestandteil für die Untersuchung des Energieverlustes der Charm-Quarks durch Stöße im Medium, worauf in Abschnitt 3.2.3 näher eingegangen wird.

Bei den oben genannten Prozessen handelt es sich um Prozesse der ersten Ordnung Störungstheorie (*leading order*, *LO*), also der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$. Höhere Ordnungen, wie Diagramme mit Fermion-Antifermion- oder Bosonschleifen und Prozesse mit Gluonabstrahlungen im Endzustand, wie zum Beispiel

$$\begin{aligned} g + g &\to c + \bar{c} + g \\ q + \bar{q} &\to c + \bar{c} + g \end{aligned} \tag{3.7}$$

für die Charm-Anticharm-Produktion, wollen wir in dieser Arbeit vernachlässigen. Die Güte der Näherung, die Störungsreihe nach der ersten Ordnung abzubrechen, werden wir in Abschnitt 6.2 ausführlich diskutieren. Dort werden wir auch die Anzahl der Charm-Quarks, die in anfänglichen Nukleon-Nukleon-Kollisionen entstehen, abschätzen und mit experimentellen Daten aus Proton-Proton-Kollisionen vergleichen.

Charm-Quarks entstehen während der QGP-Phase ebenfalls durch Gluonfusion oder Quark-Antiquark-Annihilation, also in den gleichen Prozessen wie in Nukleonstößen: $g+g \rightarrow c+\bar{c}$ und $q+\bar{q} \rightarrow c+\bar{c}$, mit dem Unterschied, dass es sich nicht um im Nukleon eingefangene, sondern um freie Partonen handelt, die wechselwirken. In Abschnitt 3.3.1 werden wir die partonischen Wirkungsquerschnitte für diese Prozesse ausrechnen. Die Charm-Produktion im QGP ist das Hauptthema dieser Arbeit und wird ausführlich in Abschnitt 7.1 behandelt.

3.2.2. J/ψ-Unterdrückung

J/ψ ist der Grundzustand eines gebundenen $c\bar{c}$-Systems. Das Potential zwischen den beiden Charm-Quarks wird durch Gleichung (2.15) beschrieben. Allerdings ist im QGP die chirale Symmetrie wiederhergestellt und das *Confinement* aufgehoben. Aus diesem Grund wird $\kappa = 0$ für das $c\bar{c}$ eines J/ψ im QGP und das Potential setzt sich nur noch aus dem Coulomb-Anteil zusammen. Zusätzlich wird das gebundene System durch das *Debye screening* geschwächt: In einem Plasma bildet sich um ein geladenes Teilchen eine geladene Teilchenwolke, die die Wechselwirkungen des Teilchen beeinflusst. Entdeckt wurde dieser Effekt in elektromagnetischen Plasmen. Man kann ihn jedoch analog auf das Quark-Gluon-Plasma übertragen, obwohl hier nicht die elektromagnetische, sondern die starke Wechselwirkung ausschlaggebend ist. Die Teilchenwolke führt zu einer Abschirmung des Potentials und der Coulomb-Anteil des Quarkpotentials aus Gleichung (2.15) wird zu [Won94]

$$V(r) = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s(r)}{r}e^{-r/\lambda_D} \tag{3.8}$$

mit der Debye-Länge λ_D. Teilchen, die weniger als die Debye-Länge von dem Teilchen entfernt sind, stehen mit ihm in Wechselwirkung. Teilchen, die weiter entfernt sind, werden abgeschirmt. Das Inverse der Debye-Länge entspricht in natürlichen Einheiten (siehe Anhang A.1) der *Debye-Masse* $m_D = 1/\lambda_D$, die man folgendermaßen interpretieren kann: Ein masseloses Teilchen wird durch die Teilchenwolke in seiner Umgebung träger und erhält somit eine effektive Masse.

Wegen des aufgehobenen *Confinements* und des *Debye screenings* kann das Potential zwischen den Charm-Quarks eines J/ψ sehr schwach werden. Es wird angenommen, dass dies in einem QGP mit hohen Temperaturen zur Auflösung des gebundenen Zustands führt (J/ψ *melting*). Demnach ist eine J/ψ-Unterdrückung in Schwerionenkollisionen ein Indiz für die Entstehung des QGP. Vorhergesagt wurde dieses Phänomen als erstes von Matsui und Satz in [MS86]. Da die Auflösung des J/ψ und anderer höherenergetischer $c\bar{c}$-Zustände jeweils bei unterschiedlichen Temperaturen stattfindet [MP07], sollte es prinzipiell möglich sein, ihre Unterdrückung als Thermometer für das QGP zu verwenden.

Ein Modell für die J/ψ-Produktion, das gut mit den gemessenen Daten übereinstimmt [ABMRS07], ist das statistische Hadronisierungs-Modell [BMS00, BMS01]. Hierbei nimmt man an, dass keine J/ψ in Nukleon-Nukleon-Kollisionen und im QGP entstehen oder sie sich im QGP wieder auflösen. Nach dem Modell wird J/ψ ausschließlich während des Phasenübergangs zwischen QGP und hadronischer Materie in nicht-perturbativen Prozessen erzeugt.

3.2.3. Kollektive Phänomene

Eine interessante Fragestellung ist, wie stark Charm-Quarks vom restlichen QGP beeinflusst werden und ob man aus dieser Wechselwirkung Rückschlüsse auf die Eigenschaften des Mediums ziehen kann.

Die kinetische Thermalisierung von Charm-Quarks ist relativ zu leichten Quarks mit einem Faktor $\sim M_c/T \sim 4-5$ verzögert, wodurch die Thermalisierungszeitskala am RHIC ein wenig größer als die Lebensdauer des QGP von etwa 5 fm/c wird [RvH08]. Aus diesem Grund sind Charm-Quarks eine ideale Sonde für das QGP: sie werden sichtlich vom Medium beeinflusst, behalten aber Informationen über die Wechselwirkung bei, da sie nicht völlig thermalisieren.

Aus der Elektrodynamik weiß man, dass die Bremsstrahlung eines beschleunigten Teilchen mit der vierten[4] Potenz seiner Masse abfällt [Div01]. Die Gluonbremsstrahlung in der QCD ist analog für Charm-Quarks durch einen Faktor $\sim (M_q/M_c)^4$ relativ zu leichten Quarks q unterdrückt [RvH08]. Auch in der Winkelverteilung der Strahlung gibt es Unterschiede: Vorwärtsgerichtete Gluonemission ist innerhalb des Winkels $\Theta = M_c/E_c$ unterdrückt (*dead cone* Effekt) [DK01, ZWW04]. Für Bottom-Quarks sind diese Effekte wegen der größeren Masse noch stärker ausgeprägt.

Kommen wir zu den experimentellen Ergebnissen. Charm-Quarks können nicht selbst detektiert werden, sondern hadronisieren zu D-Mesonen, worauf wir in Abschnitt 3.2.4 näher eingehen werden. Aufgrund der zu tausenden entstehenden Hadronen ist die Filterung der hadronischen Zerfallsprodukte von D-Mesonen schwierig. Deswegen misst man zumeist *non-photonic* Elektronen, die mit dem Zerfall von schweren Mesonen assoziiert sind. Der Nachteil hierbei ist, dass man nicht auseinanderhalten kann, ob sich in dem Meson ein Charm- oder Bottom-Quark befand. Die Messung der Elektronen beinhaltet auch ihre Impulsverteilung. Bei kleineren Impulsen dominieren Elektronen aus Charm-Zerfällen, bei großem p_T stammen sie zumeist von Bottom-Quarks [DGVW06]. Mit den Informationen über die Impulsverteilung kann man die Kopplung von schweren Quarks an das Medium analog wie für leichte Quarks mit dem nuklearen Modifikationsfaktor R_{AA} (Abschnitt 3.1.5) und dem elliptischen Fluss v_2 (Abschnitt 3.1.6) untersuchen.

In Abbildung 3.5 sind R_{AA} und v_2 für Elektronen aus schweren Mesonzerfällen abgebildet. Eine überraschend starke Unterdrückung von schweren Quarks bei hohen Impulsen ist zu beobachten – ein Hinweis auf hohen Energieverlust der schweren Quarks im Medium. Dies unterstreicht auch der erstaunlich große elliptische Fluss: schwere Quarks koppeln stark an das Medium. Der nukleare Modifikationsfaktor R_{AA} für schwere Quarks ist für hohe Impulse etwa gleich groß wie der für leichte Quarks – eine Überraschung, da der Energieverlust durch Gluonabstrahlung unterdrückt sein müsste. Zudem werden die Elektronen mit hohem p_T durch Bottom-Quarks dominiert, die wegen der noch größeren Masse noch weniger Energieverlust durch Bremsstrahlung erfahren sollten.

Das Problem des Energieverlusts durch Gluonabstrahlung im Medium wird intensiv untersucht [DK01, ZWW04, ACD$^+$06, DG04, DGVW06]. Auch die Möglichkeit des Energieverlustes durch elastische Kollisionen ist in letzter Zeit in den Mittelpunkt des Interesses gerückt, um das Rätsel des hohen *jet quenchings* von schweren Quarks zu erklären [Mus05, MT05, WHDG07, vHGR06, PP08, GA08].

In dieser Arbeit werden wir Energieverluste durch Kollisionen untersuchen und uns auf die erste Ordnung in der Störungstheorie konzentrieren. Dies ist die elastische Streuung von Charm-Quarks an Gluonen $g + c \to g + c$, deren Wirkungsquerschnitt in Abschnitt 3.3.2 berechnet wird. Die Implementation höherer Ordnungen und Gluonabstrahlung verschieben wir auf eine zukünftige Arbeit.

[4] Dies gilt für Kräfte, die senkrecht zur Bewegungsrichtung des Teilchen angreifen. Bei tangentialen Kräften fällt der Energieverlust mit der sechsten Potenz der Masse [Gri99].

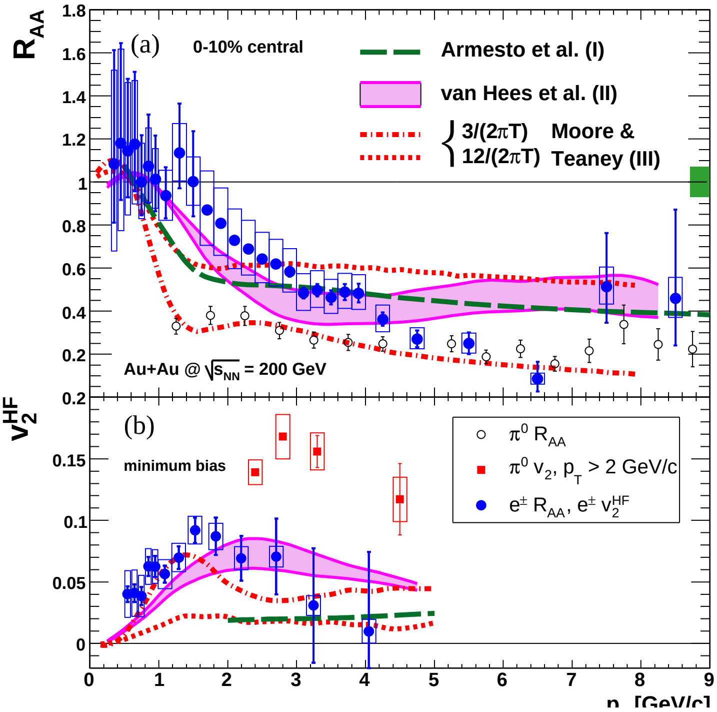

Abbildung 3.5.: (a) R_{AA} von Elektronen aus schweren Flavor-Zerfällen in $0-10\,\%$ zentralen Kollisionen. (b) v_2^{HF} aus *minimum bias* Kollisionen. Zum Vergleich sind auch π^0 Daten und theoretische Modelle (I [ACD$^+$06], II [vHGR06] und III [MT05]) eingezeichnet. Entnommen aus [PHENIX07].

3.2.4. Hadronisierung von Charm-Quarks

Charm-Quarks fragmentieren zu D-Mesonen, die aus einem Charm-Quark und einem leichten Quark bestehen. Man nennt sie D^+ $(c\bar{d})$, D^- $(\bar{c}d)$, D_s^+ $(c\bar{s})$, D_s^- $(\bar{c}s)$, D^0 $(c\bar{u})$ und $\bar{D}^0$ $(\bar{c}u)$.

Für die Modellierung der Fragmentation im Allgemeinen gibt es zwei populäre Ansätze:

1. *Lund-Stringmodell* [AGIS83] (in PYTHIA [SMS06] genutzt)
   Zwischen zwei Partonen formiert sich ein Farbflussschlauch, der auch String genannt wird. Reicht die Energie aus, werden $q\bar{q}$ oder qqq bzw. $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$ Zustände erzeugt, die dann Mesonen oder Baryonen formen.

2. *Cluster-Modell* [FW83, Web84] (in dem Event-Generator Herwig [C$^+$01] genutzt)
   Gluonen gehen in nicht-perturbativen Prozessen zu $q\bar{q}$-Zuständen über. Diese und bereits vorhandene Quarks werden zu farbneutralen Clustern zusammengenommen, aus denen ein oder mehrere Hadronen pro Cluster entstehen. Der Übergang hängt nur von den Hadronenmassen, Energie und Flavorzusammensetzung des Clusters ab.

Die D-Mesonen selbst können nicht nachgewiesen werden, da ihre Lebensdauer zu kurz ist ($\tau = (1040 \pm 7) \cdot 10^{-15} s$ [Group08]). Sie zerfallen über die schwache Wechselwirkung mit vielen verschiedenen Zerfallskanälen. Eine Übersicht findet man im *Particle Data Book* [Group08]. Für die $D^{\pm}$ sind zum Beispiel folgende semi-leptonischen Zerfallskanäle die wichtigsten:

$$\begin{aligned} D^+ &\rightarrow l^+ \bar{K}^0 \nu_l \\ D^- &\rightarrow l^- K^0 \bar{\nu}_l \end{aligned} \tag{3.9}$$

Das Lepton l^+ bzw. l^- kann dann im Detektor gemessen werden. Im Falle von Elektronen (und Positronen) spricht man von *non-photonic* Elektronen, da sie nicht in Elektron-Positron-Paarerzeugung durch Photonen produziert werden. Das entstehende Neutrino ν fliegt aus dem

Detektor ohne registriert zu werden, während das neutrale K-Meson zum Teil durch sekundäre Zerfälle indirekt gemessen werden kann. Dennoch fehlen hochauflösende Vertexdetektoren, die den Zerfallsvertex des D-Mesons rekonstruieren. Wegen der inklusiven und indirekten Messung über die Elektronen gestaltet sich der Nachweis der D-Mesonen relativ schwierig, was sich in großen Messfehlern ausdrückt.

3.3. Partonische Wirkungsquerschnitte von Charm-Prozessen

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für einen $2 \to 2$ Prozess pro Raumwinkelelement $\mathrm{d}\Omega$ ist im Schwerpunktsystem durch

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{1}{2E_1\, 2E_2\, |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|} \frac{|\mathbf{p}_3|}{(2\pi)^3\, 4\sqrt{s}} \,\overline{|\mathcal{M}|}^2 \tag{3.10}$$

gegeben [PS95]. Die Notation der ein- und auslaufenden Teilchen kann aus Abbildung 3.6 entnommen werden. $\mathbf{v}_i$ bezeichnet die Geschwindigkeit des Teilchen i, s eine von den drei Mandelstam-Variablen (siehe Anhang A.4) und $\overline{|\mathcal{M}|}^2$ das gemittelte Betragsquadrat des Matrixelements, wobei über alle Farb- und Spinanfangszustände gemittelt und über Farb- und Spinendzustände summiert wird.

Oft drückt man den Wirkungsquerschnitt auch als Ableitung nach der Mandelstam-Variablen t aus:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{64\pi} \frac{1}{|\mathbf{p}_1|\, E_1 E_2 \sqrt{s}\, |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|} \,\overline{|\mathcal{M}|}^2 \tag{3.11}$$

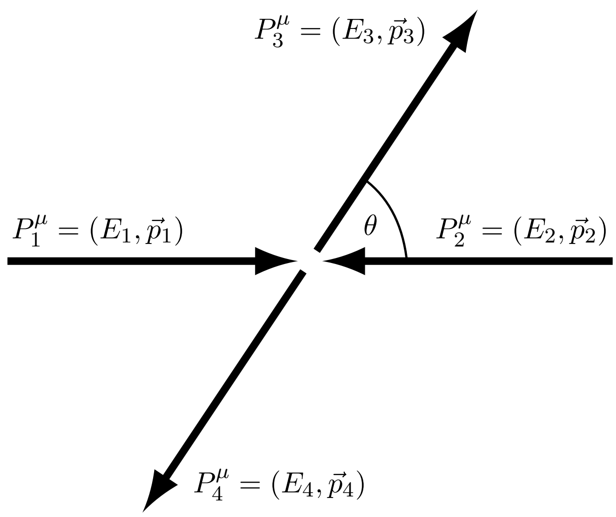

Abbildung 3.6.: Schematische Darstellung und verwendete Notation eines $2 \to 2$ Prozesses.

3.3.1. Charm-Produktion

Im Folgenden wollen wir die partonischen Wirkungsquerschnitte für die beiden LO pQCD Charm-Produktionsprozesse $g + g \to c + \bar{c}$ und $q + \bar{q} \to c + \bar{c}$ ausrechnen. Die Feynman-

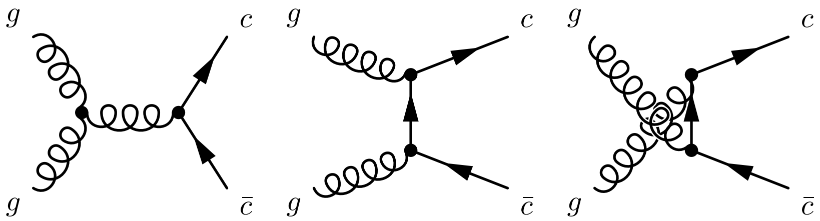

Abbildung 3.7.: Feynman-Diagramme erster Ordnung für Charm-Produktion durch Gluonfusion $g + g \rightarrow c + \bar{c}$. Die Zeitachse zeigt von links nach rechts.

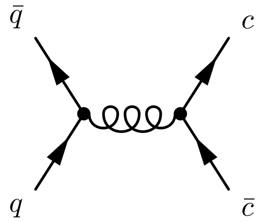

Abbildung 3.8.: Feynman-Diagramm für Quark-Antiquark-Annihilation $q + \bar{q} \rightarrow c + \bar{c}$.

Diagramme für diese Prozesse in der ersten Ordnung sind in den Abbildungen 3.7 und 3.8 dargestellt.

Der dominante Prozess für Charm-Produktion ist die Gluonfusion $g + g \rightarrow c + \bar{c}$, da hier der Farbfaktor zu einem größeren Wirkungsquerschnitt als bei Quark-Antiquark-Annihilation $q + \bar{q} \rightarrow c + \bar{c}$ beiträgt und Gluonen das QGP zu Beginn dominieren. Der differentielle Wirkungsquerschnitt für Gluonfusion ist nach Gleichung (3.11) durch

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{gg \rightarrow c\bar{c}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\left|\overline{\mathcal{M}}_{gg \rightarrow c\bar{c}}\right|^2}{16\pi s^2} \tag{3.12}$$

gegeben. Das gemittelte Matrixelement $\left|\overline{\mathcal{M}}_{gg \rightarrow c\bar{c}}\right|^2$ in erster Ordnung pQCD kann in Abhängigkeit der drei Mandelstam-Variablen s, t und u (siehe Anhang A.4) ausgedrückt werden [LMW95, Com79]

$$\begin{aligned} \frac{\left|\overline{\mathcal{M}}_{gg \rightarrow c\bar{c}}\right|^2}{\pi^2 \alpha_s^2} = {} & \frac{12}{s^2}(M^2 - t)(M^2 - u) + \frac{8}{3}\left(\frac{M^2 - u}{M^2 - t} + \frac{M^2 - t}{M^2 - u}\right) \\ & - \frac{16M^2}{3}\left[\frac{M^2 + t}{(M^2 - t)^2} + \frac{M^2 + u}{(M^2 - u)^2}\right] - \frac{6}{s}(2M^2 - t - u) \\ & + \frac{6}{s}\frac{M^2(t - u)^2}{(M^2 - t)(M^2 - u)} - \frac{2}{3}\frac{M^2(s - 4M^2)}{(M^2 - t)(M^2 - u)} \ . \end{aligned} \tag{3.13}$$

M bezeichnet die Masse der Charm-Quarks und α_s die laufende Kopplung der starken Wechselwirkung. Obwohl die Kopplung im Allgemeinen nicht konstant ist, werden wir in dieser Arbeit eine konstante und kleine Kopplung von $\alpha_s = 0.3$ annehmen. In einem zukünftigen Projekt könnte man die Kopplung bei jedem Prozess einzeln auswerten [PP08, Pes08] und den Einfluss der laufenden Kopplung auf die Charm-Produktion untersuchen.

Der totale Wirkungsquerschnitt kann aus Gleichung (3.12) mittels Integration über t bestimmt werden:

$$\sigma_{gg\to c\bar{c}}(s) = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t \tag{3.14}$$

Die Grenzen des Integrals sind durch die kinematischen Randbedingungen festgelegt. Die Mandelstam-Variable t entspricht dem Vierer-Impulsübertrag beim betrachteten Prozess und ergibt mit der Notation aus Abbildung 3.6 für masselose Gluonen

$$t = (P_1 - P_3)^2 = -2p_1(E_3 - p_3\cos\theta) + M^2 \ . \tag{3.15}$$

Für die Vorwärts- ($\theta = 0°$) und Rückwärtsstreuung ($\theta = 180°$) errechnen sich die beiden Extremwerte von t zu

$$t_{\min/\max} = M^2 - \frac{s}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4M^2}{s}}\right) \ . \tag{3.16}$$

Die Mandelstam-Variablen sind nicht unabhängig voneinander, sondern über die Relation $s + t + u = \sum_i m_i^2 = 2M^2$ miteinander verknüpft. Unter Ausnutzung dieser Relation und der expliziten Integration von Gleichung (3.14) erhält man für den totalen Wirkungsquerschnitt dasselbe Resultat wie [Com79, GOR78, BSW78, BHK82, MSM86],

$$\sigma_{gg\to c\bar{c}}(s) = \frac{\pi\alpha_s^2}{3s}\left[\left(1 + \frac{4M^2}{s} + \frac{M^4}{s^2}\right)\log\left(\frac{1+\chi}{1-\chi}\right) - \left(\frac{7}{4} + \frac{31M^2}{4s}\right)\chi\right] \ , \tag{3.17}$$

mit der Abkürzung

$$\chi = \sqrt{1 - \frac{4M^2}{s}} \ . \tag{3.18}$$

An der letzten Gleichung sieht man gut, dass die Energieerhaltung natürlicherweise beachtet wird: Damit aus den masselosen Gluonen zwei massive Charm-Quarks entstehen können, müssen die Gluonen die für die Massenproduktion notwendige Energie in Form von kinetischer Energie mit in die Kollision bringen, was zu der Bedingung $\sqrt{s} \geq 2M$ für die Schwerpunktsenergie der kollidierenden Gluonen führt. Wäre die Energieerhaltung verletzt und $\sqrt{s}$ kleiner als $2M$, würde der Ausdruck unter der Wurzel in Gleichung (3.18) negativ werden und zu einem im reellen Zahlenraum nicht definierten Ausdruck führen.

In Abbildung 3.9 ist der totale Wirkungsquerschnitt als Funktion der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ für eine Charm-Quarkmasse von $M = 1.5\,\mathrm{GeV}$ dargestellt.

Die Winkelverteilung der produzierten Charm-Quarks nach der Kollision wird mit Gleichung (3.12) *gesampled*. Da sich die Stammfunktion aufgrund des komplizierten Matrixelements nicht elementar umkehren lässt, wird die im Anhang A.5 beschriebene *rejection method* mit einer Parabel als Vergleichsfunktion genutzt. In Abbildung 3.10 ist sowohl der differentielle Wirkungsquerschnitt als auch die Vergleichsfunktion für ein festes $\sqrt{s}$ aufgetragen.

Die Rückreaktion $c + \bar{c} \to g + g$ ist in der vollen Dynamik bei RHIC- und LHC-Energien aufgrund der sehr kleinen Anzahl von entstandenen Charm-Quarks im Verhältnis zu den Gluonen und dem kleinen Wirkungsquerschnitts vernachlässigbar [ABMRS07]. Selbst bei unrealistisch

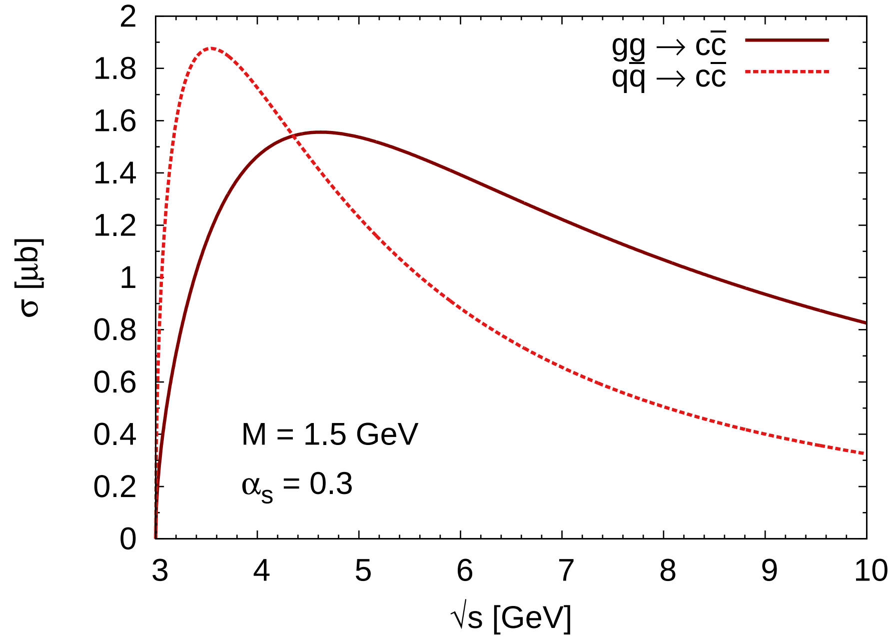

Abbildung 3.9.: Totaler Wirkungsquerschnitt für $gg \to c\bar{c}$ und $q\bar{q} \to c\bar{c}$ als Funktion der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ für eine konstante Charm-Quarkmasse von $M = 1.5\,\text{GeV}$ und $\alpha_s = 0.3$.

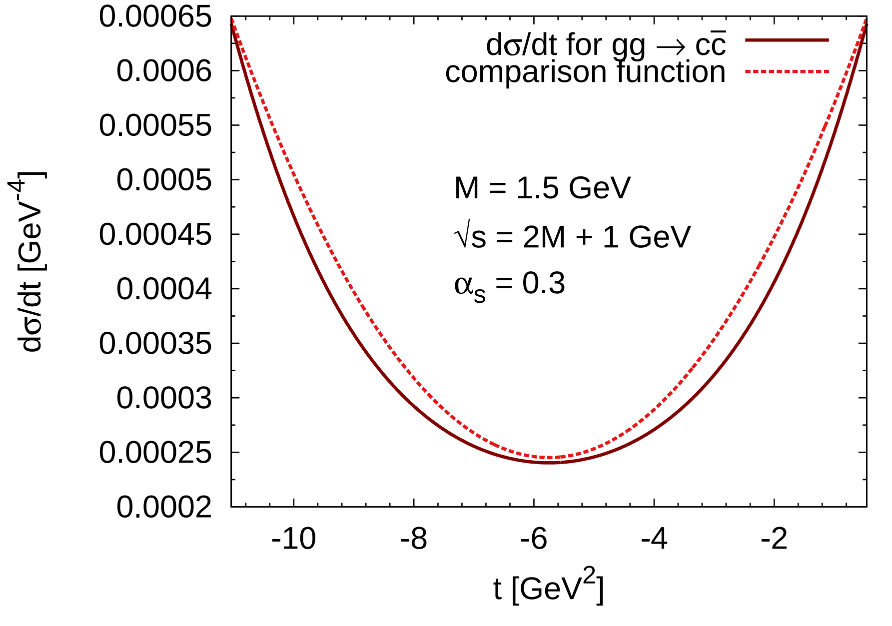

Abbildung 3.10.: Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$ für $gg \to c\bar{c}$ und Parabel als Vergleichsfunktion für die *rejection method* für ein festes $\sqrt{s} = 2M + 1\,\text{GeV}$, $M = 1.5\,\text{GeV}$ und $\alpha_s = 0.3$.

hoher Charm-Quarkanzahl annihilieren am LHC weniger als 1 %. Dieses Verhältnis nimmt bei niedrigerer Anzahl noch ab [ABMRS07]. Allerdings wollen wir die Rückreaktion in einem Boxmodell implementieren, um die relevante Zeitskala zu bestimmen, auf der Charm-Quarks im Gluonmedium chemisch equilibrieren.

Die quadrierten Matrixelemente der Hin- und Rückreaktion sind aufgrund des detaillierten Gleichgewichts (siehe Anhang A.6) gleich. Für die gemittelten quadrierten Matrixelemente ergibt sich jedoch aufgrund der verschiedenen Mittelung und Summierung der Farb- und Spinfreiheitsgrade ein Vorfaktor von 64/9:

$$|\overline{\mathcal{M}}_{c\bar{c}\to gg}|^2 = \frac{64}{9}\, |\overline{\mathcal{M}}_{gg\to c\bar{c}}|^2 \tag{3.19}$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für $c\bar{c} \to gg$ ist nach Gleichung (3.11) durch

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{c\bar{c}\to gg}}{\mathrm{d}t} = \frac{|\overline{\mathcal{M}}_{c\bar{c}\to gg}|^2}{16\pi s^2 \chi^2} \overset{(3.19)}{=} \frac{64}{9}\, \frac{1}{\chi^2}\, \frac{\mathrm{d}\sigma_{gg\to c\bar{c}}}{\mathrm{d}t} \tag{3.20}$$

gegeben, wobei die Abkürzung χ aus Gleichung (3.18) verwendet wurde. Dieses Ergebnis stimmt für $M = 0$, also $\chi = 1$, mit der Relation zwischen den Wirkungsquerschnitten der Gluonfusion zu leichten Quark-Antiquark-Paaren und der Rückreaktion überein, die in [ORG78, Nac92] berechnet wurden.

Bei der Integration dieses Ergebnisses muss man beachten, dass sich identische Teilchen (Gluonen) im Ausgangskanal befinden und daher nur über die Hälfte des Phasenraums integriert werden darf. Dies liefert einen weiteren Vorfaktor von 1/2 für den totalen Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_{c\bar{c}\to gg} = \frac{1}{2}\, \frac{64}{9}\, \frac{1}{\chi^2}\, \sigma_{gg\to c\bar{c}} \tag{3.21}$$

Der Verlauf von $\sigma_{c\bar{c}\to gg}$ als Funktion von $\sqrt{s}$ sieht aufgrund des kinematischen Vorfaktors $1/\chi^2$ anders als der von $\sigma_{gg\to c\bar{c}}$ aus, wie aus Abbildung 3.11 entnommen werden kann. Aufgrund der weiteren Vorfaktoren ist auch der absolute Wert größer.

Der Wirkungsquerschnitt für den Prozess $q + \bar{q} \to c + \bar{c}$ für masselose leichte Quarks q lässt sich analog zu dem von $g + g \to c + \bar{c}$ bestimmen. Er beträgt [Com79, GOR78, BSW78, BHK82, MSM86]

$$\sigma_{q\bar{q}\to c\bar{c}}(s) = \frac{8\pi\alpha_s^2}{27 s^2} \left(s + 2M^2\right) \chi \tag{3.22}$$

mit der Abkürzung χ aus Gleichung (3.18).

3.3.2. Streuung an Charm-Quarks

Die Charm-Quarks wechselwirken mit den Quarks und Gluonen des Plasmas in LO pQCD über die elastischen Prozesse

$$\begin{aligned} g + c &\to g + c \\ q + c &\to q + c \end{aligned} \tag{3.23}$$

und jeweils dieselben Prozesse für die Anticharm-Quarks. Die Feynman-Diagramme für diese Prozesse sind in den Abbildungen 3.12 und 3.13 gezeigt.

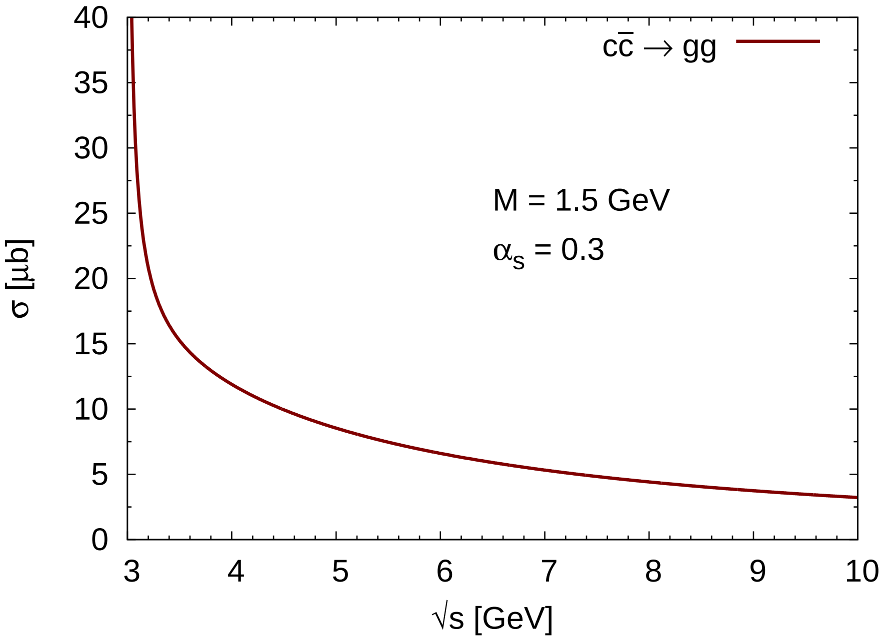

Abbildung 3.11.: Totaler Wirkungsquerschnitt für $c\bar{c} \to gg$ als Funktion der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ für $M = 1.5\,\mathrm{GeV}$ und $\alpha_s = 0.3$.

Vor allem die Wechselwirkung an Gluonen spielt eine essentielle Rolle, da diese die Dynamik des QGP dominieren. Im Folgenden wollen wir uns deshalb auf die elastische Streuung von Charm-Quarks mit Gluonen beschränken. Dabei werden wir die Rechnung nur für $g + c \to g + c$ durchführen. Gluonstreuung mit Anticharm-Quarks $g + \bar{c} \to g + \bar{c}$ besitzt aufgrund der Zeitumkehrinvarianz (siehe Anhang A.6) den gleichen Wirkungsquerschnitt [ORG78].

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für den Prozess ist durch

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = \frac{\left|\overline{\mathcal{M}}_{gc\to gc}\right|^2}{16\pi\,(s - M^2)^2} \tag{3.24}$$

gegeben. Da sich ein Charm-Quark im Eingangskanal befindet, geht hier im Gegensatz zu (3.12) auch explizit die Charm-Quarkmasse M ein. Das gemittelte Matrixelement $\left|\overline{\mathcal{M}}_{gc\to gc}\right|^2$ nimmt

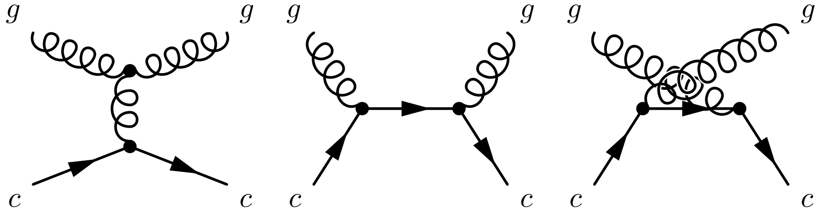

Abbildung 3.12.: Feynman-Diagramme erster Ordnung für elastische Charm-Streuung mit Gluonen $g + c \to g + c$. Die Zeitachse zeigt von links nach rechts.

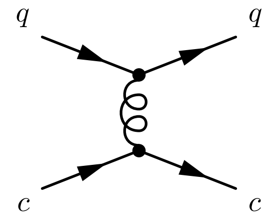

Abbildung 3.13.: Feynman-Diagramm für elastische Charm-Streuung mit Quarks $q + c \to q + c$.

folgende Gestalt an [Com79]:

$$\begin{aligned}\frac{|\overline{\mathcal{M}}_{gc\to gc}|^2}{\pi^2\alpha_s^2} = & \frac{32(s-M^2)(M^2-u)}{t^2} + \frac{64}{9}\frac{(s-M^2)(M^2-u)+2M^2(s+M^2)}{(s-M^2)^2} \\ & + \frac{64}{9}\frac{(s-M^2)(M^2-u)+2M^2(u+M^2)}{(M^2-u)^2} + \frac{16}{9}\frac{M^2(4M^2-t)}{(s-M^2)(M^2-u)} \\ & + 16\frac{(s-M^2)(M^2-u)+M^2(s-u)}{t(s-M^2)} - 16\frac{(s-M^2)(M^2-u)-M^2(s-u)}{t(M^2-u)}\end{aligned} \tag{3.25}$$

Der totale Wirkungsquerschnitt für $gc \to gc$ kann durch Integration über t erhalten werden

$$\sigma_{gc\to gc}(s) = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t \ , \tag{3.26}$$

wobei sich die Grenzen analog wie oben aus kinematischen Betrachtungen ableiten lassen. Aus der Definition der Mandelstam-Variable t folgt unter Ausnutzung der verschwindenden Masse von Gluonen

$$t = (P_1 - P_3)^2 = 2E_1E_3(\cos\theta - 1) \ , \tag{3.27}$$

was für Vorwärts- ($\theta = 0°$) und Rückwärtsstreuung ($\theta = 180°$)

$$\begin{aligned} t_{\max} &= 0 \\ t_{\min} &= -\frac{(s-M^2)^2}{s} \end{aligned} \tag{3.28}$$

ergibt.

Allerdings führt $t_{\max} = 0$ zu einer Singularität im ersten und den beiden letzten Termen in Gleichung (3.25), was einen divergierenden Wirkungsquerschnitt zur Folge hat. Ursache hierfür ist der Gluonpropagator im linken Diagramm in Abbildung 3.12. Er divergiert für kleine Impulsüberträge, da Gluonen keine Masse haben. Bei $gg \to c\bar{c}$ im letzten Abschnitt gab es dieses Problem nicht, weil für die Charm-Produktion eine Mindest-Schwerpunktsenergie vorhanden sein muss und der Propagator dadurch regularisiert wird.

Der unphysikalische Effekt des divergierenden Wirkungsquerschnitts tritt auf, da auch sehr kleine Impulsüberträge (entspricht kleine t) in die Integration miteinbezogen werden, was zu sehr großen räumlichen Abständen korrespondiert. Da die uns interessierenden Prozesse aber in einem Medium stattfinden, können wir eine effektive Reichweite für die Wechselwirkung einführen. Hierfür wählt man im Allgemeinen eine von folgenden Alternativen:

1. Man führt die Integration nicht bis $t_{\max} = 0$ durch, sondern bricht sie bei einem *cut-off* t_0 ab. Dieses Vorgehen ist in [Com79] genauer beschrieben. Physikalisch impliziert dies die fundierte Annahme, dass Prozesse mit Charm-Quarks bei kleinen Impulsüberträgen vernachlässigbar sind.

2. Man reguliert die Divergenzen in (3.25), indem man $t \to t - m_D^2$ ersetzt. Somit kann man die Integration ohne Probleme bis $t_{\max} = 0$ durchführen. Die physikalische Interpretation dieser Methode ist das in Abschnitt 3.2.2 vorgestellte *Debye screening* mit der *Debye-Masse* m_D aus Gleichung (3.29).

Im Folgenden wollen wir den zweiten Weg gehen und das *Debye screening* für die Berechnung des Wirkungsquerschnitts einführen.

Wir nutzen folgende Definition der Debye-Masse für Gluonen [XG05, Won96]

$$m_D^2 = \pi \alpha_s \nu_g \int \frac{\mathrm{d}^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{p} (N_c f_g + N_f f_q) \ , \tag{3.29}$$

wobei $N_c = 3$ die Anzahl der Farbfreiheitsgrade für $SU(3)$-Symmetrie der QCD, $\nu_g = 2 \cdot 8 = 16$ der Gluonentartungsfaktor, N_f die Anzahl der Quarkflavor und f die Dichteverteilungen der Gluonen bzw. Quarks sind. Hierbei wurde angenommen, dass lokales Gleichgewicht gegeben ist und $\mathrm{d}f/\mathrm{d}p$ als f/p geschrieben werden kann. In der Praxis wird das Integral in (3.29) als Summe über alle Teilchen i in einer Zelle mit Volumen V ausgewertet, die klein genug gewählt wird, damit lokale Homogenität gewährleistet ist,

$$\nu_i \int \frac{\mathrm{d}^3 p}{(2\pi)^3} \frac{f_i}{p} \to \frac{1}{V N_{\text{test}}} \sum_i \frac{1}{p_i} \ , \tag{3.30}$$

wobei i für g (Gluonen) oder q (alle Quarks) steht und demnach in der Summe auf der rechten Seite nur über Gluonen bzw. alle Quarks summiert wird. N_{test} ist die Anzahl der Testteilchen in unserer Simulation, worauf wir in Abschnitt 4.2 näher eingehen werden. Für Quarks beträgt der Entartungsfaktor $\nu_q = 2N_c 2N_f$.

Um die Temperaturabhängigkeit der Debye-Masse abzuschätzen, nehmen wir an, dass sich die masselosen Gluonen und Quarks, die ebenfalls als masselos angenommen werden,[5] im Gleichgewicht befinden und einer Boltzmannverteilung $f_g = f_q = \mathrm{e}^{-E/T} = \mathrm{e}^{-p/T}$ gehorchen. Für ein statisches Medium kann man (3.29) elementar integrieren und erhält für die quadrierte Debye-Masse eine T^2-Abhängigkeit:

$$m_{D,\text{eq}}^2 = \frac{8\alpha_s}{\pi} (N_c + N_f) T^2 \tag{3.31}$$

Wir wollen die Annahme machen, dass die Impulsüberträge klein sind ($t \to 0$) und somit die t-Abhängigkeit außer in den divergierenden Ausdrücken vernachlässigen. Weiter unten werden wir untersuchen, ob diese Annahme gerechtfertigt ist. Ersetzt man in Gleichung (3.25) u durch

[5] Charm-Quarks können natürlich nicht als masselos angenommen werden. Dementsprechend handelt es sich bei dieser Rechnung um ein stark vereinfachtes Modell, das man jedoch durch sehr kleine Charm-Quarkdichten rechtfertigen kann. Die T^2-Abhängigkeit der quadrierten Debye-Masse aus (3.31) ist allerdings auch für massive Quarks gegeben. Bei der Berechnung der Debye-Masse in der Partonkaskade wird natürlich Gleichung (3.29) in Verbindung mit (3.30) genutzt, was die Masse der Charm-Quarks explizit beachtet.

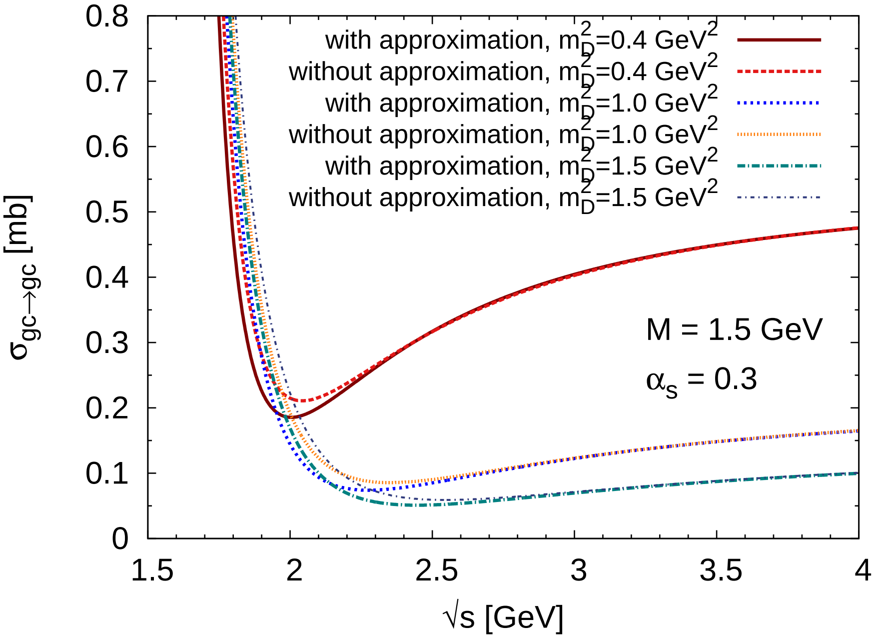

Abbildung 3.14.: Totaler Wirkungsquerschnitt für $gc \to gc$ mit Debye-Screening für drei verschiedene Debye-Massen mit und ohne Näherung $t \to 0$ in Abhängigkeit von $\sqrt{s}$ für $M = 1.5\,\mathrm{GeV}$ und $\alpha_s = 0.3$.

die Relation[6] $s + t + u = \sum_i m_i^2 = 2M^2$ (siehe Anhang A.4) und fügt die Debye-Masse in den Nennern durch $t \to t - m_D^2$ hinzu, so folgt für das Matrixelement:

$$\frac{|\overline{\mathcal{M}}_{gc\to gc}|^2}{\pi^2\alpha_s^2} = \frac{32(s-M^2)^2}{(t-m_D^2)^2} + \frac{32(s+M^2)}{t-m_D^2} + \frac{64M^4}{(s-M^2)^2} + \frac{32M^2}{s-M^2} + \frac{272}{9} \tag{3.32}$$

Integration, wie in Gleichung (3.26) beschrieben, liefert den totalen Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{gc\to gc}(s) = \pi\alpha_s^2 \left\{ \frac{2}{m_D^2} - \frac{2s}{(s-M^2)^2 + s\,m_D^2} + 2\frac{s+M^2}{(s-M^2)^2} \ln\left[\frac{s\,m_D^2}{(s-M^2)^2 + s\,m_D^2}\right] \right.$$
$$\left. + \frac{17}{9s} + \frac{2M^2}{s(s-M^2)} + \frac{4M^4}{s(s-M^2)^2} \right\} . \tag{3.33}$$

In Abbildung 3.14 ist die Näherung (Vernachlässigung der t-Abhängigkeiten in den Zählern) mit der exakten numerischen Rechnung verglichen. Die Näherung stimmt sehr gut mit dem tatsächlichen Wirkungsquerschnitt für verschiedene Debye-Massen überein. Da die numerische Integration für eine aktuelle, vom Medium abhängige Debye-Masse während der Simulation sehr zeitaufwendig wäre, nehmen wir den kleinen Fehler in Kauf, zumal die Fehler durch das Ignorieren höherer Ordnungen größer sind. Das Ergebnis für den totalen Wirkungsquerschnitt ist konsistent mit [RvH08, vH09].

