

Spontaneous Symmetry Breaking and the Chiral Magnetic Effect

Won Sik L'YI*

Department of Physics, Chungbuk National University, Cheongju 361-763, Korea

(Received 27 March 2014 : revised 18 April 2014 : accepted 18 April 2014)

In classical electrodynamics, the current density is proportional to the electric field. However, when a quantum anomaly exists, the current density may sometimes be proportional to the magnetic field. The magnetic field is a pseudovector, which means that the corresponding current should be chiral. In this paper, we introduce a chiral fermion field and a Higgs-like scalar field in such a way that the global $U(1)$ symmetry of the scalar field is broken by the potential energy and the chiral symmetry is broken by the anomaly. In this case, the chiral magnetic effect is shown to be possible. The applied magnetic field and the resulting pseudo current are found to satisfy $\mathbf{J}_5 = \frac{\omega_e}{8\pi^2} \mathbf{B}$, where ω is the angular frequency of the Higgs-like field.

PACS numbers: 11.15.Ex

Keywords: Chiral magnetic effect, Spontaneous symmetry breaking

자발적 대칭성 깨어짐과 손지기 자기효과

이원식*

충북대학교 자연과학대학 물리학과, 청주 361-763

(2014년 3월 27일 받음, 2014년 4월 18일 수정본 받음, 2014년 4월 18일 게재 확정)

전류밀도는 고전적으로 볼 때 전기장에 비례하지만 양자장론적인 이상량이 있는 경우는 자기장에 비례하기도 한다. 자기장은 유사벡터이므로 이런 현상이 일어날 수 있으려면 전류는 손지기 전류여야 할 것이다. 본 논문에서는 손지기 페르미 입자장과 힉스 같은 스칼라장을 도입하여 $U(1)$ 온갖 게이지 대칭성이 자발적으로 깨어지게 할 때, 페르미 입자의 손지기 대칭성이 양자장론적으로 깨어지면 손지기 자기 효과가 생성될 수 있음을 확인하였다. 결과적으로 손지기 전류와 가해진 자기장과는 $\mathbf{J}_5 = \frac{\omega_e}{8\pi^2} \mathbf{B}$ 라는 관계가 있음을 알 수 있었는데, ω 는 힉스같은 장의 에너지를 나타내는 각진동수이다.

PACS numbers: 11.15.Ex

Keywords: 손지기 자기효과, 자발적 대칭성 깨어짐

I. 서론

대전체에 전자기 상호작용이 가해지면 전류밀도는 보통 가해진 전기장에 비례한다. 그러나 최근의 연구에 의

하면 대전입자를 양자장론적으로 다룰 경우, 대전입자의 양자장론적인 효과에 의해 흐르는 전류는 가해진 자기장에 비례할 수 있다는 것이 알려지게 되었다 [1, 2]. 손지기 자기효과 (chiral magnetic effect, CME)라 불리는 이러한 효과는 Q-ball 풀이에서도 나올수 있고 [3, 4], chiral vortical 효과에서도 나올 수 있다 [5].

*E-mail: wslyi@chungbuk.ac.kr



자기장은 유사벡터이므로 전류가 이렇게 자기장에 비례하기 위해서는 전류도 유사벡터이어야 하고, 그러므로 자기장에 비례하는 전류는 손지기 전류 (chiral current)일 것이라고 예측할 수 있다. 한편 손지기 전류는 양자장론의 이상량 (anomaly)와 관련되어서 나올 수 있는데, 손지기 페르미 입자장이 있는 계의 경우, $U(1)$ 온곳 대칭성 (global symmetry)을 가지는 스칼라장이 진공 기대치를 가짐으로써 대칭성이 깨어질때 손지기 자기 효과가 발생하는지를 알아 보는 것은 흥미롭다.

본 논문에서는 이러한 물리학적 관심에 따라 고전적으로 온곳 손지기 대칭성 (global chiral symmetry)을 가지는 손지기 페르미 입자장을 도입하고, 아울러 힉스장과 유사한 스칼라장을 도입한 후 $U(1)$ 대칭성을 자발적으로 깨뜨렸을 때 양자역학적 이상량 (anomaly)에 의해 생성되는 손지기 전류는 가해진 자기장에 비례한다는 것을 보이고, 그래서 이러한 경우에 손지기 자기효과가 가능함을 보였다.