Die Winkelverteilung nach der Kollision wird durch den differentiellen Wirkungsquerschnitt bestimmt, wobei wieder die *rejection method* zum Einsatz kommt. In Abbildung 3.15 ist un-

[6] Die beiden Gluonen haben eine verschwindende Masse, da sie real und auf ihrer Massenschale sind. Die Debye-Masse wird nur für virtuelle Gluonen im Propagatorterm eingeführt um Divergenzen zu verhindern.

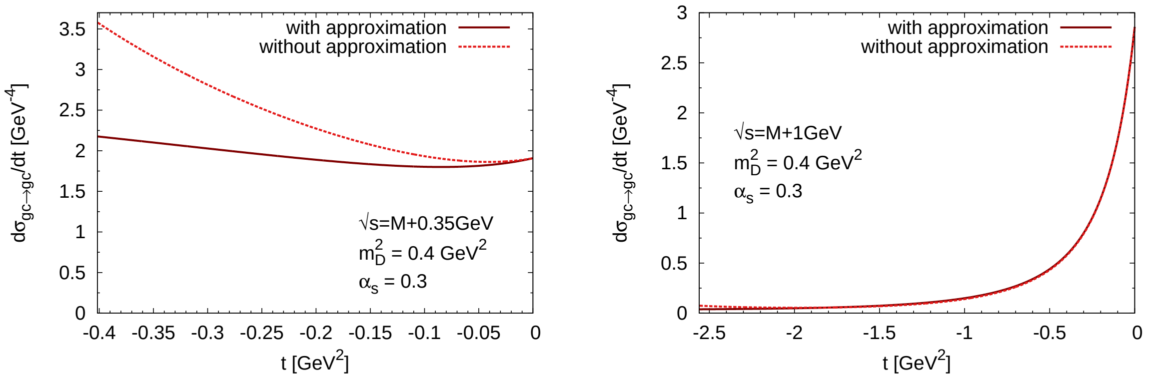

Abbildung 3.15.: Differentieller Wirkungsquerschnitt für $gc \to gc$ mit einer Debye-Masse von $m_D^2 = 0.4\,\mathrm{GeV}$. Eingetragen sind die Kurven mit (braun durchgezogen) und ohne (rot gestrichelt) Näherung $t \to 0$ (siehe Text) in Abhängigkeit von t für $\sqrt{s} = M + 0.35\,\mathrm{GeV}$ (links) und $\sqrt{s} = M + 1\,\mathrm{GeV}$ (rechts) mit $M = 1.5\,\mathrm{GeV}$ und $\alpha_s = 0.3$.

sere Näherung $t \to 0$ mit der exakten Rechnung für den differentiellen Wirkungsquerschnitt verglichen. Für kleine $\sqrt{s}$ direkt über der Massenschwelle M weicht die Näherung des differentiellen Wirkungsquerschnitts für große Beträge von t um bis zu einem Faktor 2 von dem tatsächlichen Wert ab. Für größere Schwerpunktsenergien, ab etwa $\sqrt{s} \approx M + 0.8\,\mathrm{GeV}$ ist die Übereinstimmung jedoch für alle Werte von t perfekt.

Um zu entscheiden, ob die Abweichung für kleine s problematisch ist, wollen wir uns das mittlere $\langle s \rangle$ für Gluon-Charm-Quark-Streuung anschauen. Nehmen wir an, dass sich sowohl die Gluonen als auch die Charm-Quarks im thermischen und chemischen Gleichgewicht befinden[7] und wir ihre Verteilung durch die klassische Boltzmannverteilung annähern können:

$$\begin{aligned} f_g &= \mathrm{e}^{-E/T} = \mathrm{e}^{-p/T} \\ f_c &= \mathrm{e}^{-E/T} = \mathrm{e}^{-\sqrt{p^2+M^2}/T} \end{aligned} \tag{3.34}$$

Der Unterschied zu der oben verwendeten Verteilungsfunktion bei der Berechnung der Debye-Masse liegt in der nicht-verschwindenden Charm-Masse M.

Das mittlere $\langle s \rangle$ erhält man aus folgender Rechnung:

$$\begin{aligned} \langle s \rangle &= \left\langle (P_g^\mu + P_c^\mu)^2 \right\rangle = \left\langle (E_g + E_c)^2 - (\vec{p}_g + \vec{p}_c)^2 \right\rangle \\ &= \frac{\int \mathrm{d}^3p_g \mathrm{d}^3p_c f_g(p_g) f_c(p_c) \left[(p_g + \sqrt{p_c^2 + M^2})^2 - (\vec{p}_g + \vec{p}_c)^2 \right]}{\int \mathrm{d}^3p_g \mathrm{d}^3p_c f_g(p_g) f_c(p_c)} \end{aligned} \tag{3.35}$$

Wäre $M = 0$, könnte man das Integral analytisch lösen und würde das Ergebnis für die Streuung zweier masselosen Boltzmann-Teilchen, zum Beispiel zweier Gluonen im klassischen Limes[8], also $\langle s \rangle = 18\,T^2$, erhalten.

[7] Für Charm-Quarks ist diese Annahme in Schwerionenkollisionen gerade nicht gegeben. Dennoch wollen wir hier diese Näherung machen, um einen semi-analytischen Ausdruck für $\langle s \rangle$ zu erhalten.

[8] Genau genommen sind Gluonen Bosonen und unterliegen somit der Bose-Einstein-Verteilung. Oft nähert man diese jedoch wegen der einfacheren Handhabung durch die Boltzmannverteilung an, die eigentlich nur klassischen Teilchen beschreibt.

Für eine nicht-verschwindende Charm-Masse kann man das Integral numerisch lösen und durch ein Polynom zweiter Ordnung in der Temperatur fitten. Somit erhält man näherungsweise für $T < 1000\,\mathrm{MeV}$:

$$\langle s \rangle = M^2 + 7.9\,T\,\mathrm{GeV} + 14.3\,T^2 \tag{3.36}$$

Für die kleinste mögliche Temperatur des QGP, nämlich während des Phasenübergangs bei etwa 170 MeV, beträgt das mittlere $\langle \sqrt{s} \rangle \approx M + 0.5\,\mathrm{GeV}$. Am RHIC hat das Plasma eine mit Hilfe von theoretischen Modellen und experimentellen Daten ermittelte Temperatur zwischen 300 und 500 MeV [TSR01, SBD01, FMS03, TGJM05, Rap01, CMN03, Wan97]. Für eine mittlere Temperatur von 400 MeV ist $\langle \sqrt{s} \rangle \approx M + 1.3\,\mathrm{GeV}$. Beim LHC schätzt man, dass die Temperatur zwischen 700 und 900 MeV liegt [FMS03, CMN03, Wan97]. Hier wählen wir wieder die Mitte mit 800 MeV und erhalten $\langle \sqrt{s} \rangle \approx M + 2.7\,\mathrm{GeV}$. Vergleicht man diese Werte mit den in Abbildung 3.15 verwendeten Schwerpunktsenergien, so stellt man fest, dass das mittlere $\sqrt{s}$ immer in einem Bereich liegt, in dem die Näherung für den differentiellen Wirkungsquerschnitt sehr gut mit der exakten Lösung übereinstimmt. Dadurch macht man keinen allzu großen Fehler, wenn man anstatt der exakten Lösung die Näherung in der Simulation verwendet.

4. Zugrunde liegende Modelle

> Das wahre Geheimnis der Welt liegt im Sichtbaren, nicht im Unsichtbaren.
>
> *Das Bildnis des Dorian Gray*
> Oscar Wilde

4.1. Modelle für die Partonanfangsverteilung

Wir wollen in dieser Arbeit drei verschiedene Modelle für die Partonanfangsverteilungen untersuchen. Den Fokus werden wir auf PYTHIA legen, aber auch die Charm-Produktion im Minijet-Medium und *Color Glass Condensate* besprechen.

4.1.1. PYTHIA

PYTHIA ist ein Monte-Carlo-Event-Generator für Teilchenkollisionen, der an der LUND Universität in Schweden entwickelt wurde. Mit PYTHIA lassen sich Ereignisse für Kollisionen zwischen Elektronen, Positronen, Protonen, Antiprotonen, Neutronen und vielen weiteren Teilchen generieren, wobei die zugrunde liegende Physik beliebig „an- und ausgeschaltet" werden kann. Neben den Standardmodellprozessen (mit einem Fokus auf QCD) kann auch hypothetische Physik wie Supersymmetrie, Technicolor oder Extradimensionen simuliert werden. Dabei werden theoretische Modelle für folgende physikalische Aspekte einbezogen:

- harte und weiche Wechselwirkung
- Partonverteilungsfunktionen (siehe auch Abschnitt 2.4)
- Partonschauer im Anfangs- und Endzustand
- Multiple Wechselwirkung
- Fragmentation
- Zerfall

Für diese Arbeit sind Prozesse zwischen Nukleonen von größter Bedeutung, da Schwerionenkollisionen aus einer Vielzahl von binären Nukleonkollisionen zusammengesetzt werden können. Dafür untersuchen wir Proton-Proton-Kollisionen und schalten alle QCD-Prozesse in PYTHIA an.

Pro Kollision gibt es einen Hauptprozess, der das gesamte Ereignis charakterisiert. Dieser kann entweder ein harter oder weicher Prozess sein:

$$
\begin{array}{rcl}
q_i + q_j & \rightarrow & q_i + q_j \\
q_i + \bar{q}_i & \rightarrow & q_k + \bar{q}_k \\
q_i + \bar{q}_i & \rightarrow & g + g \\
q_i + g & \rightarrow & q_i + g \\
g + g & \rightarrow & q_k + \bar{q}_k \\
g + g & \rightarrow & g + g
\end{array}
$$

Tabelle 4.1.: Harte QCD-Prozesse in PYTHIA. Die Indizes i, j und k stehen für die vorkommenden Quarkflavor u, d, s, c und b.

(i) *hartes Event*
Im Nachfolgenden wird ein typisches PYTHIA-Event beschrieben, das auf einem harten Stoß zweier Partonen beruht.

1. Zwei Protonen fliegen mit einer definierten Schwerpunktsenergie aufeinander zu. Die Protonen selbst bestehen aus einer komplexen Struktur von Quarks und Gluonen, die durch Partonverteilungsfunktionen beschrieben wird (siehe Abschnitte 2.3 und 2.4).

2. In jedem Proton gibt es ein Parton, das einen Partonschauer im Anfangszustand vor dem harten Stoß initiiert und über Prozesse wie $q \rightarrow qg$ (bzw. $g \rightarrow gg$, wenn das Parton ein Gluon ist) Gluonen abstrahlt.

3. Ein Parton aus jedem der zwei Schauer nimmt an dem harten QCD-Prozess des Ereignisses teil, der das gesamte Ereignis charakterisiert. Von dem harten Prozess laufen wiederum zwei Teilchen aus. Bespiele für harte Prozesse zwischen Partonen sind: $qg \rightarrow qg$ oder $gg \rightarrow c\bar{c}$. In Tabelle 4.1 sind alle in PYTHIA erlaubten harten QCD-Prozesse aufgeführt.

4. Die auslaufenden Partonen können analog zur anfänglichen Abstrahlung (siehe 2.) Gluonen emittieren und einen Schauer im Endzustand erzeugen.

5. Neben dem harten Stoß können weitere semiharte Stöße zwischen anderen Partonen stattfinden.

6. Zusätzlich zu den Partonen in harten und semiharten Stößen existieren sogenannte Strahlreste. Bei diesen Überresten der Protonen handelt es sich meist um Diquarks. Sie sind jedoch über Farberhaltung mit den auslaufenden Partonen verbunden.

7. Da wegen des *Confinements* keine freien Quarks und Gluonen erlaubt sind, müssen sie zu farbneutralen Hadronen fragmentieren.

8. Viele der erzeugten Hadronen sind instabil und können weiter zerfallen.

Da PYTHIA nur die Anfangsverteilung der Partonen für diese Arbeit festlegen und die weitere Evolution mit der Partonkaskade simuliert werden soll, wird die Hadronisierung in den letzten beiden Schritten ausgeschaltet.

Ein möglicher Ablauf eines harten Ereignisses ohne Hadronisierung wäre zum Beispiel

$$\begin{aligned} \mathrm{p} + \mathrm{p} &\to u + D_{ud} + u + D_{ud} + g + g \\ &\to u + D_{ud} + u + D_{ud} + g + g + g \\ &\to u + D_{ud} + u + D_{ud} + g + d + \bar{d} \\ &\to u + D_{ud} + u + D_{ud} + g + d + \bar{d} + g \ , \end{aligned} \tag{4.1}$$

wobei D_{ij} ein Diquark aus den Quarks i und j bezeichnet. Während dem Schritt von der zweiten in die dritte Zeile sind zwei der Gluonen in einem harten Prozess zu einem Down-Antidown-Paar fusioniert.

(ii) *weiches Event*
Weiche Prozesse werden nicht-perturbativ ausgerechnet und beinhalten vor allem hadronische Wechselwirkungen, aber auch partonische bei kleinem p_T. Oft werden die Protonen nur angeregt, ohne in ihre partonische Bestandteile zu zerfallen. Wichtig für uns sind jedoch Prozesse, bei denen Partonen entstehen, da wir nur sie in der weiteren Entwicklung mit der Parton-Kaskade untersuchen können. In Tabelle 4.2 sind die in PYTHIA enthaltenen weichen Prozesse mit Beispielen aufgelistet.

In dieser Arbeit werden wir PYTHIA 6.4 nutzen. Weitere Informationen rund um PYTHIA sind im PYTHIA-Handbuch zu finden [SMS06].

Name	Prozess	Beispiel
elastisch	$AB \to AB$	$\mathrm{p} + \mathrm{p} \to \mathrm{p}' + \mathrm{p}'$
einzeln diffraktiv	$AB \to AX$ oder XB	$\mathrm{p} + \mathrm{p} \to \mathrm{p}' + D_{ud} + u + g$
doppelt diffraktiv	$AB \to XY$	$\mathrm{p} + \mathrm{p} \to D_{uu} + d + g + D_{ud} + u$
low-$p_\perp$ Produktion	$AB \to XY$	$\mathrm{p} + \mathrm{p} \to D_{uu} + d + D_{uu} + d + u + \bar{u}$

Tabelle 4.2.: Weiche Prozesse in PYTHIA. p′ steht für ein angeregtes Proton und D_{ij} für ein Diquark mit dem Quarkinhalt i und j. Die Hadronisierung wurde in den Beispielen ausgeschaltet.

4.1.2. Minijet-Modell

Im Minijet-Modell [KLL87, EKL89] wird die Partonanfangsverteilung für Schwerionenkollisionen durch eine Vielzahl von unabhängigen 2-Jet-Events bestimmt. Mit der Annahme von nacheinander stattfindenden binären Nukleon-Nukleon-Kollisionen können die Anzahl und Impulse der Partonen jeweils paarweise durch *back-to-back* Jets zweier Partonen *gesampled* werden [WG91]

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{jet}}}{\mathrm{d}p_T^2 \mathrm{d}y_1 \mathrm{d}y_2} = K \sum_{a,b} x_1 f_a(x_1, p_T^2) x_2 f_b(x_2, p_T^2) \frac{\mathrm{d}\sigma_{ab}}{\mathrm{d}t} \ , \tag{4.2}$$

wobei p_T den transversalen Impuls, y_1 und y_2 die Rapiditäten (siehe Anhang A.3) und x_1 und x_2 die Bjorkenschen Skalenvariablen (siehe Gleichung (2.2)) der produzierten Partonen bezeichnet. σ_{ab} ist der partonische Wirkungsquerschnitt in erster Ordnung pQCD für den Prozess $a + b \to X + Y$ (X, Y beliebige Partonen) und K ein phänomenologischer Faktor um höhere Ordnungen der Störungsrechnung zu beachten. Im Allgemeinen wird er auf 2 gesetzt. Die Partonverteilungsfunktion $f_i(x, Q^2)$ für Parton i, wird hier an der Stelle $Q = p_T$ ausgewertet.

Da die Minijets nur harte Prozesse beschreiben, muss ein Impuls-*cut-off* für den transversalen Impuls der Partonen eingeführt werden, der in der Größenordnung von $p_0 = 2\,\mathrm{GeV}$ liegt.[1] In diesem Modell können nur Partonen *gesampled* werden, die ein größeres p_T haben, weiche Partonen müssen vernachlässigt werden. Dies führt zu einer starken Abhängigkeit der Anfangsverteilung von dem unphysikalischen *cut-off*-Parameter [XG05]. Für die Charm-Produktion wird jedoch kein *cut-off* benötigt, da die Schwerpunktsenergie über der Summe der Charm-Massen liegen muss und es sich somit von Natur aus um einen harten Prozess handelt.

Die Anzahl der entstehenden Partonen ist durch

$$N_{\mathrm{partons}}(b) = \sigma_{\mathrm{jet}}\, T_{AB}(\mathbf{b}) \tag{4.3}$$

gegeben. $T_{AB}(\mathbf{b})$ bezeichnet die nukleare Überlappfunktion und wird in Gleichung (A.6) besprochen.

4.1.3. Color Glass Condensate

Das *Color Glass Condensate* (*CGC*) beschreibt kohärente gluonische Materie, die in Nukleonen entsteht, welche sich fast mit Lichtgeschwindigkeit bewegen. Es ist eine effektive Theorie für die Beschreibung von hochenergetischen Streuprozessen und liefert einen möglichen Ansatz für die Anfangsbedingungen in Schwerionenkollisionen.

Wir werden hier die wichtigsten Punkte des CGC ansprechen. Für eine detaillierte Übersicht sei zum Beispiel auf [IV03, McL03, Ven05, McL08] verwiesen.

Die Bjorkensche Skalenvariable für ein Gluon in einem Nukleon beträgt näherungsweise[2] $x = E_{\mathrm{gluon}}/E_{\mathrm{nucleon}}$. Da die minimale Energie eines Gluons in der Größenordnung von Λ_{QCD} liegt und die Gluonverteilungsfunktion mit fallendem x stark zunimmt (vergleiche die Abbildungen 2.2 und 2.3), wird die Beschreibung eines Nukleons für große E_{nucleon} durch Gluonen mit kleinen x nahe bei $x_{\mathrm{min}} = \Lambda_{\mathrm{QCD}}/E_{\mathrm{nucleon}}$ bestimmt und die Gluonendichte nimmt stark zu im Vergleich zu einem Nukleon mit kleiner Energie. Die dicht aneinander gepackten Gluonen formen ein kohärentes Kondensat, das *Color Glass Condensate* [MV94a, MV94b].

Die Namensgebung für diesen Materiezustand hat folgende Gründe:

- *Color*: Die Gluonen tragen eine Farbladung.
- *Glass*: Aufgrund der relativistischen Bewegung und der damit verbundenen Zeitdilatation findet die Evolution der Gluonen auf viel größeren Zeitskalen statt als ihre natürliche Evolutionsskala $1/Q_{\mathrm{sat}}$, wobei Q_{sat} den Saturationsimpuls aus Abschnitt 2.4.2 bezeichnet. Dieses Verhalten besitzt auch Glas, das sich auf kurzen Zeitskalen wir ein Festkörper, auf langen Skalen aber wie eine Flüssigkeit verhält. Eine weitere Parallele ist die Unordnung in beiden Materialien.
- *Condensate*: Die Phasenraumdichte $\rho \sim 1/\alpha_s \gg 1$ wird sehr groß. Das $1/\alpha_s$-Verhalten korrespondiert mit der Entstehung eines Bose-Kondensates. Die Impulse der Gluonen sind um Q_{sat} *gepeakt*.

[1] Wir werden $p_0 = 1.4\,\mathrm{GeV}$ für die Anfangsverteilung am RHIC nutzen, da die mit BAMPS (siehe Abschnitt 4.2) und diesem *cut-off* nach 4 fm/c ermittelte transversale Energieverteilung bei zentraler Rapidität die experimentellen Daten am besten beschreibt [XG06].

[2] Die Masse des Nukleons ist gegenüber dem Impuls vernachlässigt, so dass $E_{\mathrm{nucleon}} = p_{\mathrm{nucleon}}$.

Bei hohen Energien ist $Q_{\rm sat}$ groß, demnach $\alpha_s(Q_{\rm sat})$ klein und die Gluonen koppeln schwach aneinander. Wegen der Kohärenz ist jedoch das CGC ein stark wechselwirkendes System.[3]

Das CGC ist sehr erfolgreich bei der Beschreibung der Anfangsbedingungen von Nukleon-Nukleon- und Elektron-Nukleon-Kollisionen [McL03]. Aufgrund dieses Erfolgs beschreiben viele Modelle [BV01, IV03, McL03, BG05, McL05, JM04, DN07] auch die Partonen in Kernen, die miteinander kollidieren, durch das CGC. Kurz nach der Kollision formt sich in einigen dieser Modelle nicht sofort das QGP, sondern ein hybrider Zustand aus CGC und QGP: das *Glasma* [McL08]. Hier ist die meiste Energie noch immer in den Freiheitsgraden der kohärenten Felder gespeichert. Während der Expansion zerfällt das Glasma in Quarks und Gluonen, die Energie geht in die inkohärenten Freiheitsgrade der Partonen über und das QGP entsteht.

In dieser Arbeit werden wir eine Gluonanfangsverteilung für das QGP nutzen, die aus CGC-Anfangsbedingungen mit dem Modell in [DN07] berechnet wurde. Dort werden die Gluonen nach dem k_T-Faktorisierungs-Ansatz [GLR83] *gesampled*:

$$\frac{\mathrm{d}N_g}{\mathrm{d}^2r_T\mathrm{d}y} = \frac{4N_c}{N_c^2-1}\int^{p_T^{\rm max}} \frac{\mathrm{d}^2p_T}{p_T^2}\int^{p_T}\frac{\mathrm{d}^2k_T}{4}\,\alpha_s\,\phi_A\left(x_1,\frac{(\mathbf{p}_T+\mathbf{k}_T)^2}{4}\right)\phi_B\left(x_2,\frac{(\mathbf{p}_T-\mathbf{k}_T)^2}{4}\right)\ , \tag{4.4}$$

wobei $N_c = 3$ die Anzahl der Farben, p_T der transversale Impuls und y die Rapidität der produzierten Gluonen sind. $x_{1,2} = p_T\exp(\pm y)/\sqrt{s}$ bezeichnen die Lichtkegel-Impulsbruchteile, während $\sqrt{s}$ die Schwerpunktsenergie ist. $p_T^{\rm max}$ wird so gewählt, dass die minimale Saturationsskala $Q_{\rm sat}^{\rm min}(x_{1,2})$ (siehe Abschnitt 2.4.2) in der Integration $\Lambda_{\rm QCD} = 0.2\,\mathrm{GeV}$ (vergleiche Abschnitt 2.5) beträgt. Die unintegrierte Gluonverteilungsfunktion $\phi(x,k_T^2)$ steht mit der in Abschnitt 2.4 besprochenen integrierten Gluonverteilungsfunktion $g(x,Q^2)$ in folgender Relation:

$$x\,g(x,Q^2) \equiv \int^{Q^2}\frac{\mathrm{d}k_T^2}{k_T^2}\,\phi(x,k_T^2) \tag{4.5}$$

Nach dem KLN[4]-Ansatz [KN01, KLN04] hängt sie mit der Saturationsskala über

$$\phi(x,k_T^2;\mathbf{r}_T) \sim \frac{1}{\alpha_s(Q_{\rm sat}^2)}\frac{Q_{\rm sat}^2}{\max(Q_{\rm sat}^2,k_T^2)} \tag{4.6}$$

zusammen (vergleiche auch Gleichung (2.11)). Die Normalisierung von Gleichung (4.6) und damit auch von (4.4) wird aus der experimentellen Teilchenmultiplizität bei Mitt-Rapidität in zentralen Kollisionen ermittelt.

4.2. Modell für die QGP-Phase: Partonkaskade BAMPS

Für die Simulation der QGP-Phase verwenden wir die Partonkaskade BAMPS [XG05], was für *Boltzmann Approach of MultiParton Scatterings* steht. Die Simulation verfolgt die volle $3+1$ Raumzeitevolution der Partonen während der QGP-Phase in Schwerionenkollisionen, indem die

[3]Dies ist ähnlich wie bei der Gravitation, deren Kopplung sehr klein ist. Durch die kohärente Überlagerung der Kräfte von vielen Teilchen bekommt sie aber eine nicht zu vernachlässigende Auswirkung und die Erde kann sich um die Sonne drehen. [McL08]

[4]Kharzeev-Levin-Nardi

Boltzmann-Gleichung dynamisch für Partonen auf ihrer Massenschale mit einem stochastischen Transportalgorithmus und pQCD-Wechselwirkungen gelöst wird.

Die Boltzmann-Gleichung [Rei76, Hau05, Sch06]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}_i}{E_i}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right) f_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i, t) = \mathcal{C}_i^{2\to 2} + \mathcal{C}_i^{2\to 3} + \mathcal{C}_i^{3\to 2} + \ldots \tag{4.7}$$

ist eine Integro-Differentialgleichung, die ein Gas, Flüssigkeit oder Plasma auch außerhalb des Gleichgewichts beschreibt. In unserem Modell wird sie zur Beschreibung des QGP und seiner Evolution in das thermische und chemische Gleichgewicht genutzt. Links in der Gleichung stehen die zeitlichen und räumlichen Ableitungen der Einteilchenverteilungsfunktion f_i für Teilchenspezies $i = g$, c, $\bar{c}$. Leichte Quarks sind momentan noch nicht in BAMPS implementiert und werden ignoriert. Wäre die rechte Seite der Gleichung (4.7) Null, würde die linke Seite die zeitliche Entwicklung der Verteilungsfunktion ohne Kollisionen beschreiben, weshalb man sie auch als Strömungsterm bezeichnet. Der Einfluss der Teilchenkollisionen auf die Evolution der Verteilungsfunktion wird durch die auf der rechten Seite stehenden, für die betrachtete Spezies i relevanten Kollisionsintegrale vermittelt. Für $2 \to 2$ Prozesse ergibt sich zum Beispiel durch die Matrixelemente ausgedrückt [XG05]:

$$\begin{aligned}\mathcal{C}_i^{2\to 2} = \frac{1}{2E_i}\int \frac{\mathrm{d}^3 p_j}{(2\pi)^3 2E_j}\frac{1}{\nu}\int \frac{\mathrm{d}^3 p_k}{(2\pi)^3 2E_k}\frac{\mathrm{d}^3 p_l}{(2\pi)^3 2E_l} f_k f_l |\mathcal{M}_{kl\to ij}|^2 \\ (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_k + P_l - P_i - P_j) \\ - \frac{1}{2E_i}\int \frac{\mathrm{d}^3 p_j}{(2\pi)^3 2E_j}\frac{1}{\nu}\int \frac{\mathrm{d}^3 p_k}{(2\pi)^3 2E_k}\frac{\mathrm{d}^3 p_l}{(2\pi)^3 2E_l} f_i f_j |\mathcal{M}_{ij\to kl}|^2 \\ (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_i + P_j - P_k - P_l)\ ,\end{aligned} \tag{4.8}$$

wobei i die Teilchenspezies aus der Boltzmann-Gleichung (4.7) bezeichnet und j, k und l jeweils für g, c oder $\bar{c}$ stehen kann. Es ist $\nu = 2$, wenn k und l identische Teilchen sind, sonst $\nu = 1$.

In BAMPS werden nicht nur $2 \leftrightarrow 2$, sondern für Gluonen auch inelastische $2 \leftrightarrow 3$ Kollisionen betrachtet. Aufgrund der Nutzung der stochastischen Methode kann auch die Reaktion $3 \to 2$ konsistent implementiert werden. Bei vielen anderen Modellen, die auf der geometrischen Interpretation des Wirkungsquerschnitts basieren, ist es hingegen schwierig, Kollisionen von drei Teilchen zu beschreiben.

Die Wahrscheinlichkeit P für eine Kollision während eines Zeitintervalls Δt und in einem Volumenelement ΔV kann aus den Kollisionstermen der Boltzmann-Gleichung abgeleitet werden [XG05]. Für $2 \to 2$ Kollisionen führt dies zu

$$P_{2\to 2} = v_{\mathrm{rel}} \frac{\sigma_{2\to 2}}{N_{\mathrm{test}}} \frac{\Delta t}{\Delta V}\ , \tag{4.9}$$

wobei $\sigma_{2\to 2}$ den Wirkungsquerschnitt für den Prozess bezeichnet. Die relative Geschwindigkeit ist durch [CGR93]

$$v_{\mathrm{rel}} = \frac{\sqrt{(P_1^\mu P_{2\mu})^2 - m_1^2 m_2^2}}{E_1 E_2} \tag{4.10}$$

gegeben. Für masselose Teilchen geht dies in $v_{\mathrm{rel}} = s/2E_1E_2$ über. Es sei jedoch angemerkt, dass die so definierte relative Geschwindigkeit größer als $c = 1$ werden kann und es sich somit nicht um die tatsächliche, relativistisch invariante, relative Geschwindigkeit handelt, aber proportional zu dieser ist. Eine detaillierte Diskussion findet man in [Sch08].

In BAMPS sind die folgenden Gluonprozesse enthalten:

$$\begin{aligned} g+g &\to g+g \\ g+g &\to g+g+g \\ g+g+g &\to g+g \end{aligned} \tag{4.11}$$

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zusätzlich die relevanten Charm-Prozesse implementiert:

$$\begin{aligned} g+g &\to c+\bar{c} \\ c+\bar{c} &\to g+g \\ g+c &\to g+c \\ g+\bar{c} &\to g+\bar{c} \end{aligned} \tag{4.12}$$

Die Wirkungsquerschnitte für die Charm-Prozesse wurden bereits in den Abschnitten 3.3.1 und 3.3.2 besprochen. Für die elastischen und inelastischen Gluon-Wirkungsquerschnitte sei auf [XG05] verwiesen. Dort wird auch das gesamte Modell und vor allem die Implementation der $3 \leftrightarrow 2$ Prozesse ausführlich beschrieben.

Um die Statistik zu erhöhen, wenden wir die Testteilchen-Methode an. Ein reales Teilchen wird dabei durch N_{test} Teilchen ersetzt. Dies entspricht einer Skalierung der Teilchendichte von $n \to nN_{\text{test}}$. Um die physikalisch relevante mittlere freie Weglänge für ein Teilchen nicht zu ändern, wird der Wirkungsquerschnitt mit $\sigma \to \sigma/N_{\text{test}}$ skaliert, weswegen dieser Faktor in (4.9) auftaucht.

In der Praxis wird das Medium in kleine Zellen mit dem Volumen ΔV aufgeteilt, so dass die mittlere freie Weglänge der Gluonen größer als die Länge der Zelle ist. In einer Zelle kann jedes Teilchen mit jedem anderen (bzw. zwei anderen bei $3 \to 2$ Prozessen) wechselwirken, unabhängig vom genauen Ort in der Zelle. Die Wahrscheinlichkeit für eine Wechselwirkung ist durch (4.9) gegeben. Natürlich darf sie nicht größer als 1 werden, was durch eine umsichtige Wahl von Δt in Verbindung mit ΔV gewährleistet wird.

In einem betrachteten Zeitschritt geht man durch alle Zellen und bestimmt die stattfindenden Kollisionen stochastisch nach den errechneten Wahrscheinlichkeiten durch Vergleich mit einer Zufallszahl zwischen 0 und 1. Ist diese kleiner als die Wahrscheinlichkeit für eine Kollision, findet ein Stoß statt. Auch der genaue Zeitpunkt der Kollision in dem Zeitintervall wird zufällig gewürfelt. Nach der Kollision wird der Winkel und damit die Impulse der auslaufenden Teilchen nach der $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}t$-Verteilung bestimmt. Für die Charm-Prozesse geschieht das nach den Gleichungen (3.12) und (3.24) unter Hinzunahme der *rejection method*. Näheres dazu findet man in Abschnitt 3.3.1 und im Anhang A.5. Danach wird das System zum nächsten Zeitschritt propagiert. Sinkt die Energiedichte in einer Zelle unter $1\,\mathrm{GeV/fm^3}$, werden keine weiteren Kollisionen mehr erlaubt. Hier müsste die Hadronisierung der Partonen einsetzen, was als Projekt für die Zukunft geplant ist.

BAMPS ist Gegenstand vieler spannender Untersuchungen: So wurde zum Beispiel kürzlich das relativistische Riemann-Problem für Schockwellen in viskoser Materie besprochen [B⁺09], die Scherviskosität untersucht [XG08, EMXG08], der elliptische Fluss für Gluonen abgeschätzt [XG09] und der Zusammenhang zur Scherviskosität hergestellt [XGS08, BCE⁺08], Jet-quenching betrachtet [FXG09], das CGC und *Bottom-Up*-Szenario angeschaut [EXG08] und Thermalisierung untersucht [XG05, XG07], um nur einige Projekte herauszuheben.

5. Ratengleichung für Charm-Quark-Produktion in einer Box

Aber er war aus der Stille, der Dämmerung, der Dunkelheit, welche ganz allein die reinen Produktionen begünstigen kann.

Dichtung und Wahrheit III
JOHANN WOLFGANG VON GOETHE

In diesem Kapitel wollen wir eine Box mit Gluonen und Charm-Quarks betrachten. In dem simplen Modell ist es möglich eine analytische Lösung für die Evolution der Teilchenanzahl zu berechnen, die wir mit der numerisch gewonnenen Lösung aus der Partonkaskade vergleichen können. Dabei fokussieren wir uns auf die Charm-Anticharm-Produktion durch Gluonfusion und die Rückreaktion:

$$\begin{aligned} g + g &\to c + \bar{c} \\ c + \bar{c} &\to g + g \end{aligned} \tag{5.1}$$

Damit eine analytische Lösung möglich ist, nehmen wir an, dass die Gluonen und Charm-Quarks untereinander nicht wechselwirken. D. h. also, elastische Prozesse ($gg \to gg$, $c\bar{c} \to c\bar{c}$, $gc \to gc$ oder $g\bar{c} \to g\bar{c}$) und Prozesse höherer Ordnungen werden ignoriert. In Abschnitt 5.5 werden wir jedoch einige dieser Prozesse zulassen und Abweichungen in der numerischen Simulation untersuchen.

5.1. Ratengleichung

Für dieses Box-Modell kann man eine Mastergleichung für die Entwicklung der Charm-Quarkdichte aufstellen [MSM86, BvDM+93, LMW95, ZKL08]:

$$\partial_\mu \left(n_c u^\mu \right) = R_{gg \to c\bar{c}} - R_{c\bar{c} \to gg} \tag{5.2}$$

Dabei sind R die jeweiligen Raten der beiden betrachteten Prozesse aus (5.1). Den ersten Term auf der rechten Seite nennt man *gain term* und den zweiten *loss term*. Mit $u^\mu = \gamma\,(1, \vec{v})$ (wobei $\gamma = [1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2]^{-1/2}$) wird die Vierer-Geschwindigkeit des betrachteten Volumenelements mit der Charm-Teilchendichte n_c bezeichnet. Im Folgenden nehmen wir an, dass zu Beginn gleich viele Charm- und Anticharm-Quarks in der Box sind, und fordern die Erhaltung der Charm-Quantenzahl, was durch die erlaubten Prozesse aus (5.1) automatisch sichergestellt wird. Dies führt dazu, dass immer genauso viele Charm- und Anticharm-Quarks in der Box zu finden sind, also die Teilchendichte der Charm-Paare $n_{c\bar{c}}$ denen der Charm- und Anticharmquarks entspricht, $n_c = n_{\bar{c}} = n_{c\bar{c}}$. Die Gluonendichte bezeichnen wir im Folgenden mit n_g.

Für eine Box mit Volumen V sind die Raten für diese beiden Prozesse durch [ZKL08, BvDM+93, LMW95]

$$\begin{aligned}
R_{gg\to c\bar{c}} &= \langle \sigma_{gg\to c\bar{c}} v_{\text{rel}} \rangle \frac{1}{V^2} \frac{N_g(N_g-1)}{2} \approx \langle \sigma_{gg\to c\bar{c}} v_{\text{rel}} \rangle \frac{1}{V^2} \frac{N_g^2}{2} \\
&= \frac{1}{2} \langle \sigma_{gg\to c\bar{c}} v_{\text{rel}} \rangle n_g^2 =: \frac{1}{2} \sigma_g n_g^2 \qquad (5.3) \\
R_{c\bar{c}\to gg} &= \langle \sigma_{c\bar{c}\to gg} v_{\text{rel}} \rangle n_c n_{\bar{c}} = \langle \sigma_{c\bar{c}\to gg} v_{\text{rel}} \rangle n_{c\bar{c}}^2 =: \sigma_c n_{c\bar{c}}^2 \qquad (5.4)
\end{aligned}$$

gegeben. Der Faktor 1/2 in Gleichung (5.3) rührt von der Ununterscheidbarkeit der Gluonen her und dient dazu, dass Paare nicht doppelt gezählt werden. Außerdem wurde in (5.3) die Annahme getroffen, dass die Gluonen sehr zahlreich vorhanden sind, $N_g \gg 1$, was bei den von uns betrachteten Bedingungen der Fall sein wird. $\sigma_g := \langle \sigma_{gg\to c\bar{c}} v_{\text{rel}} \rangle$ und $\sigma_c := \langle \sigma_{c\bar{c}\to gg} v_{\text{rel}} \rangle$ sind die – mit der relativen Geschwindigkeit v_{rel} (siehe Gleichung (4.10)) gewichteten – gemittelten Wirkungsquerschnitte für die betrachteten Prozesse. Die Wirkungsquerschnitte sind in den Gleichungen (3.17) und (3.21) angegeben. Bei allen Rechnungen wurde eine konstante Kopplung von $\alpha_s = 0.3$ verwendet.

Die thermische Mittelung für einen beliebigen Wirkungsquerschnitt σ ist definiert als (vergleiche auch Abschnitt 3.3.2 und dort Gleichung (3.35))

$$\langle \sigma \, v_{\text{rel}} \rangle = \frac{\int \mathrm{d}^3 p_a \mathrm{d}^3 p_b f_a(\vec{p}_a) f_b(\vec{p}_b) \; \sigma \, v_{\text{rel}}}{\int \mathrm{d}^3 p_a \mathrm{d}^3 p_b f_a(\vec{p}_a) f_b(\vec{p}_b)} \;, \qquad (5.5)$$

wobei a und b die beiden einlaufenden Teilchen der Reaktion kennzeichnen und f_i ihre Verteilungsfunktionen und $\vec{p}_i$ ihre Impulse sind. Die gemittelten Wirkungsquerschnitte können im Allgemeinen nur numerisch bestimmt werden. Als weitere Vereinfachung nehmen wir an, dass Gluonen und Charm-Quarks der Boltzmannverteilung folgen, ihre Verteilungsfunktionen also $f(\vec{p}) = \mathrm{e}^{-\beta E}$ lauten, wobei $\beta = 1/T$ die inverse Temperatur und $E = \sqrt{p^2 + m^2}$ die Energie ist.

In Abbildung 5.1 sind die gemittelten Wirkungsquerschnitte σ_g und σ_c aus Gleichung (5.3) und (5.4) zusammen mit ihrem Verhältnis R aus Gleichung (5.9) in Abhängigkeit der Temperatur aufgetragen. Der mittlere Wirkungsquerschnitt für $gg \to c\bar{c}$ ist vor allem für niedrige Temperaturen wesentlich kleiner, da eine Mindestschwerpunktsenergie $\sqrt{s} \geq 2M$ für die Charm-Massenerzeugung vorhanden sein muss.

5.2. Analytische Lösung der Ratengleichung

Da wir eine statische Box betrachten, ist die kollektive Dreier-Geschwindigkeit $\vec{v} = 0$ und somit $u^\mu = (1, 0, 0, 0)$. Damit vereinfacht sich die linke Seite der Mastergleichung (5.2) zu

$$\partial_\mu \left(n_{c\bar{c}} u^\mu \right) = \partial_t n_{c\bar{c}} \; .$$

Die Ratengleichung für die Box lautet also:

$$\partial_t n_{c\bar{c}} = R_{gg\to c\bar{c}} - R_{c\bar{c}\to gg} = \frac{1}{2} \sigma_g n_g^2 - \sigma_c n_{c\bar{c}}^2 \qquad (5.6)$$

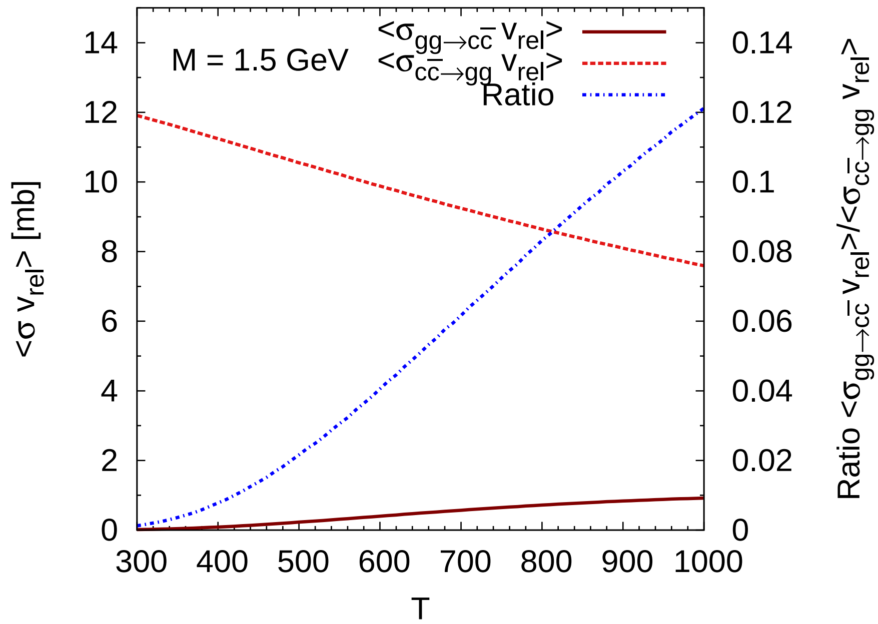

Abbildung 5.1.: Gemittelte Wirkungsquerschnitte σ_g und σ_c zusammen mit ihrem Verhältnis $R = \sigma_g/\sigma_c$ in Abhängigkeit der Temperatur. Es ist zu beachten, dass das Verhältnis R der rechten y-Achse zugeordnet ist und diese anders skaliert als die linke y-Achse für die gemittelten Wirkungsquerschnitte.

Im Gleichgewicht verschwindet die zeitliche Ableitung der Teilchendichte und die Raten müssen gleich groß sein:

$$R^{\text{eq}}_{gg\to c\bar{c}} = R^{\text{eq}}_{c\bar{c}\to gg} \tag{5.7}$$

Aus dieser Bedingung erhält man die Teilchendichte der Charm-Quarks im Gleichgewicht[1]

$$n^{\text{eq}}_{c\bar{c}} = \frac{1}{2}\frac{n_{\text{tot}}}{\frac{1}{\sqrt{2R}}+1}\ , \tag{5.8}$$

wobei $n_{\text{tot}} = n_g + 2n_{c\bar{c}}$ die konstante Gesamtteilchendichte und

$$R = \frac{\sigma_g}{\sigma_c} \tag{5.9}$$

das Verhältnis der gemittelten Wirkungsquerschnitte aus den Gleichungen (5.3) und (5.4) darstellt (vergleiche auch Abbildung 5.1).

Als Anfangsverteilung wählen wir eine Box, in der sich nur Gluonen befinden, die sich im chemischen Gleichgewicht befinden und thermisch verteilt sind. Allgemein bestimmt sich die Dichte der Teilchensorte i im chemischen Gleichgewicht für Boltzmann-Teilchen durch

$$n_i^{\text{chem}}(T) = \int \mathrm{d}^3p\, f_i(p) = \nu_i \int \mathrm{d}^3p\ \mathrm{e}^{-E/T} = \nu_i \int \mathrm{d}^3p\ \mathrm{e}^{-\sqrt{p^2+m_i^2}/T}\ , \tag{5.10}$$

[1] In dieser Rechnung fließt ein, dass die Gesamtteilchenzahl in diesem Modell konstant bleibt, da nur $2 \to 2$ Prozesse – siehe Gleichung (5.1) – betrachtet werden.

wobei ν_i der Entartungsfaktor ist. Für unsere Anfangsbedingung der Box mit masselosen Gluonen geht diese Gleichung in

$$n_g(t=0) = n_g^{\mathrm{chem}}(T_0) = \nu_g \frac{T_0^3}{\pi^2} \tag{5.11}$$

über und die Entartung beträgt $\nu_g = 2 \cdot 8 = 16$. Zu Beginn sollen sich keine Charm-Quarks in der Box befinden, also $n_{c\bar{c}}(t=0) = 0$ sein. Wir wollen untersuchen, wann die Charm-Quarks im Gluonplasma ihr chemisches Gleichgewicht erreichen. Dafür benötigen wir die zeitliche Entwicklung der Charm-Quarkteilchendichte, die wir durch Lösung der Mastergleichung erhalten.

Wenn man beachtet, dass die Gesamtteilchenzahldichte n_{tot} konstant ist, wird aus der Ratengleichung (5.6)

$$\partial_t n_{c\bar{c}} = \frac{1}{2}\sigma_g (n_{\mathrm{tot}} - 2n_{c\bar{c}})^2 - \sigma_c n_{c\bar{c}}^2 \,. \tag{5.12}$$

Diese kann man elementar unter Beachtung der Anfangsbedingungen integrieren und erhält als Lösung die zeitliche Entwicklung der Charm-Quark-Teilchendichte

$$n_{c\bar{c}}(t) = \frac{1}{2}\frac{n_{\mathrm{tot}}}{1-\zeta^2}\left[1 - \frac{\mathrm{e}^{2t/\tau}\,(\zeta+1) - \zeta + 1}{\mathrm{e}^{2t/\tau}\left(\frac{1}{\zeta}+1\right) - \frac{1}{\zeta} + 1}\right] \,, \tag{5.13}$$

wobei die Abkürzungen

$$\zeta = \frac{n_g^{\mathrm{eq}}}{2n_{c\bar{c}}^{\mathrm{eq}}} = \frac{n_{\mathrm{tot}} - 2n_{c\bar{c}}^{\mathrm{eq}}}{2n_{c\bar{c}}^{\mathrm{eq}}} \tag{5.14}$$

$$\tau = \frac{2n_{c\bar{c}}^{\mathrm{eq}}}{\sigma_g n_{\mathrm{tot}} n_g^{\mathrm{eq}}} = \frac{2n_{c\bar{c}}^{\mathrm{eq}}}{\sigma_g (n_{\mathrm{tot}}^2 - 2n_{\mathrm{tot}} n_{c\bar{c}}^{\mathrm{eq}})} \tag{5.15}$$

eingeführt wurden.

Die Lösung hängt implizit über σ_c bzw. σ_g von der Temperatur in der Box ab und gilt nur unter der Annahme, dass die Temperatur in der Box über den gesamten Zeitraum konstant bleibt, was – wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden – nicht genau, aber näherungsweise der Fall ist.

5.3. Vergleich der analytischen mit der numerischen Lösung

Die numerische Lösung des Modellproblems wurde mit der Partonkaskade BAMPS durchgeführt (siehe Abschnitt 4.2). Um sie mit der analytischen Lösung aus dem vorangegangenen Abschnitt vergleichen zu können, erlauben wir auch hier nur die beiden Prozesse aus (5.1). Als Anfangsbedingung wählen wir wie für die analytische Lösung eine Box, die ausschließlich thermisch verteilte Gluonen enthält. Die Temperatur dieses Gluonplasmas wollen wir in der gleichen Größenordnung wählen wie die zu erwartende Temperatur des in Schwerionenkollisionen entstehenden QGP. Deshalb untersuchen wir die Charm-Produktion in der Box bei Temperaturen von 400 MeV für RHIC [TSR01, SBD01, FMS03, TGJM05, Rap01, CMN03, Wan97] und 800 MeV für LHC [FMS03, CMN03, Wan97].

Alle Rechnungen wurden in einer Box mit dem Volumen von $V = 27\,\mathrm{fm}^3$ durchgeführt und über 20 Durchläufe gemittelt, um die nötige Statistik zu erhöhen.

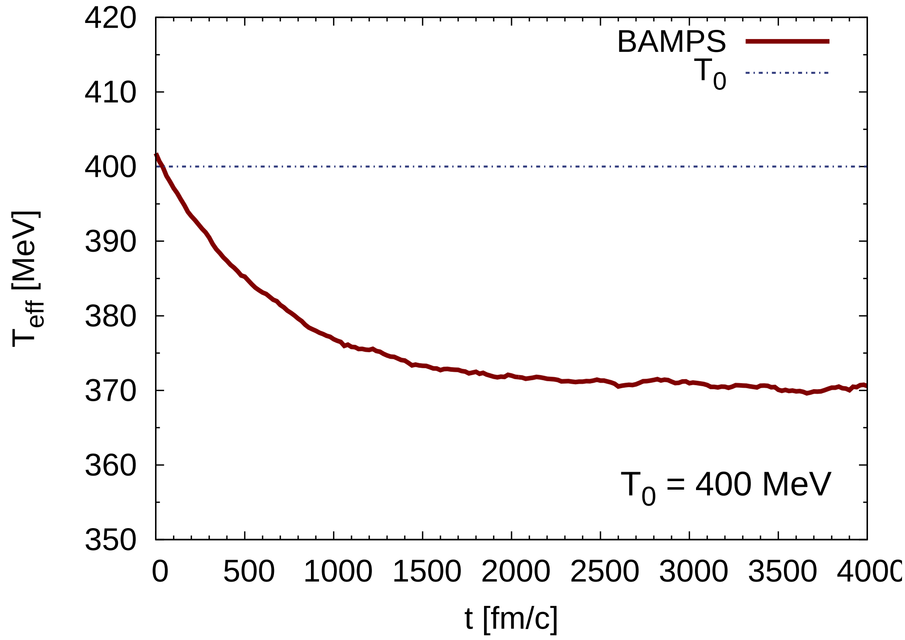

Abbildung 5.2.: Zeitliche Entwicklung der Gluontemperatur bei einer Anfangstemperatur von $T_0 = 400\,\mathrm{MeV}$.

5.3.1. Charm-Produktion bei RHIC-Temperatur

Die Temperatur der Gluonen soll zu Beginn bei $T_g = 400\,\mathrm{MeV}$ liegen, was nach Gleichung (5.11) einer anfänglichen Gluondichte von $n_g \approx 13.6\,\mathrm{fm}^{-3}$ entspricht.

Bei der weiteren Beschreibung der zeitlichen Temperaturentwicklung tritt das folgende Problem auf: Die Gluonen befinden sich nicht mehr im thermischen Gleichgewicht und somit ist eine Temperatur nicht mehr definiert. Man kann jedoch eine *effektive Temperatur* für die Gluonen definieren, indem man die Temperaturdefinition auf Nichtgleichgewichtssysteme ausdehnt:

$$T_g(t) = \frac{E_g(t)}{3N_g(t)} = \frac{E_g(t)}{3n_g(t)V} \tag{5.16}$$

Hierbei ist E_g die Gesamtenergie der Gluonen, N_g die Gluonanzahl und V das Volumen der Box.

Die zeitliche Entwicklung der Gluontemperatur ist in Abbildung 5.2 dargestellt. Die Temperatur geht auf etwa $T_g = 370\,\mathrm{MeV}$ zurück, da ein Teil der kinetischen Energie für die Produktion der massiven Charm-Quarks aufgewendet werden muss. Dies führt zu einem Problem bei dem Vergleich mit der analytischen Lösung, da diese nur für eine konstante Temperatur gültig ist. Aus dem Grund werden wir die analytischen Lösungen für Anfangs- und Endtemperatur einzeichnen und den Verlauf der numerisch gewonnenen Kurve nur zu Beginn und am Ende mit den analytischen Ergebnissen vergleichen.

Abbildung 5.3 zeigt die zeitliche Entwicklung der Teilchendichten für Charm-Quarkpaare $n_{c\bar{c}}$. Zusätzlich wurde die analytische Lösung der Ratengleichung für die Charm-Quarkpaardichte aus Gleichung (5.13) für die Anfangs- und Endtemperatur eingezeichnet. Zu Beginn stimmt die

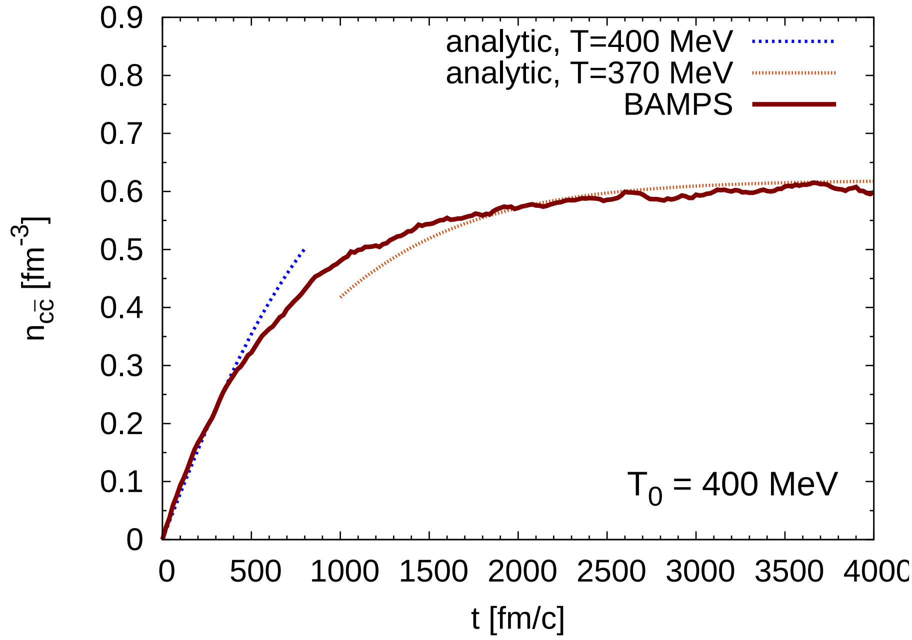

Abbildung 5.3.: Zeitliche Entwicklung der Teilchendichte für Charm-Quarkpaare $n_{c\bar{c}}$ bei einer Anfangstemperatur von $T_0 = 400\,\mathrm{MeV}$. Zum Vergleich sind die analytischen Lösungen aus (5.13) für Anfangs- und Endtemperatur eingezeichnet.

numerische Lösung sehr gut mit der analytischen Lösung für $T = 400\,\mathrm{MeV}$ überein. Danach reduziert sich die Temperatur des Gluonplasmas (vergleiche Abbildung 5.2) und die numerische Lösung muss mit der analytischen für die stationäre Endtemperatur von $T = 370\,\mathrm{MeV}$ verglichen werden. Für große Zeiten stimmen auch hier die beiden Ergebnisse sehr gut überein. Die Teilchendichte der Gluonen, die hier nicht eingezeichnet wurde, da sie wesentlich größer ist, nimmt natürlich gleichzeitig ab, weil die Gesamtteilchenzahl konstant bleibt.

Die Raten für Hin- und Rückreaktion sind in Abbildung 5.4 dargestellt. Zum Vergleich sind auch hier die analytischen Lösungen für Anfangs- und Endtemperatur eingezeichnet. Wie zu erwarten war, nähern sich die Raten für große Zeiten einem gemeinsamen konstanten Gleichgewichtswert an.

Die Zeit bis zum Erreichen des chemischen Gleichgewichts definiert man als die Zeit τ_{eq}, an der die Charm-Dichte auf bis zu einem e-tel unter ihrem Gleichgewichtswert $n_{c\bar{c}}^{\mathrm{eq}}$ angestiegen ist. Fittet man also die Kurve aus Abbildung 5.3 mit

$$n_{c\bar{c}}(t) = n_{c\bar{c}}^{\mathrm{eq}} \left(1 - \mathrm{e}^{t/\tau_{\mathrm{eq}}}\right) , \tag{5.17}$$

erhält man für τ_{eq} ungefähr einen Wert von $700\,\mathrm{fm/c}$. Natürlich ist diese Zeitskala für das Erreichen des chemischen Gleichgewichts mit dem stark vereinfachten Modell einer Boxrechnung erzielt worden. Die Größenordnung wird aber auch für realistischere Beschreibungen von Schwerionenkollisionen in etwa dieselbe sein.

Es ist jedoch zu beachten, dass sich die Gluonen und Charm-Quarks gegen Ende zwar im Gleichgewicht befinden, jedoch nicht die in Gleichung (5.10) angegebenen Gleichgewichtswerte für die Endtemperatur annehmen, da die Teilchenzahl konstant gehalten wird und dies die

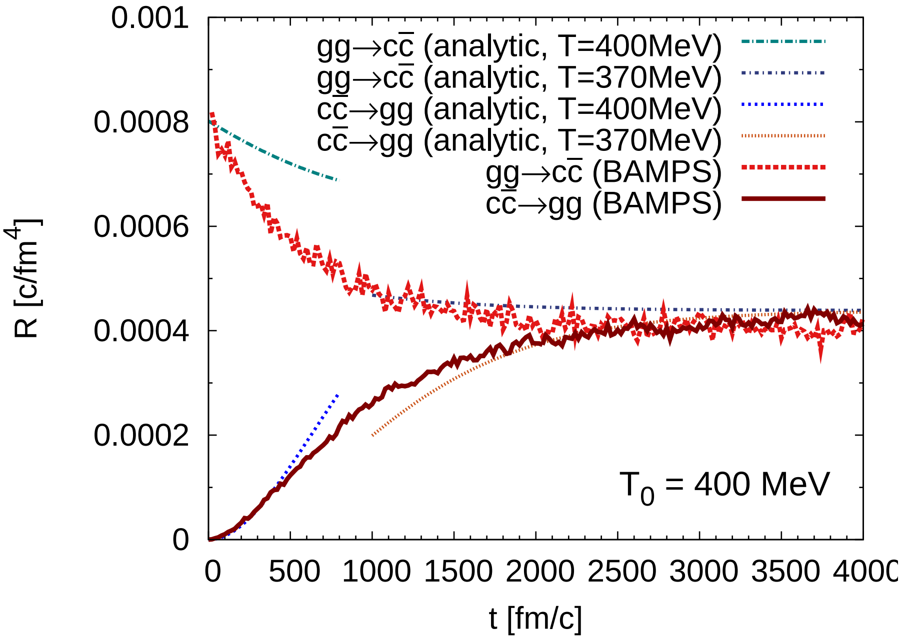

Abbildung 5.4.: Zeitliche Entwicklung der Raten bei einer Anfangstemperatur von $T_0 = 400\,\text{MeV}$. Auch hier sind die analytischen Lösungen für Anfangs- und Endtemperatur eingezeichnet.

chemische Equilibrierung limitiert.[2] Eine Größe, an der man das gut sehen kann, ist die Fugazität, die durch

$$\lambda_i(t) = \frac{n_i(t)}{n_i^{\text{chem}}} \tag{5.18}$$

für die Teilchensorte i definiert ist. Dabei bezeichnet n_i die Teilchendichte und n_i^{chem} die Teilchendichte im chemischen Gleichgewicht, die nach Gleichung (5.10) berechnet werden kann. Die Fugazität ist somit ein Maß für die Abweichung der Teilchenanzahl vom Gleichgewichtswert und beträgt 1, wenn sich die Teilchen im chemischen Gleichgewicht befinden.

In Abbildung 5.5 ist der zeitliche Verlauf der Fugazitäten für Gluonen und Charm-Quarks aus unserer Simulation aufgetragen. Sie nehmen im Gleichgewicht den gleichen Wert an, auch wenn dieser von 1 verschieden ist, was – wie bereits erwähnt – an der konstanten Gesamtteilchenzahl liegt. In Abschnitt 5.5 werden wir diese Limitierung aufheben und auch $2 \leftrightarrow 3$ Prozesse erlauben, was zu einer Fugazität von 1 im Gleichgewicht führen wird.

5.3.2. Charm-Produktion bei LHC-Temperatur

Für die Gluontemperatur zu Beginn wird $T_g = 800\,\text{MeV}$ gewählt, was nach Gleichung (5.11) zu einer anfänglichen Gluondichte von $n_g \approx 108.6\,\text{fm}^{-3}$ führt.

Die zeitliche Entwicklung der Gluontemperatur ist in Abbildung 5.6 dargestellt. Auch hier

[2] Aus diesem Grund haben wir immer von n^{eq} gesprochen und nicht von n^{chem}, was wir für die Teilchenzahl im chemischen Gleichgewicht ohne Restriktionen durch die Gesamtteilchenzahl reservieren.

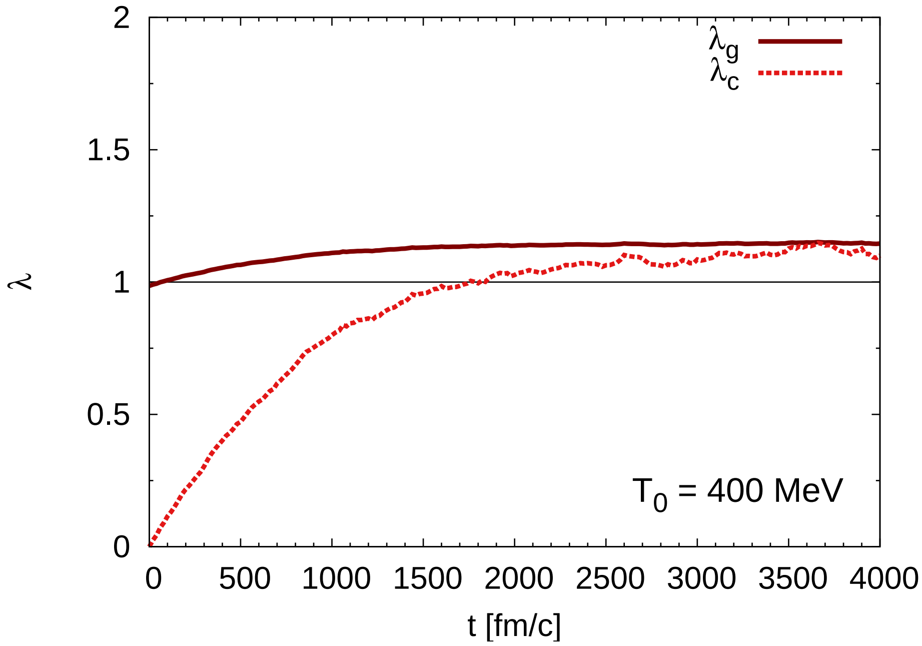

Abbildung 5.5.: Zeitliche Entwicklung der Fugazität für Gluonen und Charm-Quarks.

fällt die Temperatur und geht auf etwa $T_g = 720\,\mathrm{MeV}$ zurück.

In Abbildung 5.7 zeigen wir die Evolution der Teilchendichte für Charm-Quarks. Die numerische Lösung stimmt hervorragend mit der analytischen überein, wenn man die Temperaturänderung zwischen Beginn und Ende beachtet. Mit Gleichung (5.17) kann die Zeitskala der chemischen Equilibrierung der Charm-Quarks in einer Box mit LHC-Temperatur zu etwa $30\,\mathrm{fm/c}$ abgeschätzt werden.

Die Raten für die beiden betrachteten Prozesse sind in Abbildung 5.8 aufgetragen und die Fugazitäten findet man in Abbildung 5.9. Zufällig kompensiert der Temperaturabfall die Verkleinerung der Gluonanzahl, so dass die Fugazität der Gluonen gegen Ende wieder 1 beträgt und sie sich damit im chemischen Gleichgewicht befinden, obwohl die Gesamtteilchenzahl konstant bleibt.

5.4. Betrachtung des Gleichgewichtszustands

Der sich einstellende Gleichgewichtszustand kann auch ohne die explizite Lösung der Ratengleichung und vor allem ohne Verwendung der Wirkungsquerschnitte vorhergesagt werden. Wir wollen dies nutzen, um unsere Ergebnisse aus den letzten Abschnitten zu kontrollieren und somit zu überprüfen, ob wir die Wirkungsquerschnitte in Abschnitt 3.3.1 korrekt aus den Feynman-Diagrammen berechnet haben.

Wir schreiben zunächst die Gleichgewichtsbedingung aus Gleichung (5.7), dass beide Raten gleich sind, ausführlich hin

$$\frac{1}{2}\sigma_g \left(n_g^{\mathrm{eq}}\right)^2 = \sigma_c \left(n_{c\bar{c}}^{\mathrm{eq}}\right)^2 \tag{5.19}$$

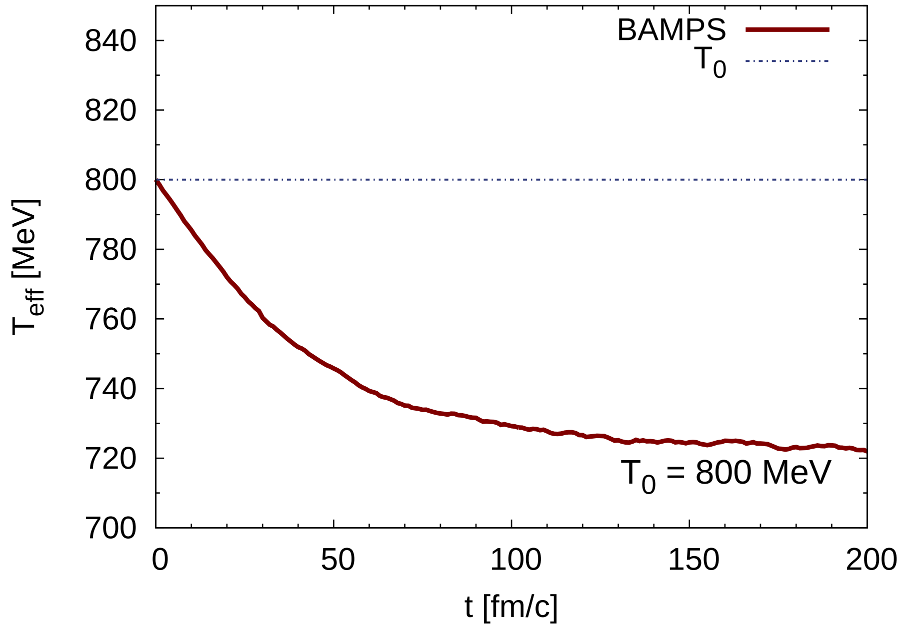

Abbildung 5.6.: Zeitliche Entwicklung der Gluontemperatur bei einer Anfangstemperatur von $T_0 = 800\,\mathrm{MeV}$.

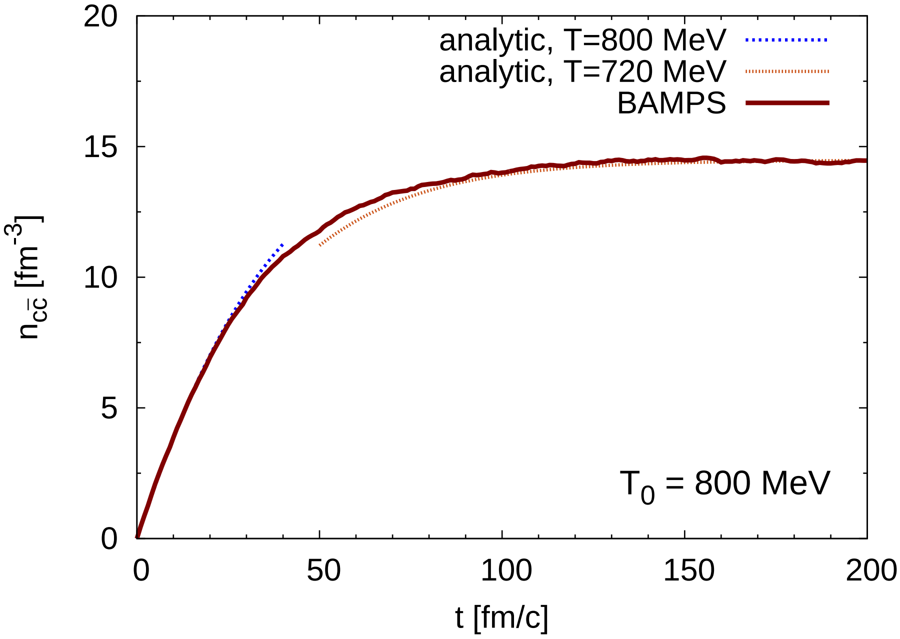

Abbildung 5.7.: Zeitliche Entwicklung der Teilchendichten der Charm-Quarkpaare bei einer Anfangstemperatur von $T_0 = 800\,\mathrm{MeV}$. Zum Vergleich sind die analytischen Lösungen für Anfangs- und Endtemperatur eingezeichnet.

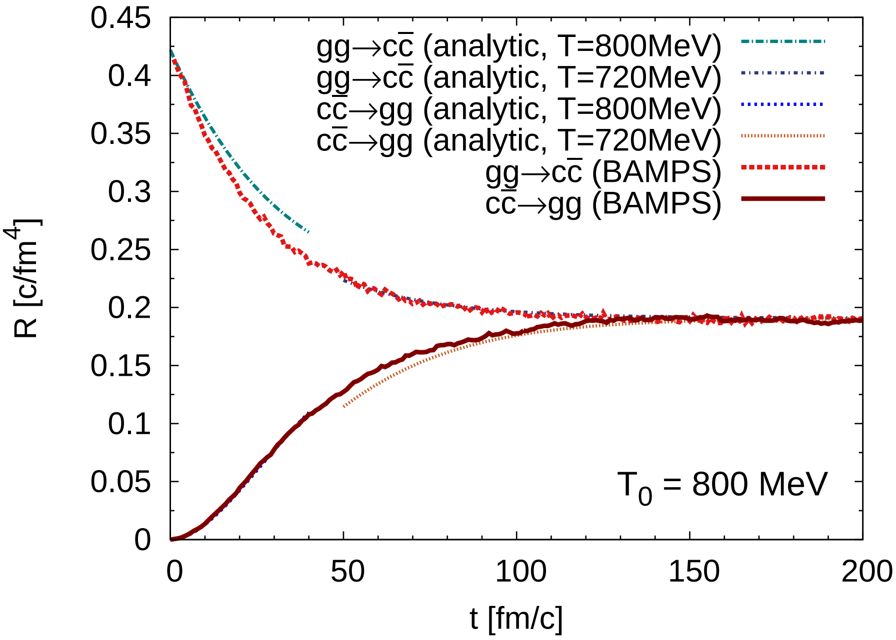

Abbildung 5.8.: Zeitliche Entwicklung der Raten bei einer Anfangstemperatur von $T_0 =$ 800 MeV. Auch hier sind die analytischen Lösungen eingezeichnet.

und ersetzen die Teilchendichte durch die Fugazität laut Gleichung (5.18):

$$\frac{1}{2}\sigma_g \left(\lambda_g^{\text{eq}}\right)^2 \left(n_g^{\text{chem}}\right)^2 = \sigma_c \left(\lambda_c^{\text{eq}}\right)^2 \left(n_{c\bar{c}}^{\text{chem}}\right)^2 \tag{5.20}$$

Es sei noch einmal darauf hingewiesen, dass „eq“ lediglich den Gleichgewichtswert kennzeichnet, der nicht unbedingt mit dem Wert im chemischen Gleichgewicht bei beliebiger Gesamtteilchenzahl („chem“) zusammenfällt, wodurch λ_i^{eq} alle Werte annehmen können und nicht zwingenderweise 1 sind.

Da die Gleichgewichtsbedingung aus (5.19) natürlich auch im chemischen Gleichgewicht gilt (Spezialfall $n_i^{\text{eq}} = n_i^{\text{chem}}$), müssen die beiden Fugazitäten, die ausschließlich positive Werte annehmen, gleich sein,

$$\lambda_g^{\text{eq}} = \lambda_c^{\text{eq}} \ , \tag{5.21}$$

was sich auch in unserer Simulation in den Abbildungen 5.5 und 5.9 bestätigt. Ausgeschrieben lautet dies:

$$\frac{n_g^{\text{eq}}}{n_g^{\text{chem}}} = \frac{n_{c\bar{c}}^{\text{eq}}}{n_{c\bar{c}}^{\text{chem}}} \tag{5.22}$$

Nehmen wir zu dieser Gleichung noch die Teilchenzahlerhaltung

$$n_g^{\text{eq}} + 2n_{c\bar{c}}^{\text{eq}} = n_{\text{tot}} \tag{5.23}$$

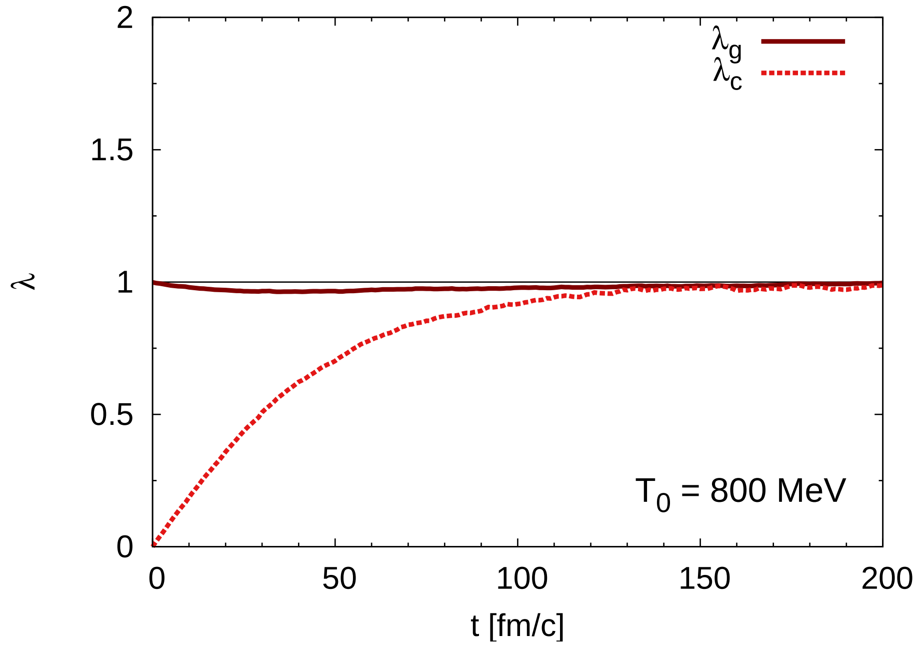

Abbildung 5.9.: Zeitliche Entwicklung der Fugazität.

und die Energieerhaltung

$$\begin{aligned} E_g^{\mathrm{eq}} + E_c^{\mathrm{eq}} + E_{\bar{c}}^{\mathrm{eq}} &= E_{\mathrm{tot}} \\ \epsilon_g^{\mathrm{eq}}\, n_g^{\mathrm{eq}} + 2\epsilon_c^{\mathrm{eq}}\, n_{c\bar{c}}^{\mathrm{eq}} &= \epsilon_{\mathrm{tot}}\, n_{\mathrm{tot}} \end{aligned} \tag{5.24}$$

(ϵ_i ist die mittlere Energie pro Teilchen) hinzu, haben wir drei Gleichungen für die drei Unbekannten im Gleichgewichtszustand n_g^{eq}, $n_{c\bar{c}}^{\mathrm{eq}}$ und T^{eq}, da die Größen n_g^{chem}, $n_{c\bar{c}}^{\mathrm{chem}}$, ϵ_g^{eq} und ϵ_c^{eq} nur von T^{eq} und die Anfangsbedingungen n_{tot} und ϵ_{tot} nur von der Anfangstemperatur T_0 abhängen (siehe Gleichung (5.11) bzw. (5.16)).

Die mittlere Energie pro Teilchen ist für Boltzmann-Teilchen als

$$\epsilon_i^{\mathrm{chem}}(T) = \frac{\int \mathrm{d}^3p\, f_i(p)\, E}{\int \mathrm{d}^3p\, f_i(p)} = \frac{\int \mathrm{d}^3p\; \mathrm{e}^{-\sqrt{p^2+m_i^2}/T}\, \sqrt{p^2+m_i^2}}{\int \mathrm{d}^3p\, f_i(p)} \tag{5.25}$$

definiert. Diese Identität ist für massebehaftete Teilchen im Allgemeinen nur numerisch lösbar, weswegen das ganze Gleichungssystem numerisch gelöst werden muss.

Für eine Anfangstemperatur von $T_0 = 400\,\mathrm{MeV}$ erhalten wir eine Endtemperatur von $T^{\mathrm{eq}} = 368\,\mathrm{MeV}$ und eine Charm-Teilchendichte im Gleichgewicht von $n_{c\bar{c}}^{\mathrm{eq}} = 0.60\,\mathrm{fm}^{-3}$. Vergleicht man diese Werte mit unseren numerischen Lösungen aus den Abbildungen 5.2 und 5.3, so stellt man eine hervorragende Übereinstimmung fest.

Mit $T_0 = 800\,\mathrm{MeV}$ beträgt die Endtemperatur $T^{\mathrm{eq}} = 720\,\mathrm{MeV}$ und die Charm-Teilchendichte $n_{c\bar{c}}^{\mathrm{eq}} = 14.7\,\mathrm{fm}^{-3}$. Auch hier ist die Übereinstimmung mit den Abbildungen 5.6 und 5.7 sehr gut.

Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass diese Ableitung ohne die explizite Lösung der Ratengleichung und der Berechnung der Wirkungsquerschnitte auskommt und somit unsere Implementierung mit BAMPS bestätigt.

5.5. Numerische Lösung für Systeme mit zusätzlichen Reaktionen

Das zuvor betrachtete System mit den beiden Prozessen

$$\begin{aligned} g + g &\rightarrow c + \bar{c} \\ c + \bar{c} &\rightarrow g + g \end{aligned} \tag{5.26}$$

ist nur eine idealisierte Modellvorstellung, um die Ratengleichung analytisch lösen zu können. Realistischer wird es, wenn die Teilchen auch elastisch untereinander in $2 \rightarrow 2$ Prozessen streuen können und $2 \leftrightarrow 3$ Prozesse erlaubt werden.

Deswegen fügen wir nun folgende elastische und inelastische Prozesse zu unserem Modell hinzu:

$$\begin{aligned} g + g &\rightarrow g + g \\ g + g &\rightarrow g + g + g \\ g + g + g &\rightarrow g + g \\ g + c &\rightarrow g + c \\ g + \bar{c} &\rightarrow g + \bar{c} \end{aligned} \tag{5.27}$$

Die hinzugenommenen elastischen Prozesse spielen im Allgemeinen eine wichtige Rolle, um das kinetische Gleichgewicht zu erhalten, während die inelastischen $gg \leftrightarrow ggg$ Prozesse die chemische Equilibrierung der Gluonen sicherstellen und somit dafür sorgen, dass ihre Fugazität konstant bei 1 liegt. Wie wir im Abschnitt 5.3.2 in Abbildung 5.9 festgestellt haben, ist dies für $T_0 = 800\,\text{MeV}$ bereits durch Zufall auch ohne die Prozesse aus (5.27) der Fall. Deswegen erwarten wir hier, dass die Hinzunahme dieser Prozesse kaum Änderungen bewirken wird. Und tatsächlich verlaufen alle in diesem Abschnitt besprochenen Kurven gleich, weswegen wir in Abbildung 5.10 nur den Verlauf der Raten exemplarisch darstellen.

Bei $T_0 = 400\,\text{MeV}$ waren die Fugazitäten nach $4000\,\text{fm/c}$ größer als 1 (siehe Abbildung 5.5) und daher sollten sich hier Änderungen bei der Hinzunahme der Prozesse aus (5.27) ergeben. Zunächst überzeugen wir uns in Abbildung 5.11 davon, dass die Gluon-Fugazität nun tatsächlich für alle Zeiten konstant bei 1 liegt und die Charm-Fugazität ebenfalls auf diesen Wert ansteigt. Da die Gluonanzahl ohne die inelastischen Prozesse über ihrem chemischen Gleichgewichtswert lag, ist nun vor allem der Annihilationsprozess $ggg \rightarrow gg$ von Bedeutung und die Gluonanzahl reduziert sich. Dies führt zu einer höheren Energie pro Gluon und damit einer höheren Temperatur als in dem in Abschnitt 5.3.1 betrachteten Fall, was sich in dem Temperaturverlauf in Abbildung 5.12 ausdrückt. Die höhere Temperatur führt dementsprechend auch zu einer geringfügig höheren Charm-Produktion, wie in Abbildung 5.13 ersichtlich ist. Gleichzeitig impliziert dies auch höhere Raten für $gg \rightarrow c\bar{c}$ und $c\bar{c} \rightarrow gg$ als für den Fall, dass ausschließlich diese beiden Prozesse erlaubt sind (siehe Abbildung 5.14).

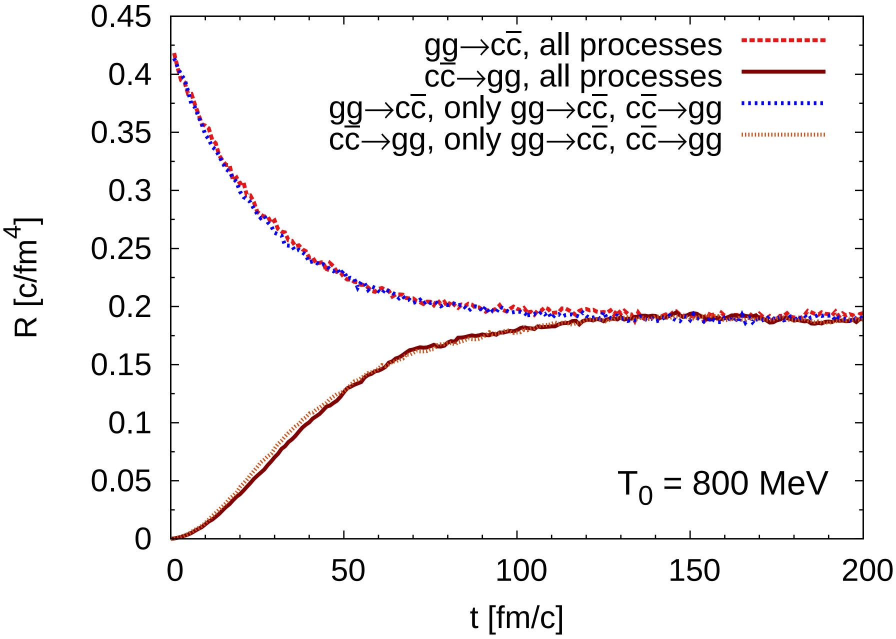

Abbildung 5.10.: Zeitliche Entwicklung der Raten mit und ohne den Prozessen aus (5.27) für $T_0 = 800\,\mathrm{MeV}$.

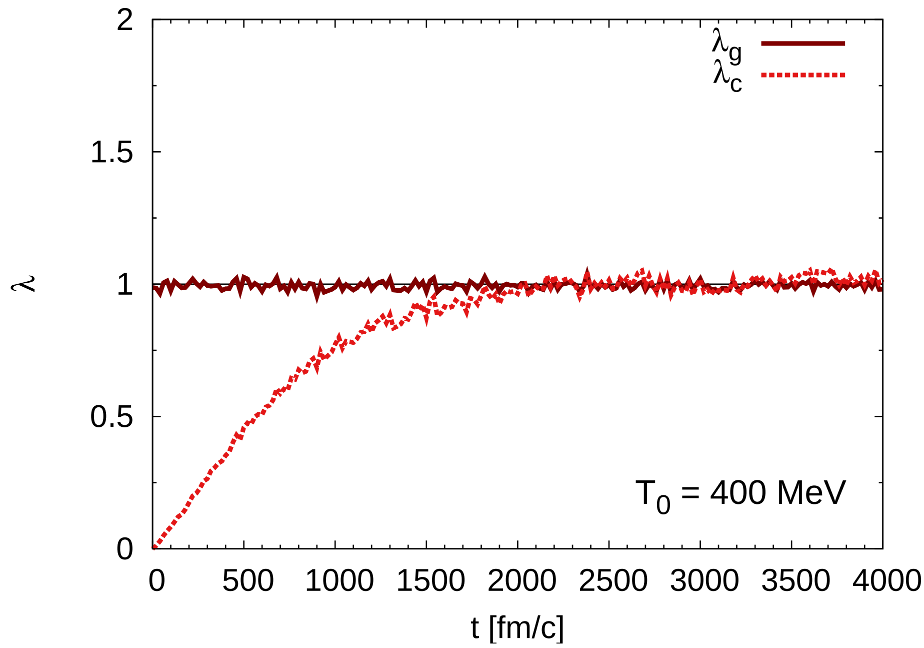

Abbildung 5.11.: Zeitliche Entwicklung der Fugazität für $T_0 = 400\,\mathrm{MeV}$ und mit den Prozessen aus (5.27).

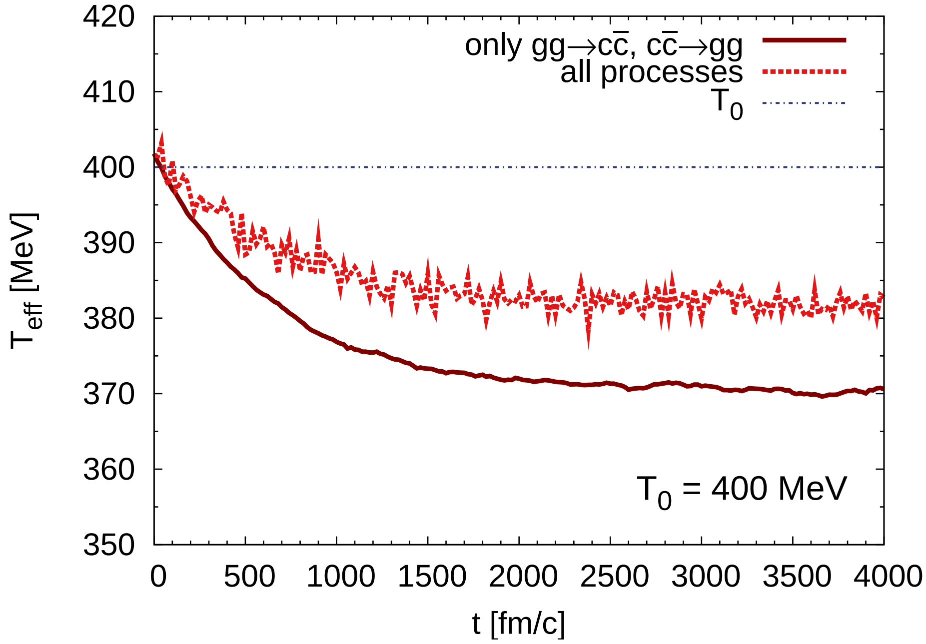

Abbildung 5.12.: Zeitliche Entwicklung der Gluontemperatur mit und ohne den Prozessen aus (5.27) für $T_0 = 400\,\mathrm{MeV}$.

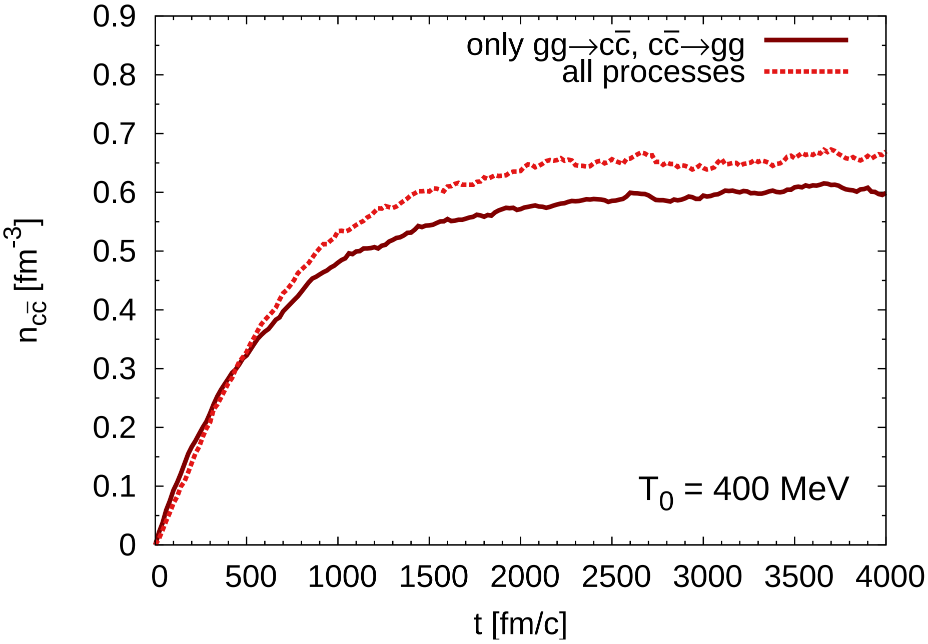

Abbildung 5.13.: Zeitliche Entwicklung der Teilchendichten der Charm-Quarkpaare mit und ohne den Prozessen aus (5.27) für $T_0 = 400\,\mathrm{MeV}$.

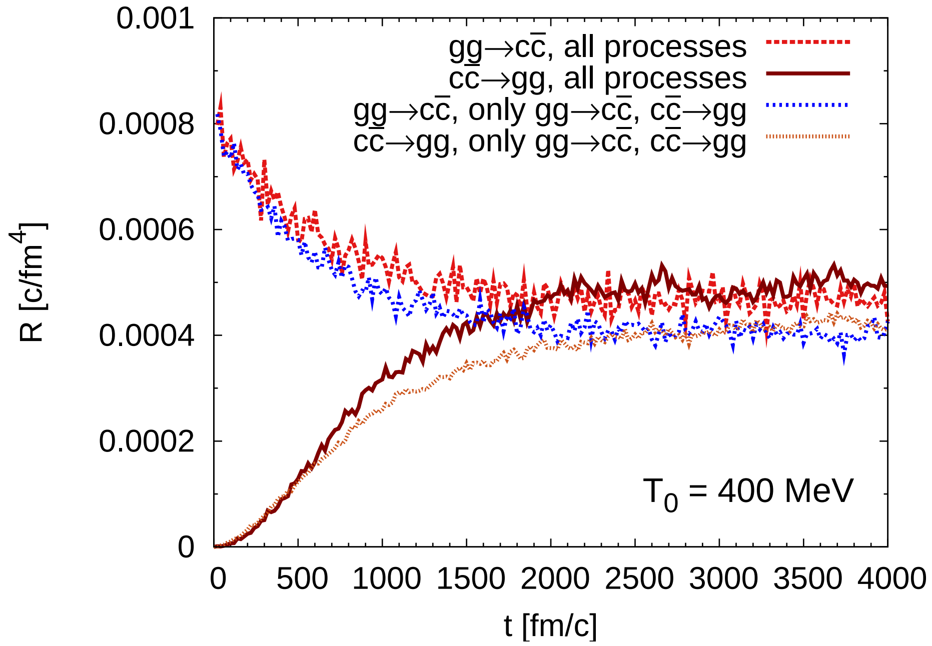

Abbildung 5.14.: Zeitliche Entwicklung der Raten mit und ohne den Prozessen aus (5.27) für $T_0 = 400\,\mathrm{MeV}$.