II. 자발적 대칭성 깨어짐에 의한 손지기 자기효과

손지기 자기효과가 일어날 수 있는 가능성을 조사해 보기 위해서 우선 고전적 전자기 이론에서 잘 알려진 Ohm의 법칙 $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ 을 살펴 보자. 이 법칙에 따르면 도체 내에서 흐르는 전류는 가해진 전기장에 비례하고, 그러므로 전기장이 전류에 한 일률은 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{J}$, 즉 $\mathbf{E}^2$ 에 비례한다. 한편 운동에너지 밀도와 위치에너지밀도의 차이인 라그랑지언은 전자기장의 경우 $-\frac{1}{4\pi} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ 로서 $\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2$ 에 비례한다. 여기서 첫번째 비례항인 $\mathbf{E}^2$ 는 전류에 전기장이 해 일과 관계있다. 이제 손지기 자기효과가 있어서 전류가 자기장에 비례하는

$$\mathbf{J}_5 = \tau \mathbf{B} \quad (1)$$

인 경우를 생각해 보자. 여기서 전류에 있는 아래첨자 5는 자기장이 유사벡터(pseudo vector)이기 때문에 해당되는 전류 $\mathbf{J}_5$ 도 그러하다는 것을 강조하기 위함이다. 이러한 경우 전기장이 전류에 전해준 일률 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{J}_5$ 는 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ 에 비례하고, 이것은 또한 $\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} F_{\alpha\beta} F_{\gamma\delta}$ 에 비례한다. 그러므로 라그랑지언 $\mathcal{L}_5$ 이 $\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} F_{\alpha\beta} F_{\gamma\delta}$ 에 비례하면 손지기 자기 효과가 가능해지리라는 것을 예측할 수 있다.

여기서 중요한 것은 손지기 자기효과가 있을 경우에는 사차원 유사텐서 $\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}$ 가 나타난다는 것이다. 예를 들어 u^μ 가 속도 네성분 벡터일 경우

$$\omega^\alpha = 1/2 \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} u_\beta \partial_\gamma u_\delta \quad (2)$$

가 존재하면 소위 chiral vortex effect가 생겨서 전류는 ω^α 에 비례한다 [5]. 다른 예로는 회전하는 Q-ball의 경우, 손지기 자기효과가 있음이 알려져 있다 [3,4].

이제 $\psi(\mathbf{x}, t)$ 로 표현되어지는 손지기 페르미 입자가 자기 퍼텐셜 $A_\mu(\mathbf{x}, t)$ 와 상호작용하는 계를 생각해 보자. 양자역학적 요동은 매우 산만한 것으로써 페르미 입자의 파동함수 ψ 가 임의의 실수 상수 θ 에 대해서

$$\psi \rightarrow e^{i\gamma_5 \theta} \psi \quad (3)$$

로 변환할 때 비록 작용량 $S[\psi, \bar{\psi}, A]$ 는 불변할지라도 양자장론적인 분배함수

$$\mathcal{Z} = \frac{1}{\mathcal{N}} \int D\psi D\bar{\psi} e^{iS[\psi, \bar{\psi}, A]}$$

는 불변이 아닐 수 있다. 이 경우 양자장론적인 이상량(anomaly)이 생기는데, (3)으로 표현되는 변환으로 유도되는 전류 J_5^μ 는 유사텐서 $\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}$ 를 사용하여 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다 [6].

$$\partial_\alpha J_5^\alpha = -\frac{e^2}{32\pi^2} \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} F_{\alpha\beta} F_{\gamma\delta}. \quad (4)$$

한편 $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ 를 사용하면 (4)의 풀이는 다음과 같게 된다.

$$J_5^\alpha = -\frac{e^2}{8\pi^2} \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} A_\beta \partial_\gamma A_\delta. \quad (5)$$

이 식은 chiral vortical effect를 주는 (2)와 유사하고, 그러므로 (5)도 손지기 자기효과를 줄 수 있을 것이라고 예측할 수 있다. 이를 확인하기 위해 힉스장과 비슷한 스칼라장 $\phi(\mathbf{x}, t)$ 를 도입하는데, 해당되는 라그랑지언은 다음과 같다고 하자.

$$\mathcal{L}_{scalar} = |D_\mu \phi|^2 - V(\phi). \quad (6)$$

여기서 퍼텐셜 에너지 함수는

$$V(\phi) = \lambda ||\phi|^2 - v^2|^2 \quad (7)$$

이다.