6. Anfangsverteilung der Partonen in Schwerionenkollisionen

> Der Anfang ist ein Dasein, vor welchem eine Zeit vorhergeht, darin das Ding, welches anfängt, noch nicht war.
>
> *Kritik der reinen Vernunft*
> IMMANUEL KANT

Die Anfangsverteilung der Partonen spielt eine entscheidende Rolle, da sie die Dynamik der gesamten Schwerionenkollision bestimmt.

Mögliche Anfangsverteilungen, die in früheren Arbeiten bereits mit der Partonkaskade BAMPS studiert wurden, sind das Minijet-Modell [XG05] und das *Color Glass Condensate* [EXG08]. Die beiden Modelle wurden jeweils in den Abschnitten 4.1.2 und 4.1.3 vorgestellt.

In dieser Arbeit wollen wir einen neuen Weg gehen und unter Zuhilfenahme des Glauber-Modells und Skalierungsbetrachtungen die Anzahl der Partonen sowie ihre Impulse aus Nukleon-Nukleon-Kollisionen bestimmen, die mit dem Event-Generator PYTHIA (siehe Abschnitt 4.1.1) simuliert werden. Bei der räumlichen Verteilung wird ebenfalls auf das Glauber-Modell zurückgegriffen und die Geometrie der Kollision beachtet. Die Anzahl der in anfänglichen, harten Kollisionen produzierten Charm-Quarks werden wir nicht nur mit PYTHIA abschätzen, sondern auch im Minijet-Modell berechnen, um ein Gefühl für die Unsicherheiten zu bekommen. Diese Unsicherheiten treten wegen nicht genau bekannter Parameter auf, wie Charm-Quarkmasse, Faktorisierungs- und Renormierungsskala. Des Weiteren wird die Sensitivität der Charm-Quarkanzahl bezüglich der Partonverteilungsfunktionen untersucht.

Für die Charm-Produktion während der QGP-Phase werden wir in Abschnitt 7.1 neben der PYTHIA-Anfangsverteilung auch das Minijet-Modell sowie das *Color Glass Condensate* nutzen und untereinander vergleichen.

6.1. Parton- und Impulssampling mit PYTHIA

PYTHIA generiert Ereignisse für Nukleon-Nukleon-Kollisionen. Wie in Abschnitt 4.1.1 beschrieben, kann man jedes Ereignis aufgrund eines definierten Subprozesses nach hart und weich kategorisieren.

Weil die Nukleon-Nukleon-Kollisionen zu Schwerionenkollisionen hochskaliert werden sollen, muss für jedes Parton einzeln entschieden werden, ob es aus einem harten oder weichen Event stammt, da sich die Skalierung dieser beiden Arten unterscheidet.[1]

[1] Allerdings sind in PYTHIA keine besonders weichen Partonen enthalten. Aus der Fragmentation von Strings zwischen Diquarks (in den Strahlüberresten) und Partonen würde man diese weichen Partonen erhalten, was wir aber auf eine zukünftige Arbeit verschieben wollen. Die von uns bezeichneten weichen Partonen sind demnach eher „semiweich“.

Das Vorgehen für die Kategorisierung sieht folgendermaßen aus: Zunächst wird ermittelt, ob das Ereignis nach Abschnitt 4.1.1 hart oder weich ist.

- Ist der Subprozess weich, werden alle entstandenen Teilchen als weich eingestuft.
- Ist der Subprozess hart, werden alle entstandenen Partonen als hart eingestuft. Ausgenommen sind Strahlreste (Reste vom Proton, zum Beispiel Diquarks), die trotzdem als weich betrachtet werden.

Für Nukleon-Nukleon-Kollisionen am RHIC mit einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s_{NN}} = 200\,\mathrm{GeV}$ erhält man mit PYTHIA folgende Ergebnisse: Im Mittel sind ungefähr 53 % der Prozesse hart und 47 % weich. Alle in harten Prozessen entstehenden Teilchen sind Partonen. Harte Partonen machen etwa 58 % der in Nukleon-Nukleon-Kollisionen produzierten Teilchen aus. In weichen Prozessen entstehen primär nicht-partonische Teilchen wie Diquarks oder angeregte Nukleonen. Sie stellen etwa 28 % aller Teilchen, während die in weichen Prozessen produzierten Partonen nur etwa 14 % ausmachen. Die totale Anzahl der in einer Nukleon-Nukleon-Kollision entstehenden Teilchen liegt im Mittel bei etwa 7.5, davon sind 5.4 Partonen. Die Gesamtenergie beträgt natürlich $\sqrt{s_{NN}} = 200\,\mathrm{GeV}$, die Energie aller Partonen zusammen nur 30 GeV. Die Energien aller Teilchen verteilen sich folgendermaßen: Partonen aus harten Prozessen besitzen im Mittel etwa 10 % der Gesamtenergie, Partonen aus weichen Prozessen nur 5 % und nicht-partonische Teilchen aus weichen Prozessen 85 % der Gesamtenergie. Der Grund für die hohe Energie pro Teilchen der Diquarks und Nukleonen liegt in ihrer Natur begründet. Als Strahlreste tragen sie besonders bei den elastischen und diffraktiven Prozessen viel Energie aus der Kollision heraus.

In Abbildung 6.1 sind die Rapiditätsverteilungen der Anzahl der Teilchen und ihrer transversalen Energie

$$E_T = \sqrt{p_T^2 + m^2} \tag{6.1}$$

aufgetragen.[2] Gluonen aus harten Prozessen dominieren das Spektrum bei zentraler Rapidität in beiden Verteilungen. Auch die harten Quarks haben einen erheblichen Anteil an der transversalen Energie. Weiche Gluonen und andere Teilchen wie Diquarks weisen eine große Rapidität auf, da sie als Strahlreste einen sehr kleinen transversalen Impuls besitzen.

In Abbildung 6.2 sind die transversalen Impulsspektren der Teilchen bei zentraler Rapidität angegeben. Natürlich dominieren auch hier die harten Partonen. Der transversale Impuls der weichen Quarks ist wegen eines Impuls-*cut-offs* kleiner als 2 GeV. Für Impulse der Partonen aus harten Ereignissen haben wir keinen festen *cut-off* angegeben. Hier sind prinzipiell alle Impulse erlaubt. Dennoch scheint in PYTHIA ein interner *cut-off* für harte Partonen bei ca. 200 MeV zu existieren, wie der Sprung in Abbildung 6.2 suggeriert.

Der Hintergrund der Kategorisierung in harte und weiche Prozesse ist das unterschiedliche Skalierungsverhalten. Harte Prozesse skalieren nach dem Glauber-Modell (siehe Anhang A.2) mit der Anzahl der binären Kollisionen. Diese berechnet sich nach Gleichung (3.1) aus dem inelastischen Proton-Proton-Wirkungsquerschnitt und der nuklearen Überlappfunktion. Für

[2] In dieser und den nachfolgenden Abbildungen dieses Abschnitts werden Quarks und Antiquarks separat gezählt. Im nächsten Abschnitt über Charm-Produktion werden wir dazu übergehen Charm-Anticharm-Paare zu zählen, da Charm-Quarks wegen der Flavorerhaltung immer paarweise auftreten und diese Zählweise in der Literatur üblich ist.

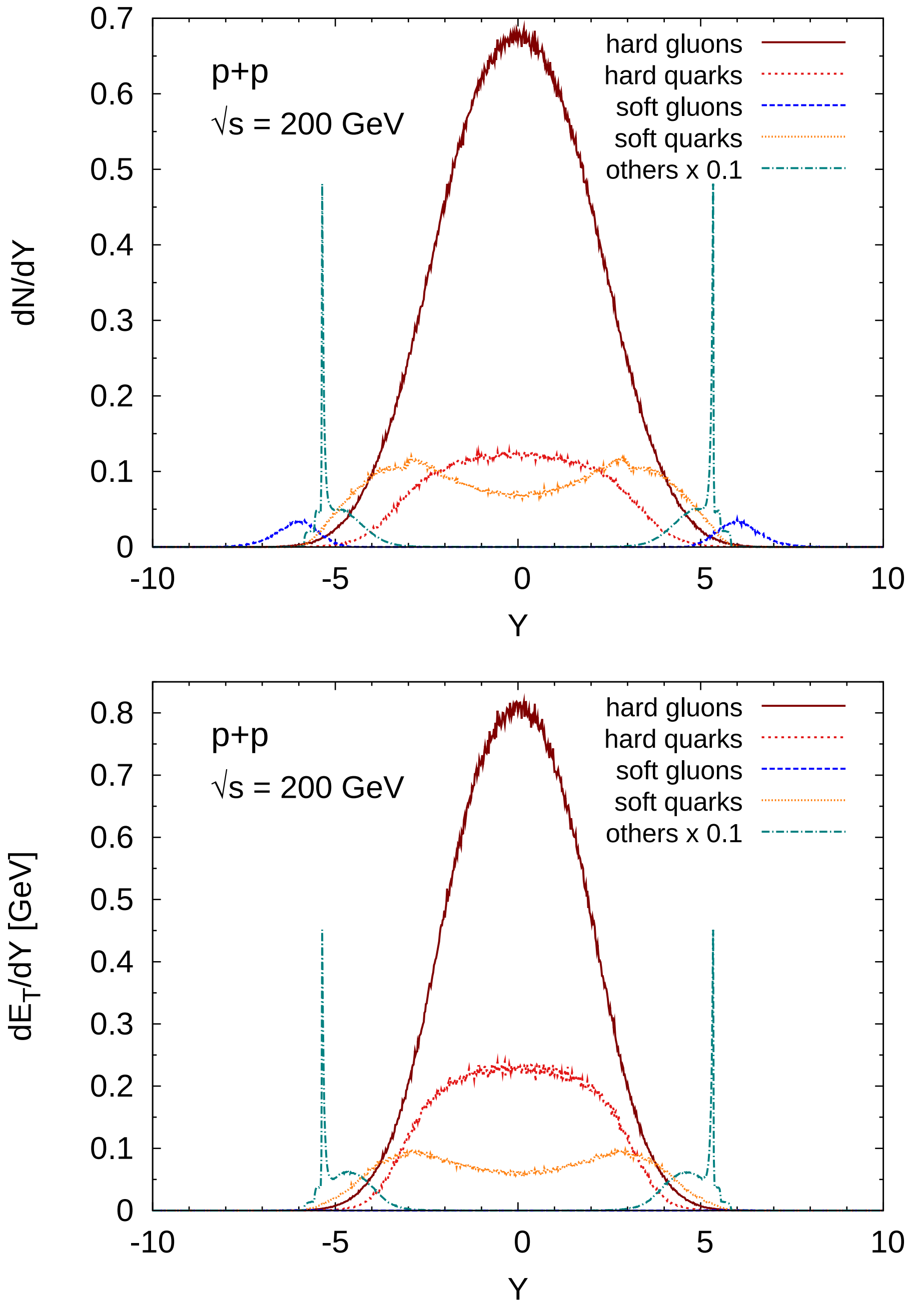

Abbildung 6.1.: Rapiditätsverteilungen der Teilchenzahl $\mathrm{d}N/\mathrm{d}y$ (oben) und der transversalen Energie $\mathrm{d}E_T/\mathrm{d}y$ (unten) in einer mit PYTHIA simulierten p+p-Kollision bei $\sqrt{s_{NN}} = 200\,\mathrm{GeV}$. Als Partonverteilungsfunktion wurde CTEQ6l gewählt. Die Partonen sind nach dem im Text beschriebenen Schema kategorisiert. *Others* bezeichnet nicht-partonische Teilchen, zum Beispiel Diquarks oder Protonen, die aus weichen Prozessen hervorgehen. Ihre Verteilung wurde mit dem Faktor 0.1 skaliert.

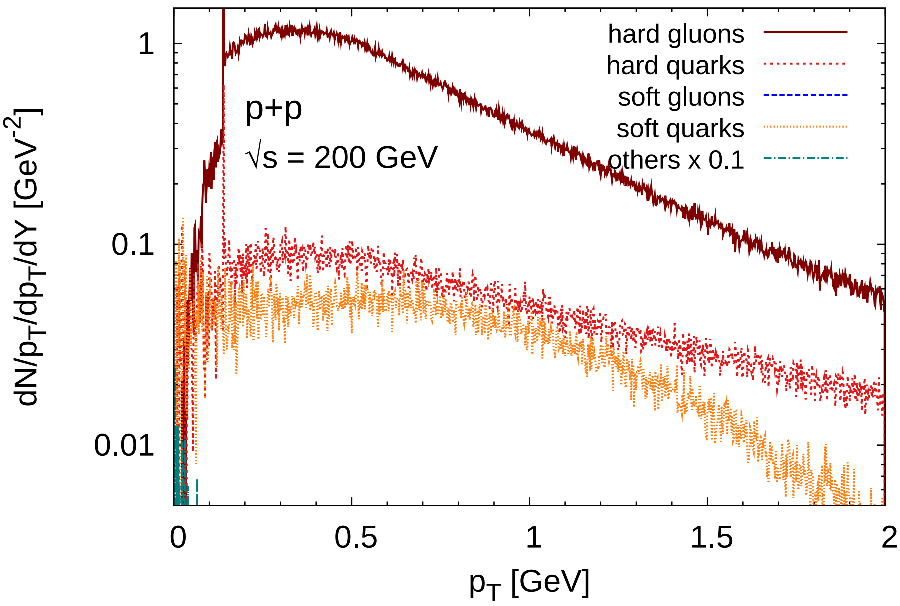

Abbildung 6.2.: Transversale Impulsspektren $\mathrm{d}N/p_T/\mathrm{d}p_T/\mathrm{d}y$ der Teilchen bei zentraler Rapidität $y \in [-0.5, 0.5]$ in einer mit PYTHIA simulierten p+p-Kollision bei $\sqrt{s_{NN}} = 200\,\mathrm{GeV}$.

zentrale ($\mathbf{b} = 0$) Kollisionen kann man die Überlappfunktion mit $T_{AA}(\mathbf{b} = 0) = A^2/\pi R_A^2$ annähern [SV95, MW92]. Für Gold-Gold-Kollisionen am RHIC ist $A = 197$, $R_A = 6.37\,\mathrm{fm}$ und somit $T_{AA}(\mathbf{b} = 0) = 30.4\,\mathrm{mb}^{-1}$, was hervorragend mit der numerischen Berechnung des Codes von [ME01] übereinstimmt. Die Anzahl der binären Kollisionen errechnet sich aus (3.1) mit $\sigma_{\mathrm{p+p}} \approx 40\,\mathrm{mb}$ zu

$$N_{\mathrm{bin}} = \sigma_{\mathrm{p+p}}\, T_{AA}(\mathbf{b} = 0) \approx 1200\ . \tag{6.2}$$

Wenn man noch das Phänomen des Shadowing (siehe Abschnitt 2.4.3) berücksichtigt, reduziert sich die Zahl auf etwa $N_{\mathrm{bin}} \approx 1000$ [STAR04].

Den letzteren Wert verwenden wir für den Skalierungsfaktor der harten Partonen: $C_{\mathrm{hard}} := N_{\mathrm{bin}}$. Um den Skalierungsfaktor C_{soft} für weiche Teilchen zu ermitteln, kann man die Energieerhaltung ausnutzen. Intuitiv würde man als Größenordnung die Anzahl der Nukleonen A in einem Kern erwarten. Der tiefere Grund hinter der unterschiedlichen Skalierung liegt in der verschiedenen Natur von harten und weichen Prozessen. Teilchen aus harten Prozessen können sofort wieder wechselwirken und gehen somit viele weitere Streuungen ein. Ein Nukleon in einem Kern kann somit potentiell mit allen Nukleonen des anderen Kerns auf seiner Fluglinie wechselwirken. Weiche Prozesse laufen dagegen langsamer ab. Hier wechselwirkt ein Nukleon aus einem Kern kohärent mit den Nukleonen des anderen Kerns auf seiner Fluglinie. Als Konsequenz skalieren die weichen Prozesse ungefähr mit der Anzahl der Nukleonen.

Die Gesamtenergie, die am RHIC zur Verfügung steht, beträgt mit $A = 197$ für Gold

$$E_{CM} = 200A\,\mathrm{GeV} = 39400\,\mathrm{GeV}\ . \tag{6.3}$$

Die Energieerhaltung besagt nun

$$E_{CM} = E_{\mathrm{pp,\,hard}}\ C_{\mathrm{hard}} + E_{\mathrm{pp,\,soft}}\ C_{\mathrm{soft}}\ , \tag{6.4}$$

wobei E_{pp} die Gesamtenergie aller harten bzw. weichen Teilchen in einer p+p-Kollision angibt. Diese Gleichung lässt sich nach C_{soft} auflösen und ergibt tatsächlich $C_{\mathrm{soft}} \approx 100$, also die erwartete Größenordnung.

Diese Skalierung führt zu folgenden Verteilungen für eine Au+Au-Kollision am RHIC mit einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s_{NN}} = 200\,\mathrm{GeV}$: In harten Prozessen entstehende Partonen machen im Mittel etwa 93 % der insgesamt produzierten Teilchen aus. Nicht-partonische Teilchen aus weichen Prozessen, wie Diquarks oder angeregte Nukleonen, stellen etwa 4.5 % aller Teilchen, die in weichen Prozessen produzierten Partonen nur etwa 2.5 %. Die totale Anzahl an entstandenen Teilchen ist im Mittel etwa 4600, davon sind etwa 4400 Partonen. Bei der Energie der Teilchen sehen die Verhältnisse allerdings wieder anders aus. Die Gesamtenergie entspricht natürlich der totalen RHIC-Energie $\sqrt{s} = 200\,A\,\mathrm{GeV} = 39\,400\,\mathrm{GeV}$. Alle Partonen zusammen haben jedoch nur eine Energie von etwa 22 000 GeV. Die Partonen aus harten Prozessen tragen im Mittel etwa 53 % der Gesamtenergie und nicht-partonische Teilchen aus weichen Prozessen mit 44 % fast genausoviel. Die Partonen aus weichen Prozessen haben wiederum nur einen kleinen Bruchteil der Energie von etwa 3 %. Somit liegt die in Partonen deponierte Energie, die während der Evolution der Kaskade zur Verfügung steht, im Mittel bei etwa 56 % der Gesamtenergie.

Nach der unterschiedlichen Skalierung von harten und weichen Prozessen sind in Abbildung 6.3 die Rapiditätsverteilung der Anzahl der Teilchen sowie ihrer transversalen Energie und in Abbildung 6.4 die transversalen Impulsspektren der Teilchen in einer Schwerionenkollision am RHIC aufgetragen. Im Unterschied zu den Abbildungen 6.1 und 6.2 ist die Verteilung der nicht-partonischen Teilchen nicht mehr mit dem Faktor 0.1 skaliert. Partonen aus weichen Prozessen haben aufgrund der viel kleineren Skalierung stark an Bedeutung verloren. Harte Quarks und harte Gluonen dominieren das Medium in Schwerionenkollisionen.

Für die Nukleon-Nukleon-Stöße gibt es drei verschiedene Möglichkeiten: Proton-Proton-, Proton-Neutron- und Neutron-Neutron-Stöße. Protonen und Neutronen sind flavorsymmetrisch unter Vertauschung der Up- und Down-Quarks, d. h. ihre PDFs für Gluonen und Quarks sind gleich, nur die Up-Quarkverteilung des Protons entspricht der Down-Quarkverteilung des Neutrons und umgekehrt.[3] Dies führt dazu, dass die Verteilung $\mathrm{d}N/\mathrm{d}y$ von Quarks und Gluonen in p+p-Kollisionen, der in n+n-Kollisionen entspricht, wenn man Up- und Down-Quarks vertauscht. Bei p+n-Kollisionen ist die Mischung zwischen Up- und Down-Quarks etwas komplizierter und hängt davon ab, ob das Proton aus negativer oder positiver z-Richtung kommt. Dennoch bleibt die Verteilung der Summe der beiden leichtesten Quarks sowie die Verteilung aller anderen Quarks und Gluonen in allen drei Kollisionsmöglichkeiten aus Neutron und Proton konstant. Auch für die Charm-Quarks, die aus Quark-Antiquark-Annihilation der leichten Quarks entstehen können, ändert sich aufgrund der Flavorsymmetrie und der sonst gleichen Eigenschaften der Up- und Down-Quarks nichts.

In Abbildung 6.5 sind die Verteilungen $\mathrm{d}N/\mathrm{d}y$ und $\mathrm{d}E_T/\mathrm{d}y$ für die verschiedenen Flavor in Au+Au-Kollisionen aufgetragen.

Da für die Evolution des QGP und ebenfalls für die Charm-Produktion die Gluonen die größte Rolle spielen, werden wir die leichten Quarks in der Partonevolution mit der Kaskade

[3] Dies ist unmittelbar klar, da sich die Gluonen- und Seequarkverteilungen der Nukleonen – aufgrund der (bis auf den Flavor) gleichen Eigenschaften der beiden leichtesten Quarks – nicht unterscheidet und die Valenzquarks des Protons uud zu denen des Neutrons ddu werden, wenn man $u \leftrightarrow d$ vertauscht.

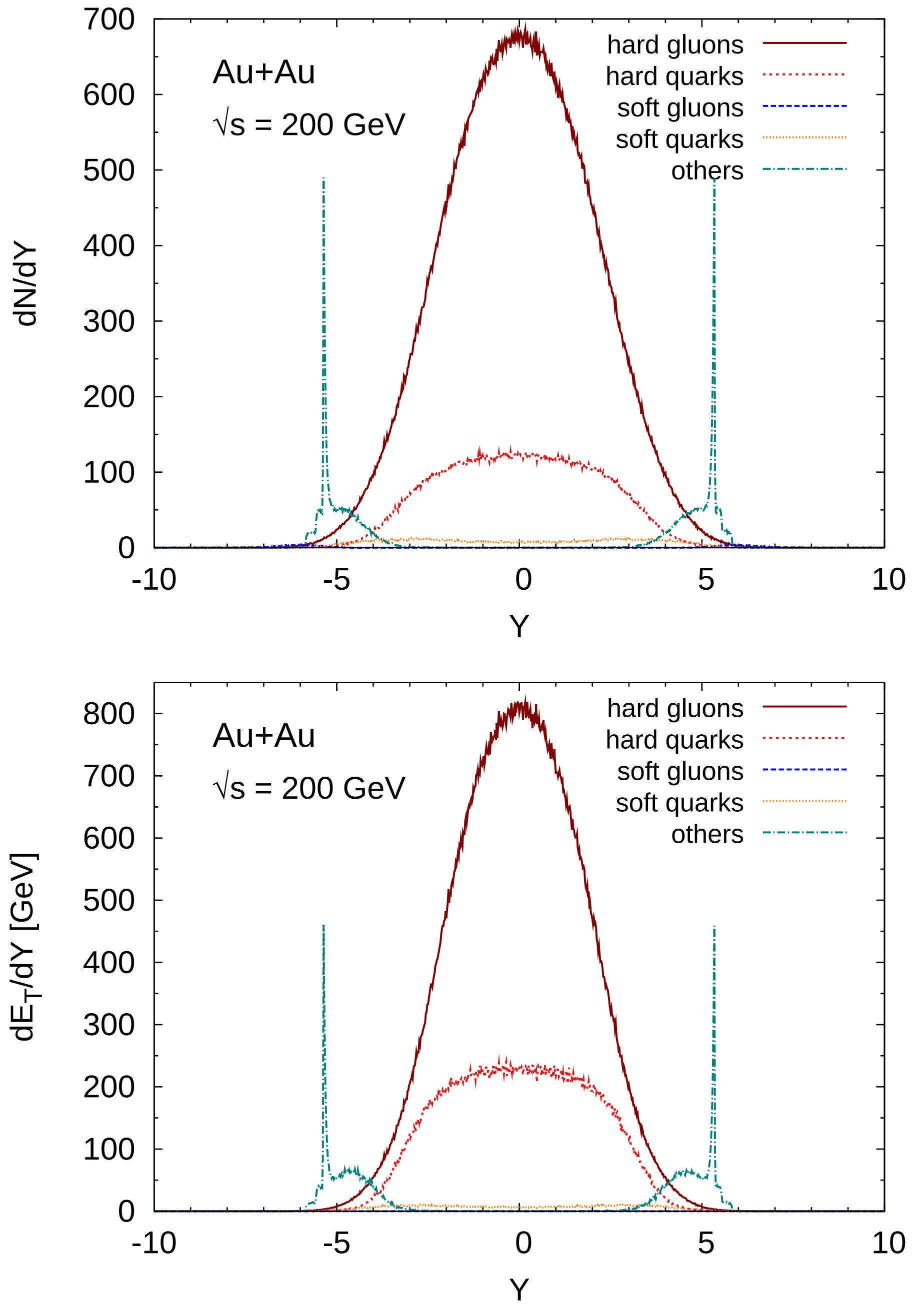

Abbildung 6.3.: Rapiditätsverteilungen der Teilchenzahl dN/dy (oben) und der transversalen Energie dE_T/dy (unten) in einer Au+Au-Kollision am RHIC. Wie im Text beschrieben, werden hierfür mit PYTHIA simulierte p+p-Kollisionen hochskaliert.

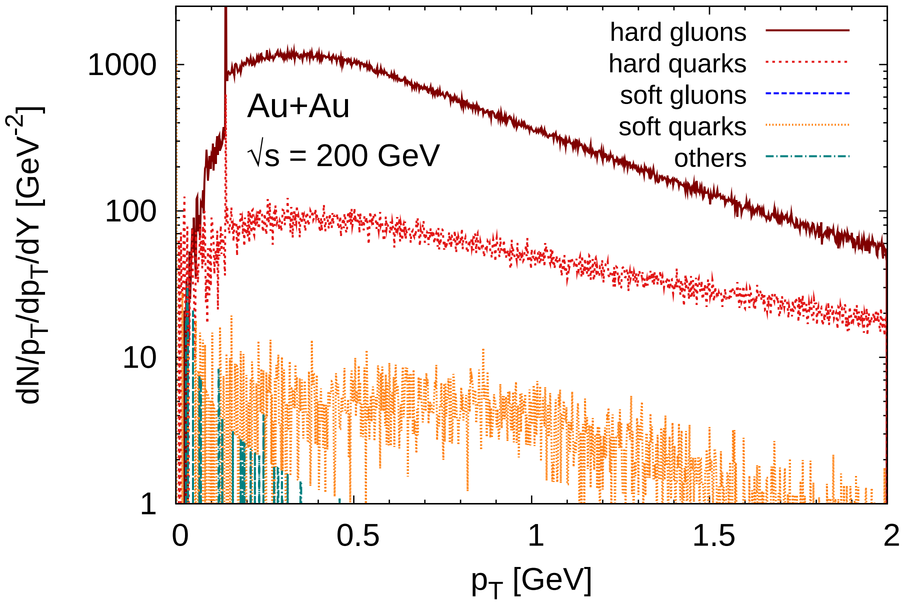

Abbildung 6.4.: Transversale Impulsspektren $\mathrm{d}N/p_T/\mathrm{d}p_T/\mathrm{d}y$ der Teilchen bei mittlerer Rapidität $Y \in [-0.5, 0.5]$ in einer Au+Au-Kollision am RHIC. Wie im Text beschrieben, werden hierfür mit PYTHIA simulierte p+p-Kollisionen hochskaliert. Als Partonverteilungsfunktion wurde CTEQ6l gewählt.

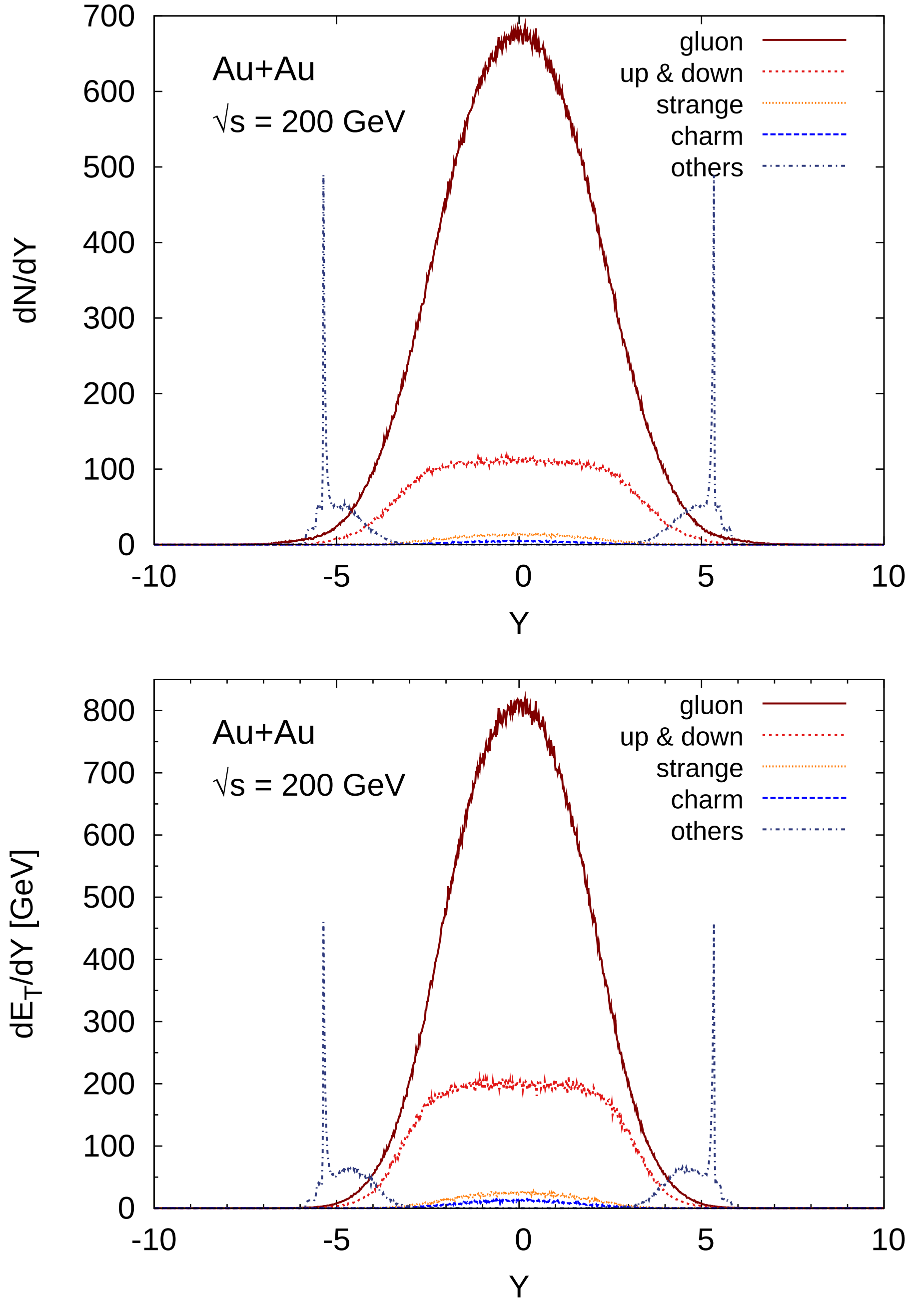

Abbildung 6.5.: Wie Abbildung 6.3, jedoch werden die Partonen nicht nach ihrem Entstehungsprozess (weich oder hart), sondern nach ihrem Flavor kategorisiert.

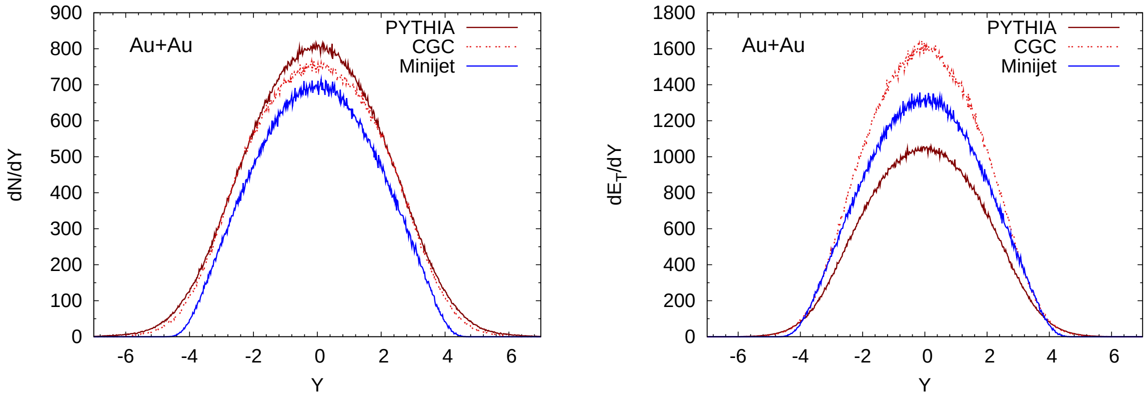

Abbildung 6.6.: Rapiditätsverteilungen der Partonzahl $\mathrm{d}N/\mathrm{d}y$ (links) und ihrer transversalen Energie $\mathrm{d}E_T/\mathrm{d}y$ (rechts) von PYTHIA-, Minijet- und CGC-Anfangsbedingungen in einer Au+Au-Kollision am RHIC.

vernachlässigen bzw. als Gluonen behandeln, um Energie- und Teilchenzahlerhaltung nicht zu verletzen. Dementsprechend müssen wir uns an dieser Stelle keine Gedanken machen, wie man den Unterschieden in den Verteilungen der leichten Quarks in den verschiedenen Kollisionsmöglichkeiten (p+p, p+n und n+n) Rechnung trägt.

In Abschnitt 7.1 werden wir die Charm-Produktion während der QGP-Phase auch mit Anfangsbedingungen von dem Minijet-Modell (Abschnitt 4.1.2) und dem *Color Glass Condensate* (Abschnitt 4.1.3) untersuchen. In Abbildung 6.6 sind die anfänglichen Teilchen- und Energieverteilungen aller Partonen in Abhängigkeit der Rapidität einander gegenübergestellt. Die Teilchenanzahl der drei Modelle stimmt ganz gut überein. In der Energieverteilung ergeben sich jedoch einige Unterschiede. Hier ist die Kurve von PYTHIA am kleinsten, was eine geringere anfängliche Energiedichte impliziert. Dieser Wert ließe sich erhöhen, wenn man die Stringfragmentation von Diquarks und Partonen berücksichtigen würde.

Für die PYTHIA-Partonanfangsverteilung am LHC gehen wir analog wie oben beschrieben vor. Für zentrale Blei-Blei-Kollisionen ist $T_{AA}(\mathbf{b}=0) \approx 32.7\,\mathrm{mb}^{-1}$ und $\sigma_{\mathrm{p+p}} \approx 60\,\mathrm{mb}$ für $\sqrt{s_{NN}} = 5.5\,\mathrm{TeV}$. Daraus folgt für die Anzahl der binären Kollisionen $N_{\mathrm{bin}} \approx 2000$. Unter Beachtung von Shadowing wollen wir im Folgenden einen Wert von $N_{\mathrm{bin}} \approx 1500$ annehmen. In Abbildung 6.7 sind die Rapiditätsverteilungen von Teilchenzahl und transversaler Energie für Schwerionenkollision am LHC aufgetragen.

6.2. Charm-Quarks aus harten Prozessen

Der allgemeinste Ausdruck für den doppelt-differentiellen Wirkungsquerschnitt für Charm-Quark-Paarproduktion $c+\bar{c}$ bei der Kollision der Hadronen A und B ist durch den partonischen Wirkungsquerschnitt für den Prozess $\widehat{\sigma}_{ij}$ gefaltet mit den Partonverteilungsfunktionen f_i in den Hadronen gegeben [G+95]:

$$E_c E_{\bar{c}} \frac{\mathrm{d}\sigma^{AB}_{c\bar{c}}}{\mathrm{d}^3p_c \mathrm{d}^3p_{\bar{c}}} = \sum_{i,j} \int \mathrm{d}x_1\, \mathrm{d}x_2 f_i^A(x_1,\mu_F) f_j^B(x_2,\mu_F) E_c E_{\bar{c}} \frac{\mathrm{d}\widehat{\sigma}_{ij}(x_1 P_A, x_2 P_B, M_c, \mu_R)}{\mathrm{d}^3p_c \mathrm{d}^3p_{\bar{c}}} \quad (6.5)$$

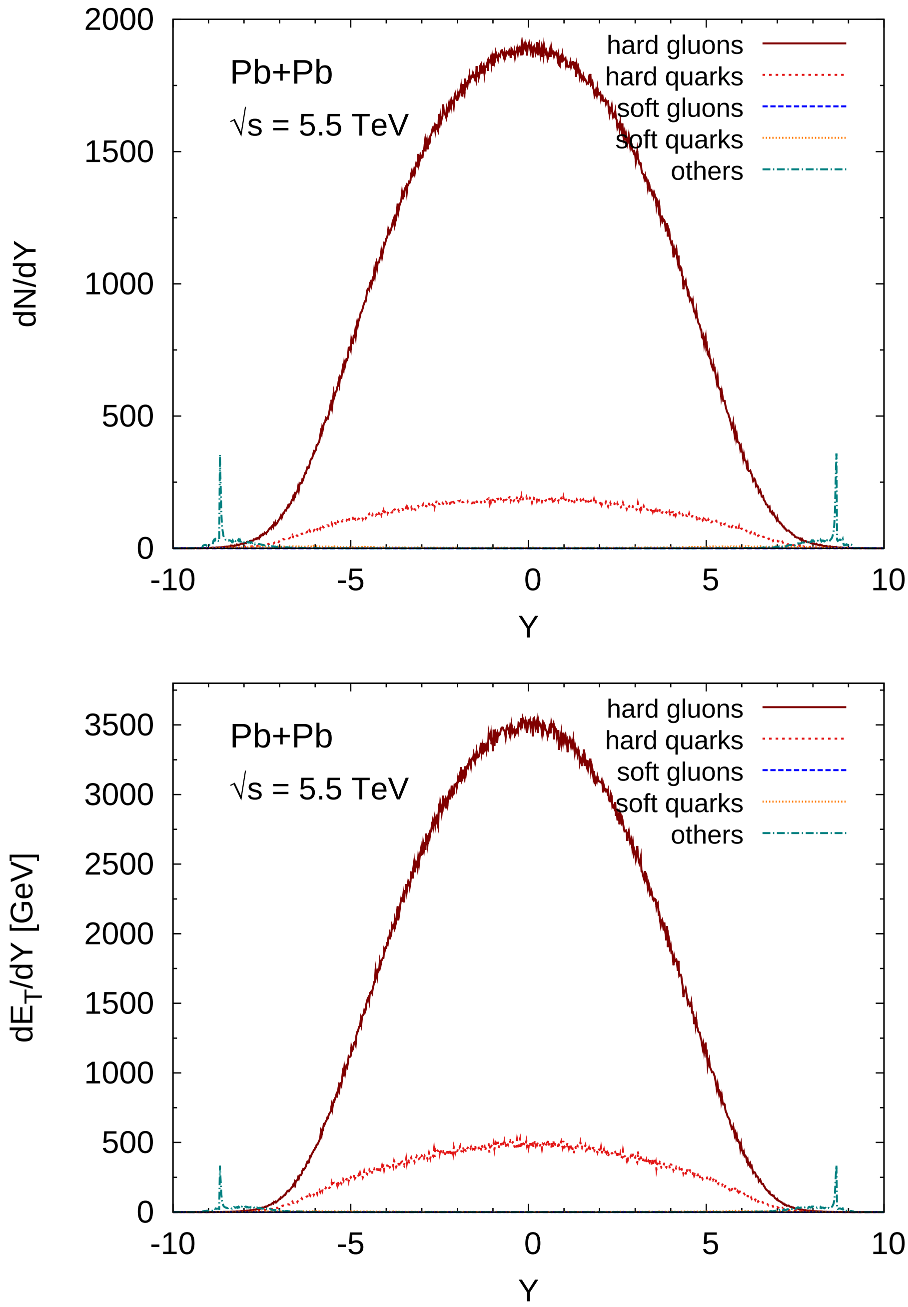

Abbildung 6.7.: Wie Abbildung 6.3, allerdings für Pb+Pb-Kollisionen am LHC.

Diese Gleichung ist ein Spezialfall von Gleichung (4.2), in der die kinematischen Variablen jedoch anders, aber äquivalent ausgedrückt wurden. Die Indizes i und j bezeichnen die im harten Prozess wechselwirkenden Partonen aus A bzw. B und f_i^A bzw. f_j^B die zugehörigen Partonverteilungsfunktionen (vergleiche Abschnitt 2.4). Die PDFs werden bei der Bjorkenschen Skalenvariablen x (siehe Gleichung (2.2)), die auch dem Impulsbruchteil des Partons am Gesamtimpuls des Hadrons entspricht, und der Faktorisierungsskala μ_F ausgewertet. Der partonische Wirkungsquerschnitt $\widehat{\sigma}_{ij}$ ist als Störungsreihe in der Kopplung $\alpha_s(\mu_R)$ darstellbar, die an der Renormierungsskala μ_R ausgewertet wird. Beide Skalen μ_F und μ_R sind prinzipiell willkürlich [Mut98, PS95]. Um aber schon in den ersten Ordnungen vernünftige Ergebnisse zu erzielen, müssen sie der relevanten Skala des Systems entsprechen, hier also in der Größenordnung der Charm-Quarkmasse M_c liegen [Vog96]. Meist wählt man für beide Skalen den gleichen Wert $\mu = \mu_F = \mu_R$ und setzt $\mu = 2M_c$ [G$^+$95, SV97, EKV04] oder $\mu = \sqrt{p_T^2 + M_c^2}$ [CNV05, Vog08, EKV04]. Die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von diesen künstlichen Skalen ist natürlich unphysikalisch. Würde man alle Ordnungen der Störungsreihe miteinbeziehen, würde das Ergebnis in der Tat nicht mehr davon abhängen [Mut98]. Für LO ist deshalb die Abhängigkeit des Ergebnisses von der Wahl von μ ein Maß für den Fehler, der durch Vernachlässigung höherer Ordnungen gemacht wurde. In den Tabellen 6.1 und 6.2 sowie dem umstehenden Text wird diese Abhängigkeit genauer untersucht werden.

Bevor wir die Charm-Quarkproduktion mit PYTHIA abschätzen, soll im Nachfolgenden die Erzeugung von Charm-Quarks in LO pQCD aus dem Minijet-Modell berechnet werden, um ein Gefühl für die Sensitivität des Wirkungsquerschnitts von den verschiedenen Parametern zu bekommen.

6.2.1. Leading Order Charm-Produktion im Minijet-Modell

Das Minijet-Modell beschreibt die Partonanfangsverteilung in Schwerionenkollisionen und wurde in Abschnitt 4.1.2 vorgestellt. In der ersten Ordnung, also bis $\mathcal{O}(\alpha_s)$, entstehen Charm-Quarks in den beiden Prozessen

$$\begin{aligned} g + g &\to c + \bar{c} \\ q + \bar{q} &\to c + \bar{c} \; . \end{aligned} \tag{6.6}$$

Im Experiment können wegen des *Confinements* keine einzelnen Charm-Quarks c bzw. $\bar{c}$, sondern nur die aus ihnen entstandenen Mesonen $H(c\bar{q})$ und $\overline{H}(\bar{c}q)$ gemessen werden. Der invariante Wirkungsquerschnitt für den Prozess $A + B \to H + \overline{H}$ beträgt [G$^+$95]

$$\begin{aligned} E_H E_{\overline{H}} \frac{\mathrm{d}\sigma^{AB}_{H\overline{H}}}{\mathrm{d}^3 p_H \mathrm{d}^3 p_{\overline{H}}} = \int \frac{\hat{s}}{2\pi} \, \mathrm{d}x_1 \mathrm{d}x_2 \mathrm{d}z_c \mathrm{d}z_{\bar{c}} \, C(x_1, x_2) \frac{E_H E_{\overline{H}}}{E_c E_{\bar{c}}} \\ \frac{D_{H/c}(z_c)}{z_c^3} \frac{D_{\overline{H}/\bar{c}}(z_{\bar{c}})}{z_{\bar{c}}^3} \delta^4(P_1 + P_2 - P_c - P_{\bar{c}}) \; , \end{aligned} \tag{6.7}$$

mit

$$C(x_1, x_2) = f_g^A(x_1)\, f_g^B(x_2) \, \frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}_{gg \to c\bar{c}}}{\mathrm{d}\hat{t}} + \sum_q \left[f_q^A(x_1)\, f_{\bar{q}}^B(x_2) + f_{\bar{q}}^A(x_1)\, f_q^B(x_2) \right] \frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}_{q\bar{q} \to c\bar{c}}}{\mathrm{d}\hat{t}} \; . \tag{6.8}$$

Hier ist $\sqrt{\hat{s}}$ die Schwerpunktsenergie der Partonen, die über $\hat{s} = x_1 x_2 s$ mit der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ der Hadronen zusammenhängt.[4] Die partonischen Wirkungsquerschnitte wurden bereits in Abschnitt 3.3.1 ausgerechnet. Die Summe über q läuft über alle leichten Quarks u, d und s. Bei den PDFs und partonischen Wirkungsquerschnitten wurde die Abhängigkeit von den Skalen μ_F und μ_R in der Notation unterdrückt.

Die Hadronisierung der Charm-Quarks (vergleiche auch Abschnitt 3.2.4) wird durch die Fragmentationsfunktion $D_{H/c}(z)$ beschrieben, wobei $z = |\vec{p}_H|/|\vec{p}_c|$ ist. Analog zu den PDFs gibt $D_{H/c}(z)\mathrm{d}z$ die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Charm-Quark in ein Hadron H mit einem Impulsbruchteil zwischen z und $z + \mathrm{d}z$ fragmentiert.