이 경우, 공간의 점근적 영역 $|\mathbf{x}| \rightarrow \infty$ 에서 스칼라장은 $D_\mu \phi \rightarrow 0$, 혹은

$$\partial_\mu \phi - ie A_\mu \phi \rightarrow 0 \quad (8)$$

이 된다. 이 식은 쉽게 풀려서 다음과 같은 풀이

$$A_\mu \rightarrow -\frac{i}{e} \partial_\mu \log \phi. \quad (9)$$

를 주는데, 결국 ϕ 의 점근적인 꼴을 알면 A_μ 의 점근적인 꼴을 알 수 있다. 한편 퍼텐셜 에너지 함수는 공간

의 점근적인 영역에서 최소값을 가지기 때문에 (7)에서 부터 $\phi(\mathbf{x}, t) \rightarrow v e^{i\delta(\mathbf{x}, t)}$ 라는 사실도 알 수 있다. 여기서 $\delta(\mathbf{x}, t)$ 는 $\phi(\mathbf{x}, t)$ 의 위상을 나타내는 실수 함수이다.

이제 (10)에 대한 시시하지 않는 풀이를 구하기 위해서 (ρ, φ, z) 로 표현되는 원통좌표계에서 $\phi(\mathbf{x}, t)$ 가 $\rho \rightarrow \infty$ 인 점근적 영역에서 $\phi \rightarrow v e^{i(\omega t + N\varphi)}$ 와 같은 꼴을 한다고 하자. 여기서 N 은 감음수(winding number)라 불리는 정수이다. 그러면 (9)에서부터 전자기 퍼텐셜에 대한 다음과 같은 풀이를 얻는다.

$$A_\mu \rightarrow \frac{\omega}{e} \partial_\mu t + \frac{N}{e} \partial_\mu \varphi. \quad (10)$$

이 퍼텐셜에 의한 자기장과 양자장론적인 이상량에 의한 전류 서로 비례하여 손지기 자기 효과를 주는데, 이를 확인하기 위해서 이 퍼텐셜이 만드는 자기장의 z 축에 대한 선속을 구해보면 다음과 같이 된다.

$$\Phi_m = \oint A_\mu dx^\mu \rightarrow \frac{2\pi N}{e} \quad (11)$$

이 식에서 자기선속이 자기장이 지나 가는 면의 면적에 무관하다는 것은 자기장은 원통 좌표계의 z -축 주변, 즉 점근적이지 않은 곳에 걸려져 있다는 것을 의미한다.

한편 전류와 자기장 사이의 자세한 관계를 구하기 위해 (5)로 표현된 전류의 식에서 (10)의 A_μ 를 대입하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\mathbf{J}_5 \rightarrow \frac{\omega e}{8\pi^2} \mathbf{B} \quad (12)$$

이 식은 점근적인 영역에서 성립하지만, 아원자 세계에서 바라볼 때 실험실과 같은 거시적은 영역은 거의 점근적인 영역에 속하고, 그러므로 실험실에서 보면 전류는 가해진 자기장에 비례한다는 것을 알 수 있다. 즉 $U(1)$ 대칭성이 자발적으로 깨어지는 경우, 손진 페르미 입자에 의한 전류는 손지기 자기 효과를 가짐을 알 수 있다.

III. 결론

손지기 페르미 입자가 있는 경우, 양자장론적 효과적인 작용량은 이상량을 가지며, 이 경우 손지기 자기효과가 생겨서 전류가 자기장에 비례할 가능성이 있다. 이를 확인하기 위해서 손지기 페르미 입자장과 힉스 같은 스칼라장을 도입한 후, $U(1)$ 온갖 게이지 대칭성이 자발적으로 깨어지게 하였더니 페르미 입자의 손지기 대칭성이 양자장론적으로 깨어지면서 손지기 자기 효과가 실제로 생성됨을 보았다. 이때 손지기 전류와 가해진 자기장은 $\mathbf{J}_5 = \frac{\omega e}{8\pi^2} \mathbf{B}$ 라는 관계가 있음을 알 수 있었는데, 여기서 ω 는 힉스같은 장의 에너지를 나타내는 각진동수이다.

감사의 글

이 논문은 2013년도 충북대학교 학술연구지원사업의 연구비 지원에 의하여 연구되었음.

REFERENCES

- [1] D. T. Son and P. Surowka, Phys. Rev. Lett. **103**, 191601 (2009).
- [2] K. Fukushima, D. E. Kharzeev and H. J. Warringa, Phys. Rev. D **78**, 074033 (2008).
- [3] D. E. Kharzeev, arXiv:1312.3348 [hep-th].
- [4] Z. Khaidukov, arXiv:1306.0252 [hep-ph].
- [5] A. V. Sadofyev, V. I. Shevchenko and V. I. Zakharov, Phys. Rev. D **83**, 105025 (2011).
- [6] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields* (Cambridge Univ. Press, 1996), Vol. 2.