Da die Fragmentation schwierig zu beschreiben ist und sie nur die Impulsverteilung der D-Mesonen (Mesonen mit Charm-Quarks), nicht aber den totalen $c\bar{c}$-Wirkungsquerschnitt beeinflusst [G+95], nehmen wir nun an, dass der gesamte Impuls von H durch das Charm-Quark gegeben ist, also $\vec{p}_H = \vec{p}_c$ und dementsprechend $z = 1$. Dies wird erreicht, indem man die Fragmentationsfunktion als

$$D_{H/c}(z) = \delta(1 - z) \tag{6.9}$$

ansetzt. Diese Annahme ist in erster Näherung gerechtfertigt, da das Charm-Quark wegen der großen Masse am stärksten zu dem Impuls des Mesons beiträgt. Streng genommen gilt sie aber nur, wenn das Meson bei kleinem p_T in der Vorwärtsrichtung produziert wird und es die gleiche Flugrichtung wie das leichte Quark hat, mit dem sich das Charm-Quark zum Meson zusammenfindet [VBH92].

Für Gleichung (6.7) folgt unter Ausnutzung der Energieerhaltung

$$\frac{\mathrm{d}\sigma^{AB}_{c\bar{c}}}{\mathrm{d}p_T^2 \mathrm{d}y_c \mathrm{d}y_{\bar{c}}} = x_1 x_2 C(x_1, x_2) \ . \tag{6.10}$$

Im Schwerpunktsystem haben die beiden Charm-Quarks den gleichen transversalen Impuls p_T. Mit y wird die Rapidität bezeichnet (siehe Anhang A.3).

Den totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma_{c\bar{c}}$ erhält man durch Integration der vorherigen Gleichung für den differentiellen Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_{c\bar{c}} = \frac{1}{2} \int\limits_0^{s/4 - M_c^2} \mathrm{d}p_T^2 \int\limits_{y_c^{\min}}^{y_c^{\max}} \mathrm{d}y_c \int\limits_{y_{\bar{c}}^{\min}}^{y_{\bar{c}}^{\max}} \mathrm{d}y_{\bar{c}} \ \frac{\mathrm{d}\sigma^{AB}_{c\bar{c}}}{\mathrm{d}p_T^2 \mathrm{d}y_c \mathrm{d}y_{\bar{c}}} \tag{6.11}$$

Der Faktor 1/2 resultiert aus der gängigen Zählweise, die in der Literatur verwendet wird und wir hier auch adaptieren wollen: Die zu dem Wirkungsquerschnitt korrespondierende Teilchenzahl soll nicht die totale Anzahl der Teilchen (Charm-Quarks plus Anticharm-Quarks), sondern die Anzahl der Charm-Quarkpaare angeben. Vergleiche hierzu auch [WG91], die den Faktor 1/2 einführen, um den Wirkungsquerschnitt in Relation zur Anzahl der Jets zu stellen. Diese Zählweise ist analog zu unserer, da bei der vorliegenden Untersuchung jeweils ein Charm-Paar pro Jet entsteht.

[4] Für diese Relation wurde die transversale Energie der Partonen in den Hadronen vernachlässigt, siehe auch Abschnitt 2.3.

Die Grenzen für die Integrale über die Rapiditäten in Gleichung (6.11) ergeben sich aus der Definition der Rapidität – siehe Gleichung (A.8) – und kinematischen Betrachtungen, wie

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{M_T}{\sqrt{s}}(e^{y_c} + e^{y_{\bar{c}}}) \\ x_2 &= \frac{M_T}{\sqrt{s}}(e^{-y_c} + e^{-y_{\bar{c}}}) \ , \end{aligned} \tag{6.12}$$

wobei $M_T = \sqrt{M_c^2 + p_T^2}$. Sie lauten

$$\begin{aligned} y_c^{\max/\min} &= \pm \ln\left(\frac{1}{\chi_T} + \sqrt{\frac{1}{\chi_T^2} - 1}\right) \\ y_{\bar{c}}^{\max/\min} &= \pm \ln\left(\frac{2}{\chi_T} - \mathrm{e}^{\pm y_c}\right) \end{aligned} \tag{6.13}$$

mit $\chi_T = 2M_T/\sqrt{s}$.

Die Relation zwischen Wirkungsquerschnitt und Anzahl der Charm-Paare in Schwerionenkollisionen ergibt sich mit Hilfe der Überlappfunktion aus Gleichung (A.6) zu [Probe03, ABMRS07]:

$$N_{c\bar{c}} = \sigma_{c\bar{c}}^{NN}\, T_{AB}(\mathbf{b}) \tag{6.14}$$

Da $T_{AB}(\mathbf{b})$ im Allgemeinen nur numerisch zu berechnen ist, ersetzen wir es mit Gleichung (3.1):

$$\frac{N_{c\bar{c}}}{N_{\text{bin}}(b)} = \frac{\sigma_{c\bar{c}}^{NN}}{\sigma_{\text{p+p}}} \tag{6.15}$$

Dieses Ergebnis findet man auch in [GKM$^+$00]. Da die Anzahl der in anfänglichen Kollisionen produzierten Charm-Quarks mit der Anzahl der binären Kollisionen skaliert, beschreibt die linke Seite der Gleichung die Anzahl der Charm-Quarks in einer Nukleon-Nukleon-Kollision, $N_{c\bar{c}}^{NN} = N_{c\bar{c}}/N_{\text{bin}}(b)$.

Oft wird bei experimentellen Daten der differentielle Wirkungsquerschnitt $\mathrm{d}\sigma_{c\bar{c}}^{AB}/\mathrm{d}y$ angegeben. Diesen errechnet man theoretisch, indem man Gleichung (6.10) nur über p_T^2 und $y_{\bar{c}}$ mit den Grenzen aus (6.13) integriert [EMW96]:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{c\bar{c}}^{AB}}{\mathrm{d}y} = \frac{1}{2} \int\limits_0^{s/4-M_c^2} \mathrm{d}p_T^2 \int\limits_{y_{\bar{c}}^{\min}}^{y_{\bar{c}}^{\max}} \mathrm{d}y_{\bar{c}}\ \frac{\mathrm{d}\sigma_{c\bar{c}}^{AB}}{\mathrm{d}p_T^2\mathrm{d}y\mathrm{d}y_{\bar{c}}} \tag{6.16}$$

Der Faktor 1/2 gewährleistet wieder, dass Charm-Quarks nicht einzeln, sondern als Paare gezählt werden.

Wie Gleichung (6.11) zusammen mit (6.15) sehr schön verdeutlicht, ist die Anzahl der in harten Stößen produzierten Charm-Quarks so grundlegend von den Partonverteilungsfunktionen abhängig, dass es wichtig ist, verschiedene Verteilungsfunktionen miteinander zu vergleichen und den jeweiligen Einfluss auf die Anzahl der produzierten Charm-Quarks abzuschätzen. Wir nutzen dafür *Les Houches Accord Parton Density Function* (LHAPDF) [WBG05], welches eine standardisierte Datensammlung der meisten Parametrisierungen der Partonverteilungsfunktionen wie zum Beispiel CTEQ5, CTEQ6, MRST, GRV und vielen anderen darstellt.

PDF	Skala $\mu_F = \mu_R$	M_c [GeV]	σ [μb]	$\mathrm{d}\sigma/\mathrm{dy}\vert_{\mathrm{y}=0}$ [μb]
CTEQ6m	$2M_c$	1.2	160	38
		1.5	72	19
	$\sqrt{p_T^2 + M_c^2}$	1.2	140	36
		1.5	79	20
	PYTHIA		540	130
CTEQ6l	$2M_c$	1.2	230	57
		1.5	90	25
	$\sqrt{p_T^2 + M_c^2}$	1.2	280	68
		1.5	120	31
	PYTHIA		370	91
MRST2007lomod	$2M_c$	1.2	290	65
		1.5	120	30
	$\sqrt{p_T^2 + M_c^2}$	1.2	320	66
		1.5	150	35
	PYTHIA		370	89
GRV98lo	$2M_c$	1.2	190	38
		1.5	78	17
	$\sqrt{p_T^2 + M_c^2}$	1.2	220	43
		1.5	97	20
	PYTHIA		120	30
PHENIX			544 ± 381	123 ± 47
STAR			1400 ± 600	300 ± 130

Tabelle 6.1.: pQCD-Wirkungsquerschnitte in LO für Charm-Produktion in Nukleon-Nukleon-Kollisionen bei $\sqrt{s} = 200\,\mathrm{GeV}$ mit laufendem α_s nach Gleichung (2.13), $N_f = 3$, $\lambda_{\mathrm{QCD}} = 346\,\mathrm{MeV}$ und $K = 1$ für verschiedene Partonverteilungsfunktionen, Renormalisierungs- μ_R bzw. Faktorisierungsskalen μ_F und Charm-Quarkmassen M_c. Zum Vergleich sind ebenfalls Ergebnisse mit PYTHIA und experimentellen Daten [PHENIX09, PHENIX06a, STAR05b] eingetragen.

Wir haben den totalen Charm-Paar-Wirkungsquerschnitt in Nukleon-Nukleon-Kollisionen mit Gleichung (6.11) und den differentiellen Wirkungsquerschnitt mit (6.16) zu verschiedenen Partonverteilungsfunktionen, Charm-Quarkmassen, Renormalisierungs- und Faktorisierungsskalen berechnet. In Tabelle 6.1 sind die Ergebnisse aufgelistet. Die Rechnungen wurden mit laufender Kopplung α_s nach Gleichung (2.13) durchgeführt. Bei konstanter Kopplung von $\alpha_s = 0.3$ sind die Werte deutlich kleiner. Zum Vergleich wurden in der Tabelle auch experimentelle Daten und die Ergebnisse mit PYTHIA (siehe nächsten Abschnitt) bei verschiedenen PDFs eingetragen. PHENIX hat den totalen Wirkungsquerschnitt aus e^+e^--Paarmessungen zu $\sigma_{c\bar{c}}^{NN} = 544 \pm 381\,\mu\mathrm{b}$ bzw. $\sigma_{c\bar{c}}^{NN} = 518 \pm 372\,\mu\mathrm{b}$, wenn auch Bottom berücksichtigt wird, bestimmt [PHENIX09]. Der Wert aus D-Mesonzerfällen von unkorrelierten einzelnen Elektronen beträgt $\sigma_{c\bar{c}}^{NN} = 567 \pm 281\,\mu\mathrm{b}$ [PHENIX06a]. Die STAR-Daten sind um etwa einen Faktor zwei höher: Aus D^0 und Elektronen in d+Au wurde $\sigma_{c\bar{c}}^{NN} = 1400 \pm 600\,\mu\mathrm{b}$ [STAR05b] und in Au+Au $\sigma_{c\bar{c}}^{NN} = 1400 \pm 500\,\mu\mathrm{b}$ [STAR08] extrahiert. Nach dem Grund für diesen großen

Unterschied der beiden Experimente am RHIC wird momentan intensiv gesucht.

In [LMW95] wird mit dem HIJING-Modell unter Beachtung von Shadowing der Wirkungsquerschnitt in LO zu $\sigma_{c\bar{c}}^{NN} = 160\,\mu$b berechnet. [Probe03] gibt je nach PDF einen Wert zwischen 133 und 153 μb an. In [PBG09] liegt der Wirkungsquerschnitt mit dem HIJING-Modell zwischen 300 und 750 μb, je nachdem, ob Shadowing und/oder starke farbelektrische Felder zwischen den Quarks einbezogen wurden.

Unsere Ergebnisse aus Tabelle 6.1, aber auch von den anderen LO-Modellen sind sehr stark von den verschiedenen Parametern abhängig. Dies weist darauf hin, dass LO-Rechnungen nicht ausreichend sind, um diese Prozesse zu beschreiben. Tatsächlich sind die LO-Ergebnisse im Vergleich mit den experimentellen Daten viel zu klein. Nimmt man in der Rechnung auch die nächsthöhere Ordnung (NLO) hinzu, nähert man sich schon den experimentellen Daten. Nach [CNV05] liegt diese bei

$$\sigma_{c\bar{c}}^{\mathrm{NLO}} = 244^{+381}_{-134}\,\mu\mathrm{b}\ . \tag{6.17}$$

Bei *fixed order* plus *next-to-leading-log* (FONLL) liegt das Ergebnis noch ein wenig höher:

$$\sigma_{c\bar{c}}^{\mathrm{FONLL}} = 256^{+400}_{-146}\,\mu\mathrm{b} \tag{6.18}$$

Die riesigen Fehler spiegeln auch in der höheren Ordnung die Unsicherheiten aufgrund der PDFs, Skalen und Charm-Masse wider.

In Tabelle 6.2 sind die Vorhersagen für die Charm-Wirkungsquerschnitte in Nukleon-Nukleon-Kollisionen für den LHC aufgelistet. Auch hier ist die Abhängigkeit von den verschiedenen Parametern beträchtlich. Bemerkenswert ist, dass die Ergebnisse mit PYTHIA für CTEQ6l und MRST2007lomod kleiner als die LO-Rechnungen sind.

In [LMW95] beträgt der Charm-Wirkungsquerschnitt für den LHC $\sigma_{c\bar{c}}^{NN} = 5750\,\mu$b. [Probe03] berechnet ihn je nach PDF zu Werten zwischen 2000 und 7000 μb. In [PBG09] wird er mit $\sigma_{c\bar{c}}^{NN} = 6400\,\mu$b abgeschätzt.

6.2.2. Charm-Produktion mit PYTHIA

Mit PYTHIA kann ebenfalls die Anzahl der Charm-Quarkpaare in Nukleon-Nukleon-Kollisionen bestimmt werden. Die mit Gleichung (6.15) in Wirkungsquerschnitte umgerechneten Werte sind neben den Minijet-Ergebnissen in den Tabellen 6.1 und 6.2 eingetragen.

Mit dem in Abschnitt 6.1 vorgestellten Skalierungsverfahren kann man die Anzahl der Charm-Quarks ausrechnen, die während der anfänglichen Nukleon-Nukleon-Kollisionen in einer Schwerionenkollision produziert werden. Da ihre Erzeugung in harten Prozessen stattfindet, skalieren sie mit der Anzahl der binären Kollisionen. In Tabelle 6.3 sind die laut PYTHIA in zentralen Au+Au-Kollisionen am RHIC produzierten Charm-Quarks in Abhängigkeit der verschiedenen Partonverteilungsfunktionen aufgelistet. Auch hier spiegelt sich die große Unsicherheit bezüglich der Verwendung der verschiedenen PDFs wider. Der Mittelwert liegt bei etwa 9 Paaren. Davon gibt es vier starke Abweichungen: CTEQ6m sowie HERAPDF01, die beide wesentlich höhere Werte haben, und GJR08 sowie GRV98, die sehr viel kleiner sind.

Laut [DNN04] werden in LO je nach PDF, Charm-Masse und Beachtung von Shadowing $2-6.5$ Charm-Quarkpaare in anfänglichen, harten Kollisionen am RHIC produziert. [MW92] schätzen die produzierten Paare mit dem Minijet-Modell und einem phänomenologischen Faktor $K = 2$ zu 2 ab. [GMRV96] extrapolieren aus Proton-Proton-Kollisionen in NLO

PDF	Skala $\mu_F = \mu_R$	M_c [GeV]	σ [μb]	$\mathrm{d}\sigma/\mathrm{dy}\|_{\mathrm{y}=0}$ [μb]
CTEQ6m	$2M_c$	1.2	1600	170
		1.5	1100	130
	$\sqrt{p_T^2 + M_c^2}$	1.2	770	83
		1.5	690	78
	PYTHIA		2600	300
CTEQ6l	$2M_c$	1.2	5300	640
		1.5	3200	400
	$\sqrt{p_T^2 + M_c^2}$	1.2	3500	420
		1.5	2400	310
	PYTHIA		2500	310
MRST2007lomod	$2M_c$	1.2	6600	730
		1.5	3900	460
	$\sqrt{p_T^2 + M_c^2}$	1.2	4700	480
		1.5	3100	350
	PYTHIA		2700	320
GRV98lo	$2M_c$	1.2	7600	890
		1.5	4100	500
	$\sqrt{p_T^2 + M_c^2}$	1.2	-	-
		1.5	-	-
	PYTHIA		-	-

Tabelle 6.2.: Wie Tabelle 6.1, jedoch bei LHC-Energie $\sqrt{s} = 5.5\,\mathrm{TeV}$. Die Werte für GRV98lo mit der Faktorisierungsskala $\mu_F = \sqrt{p_T^2 + M_c^2}$ und für PYTHIA konnten nicht ermittelt werden, da diese PDFs nicht für solch große Skalen ausgelegt sind.

Partonverteilungsfunktion	Referenz	Charm-Quarkpaare
CTEQ5l (LO) (Standard)	[CTEQ00]	8.9
CTEQ6l (LO)	[P$^+$02]	9.2
CTEQ6m ($\overline{MS}$)	[P$^+$02]	13.6
MRST2001LO	[MRST02]	9.6
MRST2007LOmod	[ST08]	9.2
HERAPDF01	[H108]	12.3
GJR08 (FF LO)	[GJDR08, GJDRS08]	3.0
GRV98 (LO)	[GRV98]	3.0

Tabelle 6.3.: Anzahl der in harten primären Stößen produzierten Charm-Anticharm-Quarkpaare für mehrere Partonverteilungsfunktionen. Die Ereignisse wurden mit PYTHIA in p+p-Kollisionen produziert und zu zentralen Au+Au-Kollisionen am RHIC hochskaliert (siehe Abschnitt 6.1).

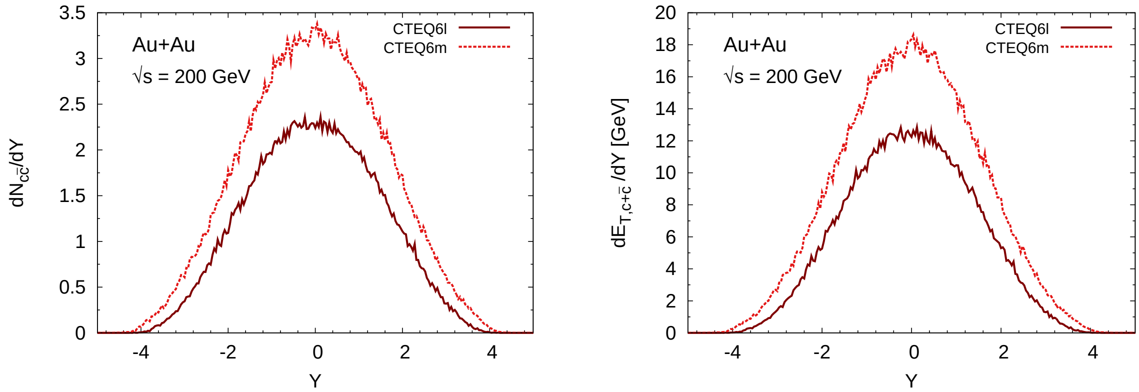

Abbildung 6.8.: Anzahl der Charm-Quarkpaare $\mathrm{d}N_{c\bar{c}}/\mathrm{d}y$ (links) und Energieverteilung der Charm-Quarks $\mathrm{d}E_T^c/\mathrm{d}y$ (rechts) pro Rapidität y in einer Au+Au-Kollision bei RHIC-Energie mit den Partonverteilungsfunktionen CTEQ6l und CTEQ6m, wobei mit PYTHIA simulierte p+p-Kollisionen hochskaliert wurden. Links werden – wie in der Literatur üblich – nicht Charm- und Anticharm-Quarks einzeln, sondern als Paare gezählt, da sie paarweise erzeugt werden. Rechts ist jedoch die transversale Energie der Charm- *und* Anticharm-Quarks gezeigt.

8.7 entstehende Paare. Die NLO-Rechnung in [Vog02] berechnet $8-13$ erzeugte Charm-Paare. Demnach stimmen die neueren Werte in der Literatur sehr gut mit den PYTHIA-Ergebnissen überein.

In Abbildung 6.8 ist die Rapiditätsverteilung der Anzahl und der transversalen Energie der Charm-Quarks in einer Au+Au-Kollision am RHIC für die beiden CTEQ-PDFs aufgetragen. Da Charm-Quarks ausschließlich in harten Prozessen entstehen und harte Gluonen überwiegend bei kleinen x zu finden sind, liegt das Maximum der Rapiditätsverteilung von Charm-Quarks bei $y=0$. Die Anzahl der Charm-Quarkpaare bei einer Einheit zentraler Rapidität beträgt etwa 2 für CTEQ6l und 3 für CTEQ6m in Au+Au-Kollisionen mit $\sqrt{s} = 200\,\mathrm{GeV}$. Dies ist in sehr guter Übereinstimmung mit der in [GMRV96] mit dem NLO-Wirkungsquerschnitt ausgerechneten Anzahl von etwa 3 Charm-Quarkpaaren bei gleichen Bedingungen.

In Abbildung 6.9 ist das transversale Impulsspektrum der Charm-Quarks bei zentraler Rapidität angegeben.

Experimentelle Daten sind für $\mathrm{d}\sigma_{c\bar{c}}^{NN}/\mathrm{d}y$ bei Mitt-Rapidität verfügbar. STAR [STAR05b] hat den Charm-Produktionswirkungsquerschnitt bei Mitt-Rapidität zu $\mathrm{d}\sigma_{c\bar{c}}^{NN}/\mathrm{d}y = 300 \pm 130\,\mu\mathrm{b}$ und PHENIX [PHENIX06a] zu $123 \pm 47\,\mu\mathrm{b}$ bestimmt. Die mit PYTHIA ermittelte Rapiditätsverteilung des Charm-Quark-Wirkungsquerschnitts $\mathrm{d}\sigma_{c\bar{c}}^{NN}/\mathrm{d}y$ ist in Abbildung 6.10 zusammen mit den experimentellen Daten und der pQCD-Rechnung aus Abschnitt 6.2.1 dargestellt. Zunächst sieht man, dass die experimentellen Daten – wie wir es auch schon für den totalen Wirkungsquerschnitt in Tabelle 6.1 festgestellt haben – um etwa einen Faktor 2 voneinander abweichen und nur gerade so innerhalb des Fehlers übereinstimmen. Wie bereits im letzten Abschnitt angesprochen und in Tabelle 6.1 verdeutlicht, liegt die Charm-Verteilung aus dem LO-Minijet-Modell deutlich unter den experimentellen Daten. Hier müssten höhere Ordnungen berücksichtigt oder ein phänomenologischer Faktor $K \geq 2$ eingeführt werden. Die mit PYTHIA erhaltenen Verteilungen stimmen gut mit dem Messwert von PHENIX überein. Der große Unterschied zwischen der LO-Rechnung und PYTHIA verwundert ein wenig, da

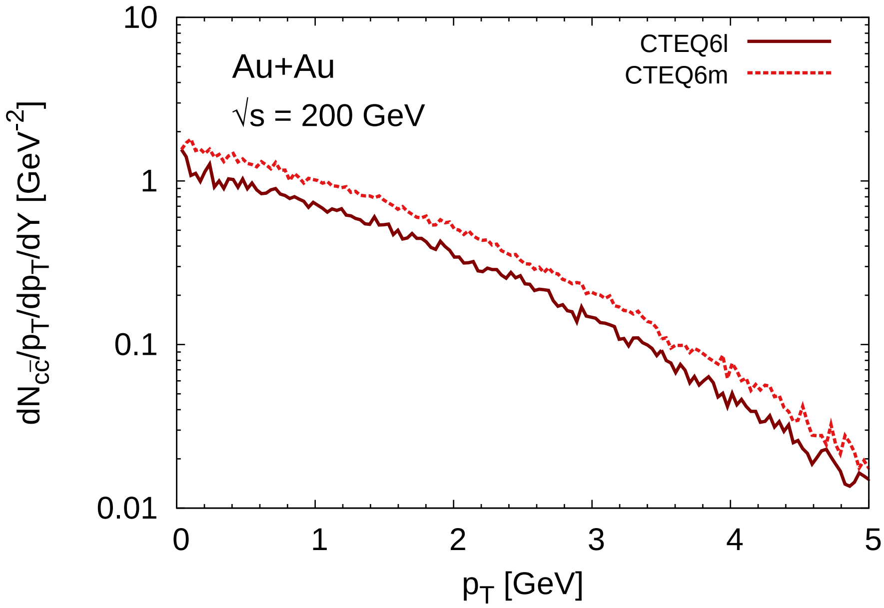

Abbildung 6.9.: Transversale Impulsspektren $\mathrm{d}N_{c\bar{c}}/p_T/\mathrm{d}p_T/\mathrm{d}y$ der Charm-Quarks bei mittlerer Rapidität $y \in [-0.5, 0.5]$ in einer Au+Au-Kollision bei $\sqrt{s_{NN}} = 200\,\mathrm{GeV}$ unter Anwendung von PYTHIA.

PYTHIA auch auf LO-Matrixelemente basiert. Gründe für die starken Abweichungen sind die laufende Kopplung in PYTHIA und K-Faktoren. Die Parameter in PYTHIA sind zudem darauf abgestimmt, experimentelle Daten möglichst gut zu beschreiben.

Obwohl CTEQ6m die Daten besser reproduziert, wollen wir im Nachfolgenden CTEQ6l verwenden, da dieses PDF-Set laut der CTEQ-Kollaboration passender für LO-Eventgeneratoren wie PYTHIA ist [P$^+$02] und wir PYTHIA auch für das *sampling* der Gluonverteilung nutzen möchten.

Partonverteilungsfunktion	Referenz	schwere Quarkpaare Charm	Bottom
CTEQ6l (LO)	[P$^+$02]	62	7.2
CTEQ6m ($\overline{MS}$)	[P$^+$02]	66	6.9
MRST2007LOmod	[ST08]	67	8.9

Tabelle 6.4.: Wie Tabelle 6.3, für zentrale Pb+Pb-Kollisionen am LHC.

In Tabelle 6.4 sind die laut PYTHIA in zentralen Pb+Pb-Kollisionen am LHC während anfänglicher Kollisionen erzeugten Charm- und Bottom-Quarks aufgeführt. Die Abweichungen für die verschiedenen PDFs sind nicht mehr ganz so groß wie für RHIC, so dass wir auf das Entstehen von etwa 65 Charm- und $7-8$ Bottom-Paare am LHC schließen können. Allerdings gibt es – auch wenn aus der Tabelle auf dem ersten Blick nicht ersichtlich – weiterhin große systematische Unsicherheiten wie Shadowing, Charm-Masse, Faktorisierungs- und Renormierungsskala.

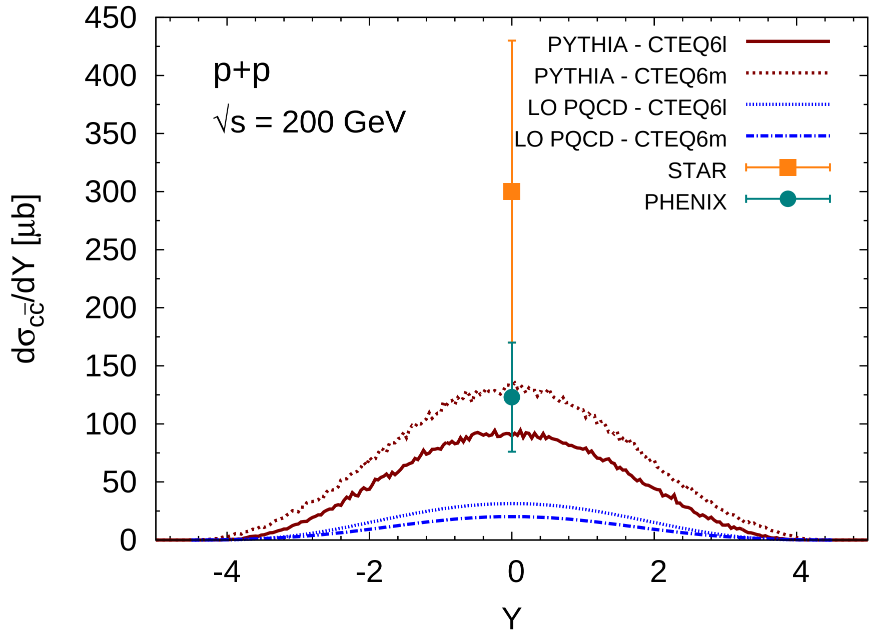

Abbildung 6.10.: Charm-Produktionswirkungsquerschnitt $\mathrm{d}\sigma_{c\bar{c}}^{NN}/\mathrm{d}y$ pro Rapidität y in einer mit PYTHIA bzw. Minijet-Modell simulierten Nukleon-Nukleon-Kollision bei RHIC-Energie für die PDFs CTEQ6l und CTEQ6m zusammen mit experimentellen Daten [STAR05b, PHENIX06a]. Die pQCD-Rechnung ist in LO mit $\mu_F = \mu_R = \sqrt{p_T^2 + M_c^2}$, $N_f = 3$, $M_c = 1.5\,\mathrm{GeV}$, $\lambda_{\mathrm{QCD}} = 346\,\mathrm{MeV}$ und $K = 1$ gerechnet.

Mit dem Minijet-Modell wurden in [MW92] 34 produzierte Charm-Quark-Paare in Pb+Pb-Kollision am LHC vorhergesagt. Der NLO-Wert aus [GMRV96] liegt bei 450, wurde aber mit genaueren PDFs und Einbeziehung von Shadowing auf $67 - 150$ reduziert [Vog02]. In [Vog02] wird auch eine NLO-Vorhersage für Bottom-Quarks gemacht, von denen etwa 5 Paare am LHC entstehen sollen.

6.3. Ortssampling nach dem Glaubermodell

Nachdem in Abschnitt 6.1 ein Verfahren vorgestellt wurde, wie die Anzahl und Impulse der weichen und harten Partonen in Schwerionenkollisionen mit Hilfe von PYTHIA bestimmt werden können, soll nun erläutert werden, wie das *sampling* der Anfangsorte für die BAMPS-Simulation mit Hilfe des Glauber-Modells erfolgt. Auch hier muss man wieder zwischen harten und weichen Teilchen unterscheiden.

Gesampled wird nach einem einfachen geometrischen Bild der überlappenden Kerne. Setzen wir den Nullpunkt der Zeit auf den Zeitpunkt des größten Überlapps, sind die intrinsischen Koordinaten der Teilchen z_1 und z_2 in den Kernen durch

$$z_1 = z - v\,t \qquad \text{und} \qquad z_2 = z + v\,t \tag{6.19}$$

mit den Raumzeitkoordinaten verknüpft. v bezeichnet die Geschwindigkeit der Kerne im

Schwerpunktsystem. Die Überlappfunktion aus Gleichung (A.6) kann mit dieser Relation durch die Raumzeitkoordinaten ausgedrückt werden. Für zentrale Kollisionen ($\mathbf{b} = 0$) gleicher Kerne ($A = B$) gilt

$$\begin{aligned} T_{AA}(\mathbf{b} = 0) &= \int \mathrm{d}^2x_{T1}\,\mathrm{d}^2x_{T2}\,2\,v\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}z\; n_A(\mathbf{x}_{T1}, z - v\,t)\, n_A(\mathbf{x}_{T2}, z + v\,t)\,\delta^2(\mathbf{x}_{T1} - \mathbf{x}_{T2}) \\ &= \int \mathrm{d}^2x_{T1}\,2\,v\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}z\; n_A(\mathbf{x}_{T1}, z - v\,t)\, n_A(\mathbf{x}_{T1}, z + v\,t)\ . \end{aligned} \tag{6.20}$$

Die statistische örtliche Verteilung der binären Kollisionen ist also durch die Faltung der Dichteverteilungen der beiden Kerne gegeben [XG05]:

$$\frac{\mathrm{d}N_{\mathrm{bin}}}{\mathrm{d}^2x_{T1}\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}t} \sim n_A(\mathbf{x}_{T1}, z - v\,t)\, n_A(\mathbf{x}_{T1}, z + v\,t) \tag{6.21}$$

Da die harten Partonen aus PYTHIA in den binären Kollisionen entstehen, können wir an den nach dieser Gleichung gewürfelten Ort alle harten Partonen aus einer mit PYTHIA simulierten Nukleon-Nukleon-Kollision setzen. Nach diesem Verfahren werden auch die übrigen Orte der binären Kollisionen *gesampled* und dort jeweils die harten Partonen aus einem PYTHIA-Ereignis platziert.

Weiche Partonen skalieren wie schon in Abschnitt 6.1 angesprochen mit einem kleineren Faktor. Ein eigenes *sampling* für die weichen Partonen wäre sehr aufwendig und dieser Aufwand nicht angemessen, da sie zum einen aufgrund ihrer kleinen Anzahl nur einen geringen Einfluss auf die Evolution der Kollision haben und zum anderen für die Charm-Quarks, die in harten Prozessen erzeugt werden, nur eine untergeordnete Rolle spielen. Deshalb wird im Folgenden eine Methode vorgestellt, die nicht allzu aufwendig ist, aber trotzdem das unterschiedliche Skalierungsverhalten der harten und weichen Partonen beachtet.

Der Grundgedanke hinter dieser Prozedur ist, für eine nach Gleichung (6.21) gewürfelte binäre Kollision die Wahrscheinlichkeit $P(\mathrm{soft}|\mathrm{bin})$ zu finden, dass an diesem Ort auch ein weiches Parton entsteht. Die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(\mathrm{soft}|\mathrm{bin})$ ist demnach die Wahrscheinlichkeit für einen weichen Prozess unter der Bedingung, dass an dieser Stelle auch eine binäre Kollision stattfindet. In $P(\mathrm{soft}|\mathrm{bin})$ fließt natürlich entscheidend das Skalierungsverhalten der weichen Partonen ein. Diese Berechnung der Verteilung für weiche Partonen ist von der Phänomenologie her nicht ganz korrekt, da weiche Prozesse im Allgemeinen an anderen Orten als harte Prozesse stattfinden. Allerdings stellt dieses Verfahren eine gute Näherung für das Skalierungsverhalten und die räumliche Verteilung der weichen Partonen dar, die mit einfachen Mitteln berechnet werden kann.

Die Wahrscheinlichkeit für eine harte Kollision entspricht der Wahrscheinlichkeit für eine binäre Kollision, also nach Gleichung (6.21) bis auf einen Proportionalitätsfaktor

$$P_{\mathrm{bin}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \sim n_A(\mathbf{x}_{T1}, z_1)\, n_A(\mathbf{x}_{T2}, z_2)\,\delta^2(\mathbf{x}_{T1} - \mathbf{x}_{T2})\ . \tag{6.22}$$

Jedes Nukleon aus Kern 1 mit fester transversaler Position $\mathbf{x}_{T1}$ kann mit allen Nukleonen aus Kern 2 wechselwirken, die sich in seiner Fluglinie befinden, also die gleiche transversale Position $\mathbf{x}_{T1}$ besitzen.

Die Wahrscheinlichkeit für einen weichen Prozess skaliert anders. Jedes Nukleon aus Kern 1 mit festen $\mathbf{x}_{T1}$ kann nur mit *einem* Nukleon des anderen Kerns bei gleichem $\mathbf{x}_{T1}$ wechselwirken. Die Wahrscheinlichkeit ist also proportional zu

$$P_{\mathrm{soft}} \sim \min[n_A(\mathbf{x}_{T1}, z_1), n_A(\mathbf{x}_{T2}, z_2)]\ . \tag{6.23}$$

Bei dieser Definition von P_{soft} geht die Näherung ein, dass binäre und weiche Prozesse an denselben Stellen stattfinden. Somit wäre die mathematisch korrektere Bezeichnung hierfür $P_{\text{soft}\,\wedge\,\text{bin}}$.

Da wir hier nur zentrale Kollisionen gleicher Kerne betrachten, haben beide Dichten den gleichen Wert und ohne Beschränkung der Allgemeinheit sei

$$P_{\text{soft}}(\mathbf{r}_2) \sim n_A(\mathbf{x}_{T2}, z_2) \; . \tag{6.24}$$

Das Ergebnis für $P(\text{soft}|\text{bin})$ hängt jedoch nicht von dieser willkürlichen Wahl ab, wie wir weiter unten sehen werden.

Um die beiden Wahrscheinlichkeiten aus den Gleichungen (6.22) und (6.24) vergleichen zu können, werden die Vorfaktoren bzw. Normierungen benötigt. Da P_{soft} unabhängig von $\mathbf{r}_1$ ist, darf auch die uns interessierende Größe $P(\text{soft}|\text{bin})$ nicht von $\mathbf{r}_1$ abhängen und wir können P_{bin} zum besseren Vergleich mit P_{soft} über $\mathrm{d}^3\mathbf{r}_1$ integrieren:

$$P'_{\text{bin}}(\mathbf{r}_2) \sim \int \mathrm{d}^3\mathbf{r}_1\, n_A(\mathbf{x}_{T1}, z_1)\, n_A(\mathbf{x}_{T2}, z_2)\, \delta^2(\mathbf{x}_{T1} - \mathbf{x}_{T2}) \tag{6.25}$$

Natürlich darf das Endergebnis weiterhin nicht von der besonderen Auszeichnung des zweiten Kerns abhängen.

P'_{bin} hat die Dimension Länge^{-5} und P_{soft} Länge^{-3}. Damit beide Größen die gleiche Dimension haben, muss P'_{bin} mit einer Konstante multipliziert werden, die die Dimension einer Fläche hat. Die einzige ausgezeichnete Größe mit dieser Dimension ist der Proton-Proton-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{p+p}}$. Demnach sind die beiden vergleichbaren Größen für die Wahrscheinlichkeiten mit gleichen Dimensionen:

$$\begin{aligned} P'_{\text{bin}}(\mathbf{r}_2) &\sim \sigma_{\text{p+p}} \int \mathrm{d}^3\mathbf{r}_1\, n_A(\mathbf{x}_{T1}, z_1)\, n_A(\mathbf{x}_{T2}, z_2)\, \delta^2(\mathbf{x}_{T1} - \mathbf{x}_{T2}) \\ P_{\text{soft}}(\mathbf{r}_2) &\sim n_A(\mathbf{x}_{T2}, z_2) \end{aligned} \tag{6.26}$$

Die verbleibenden Proportionalitätskonstanten können nur noch dimensionslose Zahlen sein. Für ihre Bestimmung integrieren wir über $\mathbf{r}_2$:

$$\int \mathrm{d}^3\mathbf{r}_2\, P'_{\text{bin}}(\mathbf{r}_2) \sim \sigma_{\text{p+p}} T_{AA} = N_{\text{bin}} \qquad \text{und} \qquad \int \mathrm{d}^3\mathbf{r}_2\, P_{\text{soft}}(\mathbf{r}_2) \sim A \tag{6.27}$$

Um eine Normierung der integrierten Größen mit 1 zu erreichen, lauten die Wahrscheinlichkeiten also:

$$\begin{aligned} P'_{\text{bin}}(\mathbf{r}_2) &= \frac{1}{N_{\text{bin}}} \sigma_{\text{p+p}} \int \mathrm{d}^3\mathbf{r}_1\, n_A(\mathbf{x}_{T1}, z_1)\, n_A(\mathbf{x}_{T2}, z_2)\, \delta^2(\mathbf{x}_{T1} - \mathbf{x}_{T2}) \\ P_{\text{soft}}(\mathbf{r}_2) &= \frac{1}{A} n_A(\mathbf{x}_{T2}, z_2) \end{aligned} \tag{6.28}$$

Da nur die integrierten Größen dimensionslos sind, handelt es sich hierbei genau genommen um „Wahrscheinlichkeitsdichten“, also Wahrscheinlichkeiten pro Volumenelement.

Das Ergebnis aus Gleichung (6.28) setzen wir ein in die allgemeine Definition für die bedingte Wahrscheinlichkeit [BSMM01], dass bei einer binären Kollision auch ein weiches Ereignis stattfindet:

$$\begin{aligned}
P(\text{soft}|\text{bin}) &\equiv \frac{P_{\text{soft}\wedge\text{bin}}}{P'_{\text{bin}}} \equiv \frac{P_{\text{soft}}}{P'_{\text{bin}}} \\
&= \frac{N_{\text{bin}}}{A} \frac{n_A(\mathbf{x}_{T2}, z_2)}{\sigma_{\text{p+p}} \int \mathrm{d}^3\mathbf{r}_1\, n_A(\mathbf{x}_{T1}, z_1)\, n_A(\mathbf{x}_{T2}, z_2)\, \delta^2(\mathbf{x}_{T1} - \mathbf{x}_{T2})} \\
&= \frac{N_{\text{bin}}}{A} \frac{1}{\sigma_{\text{p+p}} \int \mathrm{d}^3\mathbf{r}_1\, n_A(\mathbf{x}_{T1}, z_1)\, \delta^2(\mathbf{x}_{T1} - \mathbf{x}_{T2})} \\
&= \frac{N_{\text{bin}}}{A} \frac{1}{\sigma_{\text{p+p}} \int \mathrm{d}z_1\, n_A(\mathbf{x}_{T2}, z_1)}
\end{aligned} \tag{6.29}$$

$P(\text{soft}|\text{bin})$ hängt nur noch von $\mathbf{x}_{T2}$ ab. Da aber in diesem Modell weiche Prozesse nur an den Orten der binären Kollisionen stattfinden und in Gleichung (6.22) $\mathbf{x}_{T1}$ und $\mathbf{x}_{T2}$ durch eine δ-Distribution verknüpft sind, ist $\mathbf{x}_{T1} = \mathbf{x}_{T2}$ und das Ergbenis symmetrisch in Kern 1 und 2.

Da es nicht trivial ist, das Integral im Nenner aus Gleichung (6.29) während des *samplings* in Echtzeit für die Wood-Saxon-Verteilung zu lösen, wird die simplere Näherung einer harten Kugel für die Dichteverteilung des Kerns gemacht:

$$n_B(r) = \begin{cases} n_0 & \text{für } r < R_A \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{6.30}$$

R_A definiert den Radius, an dem die Dichte in der Wood-Saxon-Verteilung auf $n_0/2$ abgefallen ist. Mit dieser Näherung erhält man für die Wahrscheinlichkeit, bei einer binären Kollision auch weiche Partonen zu finden:

$$P(\text{soft}|\text{bin}) = \frac{N_{\text{bin}}}{A} \frac{1}{\sigma_{\text{p+p}}\, \gamma\, n_0\, L_z} \ , \tag{6.31}$$

wobei L_z die Länge der Lorentz-kontrahierten Kugel in z-Richtung für gegebenes x und y bezeichnet,

$$L_z = \frac{2}{\gamma} \sqrt{R_A^2 - x^2 - y^2} \ , \tag{6.32}$$

und auch die Dichte n_0 mit dem Lorentzfaktor $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2} = \sqrt{s_{NN}}/2m_N$ gestreckt werden muss, wodurch die Wahrscheinlichkeit nicht mehr von γ abhängt. $\sqrt{s_{NN}}$ ist die Schwerpunktsenergie der Kollision pro Nukleonpaar und m_N die Masse des Nukleons. Für $x = y = 0$ ist L_z einfach der Durchmesser der Kugel.

Aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation erhalten die Partonen eine Formationszeit Δt_f, während der sie nicht wechselwirken. In einem System, in dem das Teilchen keinen longitudinalen Impuls besitzt, beträgt sie $\Delta\tau_f \approx 1/m_T$, mit der transversalen Masse $m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2}$. Im Laborsystem muss dieses Ergebnis noch mit dem Lorentzfaktor γ multipliziert werden:

$$\Delta t_f \approx \frac{\gamma}{m_T} = \frac{\cosh(y)}{m_T} \tag{6.33}$$

Die letzte Identität erhält man mit $\cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ und der Definition der Rapidität y (siehe Anhang A.3).

7. Partonevolution in Schwerionenkollisionen mit BAMPS

> Aufgabe der Naturwissenschaft ist es nicht nur die Erfahrung zu erweitern, sondern in diese Erfahrung eine Ordnung zu bringen.
>
> Niels Bohr

7.1. Produktion von schweren Quarks im Quark-Gluon-Plasma

In Schwerionenkollisionen am RHIC und LHC entstehen neben den in anfänglichen, harten Partonstößen produzierten schweren Quarks auch welche im QGP. Während am RHIC nur wenig Charm-Quarks in der QGP-Phase erzeugt werden, ist ihre Anzahl am LHC aufgrund des heißeren Mediums deutlich höher. In Abschnitt 7.1.3 werden wir untersuchen, ob die hohe Temperatur des QGP am LHC ausreicht, um eine messbare Menge von Bottom-Quarks zu produzieren.

7.1.1. Charm-Quarks am RHIC

In diesem Abschnitt wollen wir die Produktion der Charm-Quarks während der QGP-Phase in zentralen Au+Au-Kollisionen am RHIC mit der Partonkaskade BAMPS (Abschnitt 4.2) studieren. Die Anfangsverteilung der Partonen wurde mit PYTHIA unter Verwendung der Partonverteilungsfunktion CTEQ6l simuliert und wie in Kapitel 6 beschrieben zu Schwerionenkollisionen hochskaliert. Da in BAMPS noch keine leichten Quarks (u, d, s) implementiert sind, wurden sie zu masselosen Gluonen konvertiert, um Energie- und Teilchenerhaltung Rechnung zu tragen. In diesem Gluonmedium können Charm-Quarks durch Gluonfusion $g + g \to c + \bar{c}$ produziert werden und über elastische Streuung mit den Gluonen wechselwirken. Für beide Prozesse verwenden wir die LO-Wirkungsquerschnitte aus Abschnitt 3.3 mit einer konstanten Kopplung von $\alpha_s = 0.3$. In der Literatur werden die Wirkungsquerschnitte oft mit einem K-Faktor multipliziert, um Beiträge höherer Ordnungen einzubeziehen, ohne sie explizit auszurechnen. Wir werden zunächst die Charm-Produktion mit unverändertem Wirkungsquerschnitt ($K = 1$) studieren, weiter unten aber auch die Auswirkung von $K = 2$ untersuchen.

In Abbildung 7.1 ist die räumliche Verteilung des QGP inklusive Charm-Quarks zu drei Zeiten gezeigt. Den Zeitpunkt $t = 0$ definieren wir als die erste Berührung der beiden kollidierenden Kerne. Das obere Bild zeigt das QGP kurz nach der Entstehung ($t = 0.2\,\mathrm{fm/c}$), das untere kurz vor der Hadronisierung ($t = 5\,\mathrm{fm/c}$) und das mittlere Bild zu einem dazwischenliegenden Zeitpunkt ($t = 2\,\mathrm{fm/c}$). Das obere Bild korrespondiert zu dem Zeitpunkt, wenn beide Kerne durcheinander durchgeflogen und die anfänglichen Nukleonkollisionen gerade vorbei sind. Bei

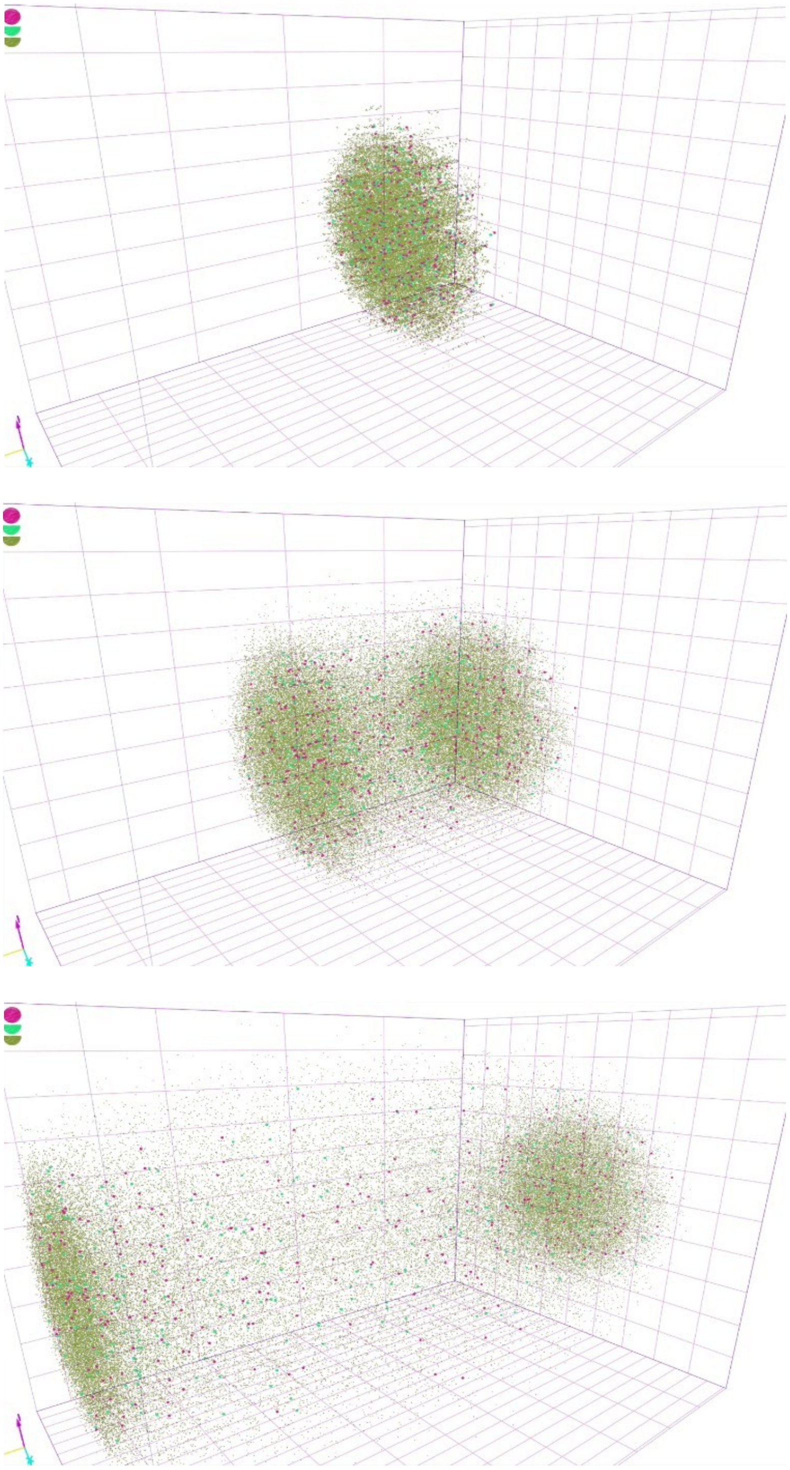

Abbildung 7.1.: Räumliche Verteilung von Gluonen und Charm-Quarks während der QGP-Phase am RHIC zu den Zeitpunkten $t = 0.2$, 2 und 5 fm/c.

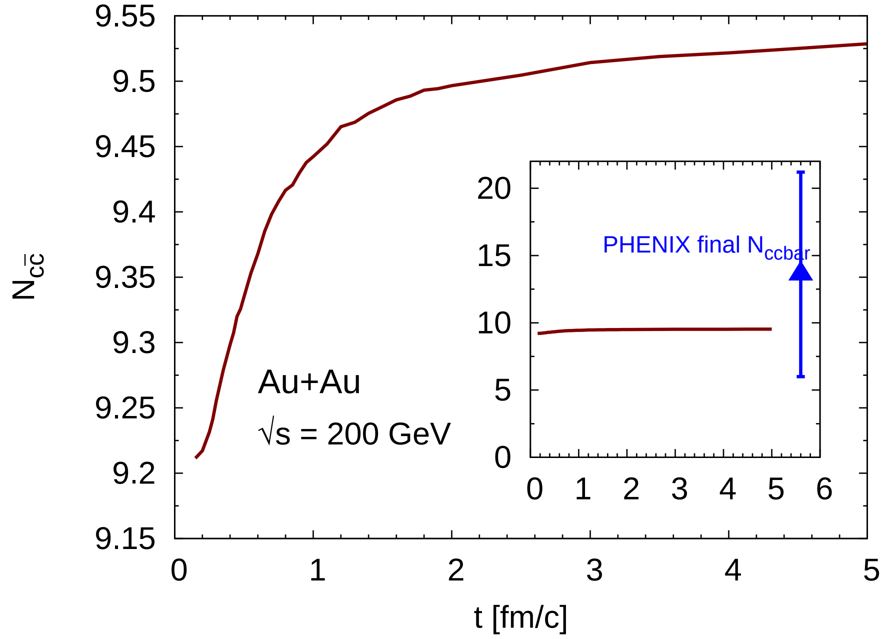

Abbildung 7.2.: Anzahl der während einer zentralen Au+Au-Kollision am RHIC produzierten Charm-Quarkpaare, simuliert mit BAMPS. Die Partonanfangsverteilung stammt von PYTHIA (siehe Kapitel 6). In dem kleinen Plot rechts unten ist auch der experimentelle Wert für Charm-Quarks nach der Kollision von $N_{c\bar{c}} = 13.6 \pm 3.1 \pm 4.5$ eingetragen [PHENIX05b]. Die Fehlerbalken hierfür sollten – wie im Text beschrieben – mit Vorsicht zu genießen sein.

den drei Bildern handelt es sich um Ausschnitte aus einem Video, in dem die zeitliche Evolution des Systems veranschaulicht wird.[1] Das volle Video kann unter [UWB09] betrachtet werden.

Die vielen kleinen dunkelgrünen Punkte entsprechen den Gluonen. Charm- (rosa) und Anticharm-Quarks (hellgrün) sind zur besseren Visualisierung größer dargestellt. Es ist zu beachten, dass mehr Teilchen als in Realität eingezeichnet sind, da 35 Testteilchen pro realem Teilchen verwendet wurden. Die Strahlachse (verläuft hier waagerecht) wurde um etwa einen Faktor 10 gestreckt, da sonst aufgrund der Lorentz-Kontraktion nicht viel zu erkennen ist. Simuliert wurde die QGP-Phase mit BAMPS und PYTHIA-Anfangsbedingungen. Das Programm für die Visualisierung stammt von Xunlei Wu (Renci[2]) und Steffen Bass (Duke University).

Schon zu Beginn der Kollision werden Charm-Quarks wie in Abschnitt 6.2 besprochen in anfänglichen, harten Partonstößen während Nukleon-Nukleon-Kollisionen erzeugt. Mit PYTHIA und CTEQ6l erhält man hier etwa 9.2 Charm-Quarkpaare. In Abbildung 7.2 ist darauf aufbauend die zeitliche Entwicklung der Charm-Quarkpaare in der BAMPS-Simulation zu sehen. Nach der Formation des Mediums innerhalb von 0.1 fm/c steigt die Anzahl der Charm-Paare in den ersten $1 - 2$ fm/c am stärksten an, da hier das Medium am heißesten ist. Danach saturiert die

[1] Für dieses Dokument wurden die Farben des Videos invertiert, damit der Hintergrund weiß und nicht schwarz ist.

[2] *Renaissance Computing Institute*, gemeinsames Projekt der Duke University, North Carolina State University und University of North Carolina.

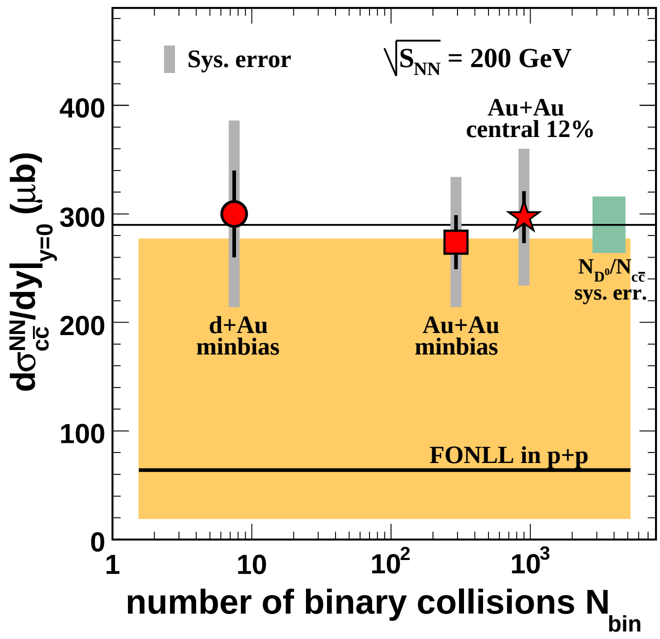

Abbildung 7.3.: Wirkungsquerschnitt für Charm-Produktion pro Nukleon-Nukleon-Kollisionen bei zentraler Rapidität als Funktion von N_{bin} für d+Au- sowie *minimum bias* und $0 - 12\,\%$ Au+Au-Kollisionen. Die dünne durchgezogene Linie ist der Mittelwert. Entnommen aus [STAR08].

Charm-Quarkanzahl.

Die Charm-Paar-Anzahl steigt nur leicht von anfänglich 9.2 um 0.3 auf etwas mehr als 9.5 bei 5 fm/c, d. h. bei RHIC werden nach dieser Simulation nur 3 % der finalen Charm-Quarks während der QGP-Phase erzeugt. Um dies zu verdeutlichen, ist in der rechten unteren Ecke der ganze Bereich der y-Achse aufgetragen. Zum Vergleich zeigen wir hier auch den experimentellen Wert für die Anzahl der Charm-Paare in der Kollision. Natürlich ist er nicht direkt zugänglich, sondern wird aus der Messung von D-Mesonzerfällen bestimmt (vergleiche Abschnitt 3.2.4). Leider wird der experimentelle Wert für die Anzahl der Charm-Paare in keiner Publikation direkt angegeben. Daher ist der eingezeichnete Wert $N_{c\bar{c}} = 13.6 \pm 3.1 \pm 4.5$ mit Hilfe der Fehlerfortpflanzung aus den explizit in [PHENIX05b] angegebenen Werten für $N_{c\bar{c}}/T_{AA} = 597 \pm 93 \pm 156\,\mu$b und $T_{AA} = 22.8 \pm 1.6\,\mu$b ausgerechnet. Der erste Fehler stellt jeweils den statistischen und der zweite den systematischen Fehler dar. Allerdings sollte der Fehler von $N_{c\bar{c}}$ mit Vorsicht zu genießen sein, da er hier indirekt abgeleitet wurde. Wahrscheinlich wurde von der Kollaboration zunächst $N_{c\bar{c}}$ und dessen Fehler ermittelt und daraus dann mit T_{AA} und dem zugehörigen Fehler der Wert und Fehler für $N_{c\bar{c}}/T_{AA}$ berechnet. Bei dem Schluss von $N_{c\bar{c}}/T_{AA}$ zurück auf $N_{c\bar{c}}$ würde man demnach den Fehler von T_{AA} doppelt zählen. Der tatsächliche Fehler von $N_{c\bar{c}}$ ist also wahrscheinlich kleiner, wenn auch nicht viel, da der Fehler von T_{AA} nicht sehr groß ist.

Die mit BAMPS und PYTHIA abgeschätzte finale Charm-Anzahl liegt unter dem experimentellen Wert, stimmt allerdings noch gut innerhalb der Fehlergrenzen mit ihm überein. Der Grund für den zu kleinen Wert liegt in der Anfangsverteilung. Wie in Abbildung 6.10 gezeigt, ist bereits die Charm-Anzahl in anfänglichen Nukleon-Kollisionen am unteren Rand des Fehlers angesiedelt.

Die kleine Charm-Produktion während der QGP-Phase wird auch von den experimentellen Daten sehr gut bestätigt. Man fand am RHIC eine Skalierung der Charm-Quarks mit der Anzahl der binären Kollisionen [PHENIX05b, STAR05b, STAR08]. In Abbildung 7.3 ist dieses Skalierungsverhalten in Form von dem nach Gleichung (6.15) zur Charm-Anzahl proportionalen

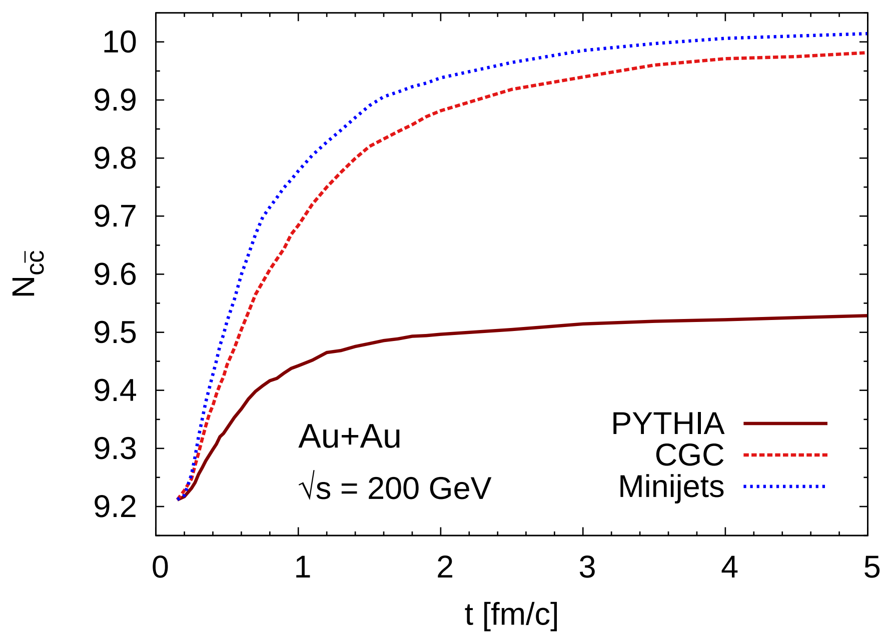

Abbildung 7.4.: Wie Abbildung 7.2 mit PYTHIA-, *Color Glass Condensate*-, und Minijet-Anfangsbedingungen für die Gluonen. Zum besseren Vergleich wurde für alle Modelle die gleiche mit PYTHIA bestimmte Charm-Quark-Anfangsverteilung verwendet.

Wirkungsquerschnitt für Charm-Produktion verdeutlicht. Da Charm-Quarks aus den anfänglichen Nukleon-Kollisionen ebenfalls mit diesem Faktor skalieren, können nur vernachlässigbar viele Charm-Quarks während der QGP-Phase entstehen.

Der kleine Charm-Ertrag im QGP bestätigt unsere Erkenntnisse aus Abschnitt 5.3.1, wo wir eine riesige Zeitskala für die chemische Equilibrierung von Charm-Quarks in einer Box bei RHIC-Temperatur abgeschätzt haben.

In Abbildung 7.4 ist die Charm-Quarkproduktion in Abhängigkeit von drei Modellen für die Anfangsverteilung der Gluonen aufgetragen: dem *Color Glass Condensate* (CGC) aus Abschnitt 4.1.3, dem Minijet-Modell aus Abschnitt 4.1.2 und dem bereits besprochenen Event-Generator PYTHIA. Sowohl im CGC als auch im Minijet-Medium entstehen mehr als doppelt so viele Charm-Quarks während der QGP-Phase als mit PYTHIA-Anfangsbedingungen. Der Grund liegt in der höheren Anfangsenergiedichte der beiden Modelle, wie aus Abbildung 6.6 ersichtlich ist. Bei PYTHIA ist viel Energie in den Strahlresten, wie zum Beispiel Diquarks, enthalten. Diese sind per Definition in der Partonkaskade nicht verwendbar und müssen ausgesondert werden, wodurch ein großer Anteil der Energie aus weichen Prozessen verloren geht. In zukünftigen Arbeiten könnte man die Stringfragmentation der Diquarks und Partonen untersuchen und somit einen Teil ihrer Energie in die partonische Phase transportieren.

In der Literatur ist es weit verbreitet, den Charm-Produktionswirkungsquerschnitt mit einem K-Faktor von 2 zu multiplizieren. In Abbildung 7.5 ist die Entwicklung der Charm-Quarkanzahl für $K = 2$ dargestellt. Aufgrund des doppelt so großen Wirkungsquerschnitts steigt die Charm-Produktion im QGP auf den doppelten Wert. Der gleiche Effekt wird erzielt, wenn man für die Charm-Masse anstatt 1.5 GeV einen Wert von 1.3 GeV ansetzt.

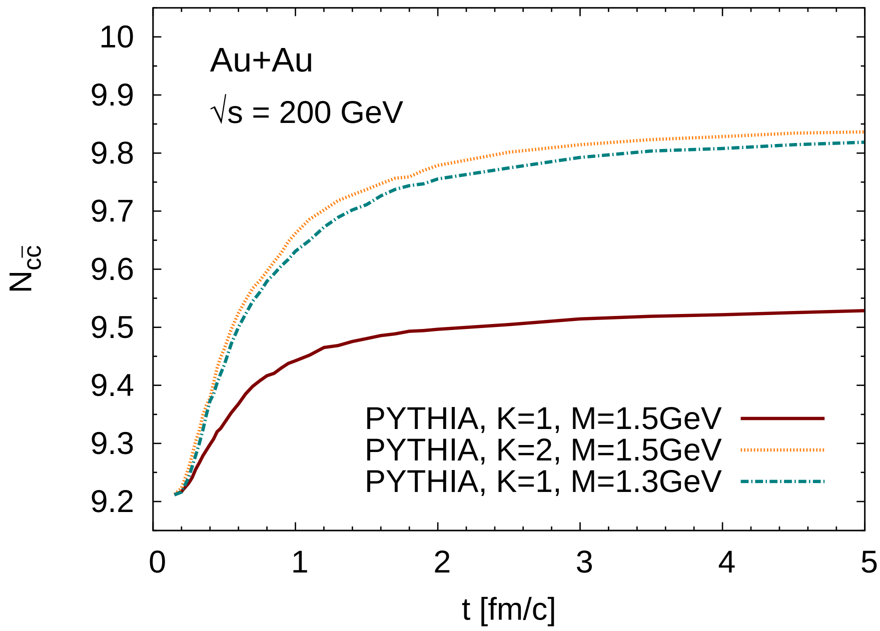

Abbildung 7.5.: Wie Abbildung 7.2, jedoch mit Variation der Charm-Quarkmasse M und des K-Faktors für den Wirkungsquerschnitt von $gg \to c\bar{c}$.

In Abbildung 7.6 sind alle bisher gezeigten Kurven, eine neue Kurve (für Minijet-Anfangsbedingungen, $K = 2$ und $M = 1.3\,\mathrm{GeV}$) und der Datenpunkt von PHENIX für den vollen Bereich der y-Achse eingezeichnet. Durch andere Anfangsbedingungen, kleinere Masse oder einem K-Faktor kann man die Charm-Quarkproduktion im QGP verdoppeln. Trotzdem macht der Anteil an der Produktion im QGP lediglich 6 % der gesamten produzierten Charm-Quarks aus, was noch immer sehr gering ist. Die bereits besprochenen Kurven liegen alle sehr eng beeinander, nur die oberste sticht heraus. Hier haben wir die Randbedingungen so gewählt, dass möglichst viele Charm-Quarks im QGP erzeugt werden: Minijet-Anfangsbedingungen mit hoher Energiedichte, kleine Charm-Masse von $M = 1.3\,\mathrm{GeV}$ und ein K-Faktor von 2. Diese Kombination führt zu 3.4 erzeugten Charm-Paaren während der QGP-Phase, also 27 % der finalen Charm-Quarks. Der Wert ist sozusagen die obere Grenze für die Charm-Produktion mit unserem Modell. Gleichzeitig liefert dies ein Hinweis auf die Unabhängigkeit der Einflussfaktoren wie Anfangsbedingung, Charm-Masse und K-Faktor, was sich in einem multiplikativen Verhalten der Charm-Anzahl unter jedem dieser Einflüsse äußert: Ändert man nur die Anfangsbedingung von PYTHIA zu Minijets, steigt die Charm-Produktion im Medium um einen Faktor 2.5. Wenn man nur die Charm-Masse von 1.5 GeV auf 1.3 GeV ändert, ist die Produktion 1.9 mal höher, während mit $K = 2$ die Anzahl der produzierten Charm-Quarks um Faktor 2.0 größer ist als mit $K = 1$, sofern man alle andere Parameter unverändert lässt. Ändert man nun alle drei Parameter gleichzeitig, steigt die Charm-Produktion um den Faktor 10.6. Dies entspricht näherungsweise dem Produkt des Charm-Anstiegs jeder einzelnen Parameteränderung: $2.5 \cdot 2.0 \cdot 1.9 = 9.5 \approx 10.6$.

Zwar werden nicht viele Charm-Quarks im QGP erzeugt, aber dennoch befinden sich einige aus den anfänglichen Kollisionen im Medium. Ist ihre Anzahl groß genug, um über dem chemischen Gleichgewichtswert liegen? Für die Untersuchung dieser Fragestellung ist die Fugazität eine

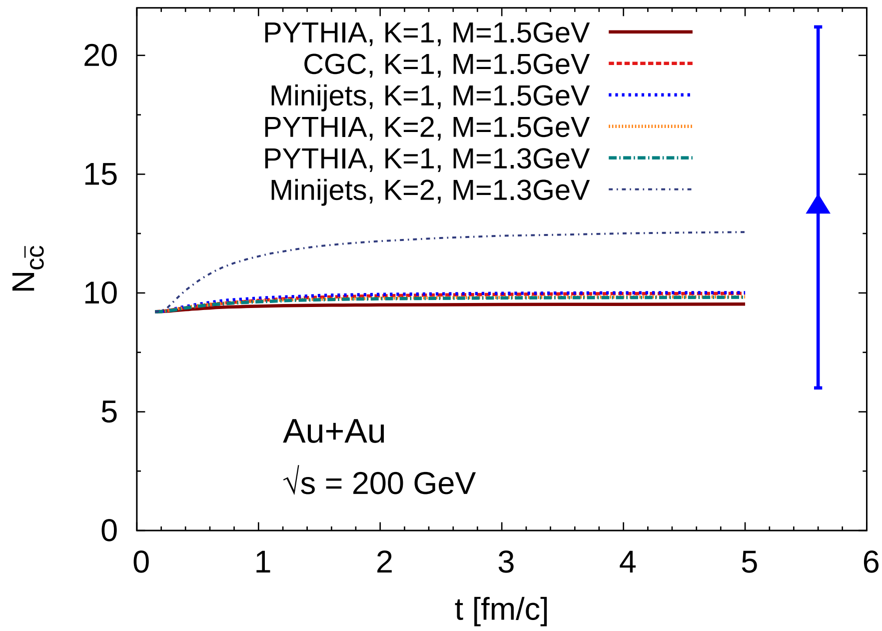

Abbildung 7.6.: Alle Kurven aus den Abbildungen 7.2, 7.4 und 7.5 sowie die experimentelle Charm-Anzahl und eine Kurve für Minijets-Anfangsbedingungen, Charm-Quarkmasse $M = 1.3\,\mathrm{GeV}$ und $K = 2$.

geeignete Größe, die in Gleichung (5.18) definiert wurde und 1 beträgt, wenn sich die Charm-Quarks im chemischen Gleichgewicht befinden. Da es sich hierbei um eine lokale Größe handelt, bestimmt man sie aus der lokalen Temperatur und der Charm-Quarkdichte in einem möglichst kleinen Volumen. Allerdings darf dieses aus technischen Gründen nicht zu klein gewählt werden, da ansonsten nicht genug Statistik für die Charm-Dichte und die Temperaturbestimmung aus der Gluondichte nach Gleichung (5.16) vorhanden ist. Auf der anderen Seite darf die Volumengröße auch nicht zu groß werden, damit die Temperatur in dem Volumen nicht zu stark variiert. Aus diesem Grund vergleichen wir Temperatur und Fugazität für Volumina verschiedener Größe im zentralen Bereich der Kollision. Aufgrund der Symmetrie der Kollision werden Röhren betrachtet, die den Radius r in transversaler Richtung und die Länge $2\Delta\eta$ haben, wobei η die Raumzeit-Rapidität bezeichnet (siehe Anhang A.3). Die Skalierung mit der Rapidität gewährleistet, dass das betrachtete Volumen genauso wie das Medium in der Richtung der Strahlachse expandiert.

In Abbildung 7.7 ist der zeitliche Verlauf der Temperatur und in Abbildung 7.8 die Entwicklung der Fugazität in verschiedenen Volumina aufgetragen. Die Temperatur ist in der anfänglichen Phase besonders heiß und fällt dann auf ungefähr 200 MeV ab, wo die Hadronisierung einsetzt. Die Fugazität der Charm-Quarks ist im zentralsten Bereich der Kollision ab 0.5 fm/c deutlich größer als 1. Demnach befinden sich die Charm-Quarks über ihrem Gleichgewichtswert und ihre Anzahl müsste sich mit der Zeit verringern. Wie wir jedoch in Abschnitt 5.3.1 gesehen haben, ist ihre chemische Equilibrierungszeitskala zu groß, um einen Effekt vor der Hadronisierung zu sehen.

Mit BAMPS erhalten wir je nach Kombination der Anfangsbedingungen, Charm-Masse und

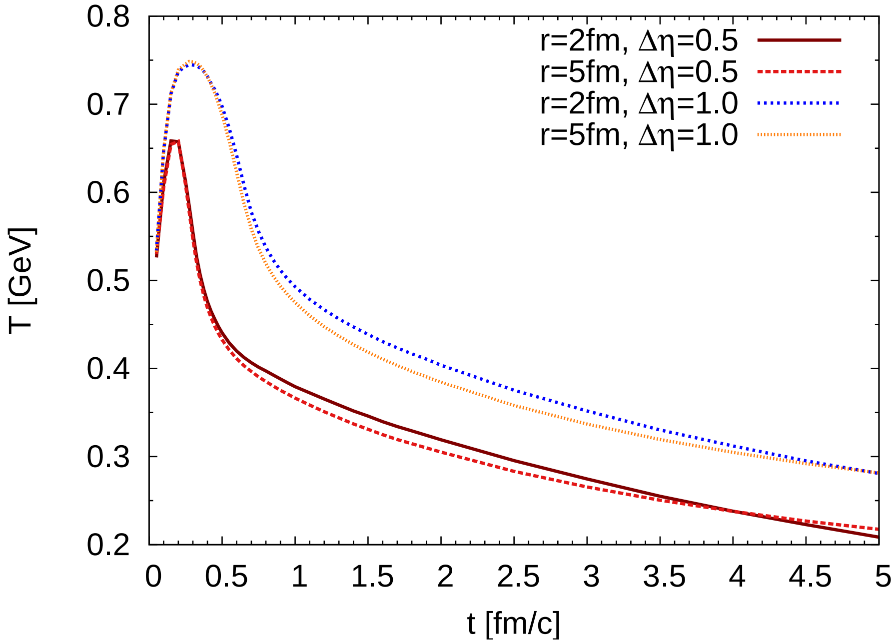

Abbildung 7.7.: Zeitliche Entwicklung der Temperatur in verschiedenen Volumen im Zentrum der Kollision (Röhren mit Radius r und Begrenzung von $\pm\Delta\eta$ in Strahlrichtung).

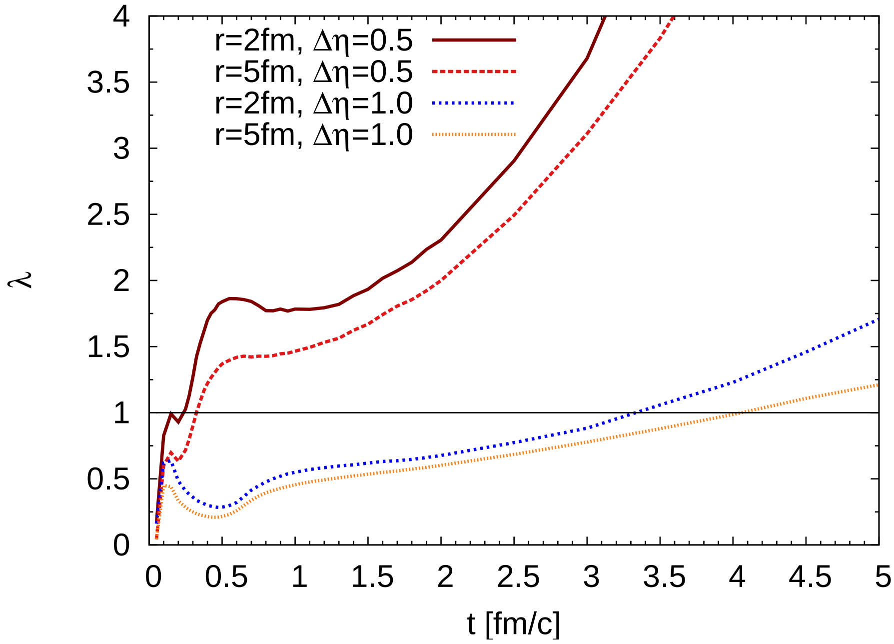

Abbildung 7.8.: Wie Abbildung 7.7, wobei anstelle der Temperatur die Fugazität aufgetragen ist.

K-Faktor eine Charm-Produktion zwischen 0.3 und 3.4 Charm-Quarkpaare während der QGP-Phase. Diese Größenordnung stimmt sehr gut mit anderen Modellen überein. Meist wird in der Literatur nochmals zwischen thermischer und präthermischer Charm-Produktion unterschieden, je nachdem, ob sich das Medium im thermischen Gleichgewicht befindet oder nicht. Da in unseren Kurven der steilste Anstieg innerhalb 1 fm/c zu verzeichnen ist und das Gluonmedium in dieser Zeitskala thermalisiert, werden die meisten Charm-Quarks nach BAMPS präthermisch erzeugt. Die thermische Charm-Produktion ist verschwindend gering.

Lévai und Vogt erhalten mit einem hydrodynamischen Modell und Anfangsbedingungen von HIJING 0.97 thermisch erzeugte Charm-Quarkpaare am RHIC in einem Plasma aus masselosen Gluonen für einer Charm-Quarkmasse von $M_c = 1.5\,\mathrm{GeV}$ [LV97]. In einem Medium aus Quarks und Gluonen mit thermischer Masse entstehen nach ihrem Modell 1.38 Paare. Für $M_c = 1.2\,\mathrm{GeV}$ erhöhen sich jeweils die Werte auf 3.2 bzw. 4.9. Wenn sie anstatt des HIJING-Modells Minijets als Anfangsbedingungen wählen, reduzieren sich ihre erzeugten Charm-Paare wegen kleinerer QGP-Equilibrierungszeitskala und kleinerer Anfangstemperatur in diesem Modell um etwa einen Faktor 100.

[GMRV96] sagen mit einem thermischen Modell unter Vernachlässigung von transversaler Expansion und mit $M_c = 1.2\,\mathrm{GeV}$ die Produktion von etwa 1 Charm-Paar am RHIC voraus.

In [DNN04] wird eine ausführliche Analyse der Charm-Produktion in einem hydrodynamischen Bjorken-Modell mit laufender Kopplung durchgeführt. Je nach Parametersatz liegen die produzierten Charm-Paare zwischen 3.8 ($K = 1$, $M_c = 1.5\,\mathrm{GeV}$) und 39 ($K = 2$, $M_c = 1.2\,\mathrm{GeV}$). Bei konstanter Kopplung erhalten sie sogar für den letzteren Parametersatz 120 Charm-Paare. Der Grund hierfür liegt in der Auswertung der Kopplung bei der Charm-Masse $\alpha_s(M_c^2)$, die zu einem größeren als dem von uns verwendeten Wert führt: 0.42 für $M_c = 1.2\,\mathrm{GeV}$ und dem von ihnen verwendeten Wert für $\Lambda_{\mathrm{QCD}} = 230\,\mathrm{MeV}$.

Alle bisher angesprochenen Publikationen haben nur die thermische Charm-Produktion berechnet und die präthermische außen vorgelassen. Der Grund ist vermutlich die einfachere theoretische Beschreibung der thermischen Phase, da hier mit Ratengleichungen und hydrodynamischen Modellen gearbeitet werden kann. Die große Charm-Produktion kommt zumeist durch die Annahme zustande, das QGP thermalisiere innerhalb kleiner Zeitskalen ($\lesssim 1\,\mathrm{fm}$), in der die Energiedichte noch immer sehr hoch ist.

Es gibt aber auch Publikationen, die den thermischen Beitrag als vernachlässigbar klein angeben. In [KP97] wird mit dem Minijet-Modell und einer hydrodynamischen Evolution eine 40 mal kleinere thermische Charm-Produktion als in anfänglichen, harten Partonstößen ermittelt. In [LR07] ist der thermische Ertrag sogar 600 mal kleiner als der anfängliche. In beiden Publikationen werden keine Angaben über die absolute Anzahl der erzeugten Charm-Quarks gemacht. Auch in [STR01] wird bei der Untersuchung einer eindimensionalen Bjorken-Geometrie mit Ratengleichungen und thermischen Bose-/Fermi-Verteilungen herausgefunden, dass die Charm-Produktion im QGP vernachlässigbar ist.

Andronic, Braun-Munzinger, Redlich und Stachel nehmen in [ABMRS07] an, dass Charm-Quarks nur in anfänglichen Kollisionen und nicht während der QGP-Phase produziert werden. Wie wir anhand unserer Ergebnisse sehen, scheint diese Annahme ein gute Näherung für RHIC-Energien zu sein. Am LHC kann der Beitrag durch im Medium entstehende schwere Quarks nicht mehr ignoriert werden, wie wir im nächsten Abschnitt erläutern werden.

Müller und Wang schätzen in [MW92] mit dem HIJING-Modell ab, dass präthermisch etwa gleich viele Charm-Quarks entstehen wie in anfänglichen, harten Kollisionen, was in ihrem Modell etwa 2 Paaren entspricht. Die thermische Produktion könne vollkommen vernachlässigt werden. In [LMW95] korrigieren die Autoren ihre Aussage. Hier wird das Medium durch eine Mastergleichung in einer expandierenden Geometrie beschrieben und aus dieser Evolution die Charm-Produktion berechnet. Dabei werden für die präthermische Produktion auch die Korrelation zwischen Impuls und Raumzeit in der Phasenraumverteilung während der Produktion beachtet, was die Anzahl der präthermisch erzeugten Charm-Quarks deutlich reduziert. Demnach wird die Charm-Produktion durch die anfänglichen, harten Kollisionen dominiert. Die präthermische Produktion ist etwa ein Faktor 10 kleiner und die thermische Produktion trägt kaum zur Charm-Anzahl bei. Dieses Verhalten stimmt sehr gut mit der in der vorliegenden Arbeit gefundenen Charm-Produktion überein.

Referenz	$N_{c\bar{c}}$	M_c	K	AB	Anmerkungen
vorl. Arbeit	0.32	1.5	1	PYTHIA	Gluonmedium, $\alpha_s = 0.3$
vorl. Arbeit	0.80	1.5	1	Minijets	Gluonmedium, $\alpha_s = 0.3$
vorl. Arbeit	0.77	1.5	1	CGC	Gluonmedium, $\alpha_s = 0.3$
vorl. Arbeit	0.63	1.5	2	PYTHIA	Gluonmedium, $\alpha_s = 0.3$
vorl. Arbeit	0.61	1.3	1	PYTHIA	Gluonmedium, $\alpha_s = 0.3$
vorl. Arbeit	3.4	1.3	2	Minijets	Gluonmedium, $\alpha_s = 0.3$
[LV97]	0.97	1.5	1	HIJING	Gluonmedium
[LV97]	1.38	1.5	1	HIJING	Quarks und Gluonen mit thermischen Massen
[LV97]	3.2	1.2	1	HIJING	Gluonmedium
[LV97]	4.9	1.2	1	HIJING	Quarks und Gluonen mit thermischen Massen
[LV97]	0.01	1.5	1	Minijets	Gluonmedium
[GMRV96]	1	1.2	1	Hydro.	
[DNN04]	3.8	1.5	1	Therm.	laufende Kopplung α_s
[DNN04]	39	1.2	2	Therm.	laufende Kopplung α_s
[DNN04]	11	1.5	1	Therm.	konstantes $\alpha_s(M_c^2) = 0.37$
[DNN04]	120	1.2	2	Therm.	konstantes $\alpha_s(M_c^2) = 0.42$
[MW92]	~ 2	1.5	2	HIJING	
[LMW95]	~ 0.2	1.5	2	HIJING	

Tabelle 7.1.: Vergleich der Anzahl der im QGP am RHIC entstehenden Charm-Quark-Paare $N_{c\bar{c}}$ aus verschiedenen Modellen. Die Massen M_c sind in GeV angeben. K steht für K-Faktor, AB für Anfangsbedingungen und RG für Ratengleichung.

In Tabelle 7.1 sind die quantitativen Ergebnisse aus der Literatur und von BAMPS zusammengefasst. Die großen Unterschiede der verschiedenen Modelle resultieren aus dem Einfluss vieler Faktoren, die zum Teil sehr unterschiedlich in den Modellen gewählt werden. Uneinigkeit herrscht zum Beispiel über die Temperatur des Plasmas, Thermalisierungszeitskala, konstantes oder laufendes α_s, thermische Massen für Quarks und Gluonen, Volumen, Energiedichte, K-Faktor und Charm-Quarkmasse. Die Sensitivität der Produktionsraten in Abhängigkeit einiger dieser Parameter haben wir auch in unseren Ergebnissen gesehen.

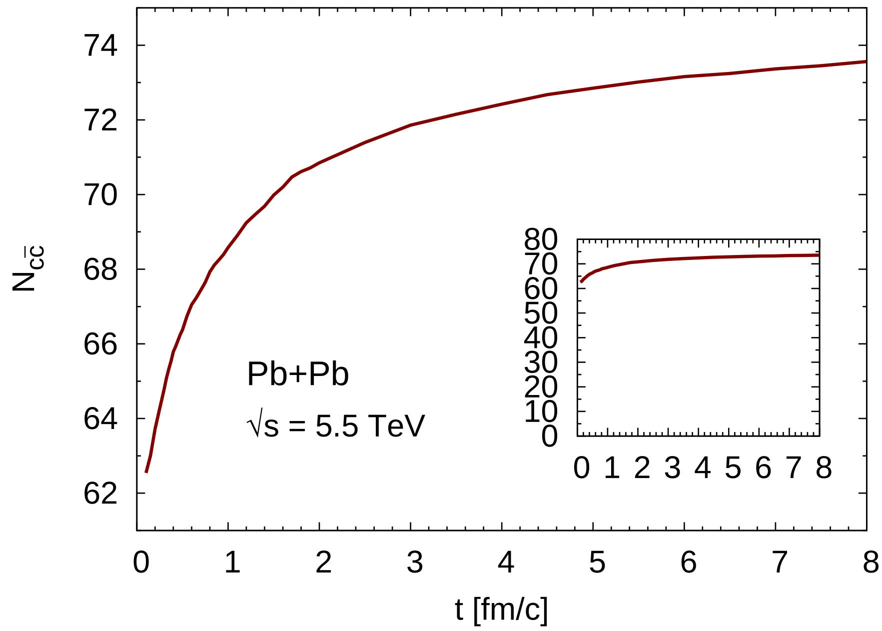

Abbildung 7.9.: Anzahl der Charm-Quarkpaare in einer mit BAMPS simulierten zentralen Pb+Pb-Kollision am LHC. Die Partonanfangsverteilung stammt von PYTHIA (siehe Kapitel 6).

7.1.2. Charm-Quarks am LHC

Am LHC ist die Schwerpunktsenergie deutlich größer als am RHIC und das produzierte Medium hat eine höhere Temperatur. Dadurch werden mehr Charm-Quarks in der QGP-Phase produziert, aber auch ihre Anzahl aus anfänglichen Nukleon-Nukleon-Kollisionen ist größer. Der Wert hierfür wurde in Abschnitt 6.2.2 mit PYTHIA und CTEQ6l zu etwa 62 Charm-Paaren abgeschätzt. Für die Anfangsverteilung der restlichen Partonen nutzen wir ebenfalls die Kombination aus PYTHIA und CTEQ6l.

Die zeitliche Entwicklung der Charm-Quarkpaare ist in Abbildung 7.9 dargestellt. Während der QGP-Phase werden etwa 11 Paare produziert, was circa 15 % der finalen Charm-Quarks entspricht. Anders als am RHIC, wo fast alle Charm-Quarks aus anfänglichen, harten Partonstößen stammen, wird also am LHC ein nicht zu vernachlässigender Anteil im QGP erzeugt. Dies sieht man auch in dem kleinen Plot in der rechten unteren Ecke von Abbildung 7.9, wo die absolute Zahl der Charm-Paare deutlich steigt.

Die Einführung eines K-Faktors von 2 oder die Reduzierung der Charm-Masse zu $M_c = 1.3\,\text{GeV}$ erhöht die Anzahl der während der QGP-Phase produzierten Charm-Quarks um etwa einen Faktor 2. Für $K = 2$ beträgt ihre Anzahl 23 Paare (dies entspricht 26 % der totalen Charm-Quarks vor der Hadronisierung), während sie mit $M_c = 1.3\,\text{GeV}$ bei 20 Paaren (24 %) liegt, wie aus Abbildung 7.10 ersichtlich ist. Kombiniert man diese beiden Parameteränderungen, sehen wir – wie schon bei RHIC-Kollisionen beobachtet – eine multiplikative Skalierung der im Medium entstandenen Charm-Quarks mit der Skalierung der einzelnen Parameteränderungen ($K = 2$ oder $M_c = 1.3\,\text{GeV}$ einzeln), was zu einer Erhöhung der Charm-Anzahl von ungefähr einem Faktor $2 \cdot 2 = 4$ führt. Dies entspricht einer Charm-Produktion im Medium von 38 Paaren (38 % der finalen Charm-Quarks), wie ebenfalls aus Abbildung 7.10 zu entnehmen ist.

In der Literatur wird die Anzahl der im Medium produzierten Charm-Quarks zum Teil ein wenig höher abgeschätzt, liegt aber in einer ähnlichen Größenordnung:

In [LV97] werden die thermisch erzeugten Charm-Quarkpaare am LHC mit einem hydrodynamischen Modell und Anfangsbedingungen von HIJING für masselose Gluonen und Charm-Quarkmasse von $M_c = 1.5\,\mathrm{GeV}$ zu 43 berechnet. Mit massiven Gluonen und Quarks erhöht sich der Wert auf 94, während $M_c = 1.3\,\mathrm{GeV}$ jeweils 102 (masselose Gluonen) und 245 (massive Gluonen & Quarks) Paare liefert. Mit Minijet-Anfangsbedingungen werden zwischen 9.7 und 101 Charm-Paare thermisch produziert.

[GMRV96] sagen 23 Charm-Quarkpaare am LHC mit $M_c = 1.2\,\mathrm{GeV}$ voraus. In [LR07] wird der thermische Charm-Ertrag als 90 mal kleiner als der anfängliche Ertrag berechnet, ohne eine konkrete Anzahl zu nennen.

[ZKL08] nehmen die präthermische Charm-Produktion als vernachlässigbar klein an und berechnen die thermische Produktion mit Ratengleichungen in NLO im Bjorken-Szenario innerhalb der ersten 2 fm/c zu etwa 10 Charm-Paaren bei zentraler Rapidität für eine Anfangstemperatur von 700 MeV und $M_c = 1.3\,\mathrm{GeV}$. Für 750 MeV entstehen etwa 16 Paare. Da die resultierende Gesamtanzahl der Charm-Quarks in ihrem Modell über dem Wert im chemischen Gleichgewicht liegt, geht sie im weiteren Verlauf wieder zurück, erreicht aber wegen der Expansion und der Hadronisierung nicht den Wert im chemischen Gleichgewicht.

In Tabelle 7.2 fassen wir die angesprochenen quantitativen Ergebnisse aus der Literatur und von BAMPS zusammen.

Ähnlich wie am RHIC (siehe vorangegangenen Abschnitt) gibt es auch für den LHC nur Vorhersagen für die thermische Charm-Produktion. Diese wird besonders bei hohen Anfangsenergiedichten groß. Wir haben in unseren Ergebnissen gesehen, dass auch die präthermische Charm-Produktion innerhalb der ersten $\approx 0.5\,\mathrm{fm}$ einen wichtigen Beitrag liefert, die thermische Produktion aber nicht so groß ist, wie mit den angesprochenen Modellen vorhergesagt.

7.1.3. Bottom-Quarks am LHC

In Abschnitt 6.2.2 haben wir mit PYTHIA und CTEQ6l ermittelt, dass etwa 7.2 Bottom-Quarkpaare am LHC in anfänglichen Partonstößen erzeugt werden. Es stellt sich nun die Frage, wie stark die Bottom-Produktion während der QGP-Phase ausgeprägt ist.

In Abbildung 7.11 ist die Evolution der Bottom-Paar-Anzahl dargestellt, die sich nur sehr schwach als Funktion der Zeit ändert. Laut unserer Simulation werden lediglich 0.01 Bottom-Paare im QGP am LHC erzeugt, was etwa 0.2 % der gesamten finalen Bottom-Quarks entspricht. Die Bottom-Produktion während der QGP-Phase ist demnach vernachlässigbar. Der Grund dafür liegt in ihrer extrem großen Masse $M_b \gg T$, die viel größer als die Temperatur des Mediums ist und die Produktion sehr unwahrscheinlich macht. Dem Argument schließt sich auch [GLS+06] an.

Dieses Ergebnis macht Bottom-Quarks zu einer sehr interessanten Sonde am LHC. Zum einen ist ihre Anzahl groß genug, um gemessen werden zu können. Zum anderen weiß man, dass alle Bottom-Quarks in anfänglichen Nukleon-Nukleon-Stößen produziert wurden. Durch diese Information können zum Beispiel über den elliptischen Fluss oder den nuklearen Modifikationsfaktor von Bottom-Quarks Rückschlüsse auf die Eigenschaften der sehr frühen Phase des QGP gezogen werden.

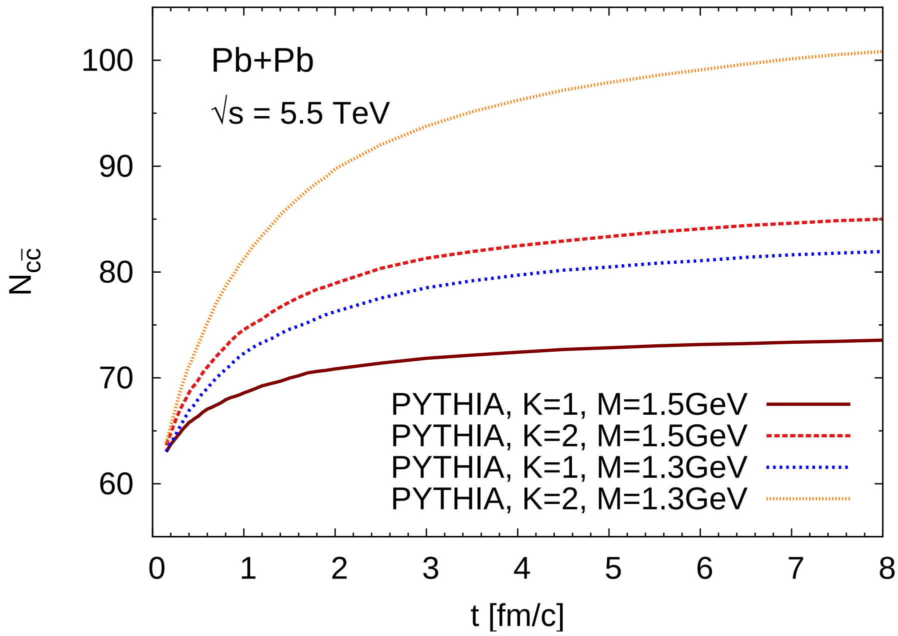

Abbildung 7.10.: Wie Abbildung 7.9 mit Variation des K-Faktors und der Charm-Masse.

Referenz	$N_{c\bar{c}}$	M_c	K	AB	Anmerkungen
vorl. Arbeit	11	1.5	1	PYTHIA	Gluonmedium, $\alpha_s = 0.3$
vorl. Arbeit	23	1.5	2	PYTHIA	Gluonmedium, $\alpha_s = 0.3$
vorl. Arbeit	20	1.3	1	PYTHIA	Gluonmedium, $\alpha_s = 0.3$
vorl. Arbeit	38	1.5	2	PYTHIA	Gluonmedium, $\alpha_s = 0.3$
[LV97]	43	1.5	1	HIJING	Gluonmedium
[LV97]	94	1.5	1	HIJING	Quarks und Gluonen mit thermischen Massen
[LV97]	102	1.2	1	HIJING	Gluonmedium
[LV97]	245	1.2	1	HIJING	Quarks und Gluonen mit thermischen Massen
[LV97]	21	1.5	1	Minijets	Gluonmedium
[GMRV96]	23	1.2	1	Hydro.	
[ZKL08]	7	1.3	1	Therm.	$T_0 = 700\,\text{MeV}$, NLO, nur zentrale Rapidität
[ZKL08]	33	1.3	1	Therm.	$T_0 = 750\,\text{MeV}$, NLO, nur zentrale Rapidität

Tabelle 7.2.: Wie Tabelle 7.1, jedoch für Pb+Pb-Kollisionen am LHC.

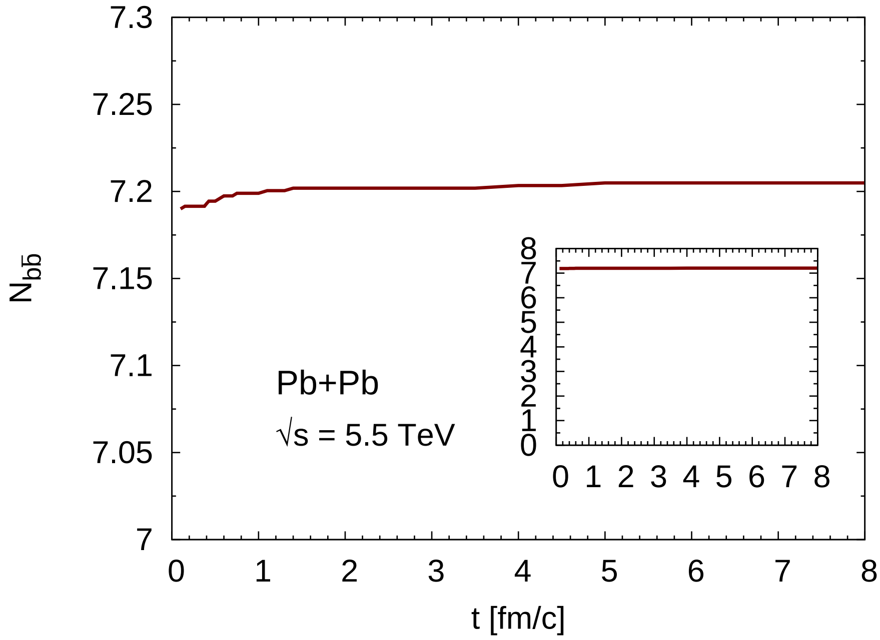

Abbildung 7.11.: Anzahl der während einer zentralen Pb+Pb-Kollision bei LHC produzierten Bottom-Quarkpaare, simuliert mit BAMPS. Die Partonanfangsverteilung stammt von PYTHIA.

7.2. Elliptischer Fluss von Charm-Quarks

In Abschnitt 3.2.3 haben wir den experimentellen Befund eines überraschend großen elliptischen Flusses von schweren Quarks besprochen und einige Modelle genannt, die versuchen ihn zu erklären. In diesem Abschnitt wollen wir die Aussagen von BAMPS zu diesem Thema betrachten.

Experimentell kann PHENIX Elektronen aus D- oder B-Mesonzerfällen mit einer Pseudo-Rapidität (siehe Anhang A.3) $|\tilde{\eta}| < 0.35$ detektieren [PHENIX03] und ihren elliptischen Fluss berechnen. Da BAMPS ein partonisches Transportmodell ist und die hadronische Phase nicht beschreiben kann, nehmen wir hier an, dass der elliptische Fluss von Charm-Quarks und von Elektronen gleich ist, um mit experimentellen Daten vergleichen zu können. In [ZCK05] werden die Effekte der Hadronisierung sowie der Zerfälle von D-Mesonen zu Elektronen untersucht und nur kleine Abweichungen im elliptischen Fluss zwischen Charm-Quarks und Elektronen gefunden, so dass diese Annahme gerechtfertigt scheint. Im Quark-Koaleszenz-Modell erhält man allerdings einen deutlich größeren elliptischen Fluss der D-Mesonen als den der Charm-Quarks [Mol05]. Für unabhängige Fragmentation wird in diesem Artikel kein großer Unterschied zwischen den beiden Größen festgestellt. Aus Konsistenzgründen betrachten wir ebenfalls nur Charm-Quarks mit einer Pseudo-Rapidität $|\tilde{\eta}| < 0.35$. Durch diese Einschränkung wird die ohnehin kleine Anzahl der Charm-Quarks für die Auswertung nochmals reduziert, weshalb wir die anfängliche Charm-Anzahl verzehnfachen, um die Statistik zu erhöhen. Für den elliptischen Fluss macht das keinen Unterschied, da diese Größe ein Mittelwert über alle Charm-Quarks darstellt (siehe Gleichung (3.4)) und ihre Anzahl noch immer so klein ist, dass das Medium

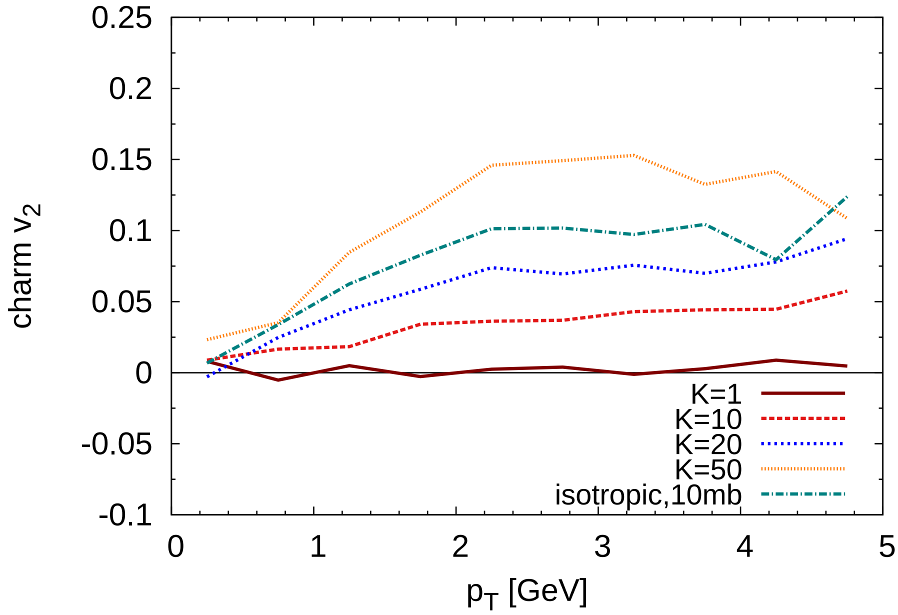

Abbildung 7.12.: Elliptischer Fluss von Charm-Quarks mit Pseudo-Rapidität $|\tilde{\eta}| < 0.35$ zum Zeitpunkt $t = 5\,\mathrm{fm/c}$ für RHIC-Kollisionen mit einem Stoßparameter von $b = 8.2\,\mathrm{fm}$ und verschiedenen K-Faktoren für $gc \to gc$.

von ihnen kaum beeinträchtigt wird.

Der elliptische Fluss für Charm-Quarks gibt an, wie sehr sie von dem restlichen QGP beeinflusst werden. Ein hoher elliptischer Fluss ist ein Indiz für eine starke Kopplung an das Medium. Die Wechselwirkung mit dem Gluonplasma in BAMPS findet in LO pQCD über elastische Gluon-Charm-Streuung $g + c \to g + c$ statt (siehe Abschnitt 3.3.2).

Für die Untersuchung des elliptischen Flusses wurden nicht-zentrale Au+Au-Kollisionen am RHIC mit einem Stoßparameter von $b = 8.2\,\mathrm{fm}$ simuliert, da bei zentralen Kollisionen aus Symmetriegründen kein elliptischer Fluss entstehen kann. Zu Beginn der Evolution besitzen Charm-Quarks ein konstantes $v_2(p_T) = 0$, da ihre anfängliche Impulsverteilung in transversaler Richtung isotrop ist. Nach $5\,\mathrm{fm/c}$ baut sich für den LO-Wirkungsquerschnitt mit einem K-Faktor von 1 ein bescheidener totaler Fluss von $v_2^{\mathrm{tot}} = 0.014$ auf, wobei über alle Charm-Quarks mit beliebigem Impuls innerhalb von $|\tilde{\eta}| < 0.35$ gemittelt wurde. Auch aus der p_T-Abhängigkeit des elliptischen Flusses für Charm-Quarks in Abbildung 7.12 ist erkennbar, dass der LO-Wirkungsquerschnitt für Gluon-Charm-Streuung nicht in der Lage ist, einen substantiellen elliptischen Fluss vorherzusagen.

Für die Entstehung eines elliptischen Flusses wird ein deutlich höherer Wirkungsquerschnitt für $gc \to gc$ benötigt, weswegen wir einen K-Faktor für diesen Prozess einführen. Da der typische Wert $K = 2$ kaum zu einem Unterschied führt, wurde der Wirkungsquerschnitt mit (unrealistisch großen) K-Faktoren von 10, 20 und 50 multipliziert, um zu sehen, wie viel größer der LO-Wirkungsquerschnitt für die Vorhersage eines signifikanten elliptischen Flusses werden muss. Durch die stärkere Kopplung an das Medium baut sich tatsächlich ein größerer elliptischer Fluss auf. Der totale Fluss für $K = 10$ beträgt $v_2^{\mathrm{tot}} = 0.033$, ist also mehr als doppelt so groß wie im Fall des regulären Wirkungsquerschnitts, jedoch angesichts des großen K-Faktors überraschend klein. Mit $K = 20$ entsteht ein elliptischer Fluss von $v_2^{\mathrm{tot}} = 0.056$ und mit $K = 50$ von $v_2^{\mathrm{tot}} = 0.073$. Im Vergleich von v_2^{tot} für $K = 10$ und 50 ist der letztere nur um etwa einen Faktor 2 größer, obwohl die Wirkungsquerschnitte sich um einen Faktor 5 unterscheiden. Dies weist auf eine nicht-triviale Skalierung des Flusses mit dem Wirkungsquerschnitt hin. Die p_T-Verteilungen für v_2 mit den verschiedenen K-Faktoren ist ebenfalls in Abbildung 7.12 eingezeichnet. Vor allem für große transversale Impulse ist der elliptische Fluss deutlich größer als mit dem LO-Wirkungsquerschnitt. Interessant ist auch, dass die Kurve für $K = 50$ bei großen p_T wieder fällt.

Zusätzlich ist in Abbildung 7.12 auch der elliptische Fluss für einen konstanten Wirkungsquerschnitt für $gc \to gc$ von $\sigma = 10\,\mathrm{mb}$ mit isotroper Winkelverteilung dargestellt. Der totale elliptische Fluss beträgt hierfür $v_2^{\mathrm{tot}} = 0.052$. Der reguläre pQCD-Wirkungsquerschnitt, den wir in Abschnitt 3.3.2 berechnet haben, liegt im Mittel je nach Debye-Masse bzw. Temperatur des Mediums zwischen 0.5 mb und 1 mb bei RHIC-Energien. Demnach entspricht der oben gewählte Wert für den isotropischen Wirkungsquerschnitt etwa einem pQCD-Wirkungsquerschnitt mit $K = 10$ oder $K = 20$. Allerdings liegt die Kurve für den elliptischen Fluss mit konstantem, isotropem Wirkungsquerschnitt deutlich über der mit $K = 20$, was ein Hinweis darauf ist, dass auch die Winkelabhängigkeit eine Rolle spielt. Für den isotropen Wirkunsgquerschnitt sind alle Winkel gleich wahrscheinlich und die Charm-Quarks ändern im Mittel deutlich ihre Richtung, wodurch der elliptische Fluss zunimmt. Für den regulären pQCD-Wirkunsgquerschnitt jedoch finden die meisten Gluon-Charm-Streuungen für moderate und große Schwerpunktsenergien bei kleinen Impulsüberträgen t statt, wie in Abbildung 3.15 auf Seite 43 gezeigt ist. Dies hat nur kleine Winkeländerungen in der Flugrichtung der Charm-Quarks zur Folge, wodurch der Einfluss auf den elliptischen Fluss niedrig ist.

Wie in Abschnitt 3.3.2 erläutert, wird der Gluonpropagator für $gc \to gc$ mit der Debye-Masse regularisiert. In [Pes08] wurde der mittlere Energieverlust eines ultrarelativistischen Charm-Quarks im Medium unter der Modell-Annahme einer Screening-Masse mit dem Resultat in der *next-to-leading-log* (*NLL*) Approximation verglichen, welches unter Berücksichtigung von *hard thermal loops* erhalten wird. Dabei wurde ermittelt, dass die Screening-Masse zwar in der Größenordung der Debye-Masse liegt, ihr genauer Wert aber $0.2\,m_D^2$ beträgt. Diese kleinere Debye-Masse führt zu einem höheren Wirkungsquerschnitt für $gc \to gc$ und dadurch zu einem höheren elliptischen Fluss. Für $K = 1$ beträgt er mit der kleineren Debye-Masse $v_2^{\mathrm{tot}} = 0.016$ und für $K = 10$ $v_2^{\mathrm{tot}} = 0.064$. In Abbildung 7.13 sind die p_T-Verteilungen für den Fluss aufgetragen. Für $K = 1$ sieht man kaum Unterschiede zwischen den Fällen mit kleinerer und regulärer Debye-Masse, während für $K = 10$ der Fluss für $0.2\,m_D^2$ deutlich größer ist.

Zum Vergleich mit unseren Ergebnissen aus der Parton-Kaskaden-Simulation sind in Abbildung 7.14 experimentelle Daten für den elliptischen Fluss von Elektronen aus D- und B-Mesonenzerfällen dargestellt. Die Daten stammen von Kollisionen am RHIC mit einer Zentralität zwischen $20 - 40\,\%$, was im Mittel dem für unsere Simulation gewählten Stoßparameter von $b = 8.2\,\mathrm{fm}$ entspricht. Allerdings sollte man mit dem Vergleich zwischen Simulation und Daten vorsichtig sein, da – wie oben erwähnt – die Hadronisierung und der Zerfall in Elektronen in der Simulation nicht enthalten ist. Zudem konnte im Experiment nicht zwischen Elektronen von Charm- und Bottom-Quarks unterschieden werden, so dass auch ein Beitrag von Bottom-Quarks enthalten ist, der allerdings im Besonderen für Elektronen mit niedrigem p_T klein ist [DGVW06].

Vergleicht man die Abbildungen 7.12 und 7.13 mit Abbildung 7.14, so können nur die Kurve

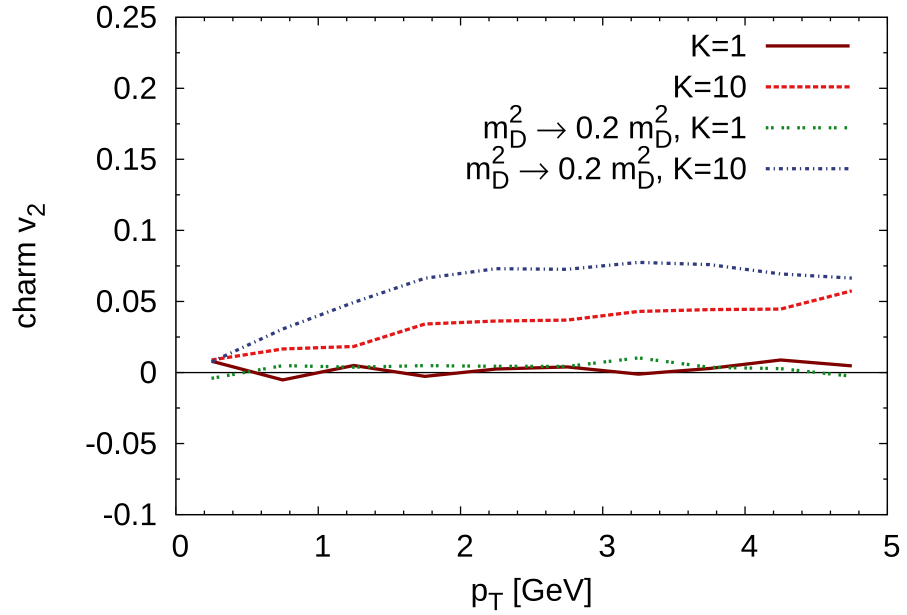

Abbildung 7.13.: Wie Abbildung 7.12 für $K = 1$ und $K = 10$. Zudem wurde die Debye-Masse m_D^2 (siehe Abschnitt 3.3.2) für den Prozess $gc \to gc$ mit dem Faktor 0.2 skaliert.

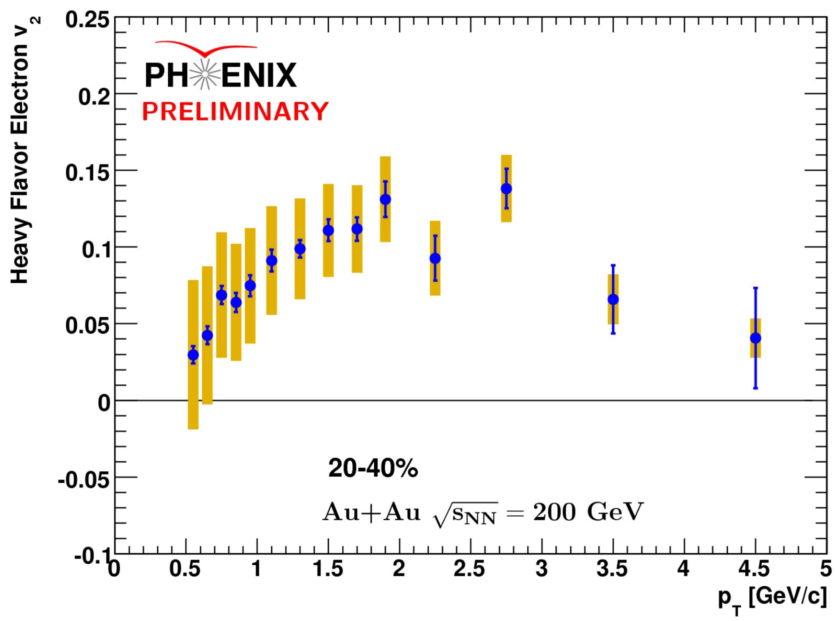

Abbildung 7.14.: Elliptischer Fluss von Elektronen, die aus Zerfällen von D- und B-Mesonen stammen und deren Pseudo-Rapidität zwischen $|\tilde{\eta}| < 0.35$ liegt. Beachtet wurden nur Kollisionen am RHIC, deren Zentralität zwischen $20 - 40\,\%$ liegt. Entnommen aus [PHENIX08].

von $K = 50$ und mit Abstrichen die vom isotropischen Wirkungsquerschnitt die Daten für p_T zwischen 1 und 3 GeV beschreiben. Jedoch fallen sie im weiteren Verlauf für größeres p_T nicht schnell genug wieder ab. Allerdings stimmen hier die Ergebnisse für $K = 10$ ganz gut mit den Daten überein. Die Unterschiede in der Größe und Gestalt der Kurven aus den Simulationen und den experimentellen Daten weisen auf andere Einflüsse hin, die eine wichtige Rolle spielen. Dies könnten zum Beispiel – obwohl man in [ZCK05] wie oben erwähnt zu einem anderen Ergebnis kam – Impulsänderungen während der Hadronisierung oder dem Zerfall schwerer Mesonen zu Elektronen sein. Vorgeschlagen werden auch Hadronresonanzen im QGP [vHGR06], die einen Anstieg von v_2 in diesem Impulsbereich verursachen (siehe weiter unten). Einen wichtigen Beitrag könnten ebenfalls Prozesse höherer Ordnung der Gluon-Charm-Wechselwirkung, wie zum Beispiel Gluonabstrahlung, liefern. Durch einen konstanten K-Faktor scheinen sie jedoch nicht ersetzt werden zu können. Gerade der Prozess der Gluonabstrahlung könnte eine große Rolle bei der Erklärung des elliptischen Flusses der Charm-Quarks mit kleinerem p_T spielen, da Charm-Quarks in diesem Prozess mehr Energie verlieren und somit dieser Bereich stärker besetzt wird. Auch die Änderung der Winkelverteilung könnte einen nennenswerten Einfluss haben.

Andere Modelle mit LO-Wirkungsquerschnitten haben ebenfalls Probleme die experimentellen Daten zu beschreiben [Mol05, MT05, ZCK05]. Deswegen werden die Wirkungsquerschnitte zumeist künstlich hochgesetzt oder Modelle entworfen, die nicht auf pQCD basieren.

In [ZCK05] wird der elliptische Fluss von Charm-Quarks im AMPT[3]-Modell untersucht, das auf Zhangs Partonkaskade [Zha98] basiert. Mit einem konstanten Wirkungsquerschnitt für Charm-Streuung von 3 mb (10 mb) liegt der elliptische Fluss in *minimum bias* Prozessen für Charm-Quarks mit $p_T = 2\,\mathrm{GeV}$ bei etwa 0.05 (0.08). Wie oben erläutert, liegt der von uns verwendete pQCD-Wirkungsquerschnitt bei RHIC-Energien zwischen 0.5 mb und 1 mb. Demnach stimmen die Ergebnisse von [ZCK05] ganz gut mit unseren Werten für $K = 10$ und 20 sowie dem konstanten Wirkungsquerschnitt überein. Grund für die leichten Abweichungen könnte der Unterschied in der Winkelverteilung der Charm-Quarks nach dem Stoß sein. [ZCK05] verwenden für $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}t$ den Ausdruck für masselose Partonen, der proportional zu $1/(t-m_D^2)^2$ ist, während wir, wie in den Gleichungen (3.24) und (3.32) angegeben, die Masse der Charm-Quarks explizit beachten.

Mit dem Hadron-String-Dynamik-Modell wird für $b = 7\,\mathrm{fm}$ ein elliptischer Fluss von etwa 0.04 bei $p_T = 2\,\mathrm{GeV}$ ermittelt [BCSX05]. Moore und Teaney schätzen ihn in [MT05] für verschiedene Diffusionskoeffizienten der Charm-Quarks mit der Lösung einer Fokker-Planck- und Langevin-Gleichung in einer Bjorken-Geometrie ab. Unsere Ergebnisse mit $K = 1$ und 10 korrespondieren mit einem großen Diffusionskoeffizienten von $D(2\pi T) \approx 5 - 20$. Die experimentellen Daten werden besser durch $D(2\pi T) = 1.5$ beschrieben. Laut [GA08] kann das gemessene v_2 erklärt werden, indem man die Kopplung laufen lässt und die Debye-Masse durch harte thermische Schleifenbeiträge ersetzt.

Molnár erhält mit seiner Parton-Kaskade für $b = 8\,\mathrm{fm}$ einen elliptischen Fluss für Charm-Quarks mit $p_T = 3\,\mathrm{GeV}$ von etwa 0.1, während der von D-Mesonen unter Anwendung des Quark-Koaleszenz-Modells bei etwa 0.15 liegt [Mol05]. Um diese großen Werte zu erreichen, drückt er die pQCD-Wirkungsquerschnitte für alle Prozesse durch den Wirkungsquerschnitt für $gg \rightarrow gg$ aus und nimmt für ihn 10 mb an, was etwa einem K-Faktor von 3 entspricht. Den Wirkungsquerschnitt für $gc \rightarrow gc$ gibt er nicht explizit an, so dass wir hier nicht vergleichen

[3] *A Multi-Phase Transport*

können. In einer weiteren Studie von Molnár und Gyulassy [MG02] wird für den typischen pQCD-Wirkungsquerschnitt für elastische Kollisionen von etwa 3 mb eine 150-fach größere Gluonanfangsdichte benötigt, um den gemessenen elliptischen Fluss zu beschreiben. Für eine moderate Gluonanfangsdichte muss der Wirkungsquerschnitt zu etwa 45 mb erhöht werden.

Van Hees und Rapp sind mit ihrem Resonanzmodell und einem Langevin-Ansatz in der Lage, den experimentell gemessenen elliptischen Fluss zu erklären [vHGR06]. Gerade bei kleineren p_T scheinen also weitere Einflussfaktoren, wie zum Beispiel D- und B-Mesonresonanzen im QGP, ins Spiel zu kommen.

[ACD$^+$06] bestimmen den elliptischen Fluss von Charm-Quarks mit dem Monte-Carlo-Programm PQM[4] [DLP05] für einen Transportkoeffizienten von $\hat{q} = 14\,\mathrm{GeV}^2/\mathrm{fm}$ zu 0.04 bei $p_T = 5\,\mathrm{GeV}$. Dieser Wert und auch der übrige Verlauf der Kurve ist in guter Übereinstimmung mit unseren Ergebnissen für $K = 10$.

[4] *Parton Quenching Model*

8. Zusammenfassung und Ausblick

> Wissen nennen wir den kleinen Teil der Unwissenheit, den wir geordnet haben.
>
> AMBROSE BIERCE

In der vorliegenden Arbeit wurden die Produktion und der elliptische Fluss von schweren Quarks in ultrarelativistischen Kern-Kern-Kollisionen mit einem stochastischen Transportmodell, dem Event-Generator PYTHIA, dem Modell des *Color Glass Condensates* und dem Minijet-Modell untersucht.

Der Fokus lag auf der Produktion von schweren Quarks in einem Medium aus Gluonen. Für die Simulation des Mediums wurde die Partonkaskade BAMPS verwendet, die Wechselwirkungen zwischen Gluonen durch dynamische Lösung der Boltzmann-Gleichung mit pQCD-Wirkungsquerschnitten beschreibt. Neben den elastischen Kollisionen sind auch inelastische $2 \leftrightarrow 3$ Prozesse in der Kaskade enthalten. Möglich wird dies durch die stochastische Interpretation des Wirkungsquerschnitts. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die $2 \rightarrow 2$ Prozesse für die Produktion von schweren Quarks, ihre Annihilation und ihre Wechselwirkung mit den Gluonen implementiert. Die differentiellen und totalen Wirkungsquerschnitte für diese Prozesse wurden in führender Ordnung pQCD unter expliziter Einbeziehung der Quark-Masse berechnet. Für die Streuung von schweren Quarks an Gluonen wurde die Methode des *Debye screenings* angewendet, um die Divergenz des Wirkungsquerschnitts zu umgehen.

Die BAMPS-Simulation der Produktion von Charm-Quarks in einer Box haben wir mit der analytischen Lösung einer Ratengleichung für das System verglichen und eine hervorragende Übereinstimmung gefunden. Aus diesen Rechnungen ließ sich die Größenordnung der Zeitskala bis zur chemischen Equilibrierung der Charm-Quarks ermitteln. Diese schätzten wir für eine Anfangstemperatur des Mediums von 400 MeV – der ungefähren Anfangstemperatur des QGP am RHIC – zu etwa 700 fm/c und für eine LHC-Temperatur von 800 MeV zu etwa 30 fm/c ab. Beide Werte sind weit größer als die Lebensdauer des QGP an dem jeweiligen Beschleuniger.

Die Anfangsverteilungen der Partonen in Schwerionenkollisionen wurden mit dem Event-Generator PYTHIA bestimmt. Da PYTHIA nur Nukleon-Nukleon-Kollisionen simuliert, skalierten wir die Partonverteilungen mit Hilfe des Glauber-Modells und unter Berücksichtigung der Energieerhaltung zu Kern-Kern-Kollisionen. Dabei wurde explizit zwischen der Skalierung von harten und weichen Prozessen unterschieden. Nach der Skalierung der harten Prozesse mit der Anzahl der binären Kollisionen stellte sich mit diesem Verfahren ein Skalierungsfaktor für die weichen Prozesse von ungefähr der Anzahl der Nukleonen ein, wie es phänomenologisch zu erwarten war.

Die Produktion von schweren Quarks in anfänglichen, harten Partonstößen während Nukleon-Nukleon-Kollisionen haben wir mit PYTHIA und dem Minijet-Modell in führender Ordnung pQCD abgeschätzt und eine starke Sensitivität bezüglich gewählter Partonverteilungsfunktion, Masse der Charm-Quarks, Faktorisierungs- und Renormierungsskala gefunden. Die Charm-Produktion im Minijet-Modell lag systematisch um etwa einen Faktor 5 unter den Daten von

PHENIX, während mit PYTHIA die Anzahl der produzierten Charm-Quarks nur wenig kleiner als die experimentell ermittelten Werte war.

Aufbauend auf dieser Anfangsverteilung studierten wir die Produktion von Charm-Quarks am RHIC und LHC sowie von Bottom-Quarks am LHC während der QGP-Phase mit BAMPS. Zusätzlich zu den laut PYTHIA und der Partonverteilungsfunktion CTEQ6l in anfänglichen, harten Partonstößen produzierten 9.2 Charm-Quark-Paaren wurden am RHIC nur 0.3 Paare im QGP mit diesen Anfangsbedingungen erzeugt. Bei Betrachtung von anderen Anfangsverteilungen für die Gluonen, wie dem Minijet-Modell oder dem *Color Glass Condensate*, sowie der Variation der Charm-Masse und des K-Faktors entstanden maximal 3.4 Charm-Paare im QGP. Aufgrund der anfänglichen Charm-Produktion in harten Partonstößen befanden sich die Charm-Quarks während der QGP-Phase deutlich über ihrem chemischen Gleichgewichtswert.

Für Pb+Pb-Kollisionen bei LHC-Energien lag die mit PYTHIA und CTEQ6l simulierte Anzahl der anfänglich produzierten Charm-Quark-Paare bei 62, zu denen weitere 11 Paare in der QGP-Phase hinzukamen, so dass ein nicht zu vernachlässigender Anteil der finalen Charm-Quarks aus dem QGP stammte. Mit kleinerer Charm-Masse und einem K-Faktor von 2 erhöhte sich die Anzahl der im Medium entstandenen Charm-Paare auf 38. Die am LHC anfänglich erzeugten Bottom-Quarks schätzten wir zu 7.2 ab, während ihre Produktion im QGP vernachlässigbar gering war.

Bei der Betrachtung des kollektiven Flusses von Charm-Quarks am RHIC stellten wir fest, dass die elastische Charm-Gluon-Streuung nicht ausreicht, um einen elliptischen Fluss aufzubauen. Nur durch einen mindestens zehnfach höheren Wirkungsquerschnitt konnte sich ein nennenswerter Fluss entwickeln. Dieses Resultat weist darauf hin, dass es notwendig ist, höhere Ordnungen miteinzubeziehen, um den beobachteten Fluss zu beschreiben. Deshalb wollen wir in einer zukünftigen Arbeit $2 \leftrightarrow 3$ Prozesse mit Charm-Quarks (zum Beispiel Gluonbremsstrahlung) implementieren und deren Einfluss auf den elliptischen Fluss untersuchen. Hierfür eignet sich BAMPS hervorragend, da hier das Grundgerüst für $2 \leftrightarrow 3$ Prozesse bereits vorhanden ist. Mit den inelastischen Prozessen kann auch der Energieverlust von Charm-Quarks im Medium studiert werden.

Für die Charm-Produktion während der QGP-Phase wäre es ebenfalls interessant, den Einfluss von Prozessen höherer Ordnungen anzuschauen. Eine weitere spannende Fragestellung bezüglich der Charm-Entstehung im QGP bildet der Beitrag von leichten Quarks, die in naher Zukunft in BAMPS integriert werden sollen.

Abbildung 8.1.: *Word cloud* der am häufigsten in dieser Arbeit verwendeten Wörter. Die Größe der Wörter korrespondiert mit ihrer Anzahl im Text. Standardwörter der deutschen Sprache sind herausgefiltert. Erstellt mit [Fei09].

A. Anhang

Wir sehen nicht, dass wir nicht sehen.

Wahrheit ist die Erfindung eines Lügners
HEINZ VON FOERSTER

A.1. Natürliche Einheiten

Naturgesetze sind prinzipiell unabhängig von der Wahl des Einheitensystems. Das meistgenutzte System in der Physik ist das SI-Einheitensystem, in dem aber viele Gleichungen der Hochenergiephysik eine sehr unhandliche Form annehmen. Deswegen sind auf diesem Gebiet natürliche Einheiten weit verbreitet. Hierbei setzt man häufig genutzte Konstanten wie das Plancksche Wirkungsquantum, die Lichtgeschwindigkeit und die Boltzmannkonstante auf 1:

$$\hbar = c = k_B = 1 \tag{A.1}$$

Dies führt dazu, dass Raum und Zeit sowie Energie und Impuls jeweils die gleichen Einheiten haben. Erstere werden meist in Femtometer ($1\,\mathrm{fm} = 10^{-15}\,\mathrm{m}$), letztere in Gigaelektronenvolt ($1\,\mathrm{GeV} = 10^6\,\mathrm{eV}$) angegeben. Prinzipiell ist jedoch nur noch eine von den beiden Einheiten notwendig, da sie über

$$1 = \hbar c = 0.197\,\mathrm{GeV\,fm} \tag{A.2}$$

voneinander abhängen. Im Allgemeinen behält man jedoch aus Anschauungsgründen beide bei.

Wirkungsquerschnitte werden meist in Millibarn (mb) angegeben. Hilfreiche Umrechnungen hierfür sind

$$1\,\mathrm{mb} = 0.1\,\mathrm{fm}^2 = 2.568\,\mathrm{GeV}^{-2}\ . \tag{A.3}$$

A.2. Glauber-Modell

Das Glauber-Modell liefert eine simple Beschreibung der ersten Phase von Schwerionenkollisionen. Nach diesem Modell setzt sich eine Kern-Kern-Kollision aus vielen einzelnen unabhängigen Nukleon-Nukleon-Kollisionen zusammen, deren Anzahl aus dem inelastischen Proton-Proton-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\mathrm{p+p}}$ und den Dichtefunktionen der Kerne berechnet werden kann.

In einer Nukleon-Kern-Kollision ist die nukleare Dickefunktion (*nuclear thickness function*)

$$T_A(\mathbf{b}) = \int \mathrm{d}z\, n_A(\mathbf{r} = (\mathbf{b}, z)) \tag{A.4}$$

für einen Stoßparameter $\mathbf{b}$ salopp ausgedrückt ein Maß dafür, wie viel das Nukleon vom Kern „sieht". Mathematisch genauer entspricht $\frac{1}{A}T_A(\mathbf{b})\mathrm{d}\mathbf{b}$ der Wahrscheinlichkeit für eine Nukleon-Nukleon-Kollision mit Stoßparameter $\mathbf{b}$ [Won94]. $n_A(\mathbf{r})$ aus Gleichung (A.4) bezeichnet die Dichtefunktion eines Kerns mit Massenzahl A, welche gut durch eine Woods-Saxon-Verteilung eines Lorentz-kontrahierten Kerns beschrieben wird:

$$n_A(\mathbf{x}_T, z) = \frac{\gamma\, n_0}{1 + \exp\left[\left(\sqrt{\mathbf{x}_T^2 + (\gamma z)^2} - R_A\right)/d\right]} \tag{A.5}$$

Dabei steht $\gamma = [1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2]^{-1/2}$ für den Lorentzfaktor, $d = 0.54\,\mathrm{fm}$ für die Dicke der Haut des Kerns und $R_A = \left(1.12A^{1/3} - 0.86A^{-1/3}\right)\mathrm{fm}$ für den Radius des Kerns. Die maximale Dichte n_0 wird aus der Normierung $\int \mathrm{d}^3\mathbf{r}\, n_A = A$ bestimmt und beträgt für Gold ($A = 197$) $n_0 = 0.17\,\mathrm{fm}^{-3}$.

Für Kern-Kern-Kollisionen kann man analog die nukleare Überlappfunktion (*nuclear overlap function*) zweier Kerne mit Massenzahl A und B definieren:

$$T_{AB}(\mathbf{b}) = \int \mathrm{d}^2\mathbf{x}_{T1}\mathrm{d}z_1\, \mathrm{d}^2\mathbf{x}_{T2}\mathrm{d}z_2\; n_A(\mathbf{r}_1)\, n_B(\mathbf{r}_2)\, \delta^2(\mathbf{b} - (\mathbf{x}_{T1} - \mathbf{x}_{T2})) \tag{A.6}$$

Die Anzahl der binären Nukleon-Nukleon-Kollisionen in einer Schwerionenkollision beträgt

$$N_{\mathrm{bin}}(\mathbf{b}) = \sigma_{\mathrm{p+p}}\, T_{AB}(\mathbf{b})\ . \tag{A.7}$$

Sie skaliert in zentralen Kollisionen gleicher Kerne ($A = B$) mit $A^{4/3}$, da hier $T_{AA} \sim A^2/R_A^2 \sim A^{4/3}$ mit $R_A \sim A^{1/3}$.

A.3. Rapidität

Es gibt drei unterschiedliche Rapiditäten:

1. Der alleinstehende Ausdruck *Rapidität* ist definiert als

$$y = \frac{1}{2}\ln\frac{E + p_z}{E - p_z}\ . \tag{A.8}$$

   E ist die Energie und p_z der Impuls in longitudinaler Richtung (für die Strahlrichtung ist – wie allgemein üblich – die z-Achse gewählt). Die Größe gibt also die Bewegungsrichtung an: Teilchen mit hoher Rapidität schließen kleine Winkel mit der z-Achse ein, während $y = 0$ (Mitt-Rapidität oder zentrale Rapidität) Teilchen in transversaler Richtung zur Strahlachse beschreibt.

2. Die *Pseudo-Rapidität* ist bei Experimentatoren sehr beliebt und kann allein aus der Flugrichtung (θ: Winkel zur z-Achse) bzw. aus dem Impuls $\vec{p}$ eines Teilchens bestimmt werden. Sie ist definiert als

$$\tilde{\eta} = -\ln\left[\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{|\vec{p}| + p_z}{|\vec{p}| - p_z}\right)\ . \tag{A.9}$$

   Für masselose Teilchen sind Pseudo-Rapidität und Rapidität gleich. Oft wird die Pseudo-Rapidität auch einfach mit η bezeichnet. Wir wollen in dieser Arbeit aber den Buchstaben ohne die Tilde für die Raumzeit-Rapidität reservieren.

3. Die Raumzeit-Rapidität ist nicht so einfach experimentell zugänglich und daher eher von theoretischem Interesse. Analog zur Rapidität im Energie-Impulsraum ist sie in der Raumzeit als

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \frac{t+z}{t-z} \tag{A.10}$$

definiert.

A.4. Mandelstam-Variablen

Die drei Mandelstam-Variablen [Man58] sind Lorentz-invariante Größen, die einen $2 \to 2$ Prozess kennzeichnen. Ihre Definition lautet:

$$\begin{aligned} s &= (P_1 + P_2)^2 = (P_3 + P_4)^2 \\ t &= (P_1 - P_3)^2 = (P_2 - P_4)^2 \\ u &= (P_1 - P_4)^2 = (P_2 - P_3)^2 \end{aligned} \tag{A.11}$$

P_i sind die Viererimpulse der ein- $(i = 1, 2)$ bzw. auslaufenden $(i = 3, 4)$ Teilchen. Die Notation kann auch aus Abbildung 3.6 auf Seite 34 entnommen werden.

Die beiden Mandelstam-Variablen s und t haben eine anschauliche Bedeutung: s ist die Schwerpunktsenergie des Streuprozesses zum Quadrat und t das Quadrat des Viererimpulsübertrags. Die Addition aller drei Variablen ergibt die Summe der Massen der ein- und auslaufenden Teilchen

$$s + t + u = \sum_{i=1}^{4} m_i^2 \ , \tag{A.12}$$

wie man leicht durch ausmultiplizieren der Impulsquadrate aus Gleichung (A.11) zeigen kann.

A.5. Rejection method

Die meisten computergestützten Algorithmen zur Generation von Zufallszahlen geben zufällig eine Zahl zwischen 0 und 1 aus, wobei jede Zahl gleichwahrscheinlich ist. Oft ist man aber daran interessiert eine Zufallszahl $x \in [a, b]$ nach der Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(x)\mathrm{d}x$ zu erhalten. Es sei

$$A(x) = \int_a^x p(x')\mathrm{d}x' \tag{A.13}$$

und $p(x)$ so normiert, dass $A(b) = 1$. Wenn $A(x)$ invertierbar ist, braucht man nur A zufällig zwischen 0 und 1 zu wählen und kann mit $x(A)$ die Zufallszahl berechnen, die der Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(x)\mathrm{d}x$ gehorcht.

Falls $A(x)$ nicht invertierbar ist, kann die *rejection method* genutzt werden. Hierfür wird eine Vergleichsfunktion $f(x)$ benötigt, die an allen Stellen größer als die Wahrscheinlichkeitsverteilung ist, also $f(x) > p(x)$ für alle x. Definieren wir nun

$$\tilde{A}(x) = \int_a^x f(x')\mathrm{d}x' \ . \tag{A.14}$$

Dabei muss $f(x)$ so gewählt werden, dass $\tilde{A}(x)$ invertierbar ist und $\tilde{A}(b) < \infty$.

Jetzt würfelt man für $\tilde{A}$ eine gleichmäßig verteilte Zufallszahl zwischen $[0, \tilde{A}(b)]$ und berechnet $x(\tilde{A})$. Nachdem für dieses x die Werte $f(x)$ und $p(x)$ bestimmt wurden, würfelt man ein weitere Zufallszahl y aus $[0, 1]$ und multipliziert sie mit $f(x)$. Ist $y\, f(x) \leq p(x)$ wird x akzeptiert, andernfalls verworfen (daher *rejection method*).

Somit hat man x zufällig nach der Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(x)\mathrm{d}x$ bestimmt, wobei nur gleichverteilte Zufallszahlen zwischen 0 und 1 verwendet wurden.

Um die Anzahl der verworfenen x und damit den Rechenaufwand möglichst klein zu halten, sollte $f(x)$ für alle x möglichst nah an $p(x)$ liegen.

A.6. Zeitumkehrinvarianz und detailliertes Gleichgewicht

Bis 1964 nahm man an, dass alle Wechselwirkungen auf mikroskopischer Ebene zeitumkehrinvariant sind, sie sich also nicht ändern, wenn man die Zeit rückwärts laufen lässt. Dann wurde die Verletzung der $\mathcal{CP}$-Invarianz der schwachen Wechselwirkung experimentell von Christenson, Cronin, Fitch und Turlay entdeckt. $\mathcal{C}$ steht für Ladungskonjugation, also Ersetzen der Teilchen durch ihre Antiteilchen, und $\mathcal{P}$ für Parität, die eine Spiegelung des Systems beschreibt. $\mathcal{CP}$-Invarianz bedeutet, dass sich die physikalischen Wechselwirkungen unter gleichzeitiger Anwendung von Parität und Vorzeichenänderung der Ladung nicht ändern, was in der schwachen Wechselwirkung also nicht der Fall ist.

Für die $\mathcal{CPT}$-Transformation fügt man zusätzlich noch die Zeitumkehr $\mathcal{T}$ hinzu. Hierzu wurde in den 50er Jahren das $\mathcal{CPT}$-Theorem bewiesen, welches besagt, dass jede Lorentz-invariante lokale Quantenfeldtheorie mit einem hermiteschen Hamiltonian und damit das ganze Standardmodell $\mathcal{CPT}$-invariant ist. Da die $\mathcal{CP}$-Invarianz der schwachen Wechselwirkung verletzt ist, impliziert die $\mathcal{CPT}$-Invarianz aller Standardmodell-Wechselwirkungen, dass auch die Zeitumkehrinvarianz der schwachen Wechselwirkung verletzt ist.

Bei allen anderen Wechselwirkungen des Standardmodells – dies beinhaltet auch die QCD – gibt es jedoch keine Hinweise auf eine Verletzung der $\mathcal{CP}$-Invarianz oder $\mathcal{T}$-Invarianz.

Aus der $\mathcal{T}$-Invarianz der QCD folgt das fundamentale Gesetz des detaillierten Gleichgewichts [Sac87] für QCD-Prozesse. Die Wirkungsquerschnitte für Hinreaktion $a + b \to c + d$ und Rückreaktionen $c + d \to a + b$ sind identisch, wenn man Entartungsfaktoren beachtet. Die tiefere Begründung liegt in der Invarianz der quadrierten Matrixelemente unter Zeitumkehr. Wendet man den Zeitumkehroperator an, so erhält man, dass das Matrixelement des Rückprozesses dem komplex-konjugierten des Hinprozesses entspricht: $\mathcal{M}_{if} = \mathcal{M}^*_{fi}$ [Smi06]. Da die Wirkungsquerschnitte für Hin- und Rückprozess aber proportional zu $|\mathcal{M}|^2$ sind, haben beide den gleichen Wert.

Literaturverzeichnis

[ABMRS07] A. Andronic, P. Braun-Munzinger, K. Redlich and J. Stachel, *Statistical hadronization of heavy quarks in ultra- relativistic nucleus-nucleus collisions*, Nucl. Phys. A789, 334–356 (2007), [nucl-th/0611023].

[Acc02] A. Accardi, *Cronin effect in proton nucleus collisions: A survey of theoretical models*, (2002), [hep-ph/0212148].

[ACD+06] N. Armesto, M. Cacciari, A. Dainese, C. A. Salgado and U. A. Wiedemann, *How sensitive are high-p(T) electron spectra at RHIC to heavy quark energy loss?*, Phys. Lett. B637, 362–366 (2006), [hep-ph/0511257].

[AGIS83] B. Andersson, G. Gustafson, G. Ingelman and T. Sjostrand, *Parton Fragmentation and String Dynamics*, Phys. Rept. 97, 31–145 (1983).

[Ait05] I. J. R. Aitchison, *Supersymmetry and the MSSM: An Elementary introduction*, (2005), [hep-ph/0505105].

[AK03] N. G. Antoniou and A. S. Kapoyannis, *Bootstraping the QCD critical point*, Phys. Lett. B563, 165–172 (2003), [hep-ph/0211392].

[ALICE04] F. Carminati et al. (ALICE Collaboration), *ALICE: Physics performance report, volume I*, J. Phys. G30, 1517–1763 (2004).

[ALICE06] B. Alessandro et al. (ALICE Collaboration), *ALICE: Physics performance report, volume II*, J. Phys. G32, 1295–2040 (2006).

[AP77] G. Altarelli and G. Parisi, *Asymptotic Freedom in Parton Language*, Nucl. Phys. B126, 298 (1977).

[Arm06] N. Armesto, *Nuclear shadowing*, J. Phys. G32, R367–R394 (2006), [hep-ph/0604108].

[Arn94] M. Arneodo, *Nuclear effects in structure functions*, Phys. Rept. 240, 301–393 (1994).

[AY89] M. Asakawa and K. Yazaki, *Chiral restoration at finite density and temperature*, Nucl. Phys. A504, 668–684 (1989).

[B+90] F. R. Brown et al., *On the existence of a phase transition for QCD with three light quarks*, Phys. Rev. Lett. 65, 2491–2494 (1990).

[B+98] S. A. Bass et al., *Microscopic models for ultrarelativistic heavy ion collisions*, Prog. Part. Nucl. Phys. 41, 255–369 (1998), [nucl-th/9803035].

[B+09] I. Bouras et al., *Relativistic shock waves in viscous gluon matter*, Phys. Rev. Lett. 103, 032301 (2009), [0902.1927].

[BCDC+90] A. Barducci, R. Casalbuoni, S. De Curtis, R. Gatto and G. Pettini, *Chiral phase transitions in QCD for finite temperature and density*, Phys. Rev. D41, 1610 (1990).

[BCE+08] I. Bouras, L. Cheng, A. El, O. Fochler, J. Uphoff, Z. Xu and C. Greiner, *Viscous Effects on Elliptic Flow and Shock Waves*, (2008), [0811.4133].

[BCPG94] A. Barducci, R. Casalbuoni, G. Pettini and R. Gatto, *Chiral phases of QCD at finite density and temperature*, Phys. Rev. D49, 426–436 (1994).

[BCSX05] E. L. Bratkovskaya, W. Cassing, H. Stoecker and N. Xu, *Collective flow of open and hidden charm in Au + Au collisions at* $\sqrt{s} = 200$ *GeV*, Phys. Rev. C71, 044901 (2005), [nucl-th/0409047].

[Bet07] S. Bethke, *Experimental Tests of Asymptotic Freedom*, Prog. Part. Nucl. Phys. 58, 351–386 (2007), [hep-ex/0606035].

[BG05] J.-P. Blaizot and F. Gelis, *Searching evidence for the color glass condensate at RHIC*, Nucl. Phys. A750, 148–165 (2005), [hep-ph/0405305].

[BH89] S. J. Brodsky and P. Hoyer, *The Nucleus as a Color Filter in QCD Decays: Hadroproduction in Nuclei*, Phys. Rev. Lett. 63, 1566 (1989).

[BHK82] V. D. Barger, F. Halzen and W. Y. Keung, *The Central and Diffractive Components of Charm Production*, Phys. Rev. D25, 112 (1982).

[Bjo69] J. D. Bjorken, *Asymptotic Sum Rules at Infinite Momentum*, Phys. Rev. 179, 1547–1553 (1969).

[Bjo83] J. D. Bjorken, *Highly relativistic nucleus–nucleus collisions: The central rapidity region*, Phys. Rev. D27, 140–151 (1983).

[BMS00] P. Braun-Munzinger and J. Stachel, *(Non)thermal aspects of charmonium production and a new look at J/psi suppression*, Phys. Lett. B490, 196–202 (2000), [nucl-th/0007059].

[BMS01] P. Braun-Munzinger and J. Stachel, *On charm production near the phase boundary*, Nucl. Phys. A690, 119–126 (2001), [nucl-th/0012064].

[BMSS01] R. Baier, A. H. Mueller, D. Schiff and D. T. Son, *'Bottom–up' thermalization in heavy–ion collisions*, Phys. Lett. B502, 51–58 (2001), [hep-ph/0009237].

[BMW08] P. Braun-Munzinger and J. Wambach, *The Phase Diagram of Strongly-Interacting Matter*, (2008), [0801.4256].

[BR99] J. Berges and K. Rajagopal, *Color superconductivity and chiral symmetry restoration at non–zero baryon density and temperature*, Nucl. Phys. B538, 215–232 (1999), [hep-ph/9804233].

[BRAHMS03] M. Adamczyk et al. (BRAHMS Collaboration), *The BRAHMS experiment at RHIC*, Nucl. Instrum. Meth. A499, 437–468 (2003).

[BRAHMS05] I. Arsene et al. (BRAHMS Collaboration), *Quark gluon plasma and color glass condensate at RHIC? The perspective from the BRAHMS experiment*, Nucl. Phys. A757, 1–27 (2005), [nucl-ex/0410020].

[BRW06] R. Baier, P. Romatschke and U. A. Wiedemann, *Dissipative hydrodynamics and heavy–ion collisions*, (2006), [hep-ph/0602249].

[BSMM01] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol and H. Mühlig, *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch, 5. edition, 2001, S. 771.

[BSW78] J. Babcock, D. W. Sivers and S. Wolfram, *QCD Estimates for Heavy Particle Production*, Phys. Rev. D18, 162 (1978).

[BV01] J. Bjoraker and R. Venugopalan, *From colored glass condensate to gluon plasma: Equilibration in high energy heavy ion collisions*, Phys. Rev. C63, 024609 (2001), [hep-ph/0008294].

[BvDM$^+$93] T. S. Biro, E. van Doorn, B. Muller, M. H. Thoma and X. N. Wang, *Parton equilibration in relativistic heavy ion collisions*, Phys. Rev. C48, 1275–1284 (1993), [nucl-th/9303004].

[C$^+$01] G. Corcella et al., *HERWIG 6.5: an event generator for Hadron Emission Reactions With Interfering Gluons (including supersymmetric processes)*, JHEP 01, 010 (2001), [hep-ph/0011363].

[CGR93] J. Cleymans, V. V. Goloviznin and K. Redlich, *Virtual photon bremsstrahlung in quark gluon plasma*, Phys. Rev. D47, 989–997 (1993).

[Cla09] Clay Mathematics Institute of Cambridge, Massachusetts (CMI), Millenium Prize Problems, `http://www.claymath.org/millennium/`, 2009, zuletzt abgerufen am 22.03.2009.

[CMN03] F. Cooper, E. Mottola and G. C. Nayak, *Minijet initial conditions for non-equilibrium parton evolution at RHIC and LHC*, Phys. Lett. B555, 181–188 (2003), [hep-ph/0210391].

[CNV05] M. Cacciari, P. Nason and R. Vogt, *QCD predictions for charm and bottom production at RHIC*, Phys. Rev. Lett. 95, 122001 (2005), [hep-ph/0502203].

[Com79] B. L. Combridge, *Associated Production of Heavy Flavor States in p p and anti-p p Interactions: Some QCD Estimates*, Nucl. Phys. B151, 429 (1979).

[CSST05] J. Casalderrey-Solana, E. V. Shuryak and D. Teaney, *Conical flow induced by quenched QCD jets*, J. Phys. Conf. Ser. 27, 22–31 (2005), [hep-ph/0411315].

[CTEQ00] H. L. Lai et al. (CTEQ Collaboration), *Global QCD analysis of parton structure of the nucleon: CTEQ5 parton distributions*, Eur. Phys. J. C12, 375–392 (2000), [hep-ph/9903282].

[Deh88] H. Dehmelt, *A Single Atomic Particle Forever Floating at Rest in Free Space: New Value for Electron Radius*, Phys. Scripta T22, 102–110 (1988).

[DG04] M. Djordjevic and M. Gyulassy, *Heavy quark radiative energy loss in QCD matter*, Nucl. Phys. A733, 265–298 (2004), [nucl-th/0310076].

[DGH94] J. F. Donoghue, E. Golowich and B. R. Holstein, *Dynamics of the Standard Model*, Cambridge University Press, 1994.

[DGVW06] M. Djordjevic, M. Gyulassy, R. Vogt and S. Wicks, *Influence of bottom quark jet quenching on single electron tomography of Au + Au*, Phys. Lett. B632, 81–86 (2006), [nucl-th/0507019].

[Div01] D. A. Diver, *A plasma formulary for physics, technology, and astrophysics*, Wiley-VCH, 2001.

[DK01] Y. L. Dokshitzer and D. E. Kharzeev, *Heavy quark colorimetry of QCD matter*, Phys. Lett. B519, 199–206 (2001), [hep-ph/0106202].

[DLP05] A. Dainese, C. Loizides and G. Paic, *Leading-particle suppression in high energy nucleus nucleus collisions*, Eur. Phys. J. C38, 461–474 (2005), [hep-ph/0406201].

[DN07] H. J. Drescher and Y. Nara, *Effects of fluctuations on the initial eccentricity from the color glass condensate in heavy ion collisions*, Phys. Rev. C75, 034905 (2007), [nucl-th/0611017].

[DNN04] F. O. Duraes, F. S. Navarra and M. Nielsen, *On open charm production in heavy ion collisions*, Braz. J. Phys. 34, 290–292 (2004).

[Dok77] Y. L. Dokshitzer, *Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and e+ e- Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics. (In Russian)*, Sov. Phys. JETP 46, 641–653 (1977).

[EKL89] K. J. Eskola, K. Kajantie and J. Lindfors, *Quark and Gluon Production in High-Energy Nucleus-Nucleus Collisions*, Nucl. Phys. B323, 37 (1989).

[EKV04] K. J. Eskola, V. J. Kolhinen and R. Vogt, *Enhancement of charm quark production due to nonlinear corrections to the DGLAP equations*, Phys. Lett. B582, 157–166 (2004), [hep-ph/0310111].

[EMW96] K. J. Eskola, B. Muller and X.-N. Wang, *Screening of initial parton production in ultrarelativistic heavy-ion collisions*, Phys. Lett. B374, 20–24 (1996), [hep-ph/9509285].

[EMXG08] A. El, A. Muronga, Z. Xu and C. Greiner, *Shear viscosity and out of equilibrium dissipative hydrodynamics*, (2008), [0812.2762].

[ESW03] R. K. Ellis, W. J. Stirling and B. R. Webber, *QCD and collider physics*, Cambridge University Press, 2003.

[EXG08] A. El, Z. Xu and C. Greiner, *Thermalization of a color glass condensate and review of the 'Bottom-Up' scenario*, Nucl. Phys. A806, 287–304 (2008), [0712.3734].

[Fei09] J. Feinberg, Wordle, `http://www.wordle.net`, 2009, zuletzt abgerufen am 20.07.2009.

[Fey69] R. P. Feynman, *Very high-energy collisions of hadrons*, Phys. Rev. Lett. 23, 1415–1417 (1969).

[FK02] Z. Fodor and S. D. Katz, *Lattice determination of the critical point of QCD at finite T and μ*, JHEP 03, 014 (2002), [hep-lat/0106002].

[FK04] Z. Fodor and S. D. Katz, *Finite T/μ lattice QCD and the critical point*, Prog. Theor. Phys. Suppl. 153, 86–92 (2004), [hep-lat/0401023].

[FMNR98] S. Frixione, M. L. Mangano, P. Nason and G. Ridolfi, *Heavy quark production*, Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. 15, 609–706 (1998), [hep-ph/9702287].

[FMS03] R. J. Fries, B. Muller and D. K. Srivastava, *High energy photons from passage of jets through quark gluon plasma*, Phys. Rev. Lett. 90, 132301 (2003), [nucl-th/0208001].

[FW83] R. D. Field and S. Wolfram, *A QCD Model for e+ e- Annihilation*, Nucl. Phys. B213, 65 (1983).

[FXG09] O. Fochler, Z. Xu and C. Greiner, *Towards a unified understanding of jet-quenching and elliptic flow within perturbative QCD parton transport*, Phys. Rev. Lett. 102, 202301 (2009), [0806.1169].

[G$^+$95] R. V. Gavai et al., *Heavy quark production in p p collisions*, Int. J. Mod. Phys. A10, 2999–3042 (1995), [hep-ph/9411438].

[GA08] P. B. Gossiaux and J. Aichelin, *Towards an understanding of the RHIC single electron data*, Phys. Rev. C78, 014904 (2008), [0802.2525].

[GJDR08] M. Gluck, P. Jimenez-Delgado and E. Reya, *Dynamical parton distributions of the nucleon and very small-x physics*, Eur. Phys. J. C53, 355–366 (2008), [0709.0614].

[GJDRS08] M. Gluck, P. Jimenez-Delgado, E. Reya and C. Schuck, *On the role of heavy flavor parton distributions at high energy colliders*, Phys. Lett. B664, 133–138 (2008), [0801.3618].

[GKM$^+$00] M. I. Gorenstein, A. P. Kostyuk, L. D. McLerran, H. Stoecker and W. Greiner, *Open and hidden charm production in Au + Au collisions at RHIC energies*, (2000), [hep-ph/0012292].

[GL72] V. N. Gribov and L. N. Lipatov, *Deep inelastic e p scattering in perturbation theory*, Sov. J. Nucl. Phys. 15, 438–450 (1972).

[GLR83] L. V. Gribov, E. M. Levin and M. G. Ryskin, *Semihard Processes in QCD*, Phys. Rept. 100, 1–150 (1983).

[GLS+06] L. Grandchamp, S. Lumpkins, D. Sun, H. van Hees and R. Rapp, *Bottomonium production at RHIC and CERN LHC*, Phys. Rev. C73, 064906 (2006), [hep-ph/0507314].

[GM64] M. Gell-Mann, *A Schematic Model of Baryons and Mesons*, Phys. Lett. 8, 214–215 (1964).

[GMRV96] S. Gavin, P. L. McGaughey, P. V. Ruuskanen and R. Vogt, *How To Find Charm in Nuclear Collisions at RHIC and LHC*, Phys. Rev. C54, 2606–2623 (1996), [hep-ph/9604369].

[Goe08] J. W. v. Goethe, *Faust. Der Tragödie erster Teil*, Cotta (Hrsg.), 1808, Vers 382 f.

[GOR78] M. Gluck, J. F. Owens and E. Reya, *Gluon Contribution to Hadronic J/ψ Production*, Phys. Rev. D17, 2324 (1978).

[Gri99] D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics (3rd Edition)*, Benjamin Cummings, 1999.

[Group04] N. Brambilla et al. (Quarkonium Working Group Collaboration), *Heavy quarkonium physics*, (2004), [hep-ph/0412158].

[Group08] C. Amsler et al. (Particle Data Group Collaboration), *Review of particle physics*, Phys. Lett. B667, 1 (2008).

[GRV98] M. Gluck, E. Reya and A. Vogt, *Dynamical parton distributions revisited*, Eur. Phys. J. C5, 461–470 (1998), [hep-ph/9806404].

[GW73] D. J. Gross and F. Wilczek, *Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories*, Phys. Rev. Lett. 30, 1343–1346 (1973).

[H108] K. Nagano (H1 Collaboration), *Parton Distribution Functions: Impact of HERA*, (2008), [0808.3797].

[Hau05] H. Haug, *Statistische Physik*, Springer, 2. edition, 2005.

[Hei05] U. W. Heinz, *Thermalization at RHIC*, AIP Conf. Proc. 739, 163–180 (2005), [nucl-th/0407067].

[HI03] Y. Hatta and T. Ikeda, *Universality, the QCD critical / tricritical point and the quark number susceptibility*, Phys. Rev. D67, 014028 (2003), [hep-ph/0210284].

[HJS+98] M. A. Halasz, A. D. Jackson, R. E. Shrock, M. A. Stephanov and J. J. M. Verbaarschot, *On the phase diagram of QCD*, Phys. Rev. D58, 096007 (1998), [hep-ph/9804290].

[HK02] U. W. Heinz and P. F. Kolb, *Early thermalization at RHIC*, Nucl. Phys. A702, 269–280 (2002), [hep-ph/0111075].

[IV03] E. Iancu and R. Venugopalan, *The color glass condensate and high energy scattering in QCD*, (2003), [hep-ph/0303204].

[JM04] J. Jalilian-Marian, *The color glass condensate at RHIC*, J. Phys. G30, S751–S758 (2004), [nucl-th/0403077].

[Kar02] F. Karsch, *Lattice results on QCD thermodynamics*, Nucl. Phys. A698, 199–208 (2002), [hep-ph/0103314].

[Kir97] E. Kiritsis, *Introduction to superstring theory*, (1997), [hep-th/9709062].

[KLL87] K. Kajantie, P. V. Landshoff and J. Lindfors, *Minijet Production in High-Energy Nucleus-Nucleus Collisions*, Phys. Rev. Lett. 59, 2527 (1987).

[KLN04] D. Kharzeev, E. Levin and M. Nardi, *QCD saturation and deuteron nucleus collisions*, Nucl. Phys. A730, 448–459 (2004), [hep-ph/0212316].

[KLOT04] S. Kretzer, H. L. Lai, F. I. Olness and W. K. Tung, *CTEQ6 parton distributions with heavy quark mass effects*, Phys. Rev. D69, 114005 (2004), [hep-ph/0307022].

[KLP01] F. Karsch, E. Laermann and A. Peikert, *Quark mass and flavor dependence of the QCD phase transition*, Nucl. Phys. B605, 579–599 (2001), [hep-lat/0012023].

[KMW06] V. Koch, A. Majumder and X.-N. Wang, *Cherenkov radiation from jets in heavy–ion collisions*, Phys. Rev. Lett. 96, 172302 (2006), [nucl-th/0507063].

[KN01] D. Kharzeev and M. Nardi, *Hadron production in nuclear collisions at RHIC and high density QCD*, Phys. Lett. B507, 121–128 (2001), [nucl-th/0012025].

[Koc97] V. Koch, *Aspects of chiral symmetry*, Int. J. Mod. Phys. E6, 203–250 (1997), [nucl-th/9706075].

[KP97] B. Kampfer and O. P. Pavlenko, *Thermal dilepton and open charm signals versus hard initial yields in heavy ion collisions at RHIC and LHC energies*, Phys. Lett. B391, 185–190 (1997).

[KSH00] P. F. Kolb, J. Sollfrank and U. W. Heinz, *Anisotropic transverse flow and the quark-hadron phase transition*, Phys. Rev. C62, 054909 (2000), [hep-ph/0006129].

[KSS05] P. Kovtun, D. T. Son and A. O. Starinets, *Viscosity in strongly interacting quantum field theories from black hole physics*, Phys. Rev. Lett. 94, 111601 (2005), [hep-th/0405231].

[Lam55] W. Lamb, Nobel Lecture: Fine structure of the hydrogen atom, `http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1955/lamb-lecture.pdf`, 1955, zuletzt abgerufen am 06.05.2009.

[LMW95] P. Levai, B. Muller and X.-N. Wang, *Open charm production in an equilibrating parton plasma*, Phys. Rev. C51, 3326–3335 (1995), [hep-ph/9412352].

[LR07] J. Letessier and J. Rafelski, *Strangeness chemical equilibration in QGP at RHIC and LHC*, Phys. Rev. C75, 014905 (2007), [nucl-th/0602047].

[LV97] P. Levai and R. Vogt, *Thermal charm production by massive gluons and quarks*, Phys. Rev. C56, 2707–2717 (1997), [hep-ph/9704360].

[Man58] S. Mandelstam, *Determination of the pion - nucleon scattering amplitude from dispersion relations and unitarity. General theory*, Phys. Rev. 112, 1344–1360 (1958).

[Mar97] S. P. Martin, *A Supersymmetry Primer*, (1997), [hep-ph/9709356].

[McL03] L. McLerran, *RHIC physics: The quark gluon plasma and the color glass condensate: 4 lectures*, (2003), [hep-ph/0311028].

[McL05] L. McLerran, *The color glass condensate and RHIC*, Nucl. Phys. A752, 355–371 (2005).

[McL08] L. McLerran, *The Color Glass Condensate and Glasma*, (2008), [0804.1736].

[ME01] D. Miskowiec and J. Elgeti, Nuclear Overlap Calculation, `http://www-linux.gsi.de/~misko/overlap/`, 2001, zuletzt abgerufen am 18.01.2009.

[MG02] D. Molnar and M. Gyulassy, *Saturation of elliptic flow at RHIC: Results from the covariant elastic parton cascade model MPC*, Nucl. Phys. A697, 495–520 (2002), [nucl-th/0104073].

[MN06] B. Muller and J. L. Nagle, *Results from the Relativistic Heavy Ion Collider*, (2006), [nucl-th/0602029].

[Mol05] D. Molnar, *Charm elliptic flow from quark coalescence dynamics*, J. Phys. G31, S421–S428 (2005), [nucl-th/0410041].

[MP07] A. Mocsy and P. Petreczky, *Color Screening Melts Quarkonium*, Phys. Rev. Lett. 99, 211602 (2007), [0706.2183].

[MRST02] A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling and R. S. Thorne, *NNLO global parton analysis*, Phys. Lett. B531, 216–224 (2002), [hep-ph/0201127].

[MRST05] A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling and R. S. Thorne, *Parton distributions incorporating QED contributions*, Eur. Phys. J. C39, 155–161 (2005), [hep-ph/0411040].

[MS86] T. Matsui and H. Satz, *J/psi Suppression by Quark-Gluon Plasma Formation*, Phys. Lett. B178, 416 (1986).

[MSM86] T. Matsui, B. Svetitsky and L. D. McLerran, *Strangeness production in ultrarelativistic heavy-ion collisions. I. Chemical kinetics in the quark-gluon plasma*, Phys. Rev. D34, 783 (1986).

[MT05] G. D. Moore and D. Teaney, *How much do heavy quarks thermalize in a heavy ion collision?*, Phys. Rev. C71, 064904 (2005), [hep-ph/0412346].

[Mue01] A. H. Mueller, *Parton saturation: An overview*, (2001), [hep-ph/0111244].

[Mul04] B. Muller, *Hadronic signals of deconfinement at RHIC*, (2004), [nucl-th/0404015].

[Mul07] B. Muller, *From Quark-Gluon Plasma to the Perfect Liquid*, Acta Phys. Polon. B38, 3705–3730 (2007), [0710.3366].

[Muon83] J. J. Aubert et al. (European Muon Collaboration), *The ratio of the nucleon structure functions $F2_n$ for iron and deuterium*, Phys. Lett. B123, 275 (1983).

[Mus05] M. G. Mustafa, *Energy loss of charm quarks in the quark-gluon plasma: Collisional vs radiative*, Phys. Rev. C72, 014905 (2005), [hep-ph/0412402].

[Mut98] T. Muta, *Foundations of Quantum Chromodynamics: An Introduction to Perturbative Methods in Gauge Theories*, World Scientific, 1998.

[MV94a] L. D. McLerran and R. Venugopalan, *Computing quark and gluon distribution functions for very large nuclei*, Phys. Rev. D49, 2233–2241 (1994), [hep-ph/9309289].

[MV94b] L. D. McLerran and R. Venugopalan, *Gluon distribution functions for very large nuclei at small transverse momentum*, Phys. Rev. D49, 3352–3355 (1994), [hep-ph/9311205].

[MW92] B. Muller and X.-N. Wang, *Probing parton thermalization time with charm production*, Phys. Rev. Lett. 68, 2437–2439 (1992).

[N$^+$99] P. Nason et al., *Bottom production*, (1999), [hep-ph/0003142].

[Nac92] O. Nachtmann, *Phänomene und Konzepte der Elementarteilchenphysik*, Vieweg, 1992, S. 273.

[Nov99] S. F. Novaes, *Standard model: An Introduction*, (1999), [hep-ph/0001283].

[ORG78] J. F. Owens, E. Reya and M. Gluck, *Detailed Quantum Chromodynamic Predictions for High p(T) Processes*, Phys. Rev. D18, 1501 (1978).

[P$^+$02] J. Pumplin et al., *New generation of parton distributions with uncertainties from global QCD analysis*, JHEP 07, 012 (2002), [hep-ph/0201195].

[PBBS08] H. Petersen, M. Bleicher, S. A. Bass and H. Stocker, *UrQMD-2.3 - Changes and Comparisons*, (2008), [0805.0567].

[PBG09] V. T. Pop, J. Barrette and M. Gyulassy, *Soft Open Charm Production in Heavy-Ion Collisions*, Phys. Rev. Lett. 102, 232302 (2009), [0902.4028].

[Pes08] A. Peshier, *Turning on the Charm*, (2008), [0801.0595].

[PHENIX03] K. Adcox et al. (PHENIX Collaboration), *PHENIX detector overview*, Nucl. Instrum. Meth. A499, 469–479 (2003).

[PHENIX05a] K. Adcox et al. (PHENIX Collaboration), *Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX collaboration*, Nucl. Phys. A757, 184–283 (2005), [nucl-ex/0410003].

[PHENIX05b] S. S. Adler et al. (PHENIX Collaboration), *Centrality dependence of charm production from single electrons measurement in Au + Au collisions at* $\sqrt{s_{NN}} = 200$ *GeV*, Phys. Rev. Lett. 94, 082301 (2005), [nucl-ex/0409028].

[PHENIX05c] H. Busching (PHENIX Collaboration), *Highlights from the PHENIX experiment. Part 2*, (2005), [nucl-ex/0511044].

[PHENIX06a] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), *Measurement of high-p(T) single electrons from heavy- flavor decays in p + p collisions at* $\sqrt{s} = 200$ *GeV*, Phys. Rev. Lett. 97, 252002 (2006), [hep-ex/0609010].

[PHENIX06b] K. Reygers (PHENIX Collaboration), *High-p(T) direct-photon results from PHENIX*, Acta Phys. Polon. B37, 727–732 (2006), [hep-ex/0512015].

[PHENIX07] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), *Energy Loss and Flow of Heavy Quarks in Au+Au Collisions at* $\sqrt{s_{NN}} = 200$ *GeV*, Phys. Rev. Lett. 98, 172301 (2007), [nucl-ex/0611018].

[PHENIX08] A. Dion (PHENIX Collaboration), Heavy Flavor Electron v2, `http://www.phenix.bnl.gov/WWW/plots/show_plot.php?editkey=p0833`, 2008, zuletzt abgerufen am 03.06.2009.

[PHENIX09] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), *Dilepton mass spectra in p+p collisions at* $\sqrt{s} = 200$ *GeV and the contribution from open charm*, Phys. Lett. B670, 313–320 (2009), [0802.0050].

[PHOBOS03] B. B. Back et al. (PHOBOS Collaboration), *The PHOBOS detector at RHIC*, Nucl. Instrum. Meth. A499, 603–623 (2003).

[PHOBOS05] B. B. Back et al. (PHOBOS Collaboration), *The PHOBOS perspective on discoveries at RHIC*, Nucl. Phys. A757, 28–101 (2005), [nucl-ex/0410022].

[Pol73] H. D. Politzer, *Reliable perturbative results for strong interactions?*, Phys. Rev. Lett. 30, 1346–1349 (1973).

[PP08] S. Peigne and A. Peshier, *Collisional energy loss of a fast heavy quark in a quark- gluon plasma*, Phys. Rev. D77, 114017 (2008), [0802.4364].

[Probe03] R. Vogt (Hard Probe Collaboration), *The A dependence of open charm and bottom production*, Int. J. Mod. Phys. E12, 211–270 (2003), [hep-ph/0111271].

[PRSZ04] B. Povh, K. Rith, C. Scholz and F. Zetsche, *Teilchen und Kerne: Eine Einführung in die physikalischen Konzepte*, Springer, 2004.

[PS95] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An introduction to quantum field theory*, Basic Books, 1995.

[PSS01] G. Policastro, D. T. Son and A. O. Starinets, *The shear viscosity of strongly coupled N = 4 supersymmetric Yang-Mills plasma*, Phys. Rev. Lett. 87, 081601 (2001), [hep-th/0104066].

[PV98] A. M. Poskanzer and S. A. Voloshin, *Methods for analyzing anisotropic flow in relativistic nuclear collisions*, Phys. Rev. C58, 1671–1678 (1998), [nucl-ex/9805001].

[Qiu03] J.-W. Qiu, *Structure functions and parton distributions*, Nucl. Phys. A715, 309–318 (2003), [nucl-th/0211086].

[Rap01] R. Rapp, *Signatures of thermal dilepton radiation at RHIC*, Phys. Rev. C63, 054907 (2001), [hep-ph/0010101].

[Rei76] F. Reif, *Physikalische Statistik und Physik der Wärme*, Walter de Gruyter, 1976.

[Ris04] D. H. Rischke, *The quark-gluon plasma in equilibrium*, Prog. Part. Nucl. Phys. 52, 197–296 (2004), [nucl-th/0305030].

[Ros01] J. L. Rosner, *The Standard model in 2001*, (2001), [hep-ph/0108195].

[RSG90] D. H. Rischke, H. Stoecker and W. Greiner, *Flow in conical shock waves: A signal for the deconfinement transition?*, Phys. Rev. D42, 2283–2292 (1990).

[RvH08] R. Rapp and H. van Hees, *Heavy Quark Diffusion as a Probe of the Quark-Gluon Plasma*, (2008), [0803.0901].

[RWB$^+$05] S. B. Ruster, V. Werth, M. Buballa, I. A. Shovkovy and D. H. Rischke, *The phase diagram of neutral quark matter: Self–consistent treatment of quark masses*, Phys. Rev. D72, 034004 (2005), [hep-ph/0503184].

[Sac87] R. G. Sachs, *The Physics of Time Reversal*, University of Chicago Press, 1987, S. 80.

[SBD01] S. Soff, S. A. Bass and A. Dumitru, *Pion interferometry at RHIC: Probing a thermalized quark gluon plasma?*, Phys. Rev. Lett. 86, 3981–3984 (2001), [nucl-th/0012085].

[Sch06] F. Schwabl, *Statistische Mechanik*, Springer, 3. edition, 2006.

[Sch08] B. Schenke, *Collective Phenomena in the Non-Equilibrium Quark-Gluon Plasma*, (2008), [0810.4306].

[Shu88] E. V. Shuryak, *The QCD vacuum, hadrons and the superdense matter*, World Scientific, 1988.

[Smi06] B. M. Smirnov, *Principles of Statistical Physics: Distributions, Structures, Phenomena, Kinetics of Atomic Systems*, Wiley-VCH, 2006, S. 200.

[SMMR01] O. Scavenius, A. Mocsy, I. N. Mishustin and D. H. Rischke, *Chiral phase transition within effective models with constituent quarks*, Phys. Rev. C64, 045202 (2001), [nucl-th/0007030].

[SMS06] T. Sjostrand, S. Mrenna and P. Skands, *PYTHIA 6.4 physics and manual*, JHEP 05, 026 (2006), [hep-ph/0603175].

[SSM05] L. M. Satarov, H. Stoecker and I. N. Mishustin, *Mach shocks induced by partonic jets in expanding quark- gluon plasma*, Phys. Lett. B627, 64–70 (2005), [hep-ph/0505245].

[ST08] A. Sherstnev and R. S. Thorne, *Parton Distributions for LO Generators*, Eur. Phys. J. C55, 553–575 (2008), [0711.2473].

[STAR03] K. H. Ackermann et al. (STAR Collaboration), *STAR detector overview*, Nucl. Instrum. Meth. A499, 624–632 (2003).

[STAR04] J. Adams et al. (STAR Collaboration), *Measurements of transverse energy distributions in Au + Au collisions at $\sqrt{s} = 200$ GeV*, Phys. Rev. C70, 054907 (2004), [nucl-ex/0407003].

[STAR05a] J. Adams et al. (STAR Collaboration), *Experimental and theoretical challenges in the search for the quark gluon plasma: The STAR collaboration's critical assessment of the evidence from RHIC collisions*, Nucl. Phys. A757, 102–183 (2005), [nucl-ex/0501009].

[STAR05b] J. Adams et al. (STAR Collaboration), *Open charm yields in d + Au collisions at $\sqrt{s} = 200$ GeV*, Phys. Rev. Lett. 94, 062301 (2005), [nucl-ex/0407006].

[STAR08] B. I. Abelev et al. (STAR Collaboration), *Charmed hadron production at low transverse momentum in Au+Au collisions at RHIC*, (2008), [0805.0364].

[Ste06] M. A. Stephanov, *QCD phase diagram: An overview*, PoS LAT2006, 024 (2006), [hep-lat/0701002].

[STR01] M. Schroedter, R. L. Thews and J. Rafelski, *Charm production in the hot-glue scenario*, J. Phys. G27, 691–694 (2001).

[SV95] I. Sarcevic and P. Valerio, *Charm production in hadronic and heavy ion collisions at RHIC and CERN LHC energies to $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$*, Phys. Rev. C51, 1433–1443 (1995), [hep-ph/9411317].

[SV97] J. Smith and R. Vogt, *Charm and bottom quark production cross sections near threshold*, Z. Phys. C75, 271–276 (1997), [hep-ph/9609388].

[TGJM05] S. Turbide, C. Gale, S. Jeon and G. D. Moore, *Energy loss of leading hadrons and direct photon production in evolving quark-gluon plasma*, Phys. Rev. C72, 014906 (2005), [hep-ph/0502248].

[TSR01] R. L. Thews, M. Schroedter and J. Rafelski, *Enhanced J/psi production in deconfined quark matter*, Phys. Rev. C63, 054905 (2001), [hep-ph/0007323].

[UWB09] J. Uphoff, X. Wu and S. Bass, BAMPS-Video der Quark-Gluon-Plasma-Phase einer Au+Au-Kollision am RHIC, `http://th.physik.uni-frankfurt.de/~uphoff/media.php`, 2009.

[VBH92] R. Vogt, S. J. Brodsky and P. Hoyer, *Systematics of charm production in hadronic collisions*, Nucl. Phys. B383, 643–684 (1992).

[Ven05] R. Venugopalan, *The color glass condensate: An overview*, Eur. Phys. J. C43, 337–344 (2005), [hep-ph/0502190].

[vH09] H. van Hees, Private communication, 2009.

[vHGR06] H. van Hees, V. Greco and R. Rapp, *Heavy-quark probes of the quark-gluon plasma at RHIC*, Phys. Rev. C73, 034913 (2006), [nucl-th/0508055].

[Vit05] I. Vitev, *Large angle hadron correlations from medium-induced gluon radiation*, Phys. Lett. B630, 78–84 (2005), [hep-ph/0501255].

[Vog96] R. Vogt, *Phenomenology of Charm and Bottom Production*, Z. Phys. C71, 475–482 (1996), [hep-ph/9510293].

[Vog02] R. Vogt, *Systematics of heavy quark production at RHIC*, (2002), [hep-ph/0203151].

[Vog08] R. Vogt, *The total charm cross section*, Eur. Phys. J. ST 155, 213–222 (2008), [0709.2531].

[VZ96] S. Voloshin and Y. Zhang, *Flow study in relativistic nuclear collisions by Fourier expansion of Azimuthal particle distributions*, Z. Phys. C70, 665–672 (1996), [hep-ph/9407282].

[Wan97] X.-N. Wang, *A pQCD-based approach to parton production and equilibration in high-energy nuclear collisions*, Phys. Rept. 280, 287–371 (1997), [hep-ph/9605214].

[WBG05] M. R. Whalley, D. Bourilkov and R. C. Group, *The Les Houches Accord PDFs (LHAPDF) and Lhaglue*, (2005), [hep-ph/0508110].

[Web84] B. R. Webber, *A QCD Model for Jet Fragmentation Including Soft Gluon Interference*, Nucl. Phys. B238, 492 (1984).

[WG91] X.-N. Wang and M. Gyulassy, *HIJING: A Monte Carlo model for multiple jet production in p p, p A and A A collisions*, Phys. Rev. D44, 3501–3516 (1991).

[WHDG07] S. Wicks, W. Horowitz, M. Djordjevic and M. Gyulassy, *Elastic, Inelastic, and Path Length Fluctuations in Jet Tomography*, Nucl. Phys. A784, 426–442 (2007), [nucl-th/0512076].

[Won94] C.-Y. Wong, *Introduction to High-Energy Heavy-Ion Collisions*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1994.

[Won96] S. M. H. Wong, *Thermal and chemical equilibration in relativistic heavy ion collisions*, Phys. Rev. C54, 2588–2599 (1996), [hep-ph/9609287].

[XG05] Z. Xu and C. Greiner, *Thermalization of gluons in ultrarelativistic heavy ion collisions by including three-body interactions in a parton cascade*, Phys. Rev. C71, 064901 (2005), [hep-ph/0406278].

[XG06] Z. Xu and C. Greiner, *Thermalization of gluons at RHIC: Dependence on initial conditions*, Eur. Phys. J. A29, 33–37 (2006), [hep-ph/0511145].

[XG07] Z. Xu and C. Greiner, *Transport rates and momentum isotropization of gluon matter in ultrarelativistic heavy-ion collisions*, Phys. Rev. C76, 024911 (2007), [hep-ph/0703233].

[XG08] Z. Xu and C. Greiner, *Shear viscosity in a gluon gas*, Phys. Rev. Lett. 100, 172301 (2008), [0710.5719].

[XG09] Z. Xu and C. Greiner, *Elliptic flow of gluon matter in ultrarelativistic heavy-ion collisions*, Phys. Rev. C79, 014904 (2009), [0811.2940].

[XGS08] Z. Xu, C. Greiner and H. Stocker, *PQCD calculations of elliptic flow and shear viscosity at RHIC*, Phys. Rev. Lett. 101, 082302 (2008), [0711.0961].

[ZCK05] B. Zhang, L.-W. Chen and C.-M. Ko, *Charm elliptic flow at RHIC*, Phys. Rev. C72, 024906 (2005), [nucl-th/0502056].

[Zha98] B. Zhang, *ZPC 1.0.1: A parton cascade for ultrarelativistic heavy ion collisions*, Comput. Phys. Commun. 109, 193–206 (1998), [nucl-th/9709009].

[ZKL08] B.-W. Zhang, C.-M. Ko and W. Liu, *Thermal charm production in a quark-gluon plasma in Pb-Pb collisions at* $\sqrt{s_{NN}} = 5.5$ *GeV*, Phys. Rev. C77, 024901 (2008), [0709.1684].

[Zwe64a] G. Zweig, *An SU(3) Model for Strong Interaction Symmetry and Its Breaking*, (1964), CERN-TH-401.

[Zwe64b] G. Zweig, *An SU(3) Model for Strong Interaction Symmetry and Its Breaking. 2*, (1964), CERN-TH-412.

[Zwi04] B. Zwiebach, *A first course in string theory*, Cambridge, UK: Univ. Pr., 2004.

[ZWW04] B.-W. Zhang, E. Wang and X.-N. Wang, *Heavy quark energy loss in nuclear medium*, Phys. Rev. Lett. 93, 072301 (2004), [nucl-th/0309040].

Danksagung

> Begegnet uns jemand, der uns Dank schuldig ist, gleich fällt es uns ein. Wie oft können wir jemandem begegnen, dem wir Dank schuldig sind, ohne daran zu denken!
>
> *Maximen und Reflexionen*
> Johann Wolfgang von Goethe

Ich möchte mich bei Prof. Carsten Greiner für die Vergabe des interessanten Themas und die ausgezeichnete Betreuung dieser Diplomarbeit bedanken. Ich bin ebenfalls dankbar für die Schaffung eines sehr angenehmen Arbeitsklimas in seiner Gruppe, in der es Spaß macht zu arbeiten. Ein besonderer Dank gilt auch Dr. Zhe Xu für seine hervorragende Betreuung. Er hatte immer ein offenes Ohr, bot umfassende Hilfestellungen und zeigte in spannenden Diskussionen neue Wege auf. Beide haben mich in allen meinen Anliegen unterstützt und waren stets mit gutem Rat und hilfreichen Anmerkungen zur Stelle.

Ich möchte mich außerdem bei allen Mitgliedern der Parton-Kaskade-Gruppe für die angenehme Zusammenarbeit bedanken. Besonders hervorzuheben ist mein Zimmerkollege Oliver Fochler, der mich bei vielen physikalischen und computerbezogenen Problemen unterstützt hat. Ich bin ihm ebenfalls sehr dankbar für interessante Diskussionen und das Korrekturlesen dieser Arbeit. Auch Andrej El hat mir viele Fragen beantwortet, als ich neu in die Gruppe kam. Nicht nur in dem halben Jahr, während wir ein Zimmer teilten, entstanden produktive Diskussionen.

Außerdem möchte ich Ioannis Bouras, Felix Reining, Dr. Gerhard Burau, Frank Michler, Dr. Björn Schenke, Jacquelin Noronha-Hostler, Dr. André Peshier und vielen weiteren für die anregenden Diskussionen danken. Bei Denise Meixler und den anderen Sekretärinnen unseres Instituts bedanke ich mich für die hilfreiche Unterstützung bei administrativen Problemen.

Ein Teil dieser Arbeit entstand an der Duke University in Durham, North Carolina, USA. Ein großer Dank gilt der Studienstiftung des deutschen Volkes, die diesen Aufenthalt finanziell unterstützte. Für die herzliche Aufnahme in ihre Gruppe an der Duke University und die nette Gastfreundschaft möchte ich mich bei Prof. Steffen Bass und Prof. Berndt Müller bedanken. Nicht nur bei den gemeinsamen Mittagessen entstanden viele interessante Gespräche über physikalische, aber auch nicht-physikalische Themen. Herzlich bedanken möchte ich mich auch bei allen Mitgliedern der Schwerionenkollision-Gruppe der Duke University, die dazu beigetragen haben, dass dieser Aufenthalt immer sehr angenehm in meiner Erinnerung bleiben wird.

Bei meinen Eltern, meinem Bruder Nils, meiner Freundin Carina und meinen Kommilitonen und Freunden möchte ich mich für die uneingeschränkte Unterstützung während des Studiums und des Anfertigens dieser Arbeit bedanken.

Erklärung

Ich versichere hiermit, die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet zu haben. Des Weiteren sind sämtliche Stellen, die benutzten Werken im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, mit Quellen- bzw. Herkunftsangaben kenntlich gemacht.

Frankfurt am Main, den 21. August 2009

Jan Uphoff